This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Cavendish
3-0M

STORIA

DEL

METODO SPERIMENTALE

IN ITALIA

OPERA

DI

RAFFAELLO CAVERNI

TOMO IV.°

NEW YORK
PUBLIC
LIBRARY

FIRENZE
STABILIMENTO G. CIVELLI - EDITORE

1895.

NEW YORK
PUBLIC
LIBRARY

NEW YORK
PUBLIC
LIBRARY

STORIA

DEL

METODO SPERIMENTALE IN ITALIA

Se fosse dunque del citato teorema statico Euclide veramente l'autore, parrebbe si dovesse a lui la prima applicazione dei centri di gravità agli equiponderanti. Ma qualunque sia la ragion del primato, intorno a che poco gioverebbe a noi il disputare, giacchè la nuova istituzione non ci è altrimenti nota che per le tradizioni archimedee, nel nostro Siracusano perciò conviene investigarne l'indole e la natura.

E quanto all'indole è facile avvedersi che si conforma al Platonismo alessandrino, così autorevolmente introdotto nelle Matematiche da Euclide, la Meccanica del quale, come quella del Nostro, è schiva d'implicarsi vilmente nelle passioni della materia. Nei corpi infatti, astraendo da tutto il resto, non si considera da quegli Autori altro che il peso, non come qualità degli stessi corpi, ma come quantità matematicamente, secondo tutte le altre quantità, computabile in numeri o in linee. La ponderosità perciò, così in astratto considerata, fa indipendente la Meccanica alessandrina dalla mole universale dei corpi materiali, ossia dalla Terra, al mezzo della quale essi corpi non tendono, per rivolgersi piuttosto là dove potente gli chiama un loro proprio e particolar centro, in cui si raccolgono, e da cui par che virtualmente si dispensino i pesi.

L'indole di questa Scuola si par dunque diversa dalla Peripatetica, al Maestro della quale udimmo poco fa dire che le Questioni meccaniche partecipano della scienza matematica e della naturale. Ma perchè la naturale i Platonici l'avevano a schifo, reputandone indegno a un Filosofo lo studio, si guardavano dalle dottrine peripatetiche come da un contagio, per conferma e per prova di che è notabile che non si trovi citato quasi mai il nome di Aristotile dagli Scrittori alessandrini. Durarono infino a tutto il secolo XVII, in così fatte questioni, gli esempii della divisione fra le due scuole, ma perchè lo Stagirita s'era meglio apposto al vero, si può dir che la scienza meccanica, com'ebbe da lui i principii, così avesse anche secondo lui le perfezioni.

L'asserita sentenza ha bisogno in ogni modo di prove, perchè, mentre da una parte non vien suffragata dalle antiche tradizioni, specialmente platoniche, le due grandi autorità di Galileo e del Cartesio dall'altra, si dettero il più sollecito studio di contradirla. Ma benchè non appariscano di quelle prove espresse le vestigia, si desumono nulladimeno con sufficiente certezza dalle leggi, che governano il logico progredir del pensiero, dalle quali si conclude non dovere in altro consistere le meccaniche istituzioni archimedee che in una esplicazione de' concetti del Filosofo Stagirita. Nè ciò si creda perchè s'inducesse il Siracusano a contradire all'indole della sua scuola, ma perchè Aristotile stesso pose per fondamento della sua scienza meccanica una delle più ammirabili dignità della Geometria.

Questa dignità infatti vedemmo essere costituita nel cerchio, la descrizione del quale resulta, secondo il Filosofo, dalla composizione di due moti, uno diretto secondo il raggio, e che muove dal centro, e l'altro applicato all'estremità del raggio stesso. La forza, che produce quel primo moto,

l'aveva Aristotile qualificata per violenta, quasi che il cerchio fosse generato per esplosione del centro. Ma intorno alla causa del secondo moto, di quello cioè che naturalmente conduce in giro l'estremità del raggio, l'Autore delle Meccaniche questioni non s'era bene spiegato. Ora incominciano di qui le laboriose speculazioni della Scuola alessandrina, rappresentata per noi in Archimede, di cui solo alcuni libri salvati e gli scrittori antichi ci hanno trasmesso qualche notizia.

Da che dunque potrebbe esser meglio resa evidente la forza applicata all'estremità del raggio, ragionava Archimede, che da un peso posto nel suo estremo? Siasi, per esempio, esso raggio esplicato in fino in A (fig. 3), dove giunto, il peso P lo devii dalla sua dirittura, per condurlo in giro. S'esplichi ancora il raggio infino in B per altrettanto spazio, e ivi pure s'applichi un peso Q, che faccia forza di deviarlo e di menarlo in volta come quel primo. Perchè B, ritrovandosi a una distanza doppia di A, è secondo Aristotile attratto al centro O con la metà della violenza, sembra dunque ragionevole che quello abbia bisogno della metà della forza necessaria a questo, per venir deviato dal suo retto cammino: e insomma P conviene essere il doppio più pesante di Q.

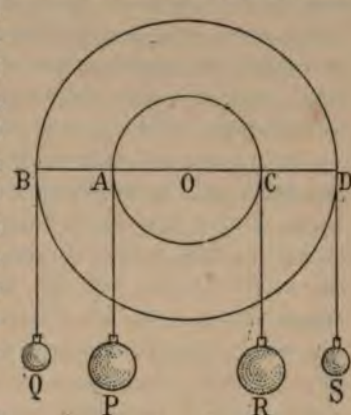


Figura 3.

Proseguendo il ragionamento, scendeva come corollario da questa proposizione che, applicando in C un peso R eguale a P, e in D un peso S eguale a Q, le estremità de' due diametri, pareggiate ne' loro contrarii moti, dovessero permanere in equilibrio. Tale appunto è il fondamento statico della Libbra, d'onde venne immediatamente condotto Archimede a quello della Leva, perchè considerando i due cerchi saldati insieme, e BD come una linea sola, perciocchè P, per esempio, è tanto bene equilibrato dal peso R in C, quanto dal peso S in D, ne conseguiva dunque, essendo applicabile il caso, non alla doppia sola, ma a qualunque proporzione; che dovessero avere i pesi fra loro la reciproca ragione delle distanze.

Questo fondamentale teorema dava il modo a sciogliere il problema, tanto dai Meccanici desiderato, *Datum pondus data potentia movere;* problema che, così in sesto luogo formulato da Pappo nell'VIII libro delle sue *Collezioni,* gli suggeriva le seguenti parole, premesse alla soluzione come per nota: « Hoc enim est quadragesimum inventum mechanicum Archimedis, in quo fertur dixisse: *Da mihi ubi consistam et Terram commovebo* » (Pappi Alexandrini Collect., Bononiae 1660, pag. 460). E rispetto a' due cerchi saldati insieme, che poi in pratica venivano a trasformarsi in quell'organo meccanico così detto il *Timpano,* Pappo stesso, che ne aveva fatta l'applicazione moltiplicandone secondo la lunghezza dei raggi la potenza al

motore; « demonstratum etenim est, poi ne conclude, in libro Archimedis Περὶ ζυγῶν, idest *De libra,* et in Mechanicis Philonis et Heronis, circulos maiores exsuperare minores, quando circa idem centrum conversio eorum fiat » (ivi, pag. 461).

Il trattato *De libra,* che ora è perduto, dovette essere il primo libro meccanico di Archimede, e in dimostrar che i circoli maggiori superano in potenza i minori tenne probabilmente quel processo che, dietro alcuni accenni di Pappo, e dietro la logica evoluzion del pensiero, s'è di sopra per noi divinato. Rivolgendosi poi lo stesso Archimede a pensare intorno a quel suo processo dimostrativo, si poteva giustamente compiacere di aver dato al fondamento meccanico di Aristotile una forma geometrica, ma pure ancora quello stesso supposto fondamento, che cioè il punto fosse attratto al centro del cerchio, in ragion reciproca delle distanze, si rimaneva senza dimostrazione. Sentì il nostro Siracusano che la scienza richiedeva da lui questo importantissimo ufficio, e vi si dette con ogni studio.

Le iniziate speculazioni della Libbra venivano a dare oramai ai concetti aristotelici una interpetrazione diversa, perchè il centro esplosivo tornava al mezzo, dove d'ogni parte traggono i pesi. Di qui si vide Archimede aprire il campo a una scienza nuova, a quella dei Centri di gravità, lasciandosi via via condurre dalla sua fida scorta geometrica a ricercare il mezzo, a cui tendono i pesi nelle altre varie figure, poichè facilmente il cerchio mostravalo nel suo centro. Ma così indulgendo al suo genio, par che perdesse di mira l'intento suo principale, quale era di dimostrare il fondamento meccanico, rimasto in Aristotile un semplice supposto.

Anche questo però veniva, ne' commenti archimedei, a rappresentarsi sotto una forma nuova. La dimostrazione infatti del perchè, esplodendo il centro, va rallentando via via la foga secondo che crescono le distanze, si riduceva a quest'altra: perchè i pesi abbiano a gravar sempre più sul centro, al crescere delle distanze. Perchè, nella preposta figura terza, il grave S, per esser collocato a una doppia distanza di A dal centro, deve contrappesare al doppio?

Era questa la ragione ultima, che della scienza meccanica voleva investigare Archimede, e per cui prese a scrivere il suo secondo libro meccanico, che per noi è quello Degli equiponderanti. Ma la Statica ebbe a maravigliarsi vedendo scoppiar dal suo tronco novelle fronde e maturar pomi, che non sapeva ancora riconoscer per suoi. L'effetto e la forma del maraviglioso innesto si rivela apertamente agli occhi di chi svolge i due libri del Trattato ora detto, nel primo de' quali s'attende principalmente a ricercare il centro di gravità delle figure piane, terminate da linee rette, per passar poi nel secondo a quelle stupende inquisizioni concernenti i parabolici conoidei. La legge degli equiponderanti però non trova altra dimostrazione che solo in due teoremi, i quali sono il VI e il VII, secondo alcune compilazioni, e secondo altre più ragionevolmente il IV e il V del primo libro, dove per verità le speranze d'intender la ragione ultima del supposto prin-

cipio meccanico rimangon deluse, non riducendosi la tanto desiderata dimostrazione, alle mani di Archimede, che a un ingegnosissimo gioco della *Composizion delle forze parallele.*

Come Aristotile dette alla Meccanica la prima ala nella composizione delle forze angolari, così Archimede la fornì di questa seconda, l'invenzione della quale gli occorse nelle prime speculazioni *De libra.* I pesi infatti, che s'equilibrano distribuiti nel Timpano, secondo la precedente figura terza, sono una scomposizione dell'unico peso, che grava nel centro. E dall'altra parte, essendo chiaro che, anche tolti i pesi Q, R, rimane tuttavia il sistema equilibrato, può perciò il peso totale venire altresì decomposto ne' due P ed S. Ma qual'è il fondamento, e la regola di questa operazione? non altra che il primo postulato dell'Autore: *Petimus aequalia pondera ab aequalibus distantiis aequiponderare.* Archimede insomma lasciò la scienza in quella medesima sete, in che l'aveva lasciata Aristotile, e così per l'uno come per l'altro Maestro il fondamento statico riducesi a un fatto, che bisogna ammettere per evidenza sperimentale, ma che la Geometria confessa di non avere argomenti da poterlo dimostrare. Era quel fatto sperimentale, per Aristotile, che i cerchi di più gran raggio son più veloci, e per Archimede che, posti ad uguali distanze nella Libbra, s'equiponderano insieme due pesi eguali.

L'arguto Siracusano avrà ripensato che il Filosofo studiavasi di rendere la ragione della maggior velocità nel circolo di raggio maggiore, col considerar ch' egli è meno violentemente attratto e avvinto nel centro, ma il fecondo principio era, specialmente a que' tempi, più difficile a dimostrare della sua conseguenza, per cui, a ciò che potevasi così facilmente mettere in dubbio, parve più prudente consiglio all'Autore Degli equiponderanti sostituire la certezza di un fatto.

Notabile cosa è in questo particolare che quel di Siracusa si mostri meno platonico dell'altro di Stagira, il quale aveva fatta meccanica la stessa Geometria. Le aristoteliche speculazioni perciò intorno ai moti generatori del cerchio erano conformissime al genio di Archimede, e, se ne fu sviato dal nuovo processo che i centri di gravità venivano a introdur nel trattato degli equilibrii, vi tornò poi più di proposito, per raccoglierne quel pregevolissimo frutto, che egli espose nel libro Delle spirali. L'accennata origine rende meno inaspettato il nuovo abito, sotto cui si presenta la geometrica trattazione, che è per noi il terzo libro meccanico scritto dal nostro Siracusano.

Aristotile erasi contentato di accennare così alle leggi dei moti equabili: « Citius enim bifariam dicitur, sive enim in minori tempore aequalem pertransit locum, citius fecisse dicimus; seu, in aequali, maiorem » (Quaest. cit., fol. 28 ad t.). Ma Archimede ne fa, nelle due prime proposizioni, soggetto a matematica dimostrazione, riferendo la prima che, se sieno le velocità eguali, gli spazii percorsi saranno proporzionali ai tempi, e la seconda che, se sieno i tempi eguali, le velocità torneranno proporzionali agli spazii.

L'applicazione di queste leggi de' moti equabili si fa alla generazione

meccanica della spirale, la quale ci vuol poco a intendere come fosse suggerita ad Archimede dalla generazione meccanica del cerchio aristotelico, che, lasciando impresse le vestigia del punto portato dai due moti equabilmente fatti e nello stesso tempo per la circonferenza e per il raggio, verrebbe evidentemente a disegnare la spirale archimedea. La mirabile generazione meccanica di questa curva, che insomma contenevasi latente nelle Questioni meccaniche, fu, insieme col principio della composizione delle forze angolari attinto alle medesime aristoteliche Questioni, conclusa da Archimede in que' suoi teoremi, che riuscirono alla intelligenza dei Matematici tanto astrusi. La concisione dello scrittore parve che fosse causa di ciò, benchè unica e vera causa fosse piuttosto la Scuola alessandrina, la quale, sdegnosa di partecipar con la Peripatetica, tenne ascosa la chiave di quel mistero, infintantochè in un novello Archimede non venne, dopo tanti secoli, a ritrovarla il Torricelli.

Ha l'illustre Discepolo di Galileo una scrittura intitolata *Dimostrazione della XVIII proposizione di Archimede delle Linee spirali colla dottrina del moto di Galileo,* dove, dopo di aver col principio della composizione delle forze ortogonali dimostrata la promessa proposizione archimedea, soggiunge: « Nell' istesso modo per appunto si dimostra la verità delle due seguenti proposizioni nel maraviglioso libro Delle spirali. A noi basterà di avere accennato per qual via Archimede possa esser venuto in cognizione d'una verità tanto astrusa, e per così dire inopinabile, come la addotta. Credo certo che l'Autore a bello studio volesse occultare ed inviluppare la dimostrazione del Teorema, a segno tale che non si potesse conoscere da che origine glien' era derivata la cognizione. Però nel corso di tanti secoli non fu mai capita evidentemente questa passione della spirale, non per altro che per la mancanza della dottrina del moto, nota benissimo fino a' suoi tempi all'Archimede antico, ma pubblicata solamente nei nostri dal Moderno » (MSS. Gal. Disc., T. XXVIII, c. 113).

Credeva dunque il Torricelli, come poi il Lagrangia e altri, che la regola di comporre i moti fosse un mistero riserbatosi in petto da Archimede, e poi rivelato da Galileo nella proposizione II del IV Dialogo delle due Nuove Scienze, ma il fatto è che Aristotile aveva insegnata già quella medesima regola più di venti secoli prima, e che Archimede la presupponeva nelle sue dimostrazioni come nota oramai a tutti, benchè non da tutti intesa, e perciò nè approvata, ond' è che non intesa pure e non approvata tornò per tanti secoli la scienza meccanica, che s' annunziava nel libro Delle spirali. Maestro dunque di questa scienza non si rendeva Archimede che nel trattato Degli equiponderanti, e, per quegli antichi che lo poterono studiare, nel trattato *De libra.* La determinazione del centro dei gravi, che là si dava per unico fondamento meccanico, essendo principio troppo astratto, si porgeva male applicabile a far giusto giudizio fra la proporzione dello strumento e la potenza motrice. E se la Statica n' ebbe a risentire vantaggio, fu quando il Torricelli rivestì l'astratta ponderosità archimedea delle qualità generali

di tutti i corpi, considerando i loro centri in relazione col centro della Terra.

Di qui si comprende come non dovesse venire alla Statica, dal trattato Degli equipondenti, grande impulso a progredire. Prese la Scuola alessandrina, conoscendo che l'impedimento veniva dalla troppo rigorosa osservanza dei precetti platonici, seco medesima consiglio di temperar quel rigore, condescendendo in qualche cosa lo spirito alla materia, ond'è che Herone fu, secondo Pappo, di sentimento che la Meccanica razionale dovesse consistere, no nella Geometria sola e nell'Aritmetica, ma eziandio nelle fisiche ragioni. « Sentit Hero mechanicus, et rationalem quidem partem ex geometria et arithmetica et ex phisicis rationibus constare » (Collectiones mathem. cit, pag. 442). Nonostante, se ben si considerano gli effetti di questa generosa deliberazione presa dal Meccanico alessandrino, si trovano tanto sterili, da non aggiungere in sostanza nulla di più all'opera fatta da Archimede intorno alla Libbra.

Alle considerazioni, dalle quali dipende la verità così conclusa e asserita, porgono argomento le stesse Collezioni matematiche di Pappo, l'ottavo libro delle quali è un nitidissimo specchio dei progressi, che fece la Meccanica nella Scuola alessandrina dai tempi di Filone e di Herone infino a quelli dell'Autore, che corona l'opera degli antichi con le sue proprie invenzioni. Al trattatello delle Macchine premette poche parole, dove dice che essendogli i libri antichi capitati alle mani tutti guasti, mancanti del principio o del termine, ha creduto bene in servigio degli studiosi di reintegrarli, esponendo in un breve discorso le figure, gli usi e i nomi di quelle meccaniche facoltà, per le quali un dato peso vien mosso da una data potenza. « Traditum autem est ab Herone et Philone qua de causa praedictae facultates in unam reducantur naturam, quamquam figuris multum inter se distantes. Nomina igitur haec sunt: Axis in peritrochio, Vectis, Polyspaston, Cuneus, et praeter haec quae appellatur infinita Cochlea » (ibid., pag. 482).

S'aspetterebbe a tali espressioni il Lettore di vedere in che modo s'informino, le cinque macchine annoverate, a un principio solo che le riduca tutte a un'unica natura, perchè nell'invenzione di quel tale principio consistono insomma i progressi della Statica. Ma l'aspettazione in singolar modo è delusa, terminandosi da Pappo la breve descrizione di ciascuno strumento ora col dire che qual sia la ragione tra la potenza e la resistenza *deinceps ostendemus*, ora affermando esser la tale o tale altra quella ragione, *ut ostendemus*, e intanto, senza poi dimostrar nulla, si chiude il libro.

Potrebb'essere in ogni modo, tanti pericoli hanno corso nell'approdare infino a noi queste carte, che, come si sono avute le Collezioni matematiche mancanti dei due primi libri, così qualcun altro ne fosse venuto a mancare oltre all'ottavo, ma tutto dà indizio che là dove la trattazione meccanica ci è rimasta fosse il termine naturale. Da un'altra parte non mantenne Pappo le sue promesse, perchè le gli vennero a mancare in Filone e in Herone, non per essere i loro libri mutilati, ma per l'insufficienza de' prin-

cipii scienziali a progredire tant' oltre. Si torna perciò a quel che si diceva più sopra ridursi la Statica degli Alessandrini ai principii archimedei della Libbra, ciò che dalle stesse Collezioni di Pappo ha la conferma.

Il Timpano infatti e le Ruote dentate son l'uniche macchine, nelle quali matematicamente si dimostri la ragion che passa fra la potenza e la resistenza. « Hero autem Alexandrinus, constructionem eius in libro qui inscibitur Βαρουλκον manifestissime explicavit, sumpto lemmate quod demonstravit in Mechanicis, ubi etiam de quinque facultatibus disserit, videlicet de Cuneo, Vecte, Cochlea, Polyspasto et Axe » (ibid., pag. 460). E dop'avere applicata la detta macchina a produrre un effetto particolare, che consisteva nel potersi per mezzo di lei movere un peso di mille seicento talenti, con la sola potenza di ottocento, perchè il diametro del Timpano era doppio di quello del suo proprio asse; « hoc enim problema, immediatamente soggiunge, demonstratum est ab Herone in Mechanicis, et alia quam plurima problemata utilissima et vitae nostrae rationibus conducentia conscripta sunt » (ibid.). Ma il problema, se vero è quel che Pappo stesso più sotto afferma, era stato risoluto prima da Archimede nel suo trattato *De libra*. E perchè da questo immediatamente dipendeva l'altro problema delle ruote dentate, il Collettore alessandrino aggiunge di sua propria mano al troppo scarso corredo della Meccanica il seguente teorema: « Ponatur Tympanum quidem A dentium sexaginta, Tympanum vero B dentium quadraginta: dico, ut velocitas Tympani A ad velocitatem Tympani B, ita esse dentium B multitudinem ad multutudinem dentium A » (ibid., pag. 478).

L'infelice tentativo, del resto, fatto da Pappo stesso intorno al piano inclinato, e l'avere alle quattro macchine aristoteliche aggiunta la Coclea, che malamente riducevasi al Cuneo, sono anzi argomenti, che aggiungono valore al nostro discorso, da cui volevasi concludere che la Scuola alessandrina non promosse punto più la Statica da quel grado, in cui l'aveva lasciata Aristotile nelle sue Questioni.

II.

Al Liceo di Alessandria succede nel VII secolo la Scuola araba, il sensualismo della quale fa le più vigorose contrapposizioni con lo spiritualismo filosofico di Platone. E perchè le umane discipline erano strette oramai a tal partito o da rinunziare affatto a ogni magistero di scienza, o da scegliere fra l'Accademia e il Peripato, si comprende facilmente come all'indole e ai costumi degli Arabi s'affacessero meglio gl'istituti di questo, che poneva all'intelletto la precedenza del senso. Quando perciò la gente nuova avesse coltivato più la sapienza, che l'utile e il piacere, ci si potrebbe aspettare che, riprese le aristoteliche tradizioni, dovesse la Meccanica venir per loro promossa da quella quasi immobilità, in che l'avevano trattenuta gli anti-

chi. Nonostante, benchè non sia pervenuto alla nostra notizia nessuno arabo autore, che scrivesse intorno all' arte e alla scienza dei pesi, non si può per questo affermar da noi che ne fosse a quel tempo negletto lo studio. Anzi il vedere i manifesti profitti di lui nell'applicazione di quella scienza a discipline affini, che dal fecondo connubio vengono a ricevere il loro incremento, sarebbe prova certa di non scarsa cultura. S' intende da noi dire di Alhazen, autore di un trattato di Ottica, dove la luce si considera come un corpo, che velocissimo si muove nello spazio, e che percotendo negli altri corpi si riflette e si rifrange con certe leggi meccaniche, per dimostrar le quali fa sapiente e libero uso della regola aristotelica, che insegna a decomporre una sola in due forze angolari. Chi poi pensa a quel che verrà coi fatti a dimostrarci la storia, che cioè dall' uso di quella regola riconosce massimamente la Meccanica i suoi progressi, vedrà come sia forse da dire addirittura abbondante quella cultura di lei appresso gli Arabi, che dianzi ci contentammo di giudicar non iscarsa.

Le ricercate utilità e i comodi sensuali della vita, il predominante principio peripatetico, che dovesse cioè la Natura sottostare e quasi pigliar legge dal filosofico ingegno, non ci permettono di pensare che gli Arabi trascurassero lo studio e l' esercizio di quelle macchine, ch' erano il trionfo della potenza dell' uomo sulle ritrosie della materia, e a geometrizzare intorno alle quali s' erano volti gli Alessandrini per una singolare combattuta condiscendenza. Quelle Questioni aristoteliche dall' altra parte, senza divagare in speculazioni, che apparivano inutili a chi non sapeva apprenderle come belle; trovavano esplicatissimo il principio statico universale applicabile a trovar la più giusta proporzione tra la potenza delle varie maniere di strumenti motori, e la resistenza del peso mosso: ond' è che ragionevolmente può credersi essere la scienza dei pesi coltivata in quella Scuola un commento più o meno dotto del maraviglioso segreto usato dalla Natura in moltiplicare le forze per la loro applicazione immediata ai moti circolari.

La Scuola latina, che poi successe, fra le tradizioni universali della scienza attinta dagli Arabi accolse anche quella parte, che concerne le istituzioni meccaniche, i canoni selettissimi delle quali noi li riconosciamo formulati in quelle XIII proposizioni *De ponderibus*, che vanno sotto il nome di Giordano Nemorario, e che, dopo aver servito per tre secoli di testo manoscritto, sopra cui, passando da Aristotile, si faceva uno studio superiore della scienza; furono nel 1523, da Pietro Appiano matematico tedesco, divulgate a gran benefizio per le pubbliche stampe.

Che sia Giordano peripatetico si rivela infino dalle prime parole, nelle quali professa di voler trattare de' pesi come di una scienza, che da una parte è soggetta alla Geometria, e dall' altra alla Filosofia naturale. Incominciano perciò le investigazioni di lui, come quelle di Aristotile, dal moto circolare della Libbra, e il fatto misterioso del pesar più i gravi, quanto più si dilungano dal centro, gli si presentava a considerare sotto l' aspetto più semplice, benchè poi infine torni al medesimo, dell' alleggerirsi che fanno

gli stessi gravi quanto più discendono nel semicerchio. Perchè nel braccio della Bilancia AB (fig. 4) il grave A pesa più, come l'esperienza dimostra, che quando sia sceso in C? — La causa efficiente di ciò, ragionava argutamente Giordano, non può consistere in altro che nel particolar modo della discesa, la quale da una parte si fa in giù, e dall'altra per traverso. Ecco i due moti di Aristotile presentarsi sotto le loro vere sembianze; ecco una grande rivelazione: la discesa del grave nel circolo resulta dalla composizione di due forze, una naturale diretta al centro della Terra, e l'altra violenta e diretta al centro dello strumento. « Iste descensus est mixtus ex descensu naturali et violento » (De ponderibus cit., pag. 4). E poichè il moto naturale è tanto più impedito, quanto ha in sè misto più del violento; in C il corpo è più leggero che in A, e in D più leggero che in C, perchè, nella discesa pel maggiore arco, è maggior parte di violenza che nella discesa per l'arco minore. « Potest ex hoc ostendi quod pondus in Libra tanto fit levius quanto plus descendit in semicirculo. Incipiat igitur mobile descendere a termino semicirculi et descendat continue: dico tunc quod maior arcus circuli plus contrariatur rectae lineae quam minor, et casus gravis per arcum maiorem plus contrariatur casui gravis, qui per rectam fieri debet, quam casus per arcum minorem; patet: ergo maior est violentia in motu secundum arcum maiorem, quam secundum minorem » (ibid.).

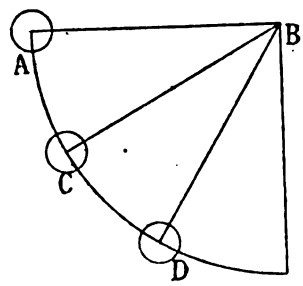


Figura 4.

Da questo medesimo principio dipende la soluzione del medesimo problema sotto l'altra forma, in che piacque di presentarlo ad Aristotile, perchè cioè il corpo sia più grave e più velocemente discenda nel circolo più grande, che nel minore? Perchè, risponde Giordano, essendo nel maggior circolo minore l'obliquità, vi è meno di violenza, e la discesa perciò è più naturale. « Eodem syllogismo necesse est pondus gravius esse quodammodo et velocius descendere quod movetur in circulo maiori, quia, ut prius probatur, minus obliquatur quam in circulo minori, et per consequens minus habet violentiae: quia igitur minus distat descensus in circulo maiori a descensu naturali, qui fit per lineam rectam, quam qui est in circulo minori, dicatur descensus rectior, idest plus tendens ad rectitudinem, atque in circulo minori, ob rationem oppositam, obliquior descensus » (ibid., pag. 5).

Così veniva Giordano a ritrovar nelle cause naturali quella ragione, che Aristotile ricavava dalle arguzie del proprio ingegno, e che da Archimede si faceva tutta consistere nel fatto sperimentale degli equilibrii. E perchè anco, il Matematico tedesco sentiva che si sarebbero potute fare a lui le difficoltà, che poi si fecero a Galileo, è sollecito di prevenirle con dire che si può del grave in quiete ragionare come se si movesse, essendo che nell'uno e nell'altro stato patisce le medesime contrarietà e la quiete stessa può ri-

guardarsi come il termine del moto. « Grave igitur in parte inferiori, sive moveatur sive quiescat, levius est secundum situm » (ibid.).

Quel che Giordano diceva dell'essere un corpo più leggero o più grave *secondo il sito* si traduce ora, nel linguaggio più accetto ai moderni, nella parola *momento,* la quantità del quale è varia secondo la varia distanza del corpo dal punto di sospensione, o secondo il progresso che scendendo fa nella perpendicolare. Da così nuovi e fecondi principii trae l'Autore sette importantissime conclusioni, che per le cose da dimostrare servono di *postulati.* « Prima est: omnis ponderosi motum ad medium esse » (ibid.), ossia al centro terrestre, e ciò veniva a ridurre nel vero esser loro le astratte ponderosità di Archimede. Il secondo postulato che dice: « Quanto gravius tanto velocius descendere » (ibid.) si può giudicare più lubrico che falso, intendendosi non della libera discesa, che si fa con moto accelerato, ma di quella, che si fa nelle Macchine equabilmente.

I postulati però che seguitano contengono in sè il germe di una scienza nuova intorno ai momenti dei gravi scendenti sopra varie inclinazioni dei piani. « Tertia, gravius esse in descendendo, quanto eiusdem motus ad medium est rectior. Quarta, secundum situm gravius esse, quanto in eodem situ minus obliquus est descensus. Quinta, obliquiorem autem descensum minus capere de directo in eadem quantitate » (ibid.). Da questa conclusione e dalla seconda s'argomenta che la gravità *secundum situm,* o come altrimenti si dice il *momento,* è il prodotto del peso moltiplicato per la quantità della discesa naturale, d'ond'è facile confermare quello che poco fa si diceva, che cioè si contengono in questi principii statici di Giordano i germogli di una scienza nuova. E infatti, immaginando un corpo scendere ora sopra l'inclinazione AB (fig. 5), ora sopra la AC, ora sopra la AD, perciocchè, pervenuto al sito della ugualità, che il VII postulato dice *esse acquidistantiam superficiei orizontis,* ha raggiunta la medesima quantità del discenso naturale AE; avrà perciò in ogni caso eguale momento. Ora essendo questo il principio fondamentale, a cui s'informa e da cui quasi totalmente dipende la Meccanica galileiana, basterebbe l'aver fatto osservar ciò senz'altro a provar che dallo stesso Giordano muovono le lontane e occulte radici a quella che, dopo quattro secoli, pubblicamente s'intitolava *Scienza Nuova.*

Figura 5.

Ma perchè meglio si confermi fin d'ora un fatto che, nel primo annunziarsi in questa Storia, trova il conflitto della comune opinione, vedasi come da questi statici principii del Nemorario concludasi direttamente la verità di un teorema dimostrato in varii modi dai Meccanici del secolo XVI, e che Galileo nonostante si lusingò di aver dato per nuovo.

Sieno sopra i due piani inclinati MO, MR (fig. 6) aventi la medesima altezza MN posti due gravi P e Q, e si cerchi qual relazione debba passar fra loro e gli stessi piani, perchè possano scendere con eguali momenti.

Prese AS, CF, nelle due oblique eguali, quel che *capiunt de directo in eadem quantitate* saranno le due perpendicolari AB, CD, per cui saranno espressi i momenti da P . AB, e da Q . CD. E perchè si vuole che tali due momenti tornino eguali, avremo dunque P : Q = CD : AB. Si compongano i due triangoli ABS, CDF, dai quali ricaveremo le due seguenti equazioni: CD : CF = MN : MR; AB : AS = MN : MO, d'onde CD : AB = MO : MR e perciò P : Q = MO : MR.

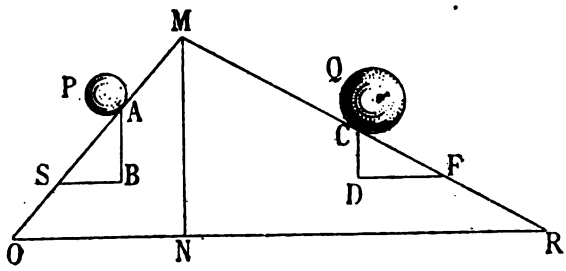


Figura 6.

Ma perchè il principale intento del Nemorario era quello di dimostrare il principio statico, ossia il fondamento a tutte le macchine, da Aristotile riposto nella Leva, a quest'unico strumento fa, nella proposizione VIII, l'applicazione immediata delle sue dottrine. Erano state preparate già queste dottrine, per servire più appropriatamente alla detta VIII proposizione, nella proposizione I, nella quale si considerano piuttosto le velocità, che gli spazii percorsi nella naturale discesa: « Inter quaelibet duo gravia (così quella I proposizione è formulata) est velocitas descendendo proprie et ponderum eodem ordine sumpta proportio, descensus autem, et contrarii motus, propartio eadem, sed permutata » (ibid., pag. 6).

Sia la Leva DE (fig. 7) sostenuta in A come centro. La potenza da D discendendo in M, fa risalire da E in F la resistenza, ma la proporzione in ogni modo è la medesima, benchè permutata. Or supposto che la discesa della prima sia DM, e l'ascesa della seconda EF, rappresentati coi pesi P e Q il motore e il mosso, sarà dunque il momento di quello P . DM e di questo Q . EF, che nel caso dell'equilibrio daranno la proporzione P : Q = EF : DM. Ma perchè i triangoli ADM, AEF son simili P : Q = AE : AD, che vuol dire la resistenza s'equilibra con la potenza, quando son reciprocamente proporzionali alle due braccia della leva, o alle due distanze dal punto d'appoggio o alla velocità virtuale dell'ascesa da una parte e della discesa dall'altra.

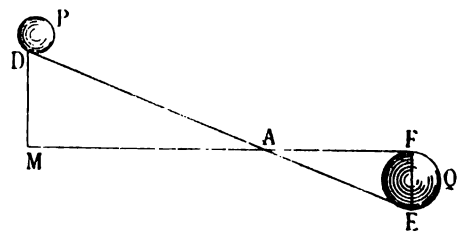


Figura 7.

È facile ora scoprire che il principio statico del Cartesio è un immediato e legittimo corollario di questa dimostrazione. Supponiamo infatti che AM sia più lunga il doppio di AF, DM sarà pure il doppio di EF, e P sarà metà del peso di Q. Di qui è che, considerando la potenza ora collocata in

M, ora in F, tanto ci vuole a sollevare Q in F, quanto P in D; ossia la metà del peso ad un' altezza doppia.

Per poi far vedere il Nemorario che il suo principio statico generale s' applica alla soluzione di altri varii problemi, non contento di far soggetto alla sua IX proposizione il teorema *De ponderibus* di Euclide, lo promove così nella seguente sua X proposizione: « Si canonium fuerit symmetrum magnitudine et substantiae eiusdem, dividaturque in duas partes inaequales, et suspendatur in termino minoris portionis pondus quod faciat canonium parallelum epipedo orizontis, proportio ponderis illius, ad superabundantiam ponderis maioris portionis canonii ad minorem, est sicut proportio totius canonii ad duplum longitudinis minoris portionis » (ibid., pag. 24).

Sia AB (fig. 8) il cannone omogeneo e uniforme, diviso in due parti disuguali nel punto C, da cui si tenga sospeso. Appendasi dall' estremità A un pezzo di cannone omogeneo e uniforme al primo, e di tal peso che valga a ridurre il cannone AB orizzontale. Presa dal centro una distanza CD = AC in modo che DB sia la differenza che passa fra la maggiore e la minor parte della divisione fatta nel cannon livellato, e considerando il peso di questa differenza concentrato in E, come quello del cannone pendulo concentrato in F, dimostra il Nemorario, che le condizioni del richiesto equilibrio sono espresse dall' equazione F : E = AB : 2 AC.

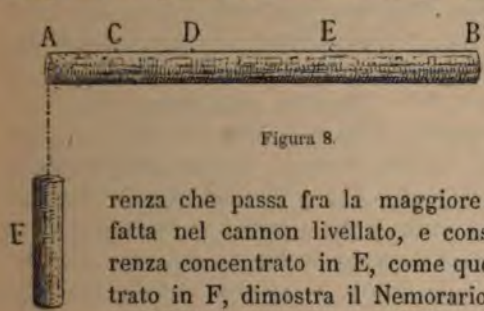


Figura 8.

La concisione del trattatello di Giordano, e lo stretto ordine matematico, con cui procede, ci fanno ragionevolmente supporre che fosse scritto per servire di testo alle lezioni di Statica, alle quali precedevano le Questioni di Aristotile. La condensata scienza e la fecondità dei concetti lasciavano dall' altra parte ampio e libero campo ai lettori di svolgere le proposte dottrine in teoremi nuovi, o di servirsene per argomento a risolvere nuovi problemi. Nei secoli XIV e XV fu creduto che mancassero così fatti lettori, e che si riducessero le lezioni di Meccanica razionale alle Questioni aristoteliche, all' oracolo delle quali sarebbe stato un sacrilegio aggiunger nulla o detrarre. S' ingerì una così fatta opinione per non s' aver notizia di nessuno autore di Meccanica in que' tempi, e per essersi fatto concetto che fosse quella un' epoca d' ignoranza universale. Ma chi ha penetrato mai nelle scuole di quell' antica gente? Chi ha esaminate le loro scritture, quelle particolarmente che servivano per le lezioni, e nelle quali i Maestri esplicavano a sè medesimi i loro pensieri? Chi potesse veder le carte di tanti Filosofi solitarii di que' tempi, e saper quello che il vigoroso ingegno rivelò a loro degli effetti naturali, si confesserebbe forse che sono almeno in gran parte temerarii i correnti giudizi.

Il secolo nostro ne ha avuto un singolarissimo esempio in Leonardo da Vinci, sui manoscritti scientifici del quale, dopo tre secoli, il mondo lette-

rato ha da poco fa aperti gli occhi. È il soggetto per la nostra Storia tanto importante, che non si può trascurar di dire per quali avventurose vicende quell' uomo tanto ammirato per l' eccellenza delle sue pitture e sculture, e per le stupende opere d' ingegneria pratica, si sia ora venuti a riconoscerlo per un solenne maestro di teorie. L' importanza poi dell' argomento tanto per noi più cresce, in quanto che, di quelle teorie, le concernenti la Meccanica son più ammirabili di tutte; ond' è che Leonardo, riappiccando il filo delle tradizioni agli ultimi studiosi di Giordano, lo protrae non solo infino al secolo XVI, ma par che con valido braccio lo lanci anche al di là di Galileo.

La storia avventurosa de' manoscritti vinciani, infino al 1784, si può leggere così compilata dall' Autore del ragionamento premesso ai Disegni di Leonardo da Vinci, incisi e pubblicati in quell' anno stesso in Milano da Carlo Giuseppe Gerli: « De' codici della Biblioteca ambrosiana ecco ciò che ne scrive il signor Mariette in una nota alla sua Lettera al signor conte di Caylus, che è la LXXXIV fra le Lettere pittoriche (Tomo II, pag. 171), e con cui concorda il Bosca, nella Storia della Biblioteca ambrosiana: »

« Lasciò Leonardo i suoi disegni a Francesco Melzi, dopo la cui morte furono così trascurati, che Lelio Gavardi d' Asola, parente stretto di Aldo Manuzio, maestro in quella casa, ebbe tutto l' agio di prenderseli. S' impadronì di tredici volumi, parte in folio e parte in 4°, e portolli a Firenze con speranza di venderli cari al granduca Francesco de' Medici, ma essendo questi inaspettatamente morto, Lelio si vide deluso, e compreso dal rimorso pensò a farne la restituzione, pregando a tale oggetto Gio. Ambrogio Mazzenta, gentiluomo milanese, ch' ei ritrovò in Pisa, a volere riportare quei libri ai signori Melzi. Così fu fatto, ma tenendone questi poco conto, abbenchè avvisati del pregio da Pompeo Leoni celebre scultore, sei ne lasciarono in dono al Mazzenta. Di questi, uno ne fu donato a Carlo Emanuele duca di Savoia, un altro n' ebbe il pittore Ambrogio Figini, i cui disegni furono poi venduti al signor Giuseppe Smith, ed uno ne ottenne il cardinale Federigo Borromeo, che ne arricchì la Biblioteca ambrosiana da lui instituita. È questo un tomo in folio coperto di velluto rosso, che vi si vede tuttora. Leonardo vi tratta de' lumi e delle ombre, da matematico e da pittore. I tre altri volumi, che erano in mano del Mazzenta, passarono a Pompeo Leoni summentovato, il quale ne compose un sol volume ben grosso, che conteneva, per quel che si dice, 1750 disegni. Di questo pregevole volume fece acquisto il conte Galeazzo Arconati, che nel 1637 ne fe dono alla mentovata Biblioteca ambrosiana, con tutto quello che aveva potuto raccogliere dal medesimo maestro, consistente in dodici volumi, mostrando il più generoso disinteresse, poichè ricusò di venderli per tremila doppie al re d' Inghilterra, siccome apparisce dalla marmorea epigrafe, a lui posta in un salone della Biblioteca medesima. Quanto ai sette volumi, che si riserbarono i Melzi, si crede che fossero mandati in Spagna a Filippo II, che si piccava d' esserne intendente. »

« A quanto dice il Mariette noi non abbiamo che aggiungere, se non che, oltre i mentovati codici dati alla Biblioteca dall'Arconati e dal Mazzenta, uno ve n'è in 16° donatole dal conte Orazio Archinto, nel 1674. » (pag. 8).

Il documento pubblicato a pag. 131, 32 da Carlo Amoretti (Memorie storiche ecc., Milano 1804) racconta con qualche varietà la parte ch'ebbe in questo fatto il Mazzenta, ma perchè non è cosa per noi di grande importanza basti il sapere che, infino dal 1637, si trovarono nella Biblioteca ambrosiana raccolti di Leonardo quattordici volumi manoscritti. A quel più grosso di tutti, messo insieme dal Leoni, fu dato, per la mole e per la congerie dei disegni e delle descrizioni, il nome di *Atlantico:* gli altri, non avendo, per la confusione delle materie comune a tutti, nessun titolo proprio, si distinsero in capriccioso ordine con le lettere dell'alfabeto. Si fece forse questa designazione ai codici, quand'ebbero a mutar domicilio e padrone: forse, attesa la diligenza dei bibliotecari ambrosiani, la cosa è più antica, ma in ogni modo il Venturi, che sentì primo il dovere di citare con fedeltà le fonti, alle quali aveva attinto i suoi *Saggi*, dee aver trovata quell'alfabetica designazione già fatta.

Comunque sia di ciò, a noi solo importa sapere quali siano le tradizioni dell'antica scienza, che si trovano disperse per coteste carte avventurosamente così raccolte. Che scienza naturale veramente dentro ci fosse, era una voce vaga, echeggiante insomma quella messa fuori già dal Vasari, ma da qualche po' d'Ottica in fuori, che traspariva dal pubblico trattato Della pittura in servigio dell'arte, nessun aveva notati di altro, in soggetto scientifico, o trascritto gli autentici documenti.

Dalle carte vinciane, per varie parti d'Europa disperse, s'incominciò, nel secolo XVIII, a pubblicare disegni o da artisti o da signori dilettanti dell'arte, e il Caylus, il Grozart, il Mariette, l'Harundel e l'Hollar ne riportarono di grandissime lodi. Si riscossero a quegli applausi gl'Italiani, che si ricordarono essere la loro Biblioteca ambrosiana doviziosissima di così fatti lavori, usciti dalla penna o dalla matita di un tanto Autore, e Baldassarre Oltrocchi, bibliotecario, sollecitò e fu largo de' suoi consigli al pittor milanese Giuseppe Gerli, che scelse da varii codici le più belle e, per la loro curiosità, le più notabili figure.

Fu alla pubblicazione, che avvenne come si disse in Milano nel 1784, premesso un Ragionamento molto erudito, e da cui forse vennero le prime e più precise e più particolari notizie di Leonardo come inventore di strumenti della scienza e dell'arte, o come cultore delle matematiche applicate. Si diceva aver trovato, squadernando que' sapienti volumi, nuove proposte di fontane e di varie trombe, per tirar acqua or co' soffietti, or co' vapori, or colle secchie attaccate a una fune perpetua: vi si vedevano immaginate navicelle a ruota, da andare a ritroso della corrente, e vi s'accennava a quella barca, che apparì poi disegnata nella Tavola XLVII illustrativa del trattato Del moto e della misura dell'acqua (Bologna 1828), nella quale i galeotti dovevano, invece dei remi, menare un manubrio applicato a una

ruota dentata, che per via di rocchetti e di altre ruote dentate faceva volgere un' *elice*, come ne' piroscafi della nuova invenzione. S' ammirava la grande arte meccanica di Leonardo applicata alla ballistica e alla tattica « siccome scorgesi nelle moltissime macchine per tirare e alzar pesi, per gittar sassi, formare e stender ponti, e nelle armi che ha immaginate sì per offendere che per difendersi, fra le prime delle quali sono da annoverarsi i carri falcati » (pag. 3).

« Non solo però attese, poi si soggiunge, alle arti distruggitrici, ma pensò anche alle utili, e veggonsi suoi disegni d' un telaro da far nastri, d' una gran cesoia, d' un congegno da torcer fili, d' un girarrosto a fumo, d' una macchina da purgar porti e da formar lime, e d' altri utili ritrovati. Vedonsi pure alcune figure, che sembrano destinate a spiegare l' acustica, i fenomeni dell' eco e l' Ottica, intorno alla quale moltissimo ha disegnato e scritto, e un disegno pur v' è, che direbbesi un Canocchiale » (ivi, pag. 4).

Ai curiosi, che s' intrattenevano piacevolmente a squadernare il volume in folio del Gerli, per ridere sgangheratamente di quelle caricature, e per ammirar quegli uomini il dorso, le braccia e i piedi de' quali aveva stranamente Leonardo impennati di ali, rimaneva largo campo d' immaginar la scienza acustica e ottica e il Canocchiale e tante altre cose, che dicevasi avere inventate quel fecondo e mirabilissimo ingegno. Or chi può mai prescrivere le vie per l' aria ai voli infaticabili della immaginazione?

Furono in queste esaltazioni di mente trovati dai Francesi i Lombardi a tempo della conquista, e perchè ogni patria gloria dei conquistati doveva esser mancipio dei conquistatori, fu così decretato dei manoscritti di Leonardo da Vinci. Fossero stati intorno a ciò gl' Italiani più silenziosamente operosi, e meno loquaci, non sarebbero stati forse provocati i vincitori, che avevano le mani al ferro e non ai libri, ad entrare nell'Ambrosiana per conculcar la cresta che di là rizzavano i vinti. Che poi non fosse quello veramente amore ai libri e alla scienza si conferma dal fatto che, svolti appena i codici da chi gli ebbe in consegna, e rifiutatone uno perchè pareva appartener piuttosto a Luca Pacioli che a Leonardo, da nessun Francese furono per lungo tempo mai più aperti. E messi sulla bilancia i dodici da una parte, e il Codice atlantico dall' altra, perchè nella mole e nel peso non era molto grande la differenza, furono ripartite le spoglie fra l' Istituto e la nazionale Biblioteca di Parigi.

Gli spogliati insorgevano con parole irosamente impotenti contro l' indegna usurpazione, ma alcuni de' più savi, tornando alla coscenza, si consigliarono di ristorare il danno, e di riparare al patrio onore coi fatti. Giovan Batista Venturi corre da Bologna a Parigi dietro i predatori, e là, dove nell' Istituto nazionale avevano allora allora posata una parte della preda, si mette con diligente studio a ricercarla, perchè di un tesoro egualmente infruttuoso, o sepolto a Milano o a Parigi, potesse usufruirne la scienza universale. Così, intanto che meditava di far opera più lunga e più compiuta, per sodisfare al sollecito desiderio di quei generosi, che nell' amor degli stu-

dii comuni a tutti volevano veder sopita la imparità delle gare municipali, s'affrettò di dar fuori in Parigi, nel 1797, il suo *Essai sur les ouvrages physico-matematiques de Leonard de Vinci.*

Ha il Venturi, come gli altri suoi connazionali, preoccupato il giudizio intorno alla straordinaria eccellenza scientifica di Leonardo, fondata insomma sopra la rumorosa fama che ne correva, ma non bene accertata ancora coi fatti. Traspariscono gl'indizi di quella mente preoccupata infino dalle prime pagine, nelle quali si vuol Leonardo fare precursor del Copernico, mentre egli in verità non professa che la semplice rotazione diurna della Terra, immobile nel suo centro, conforme a quell'opinione, comune a molti allora e ne' secoli precedenti, che si distinse col nome di semicopernicismo. Al valoroso Fisico e Matematico di Bologna mancavano di più i criterii storici necessari a dare il giusto merito alle speculazioni di Leonardo, comparandole con le tradizioni più antiche e con la scienza moderna, d'onde avvenne che alcune cose rimasero incerte nel *Saggio,* e alcune altre a parer nostro furono male intese. Per scegliere qualche esempio, che si riferisca al nostro particolare argomento, in quella prima nota tradotta dal Venturi al § VII non sembra a noi che s'abbia per nulla a intendere della Leva angolare, non trattandosi in verità d'altro che di una bellissima applicazione delle forze composte, per cui la Leva si dice da Leonardo *reale,* essendo la forza, attualmente a lei applicata, risoluta nelle due, che si chiamano con molta proprietà le *Leve potenziali.* Fa veramente gran maraviglia che non riconoscesse lo stesso Venturi il principio statico della Leva angolare nella nota seguente, nella quale si dimostra che il momento del peso pendulo applicato all'estremità di un filo o di una verga, la quale un contrappeso va sollevando con più o meno forza, è proporzionale al seno dell'angolo dell'inclinazione fatto dalla stessa verga con la linea verticale.

La traduzione francese e la parafrasi delle Note manoscritte che ai semplici e rozzi modi del popolano da Vinci sostituiva l'artificioso linguaggio degli scienziati moderni, conferiva efficacemente a confermar sempre più l'opinione che si trovasse in que' solitarii manoscritti da quel miracolo d'ingegno divinata la scienza fisica matematica dei nostri tempi. L'andar così a genio del pubblico fece al *Saggio* del Venturi riscotere applausi universali, ch'eccitarono altri in Italia ad imitarne, quant'era a loro possibile, gli esempi. Nella Vaticana trovavasi una copia manoscritta del trattato Della pittura, di cui il Dufresne non aveva pubblicato che un saggio, e Guglielmo Manzi, nel 1817, s'affrettò di darlo alle stampe nuovamente corretto e intero. Possedeva, pure in Roma, la Barberiniana il libro *Del moto e misura dell'acqua,* che il p. Luigi Maria Arconati domenicano aveva, infino dal 1643, finito di trascrivere e di ordinare sulle note sparse di Leonardo, e Francesco Cardinali lo pubblicò in Bologna nel 1828, raccogliendolo nel Tomo X de' più scelti Idraulici d'Italia.

S'aspettava intanto con gran desiderio che il Venturi mantenesse la promessa di dar compiuta l'opera, della quale il pubblico aveva con tanta

avidità accolto il Saggio, ma perchè le speranze oramai venivano meno, Guglielmo Libri, infino dal 1630, pensò di supplire all'importantissimo ufficio. Erano già quindici anni che il Codice atlantico aveva fatto ritorno in patria, rimanendo tuttavia gli altri dodici suoi minori fratelli in perpetuo esilio nell'Istituto parigino; e in Milano, dove si ritrovava nella primavera del detto anno 1630, attendeva il futuro nostro Storico delle Matematiche, con grande alacrità, a trascrivere dallo stesso Atlantico quel che sembravagli più importante, e a dilucidarne, come sapeva meglio, i disegni. Si recò poi nella seguente estate a Parigi, per scotere ai dodici Manoscritti dell'Istituto la polvere lasciatavi cader sopra per più di trent'anni.

La scienza universale, che di fatto ritrovò sparsa per quelle neglette carte, parve allo stesso Libri superar quella, che andavasi diffondendo dalla fama, e scrivendo a Gino Capponi gli diceva avervi trovato di tutto: fisica, matematica, astronomia, storia, filosofia, novelle, meccanica, da parergli un vero prodigio; ch'era quello insomma un divino ingegno, creatore della Filosofia sperimentale in Italia (Lettere di G. Capponi, Vol. I, Firenze 1882, pag. 299, 308). Di qui i ferventi propositi di dar, sotto migliori forme, esecuzione al primo progetto del Venturi; propositi che si sfogarono, come nuvoloni di estate in poche stille di pioggia, in quella prolissa enumerazione delle tante cose pensate e fatte da Leonardo, e in quella spruzzagliatella di note, trascritte e apposte al II libro della Storia delle Matematiche in Italia.

La fama di Leonardo enciclopedico così cresceva, sempre più andando, che d'ogni parte scrittori venivano con più risonanti parole a ripetere le maraviglie scritte dal Libri. Alla fine di queste declamazioni però voci più sommesse e assennate parevano domandare e dire ai declamatori: ma fateci un po' leggere e veder co' nostri occhi quel che il grand'uomo ha scritto e disegnato nella sua integrità originale, giacchè le poche stille sparse dal Venturi e dal Libri n'accendono più che mai viva la sete.

Ebbero buona volontà di rispondere a questi onestissimi desiderii alcuni Italiani, mettendo mano nel 1872 a pubblicare il Codice atlantico, che da vent'anni in qua è rimasto nel suo primo principio, mentre in Parigi Carlo Ravaisson-Mollien ha già compiuta la trascrizione e il commento ai dodici manoscritti dell'Istituto, e Gianpaolo Richter ha dato, da dieci anni, al pubblico in Londra raccolte e ordinate le note del Nostro, le quali, benchè insomma trattino di tutto, escludendovisi le cose d'argomento fisico-matematico, s'intitolarono *Scritti letterarii*.

Se non tutto dunque è ormai sotto gli occhi del pubblico studioso tanta parte degli scritti di Leonardo, da poter farne il più giusto giudizio, che confermi o rettifichi quello corso già per la fama infino dai tempi del Vasari. È per prima cosa, in tal proposito, da osservare che la varietà e la moltiplicità degli argomenti scientifici è il carattere proprio di quasi tutti gli scrittori di quella età, permettendo la ristretta economia della scienza di allora a un uomo solo di potere attendere a coltivarla in ogni sua parte. Nei libri *De rerum varietate*, per esempio, di Girolamo Cardano è una enciclopedia

ben più larga, e qua e là più profonda di quel che non sia nelle Note di Leonardo, le proposte di macchinamenti e di capricciosi ingegni, che si leggono nelle quali, non sono molto più maravigliose di quell' altre, che si leggono scritte nelle due Magie del Porta. Egli è un fatto insomma che se quegli scritti, i quali sono usciti oggidì fuori tanto accarezzati, e in così nitide vesti, fossero stati impressi in volumoni in folio, a mezzo il secolo XVI, avrebbe il loro Autore incontrata la medesima sorte de' suoi contemporanei, de' quali nessuno apprezza le perle, mentre di Leonardo si fa gran conto anco delle quisquiglie.

Chi trova il gusto del vero in queste considerazioni facilmente si accorge che la naturale grandezza della figura viene alquanto esagerata dalle fumose esalazioni, che s' interpongono fra lei e l' occhio di chi la rimira ond' è nostro principal dovere il rimovere quelle caligini, perchè la vista ci si renda sincera. Dir Leonardo creatore della scienza sperimentale è una tale iperbole, da non si perdonar così facilmente a uno Storico delle Matematiche, perchè la creazione sarebbe nell' uomo un' assurdità, piuttosto che un vero e proprio prodigio, ed è ufficio della storia quello di dimostrare come i creduti prodigi si riducono all' ordine naturale svelando l' occulta causa che gli ha prodotti.

Nelle tradizioni scientifiche dei secoli precedenti al XVI si scoprirebbero le fonti naturali, da cui derivò la varietà enciclopedica delle dottrine professate da un Artista di que' tempi, ma per non divagar di troppo dal nostro argomento, ci contenteremo di dire che, nella Scuola peripatetica e nella Alessandrina, riassunte da Giordano Nemorario, si trovan naturalmente compresi i fecondi principii, da cui concluse i suoi maravigliosi teoremi di Meccanica razionale Leonardo da Vinci. La composizione infatti delle forze parallele e delle angolari, le velocità virtuali, i momenti de' gravi lungo i piani inclinati erano cose insegnate da quelle antiche scuole: tutte insomma, verso la fine del XV secolo, venivano ai Matematici apparecchiate le vie, da condur la scienza del moto a suoi più liberi e più spediti progressi.

Chi però seguitasse a leggere il seguente nostro § III tornerebbe indietro a farci questa osservazione: non eran pervenute le tradizioni scientifiche, che voi dite, anche al Cardano, al Tartaglia, al Maurolico, al Commandino e a tanti altri illustri Matematici di quel secolo? Or come mai Leonardo, nelle Meccaniche, sorvola in molte cose a tutti costoro, e in alcune altre, ciò che pare incredibile, allo stesso Galileo, e va a raggiungere il Torricelli, il Viviani e il Borelli? Anche ammessa dunque l' efficacia delle tradizioni par rimanga sempre e in ogni modo un prodigio che un semplice Artista siasi così potuto avvantaggiare sopra tanti valorosi filosofici ingegni.

L' osservazione giustissima costringendoci a confessare che la cultura di quei tempi non era alla scienza, a cui giunse Leonardo, magistero sufficiente, fa rivolgere il nostro pensiero a cercare e a riconoscere altrove quel che ne supplisca al difetto, nel magistero stesso dell' esperienza. *La isperientia,* dice il nostro popolano di Vinci, *non falla mai, ma sol fallano,* dice audace-

mente rivolgendosi ai Filosofi, *i vostri giuditii* (Libri, Histoire des Mathem., T. III, Paris 1840, pag. 235).

Non è l'esperienza, che l'Autore qui professa di seguitare, il metodo artificioso dei moderni, ma è quell'ardore di voler tutto mettere a cimento, e di tutto certificarsi con le prove di fatto, che la Natura stessa infonde nell'animo dei fanciulli, e a cui poi le scuole insegnano a sostituire le arguzie dell'ingegno. Ecco ciò che rende singolare nella storia letteraria del secolo XVI Leonardo da Vinci; ecco a che principalmente riducesi la felicità di quell'ingegno: all'esser cioè rimasto franco dalla tirannia delle scolastiche discipline. Mentre gli altri generalmente andavano tronfii di ripetere quel che avevano letto ne' libri dei Filosofi, per cui argutamente gli chiama *recitatori* e *trombetti*, egli interpetra la Natura medesima con l'esperienza, maestra a loro stessi che in Filosofia si facevano maestri. E ci si mette, come si diceva, con quell'ardore instancabile che è innato ai fanciulli, dei quali par che serbi, aggiunta alla vigoria delle membra e alla tenacità del volere, la squisitezza dei sensi. Le accidentali varietà per esempio della discesa dei gravi, prodotte dalla resistenza dell'aria secondo la figura del corpo cadente e il modo com'è rivolta e diretta al centro quella stessa figura, con tante altre minuzie, che occorrono ad osservare in quello sperimento, sembrano cose a nessun altro possibili che alla pazienza infinita di Leonardo.

Coloro però, che proclamano il grand'uomo non discepolo d'altri che della sua propria esperienza, profferiscono sentenza non vera, avendosi per certo ch'egli aveva studiato con Aristotile, Archimede e Euclide, sotto la disciplina del grande amico suo Luca Pacioli. Non la sola Natura dunque, ma l'arte altresì concorse a educare nel popolano di Vinci l'ingegno, e specialmente l'arte del calcolo algebrico, intorno al quale è notabile essere stato egli de' primi a far uso delle lettere minuscule dell'alfebeto. Quel che però potrebbesi affermare per vero è che l'uso di rappresentare in pittura gli atti più naturali della persona condusse Leonardo a inventare quei segni, che si praticano anche oggidì per distinguere le quantità positive e le negative. Il *no* infatti esprimesi naturalmente con la rotazione orizzontale del capo, nel quale atto si fa più cospicua la linea descritta dalla bocca chiusa. La linea orizzontale perciò, a indicar le quantità negative, è il taglio della bocca stessa, che silenziosamente nega. Il *sì* invece si suole esprimere rotando il capo verticalmente, e in quell'atto la linea più cospicua è quella disegnata dal profilo del naso. Dalla linea verticale perciò veniva suggerita naturalmente la distinzione delle quantità positive. Ma perchè potevasi facilmente confonder quel segno con altri segni comuni, come quello per esempio dell'unità e dell'*i*, per evitar la confusione, aggiunse Leonardo al profilo del naso i due occhi, ossia due punti, che ricongiunti insieme, nella fretta dello scrivere, dal continuato tratto della penna, vennero a compor la nota crocellina.

Le tradizioni dunque scientifiche, apprese a scelti libri, congiunte con la discrezione del senno popolare, e dalle naturali esperienze illustrate e

promosse formano quel più vero e più compiuto magistero, da cui fu per le vie della scienza guidato l'elettissimo ingegno di Leonardo da Vinci. E che tale sia veramente la qualità e la natura di quel magistero, come potrebbesi dimostrare in tutti gli altri scientifici argomenti, così è facile a verificarsi particolarmente nel nostro, dietro le cose da noi sopra discorse, dalle quali insomma resulta che, nei principii statici divulgati dalle scuole a quei tempi, era come in germe rinchiusa la nuova scienza di Galileo. Meditando Leonardo e illustrando coll'esperienza cotesti fecondissimi principii, non fa dunque maraviglia che s'incontrasse in alcuni di quei teoremi, concernenti le leggi dei momenti, delle velocità e dei tempi de' corpi gravi, disposti a scendere per i piani inclinati e per gli archi dei cerchi, che poi fecero pubblica e solenne mostra al mondo nelle proposizioni del III Dialogo delle due Nuove scienze.

Che poi in questo incontro dei due grandi ingegni Toscani non ci sia nulla di miracoloso e di straordinario, si prova per altri esempi, ne' quali il medesimo fatto avvenne per manifesta via naturale, come nel Tartaglia per esempio, da cui il teorema che i pesi di due corpi gravi su due piani egualmente alti ma variamente inclinati sieno proporzionali alle lunghezze degli stessi piani è immediatamente concluso, nella Questione X del suo trattatello *De ponderositate,* dai principii statici del Nemorario. Claudio Beriguardi nel VI de' suoi Circoli pisani, Parte III, pone i teoremi fondamentali della Meccanica galileiana, dicendo di essersi incontrato in quelle dimostrazioni, « XX annis antequam illi (Galileo e il Torricelli) de re quidquam vulgassent » (Patavii 1660, pag. 307). E noi gli prestiamo pienissima fede, avendo potuto ritrovare anch'egli, il Beriguardo, venti anni prima della pubblicazione dei Dialoghi dei Due massimi sistemi, come Leonardo e il Tartaglia e altri, nella scienza anteriore al secolo XVI, i principii a quelle naturalissime conclusioni.

Dell'altro che fu magistero a Leonardo però, consistente nell'esperienza, e da cui si disse doversi principalmente riconoscere la superiorità, che egli ottenne fra' contemporanei e i discendenti; si possono nel presente soggetto i molti esempii ridurre a uno solo. Quella superiorità infatti, chi ben considera, ha la sua occulta causa motiva nel principio della composizion delle forze, che il popolano da Vinci riconosce nel suo senno sperimentale esser vera contro le cavillose dubitazioni degli scienziati. Il Cardano per esempio, nel cap. X *De motibus mirabilibus,* che è parte del IX libro Dei paralipomeni, fa un chiarissimo commento del teorema di Aristotile concernente i due moti, che risultano dalla diagonale del rettangolo, ma poi, nella proposizione LIX dell'*Opus novum,* passando a farne l'applicazione ai proietti, si rimane incerto se le forze, che distraggono il mobile in due diverse parti, serbino la loro propria natura componendosi in un unico moto. Il Tartaglia ripudiò risolutamente il teorema aristotelico, e benchè il Benedetti si sforzasse di ritener la scienza sul retto sentiero, Galileo non l'ammise che nel caso delle direzioni ortogonali, e pure anche in questo particolare non

ne seppe far uso, come sventuratamente non ne sepper far uso il Torricelli, il Viviani e il Borelli, se non in qualche caso straordinario e, come cavalli che adombrino, condotti a mano dalla Geometria per vie trasversali.

Sarà questo notabilissimo punto di storia da noi trattato nelle sue particolarità a suo tempo, e vedremo allora le ragioni per cui diffidarono quei grandi ingegni di por mano al filo, che gli avrebbe potuti sicuramente guidare nei più intricati meccanici labirinti. Ma perchè insomma quelle ragioni si riducono a filosofici cavilli, il Popolano di Vinci, non curandoli, s' attiene all' esperienza, la quale, in vario modo ripetuta, gli confermò la verità antica, che cioè qualunque moto, che si rappresenti per la diagonale, si compone di due altri proporzionali ai lati del rettangolo o del parallelogrammo.

Ecco scoperta l' occulta causa naturale di quel che, leggendo per le preziose Note manoscritte, faceva prima stupire come di un miracolo nuovo; ed ecco in che modo dalle tradizioni, comuni a tutti, e dalla esperienza, propria e singolare a Leonardo, derivasse naturalmente quella maravigliosa scienza del moto, della quale, scegliendo qua e là, poniamo innanzi ai nostri Lettori in ordine questo seguente Saggio.

III.

Giova prima di tutto sapere qual concetto, da metafisico e tutt' insieme da immaginoso artista, si fosse della forza e degli effetti di lei formato Leonardo: « Forza dico essere una virtù spirituale, una potenza invisibile, la quale, per accidentale esterna violenza, è causata dal moto e collocata e infusa nei corpi, i quali sono dal loro naturale uso ritratti e piegati, dando a questi vita attiva di maravigliosa potenza, che costringe tutte le create cose a mutazione di forma e di sito. Corre con furia alla sua desiderata morte, e vassi diversificando mediante le cagioni. Tardità la fa grande, e prestezza la fa debole; nasce per violenza, e muore per libertà. E quanto è maggiore più presto muore e si consuma. Scaccia con furia ciò che si oppone a sua disfazione; desidera vincere, occidere la sua cagione, il suo contrasto e muore vincendo. Sè stessa occide, fassi più potente dove trova maggiore contrasto, e caccia con furia ciò che si oppone alla sua morte. Ogni cosa volentieri fugge la sua morte. Essendo costretta, ogni cosa costringe, nessuna cosa senza lei si muove. Il corpo, dov' essa giunge, nasce. Non cresce nè in peso nè in forma: nessuno moto fatto da lei fia durabile. Cresce nelle fatiche, e manca per riposo. Il corpo dov' è costretta è fuori di libertà, e spesso genera, mediante il moto, nuova forza. »

« La forza è causata dal moto e infusa nel peso, e similmente il corpo è causato dal moto e infuso nel peso. »

« La forza è causa del moto, e il moto è causa della forza, e il moto infonde la forza e il colpo nel peso, mediante l' obietto. »

« La forza in alcuno effetto, quando si disfà, si trasferisce in questo corpo, che fugge dinanzi, e genera mediante il movimento il colpo di maggiore efficacia, e dopo sè fa ruina, com' appare nel moto della pallotta, ch' è cacciata dalla forza della bombarda. »

« La forza non si estende se non in tre effetti, i quali ne contengono infiniti, i quali effetti sono tirare, spingere e fermare. E detta forza può nascere in due diversi modi: il primo si è per lo subito accrescimento d' un corpo raro a un denso, come la moltiplicazione del fuoco nella bombarda, il quale, non si trovando in vacuo recipiente loco al suo accrescimento, corre con furia a più ampio sito, scacciando ogni ostacolo che si oppone al suo desiderio, e questo medesimo fa il corso dell' acqua e del vento, che scaccia ogni ostacolo che si oppone. Secondo, è quello che si crea ne' corpi piegati e storti fuori di loro natura, come il balestro e altre simili macchine. » (Ravaisson-Mollien, Les Munuscr. de Leonard ecc., MSS. A., Paris 1871, fol. 34 a tergo).

In queste parole ci sembra che sien comprese tutte quelle varietà di effetti e di modi, ne' quali può esplicarsi la forza o per gl' impulsi naturali della gravità, o per quei preternaturali, come Galileo direbbe, della elasticità dei solidi e de' liquidi: effetti e modi che furono soggetti di speculazioni e di esperienze al nostro Leonardo.

Il primo e più ovvio aspetto, secondo il quale s' appresenti a considerare la forza, è quello del peso dei corpi gravitanti verso il centro terrestre, la quale gravitazione è nel concetto del Vinci un' appetenza, un desiderio, che hanno tutti i gravi di scendere a ritrovar la loro quiete. « Ogni peso desidera di scendere al centro per la via più breve, e dov' è maggiore ponderosità ivi è maggiore desiderio, e quella cosa che più pesa, essendo libera, più presto cade » (ivi, fol. 35).

Si sente queste parole render per eco la proposizione I del Nemorario, il quale dicemmo essere stato il primo a riguardare i pesi, non in astratto secondo Archimede, ma nella loro realtà, e come attratti e diretti al centro terrestre. Leonardo mirabilmente illustra questo concetto. Egli immagina che la Terra, per qualsivoglia cagione, venga a essere ridotta in frantumi confusamente dispersi per lo spazio, e dice che ciascuno di questi frantumi scenderebbe verso il centro e lo trapasserebbe di altrettanto spazio, reciprocando le sue vibrazioni sempre e sempre minori, infintanto che non avesse trovato presso a quel centro il conveniente suo collocamento, a quel modo medesimo che noi vediamo per esperienza avvenire nel pendolo. (Venturi, *Essai* cit., pag. 9).

Piuttosto che trattenerci qui in estatica ammirazione intorno alla legge dell' inerzia dei movimenti, e intorno all' oscillazione de' Pianeti dall' uno all' altro apside delle loro orbite come sognò di aver letto in queste espressioni di Leonardo il Venturi, richiameremo l' attenzione de' nostri Lettori sopra la questione famosa *De lapsu lapidis circa centrum mundi*, che dovette incominciare ad agitarsi fra gli scienziati infino dal terminar del se-

colo XV. Il Nostro la risolve a quel modo, che pochi anni dopo la risolvettero il Tartaglia e il Maurolico, de' quali così scriveva il Benedetti per risposta a un amico che, in mezzo alle peripatetiche controversie, lo aveva interrogato intorno a quella stessa questione. « De illo, de quo me interrogas, dico Nicolaum Tartaleam nec non Franciscum Maurolicum recte sensisse, male vero Alexandrum Piccolomineum, et exemplum Maurolici optimum esse quod tamen, si capere non potes, crede saltem authoritatibus talium virorum, qui tantum in iis scientiis superant ipsum Alexandrum Piccolomineum, quantum a Sole caetera superantur astra. Lapis igitur ille transiret centrum rediretque cum diminutione tamen motus impressi, eo ferme modo ut scribunt iudiciosissimi illi viri, donec post multas reditiones sursum deorsumque quiesceret circa centrum mundi » (Liber spec., Venetiis 1599, pag. 368).

Si sarebbe senza dubbio dal Benedetti, se avesse potuto veder manoscritte quelle Note, che ora ci son sotto gli occhi, annoverato primo Leonardo fra quegli *iudiciosissimi viri*, e Galileo affermando « di poter credere che, quando il globo terrestre fosse perforato per il centro, una palla d'artiglieria scendendo per tal pozzo acquisterebbe sino al centro tal impeto di velocità, che trapassato il centro la spingerebbe in su per altrettanto spazio, quanto fosse stato quello della caduta, diminuendo sempre la velocità oltre al centro con decrementi simili agli incrementi acquistati nello scendere » (Alb. I, 250); mentre coglieva dal Benedetti stesso il frutto già maturo avrebbe dovuto fra sè pensare ch' egli era stato allegato sull'albero di una scienza più antica.

In quella stessa scienza, ch' è da noi così poco conosciuta, e perciò disprezzata, il desiderio di confermare le tradizioni sacre de' rivolgimenti, che sarebbero per avvenire sulla superfice terrestre, introduceva un' altra questione intorno alla variabilità del punto, a cui s'ammetteva oramai che d'ogni parte tendessero i gravi. Leonardo, il quale non poteva rimanersi indifferente innanzi a un problema così strettamente connesso co' principii meccanici ch' ei professava, considerando che il centro di gravità di un corpo dipende dalla sua figura ne concludeva perciò che la Terra, così per continue vicende trasformabile, doveva necessariamente variare il punto della sua attrazione. « Ogni grave, egli dice, tende al basso, e le cose alte non resteranno in loro altezza, ma col tempo tutte discenderanno e così col tempo il Mondo resterà sferico, e per conseguenza fia tutto coperto dall' acqua » (Del moto dell' acqua, Bologna 1828, pag. 282). In questo caso il centro della gravità della Terra tornerà a un medesimo col centro della figura, ma intanto che si dispone il Mondo a questo suo finale assettamento, quello stesso centro cangerà sensibilmente di sito, « e ciò principalmente, dice Leonardo, per due mutazioni alla sua superfice: l' una si varia ogni sei ore, e l' altra è fatta in molte migliaia di anni, e quella di sei ore nasce dal flusso e riflusso del mare, l' altra deriva dalla consumazione delle montagne, per li moti dell' acqua, nati dalle pioggie e dal continuo corso de' fiumi. Mutasi adunque il sito al centro del Mondo e non il centro al sito, perchè tal cen-

tro è immobile, e il sito di continuo si muove di moto rettilineo, e non sarà mai curvilineo » (ivi, pag. 285).

Se avesse il Venturi potuto consultar questo passo, sarebbesi facilmente accorto che, nella Nota infrancesata al § I del suo *Essai*, Leonardo ammetteva, come tanti altri che lo avevano preceduto, la rotazione della Terra in sè stessa, ma non intorno a un centro posto fuori di lei. Sarebbe stato piuttosto utile osservare, a quel proposito della linea descritta dai gravi cadenti in relazione con la vertigine terrestre, come, facendo Leonardo una felicissima applicazione della Spirale archimedea, avesse poi dato agli stessi scienziati moderni maggior sodisfazione di Galileo. E perchè, dal comparare insieme la scienza di questi due grandi uomini, risulta gran parte della Storia, e de' frutti che si possono raccogliere dalla Storia; è bene esaminar più da presso come, ambedue partendo dai medesimi principii, s'incontrassero perciò necessariamente nelle medesime conclusioni.

Quasi fosse vero quel ch' esso Galileo si studiò d'insinuare, e riuscì a persuadere che cioè, ne' dieci e più secoli precedenti a lui, la scienza del moto non avesse fatto progressi, si lusingò d'essere egli venuto il primo a riappiccare le tradizioni a quel filo, lungamente rimasto nella Scuola alessandrina interciso, o per dir meglio avviluppato in un nodo, precipua causa fra quelle che arrestarono il suo svolgimento. Consisteva quel nodo nella proposizione IX dell' VIII libro di Pappo, e Galileo si compiacque di averlo egli finalmente sciolto, dimostrando che, per condurre un grave sopra un piano perfettamente orizzontale, non ci era bisogno di nessuna potenza, e che tutta la gran mole della sua Scienza nuova aveva potuto progredire tant' oltre, principalmente per aver tolto quell' impedimento alla ruota.

Che fosse questa davvero, come si diceva, una dolce lusinga fattasi dal gran Maestro se n' ebbero ad accorgere i discepoli stessi, quelli almeno che non rimasero abbarbagliati agl' improvvisi fulgori, fra' quali altrove citammo Michelangiolo Ricci, al giudizio del quale ci piace ora aggiungere l'altro di Antonio Nardi. Nella veduta I della V scena intitolata *Giudizi sopra alcuni Filosofi*, così esso Nardi scriveva al proposito nostro: « Il Galileo è stato de' primi, che ha praticato il modo di accoppiare le fisiche e le matematiche discipline: fugli scorta il Benedetti » (MSS. Gal., T. XX, pag. 633), di che appunto l' argomento in discorso può servire di presentissimo esempio.

Nel cap. XIV infatti del Libro delle speculazioni il Benedetti dimostra che una sfera, la quale tocchi il piano orizzontale in un punto, può esser qua e là per quello stesso piano condotta, senz' alcuna difficoltà o resistenza. « Rei exemplum, così dice l'Autore, in carta describere possumus, mediante figura circulari 9 hic subscripta ANEU, contigua lineae rectae BD in puncto A, unde EOA perpendicularis erit ipsi BD, et tantum ponderis habebimus a parte AUE, quantum

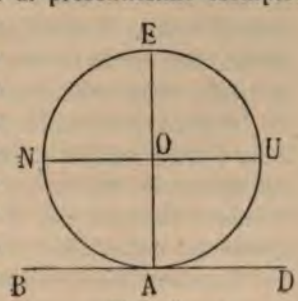


Figura 9.

ab ipsa ANE. Nunc igitur, si imaginabimur ductum esse centrum versus N, per lineam ON parallelam ipsi AB, clarus nobis erit quod, absque ulla difficultate aut resistentia, idem ducemus, quia huiusmodi centrum ab inferiori parte ad superiorem nunquam mutabit situm respectu distantiae seu intervalli, quae inter ipsum lineamque AB intercedit » (editio cit., pag. 155).

Ma le tradizioni di questa parte scienziale, raccolte nel suo libro e così chiaramente esposte dal Benedetti, erano anche più antiche, come apparisce dalla proposizione XL dell' *Opus Novum* del Cardano così formulata: « Omne corpus sphaericum tangens planum in puncto movetur ad latus per quamcumque vim, quae medium dividere potest » (Operum, T. IV cit., pag. 480). Ed è la ragione di ciò secondo l'Autore, come secondo il Benedetti, che il centro di gravità della sfera in moversi non sale nè scende, ond' è ch' essa sfera non ha da superare altra resistenza da quella infuori contrappostale dal mezzo dell' aria. Quanto all' attrito poi, che potrebbe nascer dal contatto col piano, è anco questo impedimento cessato dal supposto che lo stesso contatto si faccia matematicamente in un punto, ond' è che, per aversi maggior possibile corrispondenza fra la Geometria e la Fisica, richiedesi dal Cardano « planum esse ex durissima materia, quae nullo modo cedat » (ibid.). Ma perchè difficile era troppo trovar materia sì dura, e più difficile che mai girare attorno un corpo in perfettissima sfera, sovvenne al Cardano stesso il felicissimo pensiero di dimostrar fisicamente il teorema meccanico per via di quella esperienza de' corpi penduli, descritta già nel libro *De subtilitate*. Coll'allungare il filo diviene il pendolo, benchè gravissimo, sempre più mobile, e giunge a un punto da venir mosso per qualunque leggerissimo soffio, intantochè *praecantatione moveri videtur* (Lugduni 1580, pag. 97). La ragione di ciò la riconosce l'Autore nell'esser l'arco simile del maggior cerchio più in rettitudine orizzontale di quel che non sia il minore, e di qui la gran facilità a venir mosso il pendolo grave con tanto poca forza, da parer che quasi ubbidisca per incanto al soffio della parola.

Son questi principii fondamentali espressi dai sopra citati Autori con tanta precisione, e con tanta evidenza, da persuader facilmente ognuno che dovesser essere già prestabiliti nella scienza del moto, come legittimo frutto dei teoremi archimedei e delle proposizioni del Nemorario. Un corpo infatti, secondo quelle dottrine, permane in equilibrio, infintanto che il centro della gravità non perda il suo sostegno, rimovendosi dal sito della uguaglianza, che dallo stesso Nemorario ponesi *esse aequidistantiam superficiei orizontis*. In piena conformità delle quali dottrine il nostro Leonardo, nel trattato Della pittura pubblicato dal Manzi, così scriveva: « Il moto è creato dalla distruzione del bilico, cioè dalla inegualità, imperocchè nessuna cosa per sè si muove che non esca del suo bilico, e quella si fa più veloce, che più si muove dal detto bilico » (Roma 1817, pag. 169).

Scendeva direttamente da questi principii quella conclusione, che Galileo pose contro Pappo, ma che il Cardano e il Benedetti avevano, come ve-

demmo, posta assai prima di lui, e prima di tutti loro Leonardo, il quale, con quasi le medesime parole che si leggono nell' *Opus novum* e nel *Liber speculationum*, aveva lasciato scritto così nelle sue Note: « Qualunque cosa si trova in piano suolo e perfetto, che il suo polo non si trova in fra parti uguali di pesi, mai si fermerà: lo esempio si vede in quelli che sdrucciolano per lo diaccio, che mai si fermano se le parti non tornano equidistanti al loro centro. Al contrario, il corpo sferico perfetto posto sul piano perfetto non avrà alcun movimento, se già non glielo darai, e la ragione si è che tutte le sue parti sono di pari distanza al centro, onde sempre rimane in bilancia, e la bilancia, che ha le sue braccia uguali di peso e di lunghezza, sta senza moto. Essendo, in detto corpo sferico, eguale l' uno suo mezzo all' altro, ancora lui fia senza moto » (MSS. A. cit., fol. 21, 22).

Dietro questo principio, così nello schietto linguaggio del Popolano da Vinci formulato, il gran Maestro della scienza del moto passò a concludere la legge dei momenti dei gravi lungo i piani inclinati, con più felice aggressione di Pappo, e a dimostrar le proprietà generali dei movimenti dei corpi, d' onde immediatamente scendeva la verità dei nuovi teoremi. Leonardo muove dai medesimi principii e giunge alle medesime conclusioni. E perchè insomma i pensieri di lui procedono dalle proposizioni del Nemorario, non è maraviglia se si svolgono in simile ordine a quello del Tartaglia, il quale anch' egli, con più felici auspici di Pappo, s' apparecchiava a dimostrar la varietà de' momenti ne' pesi per varie obliquità di linee scendenti, sul fondamento della seguente Questione, ch' è la nona del suo opuscolo *De ponderositate*: « Aequalitas declinationis identitas ponderis. » (Editio cit., fol. 6 ad t.).

Figura 10.

Similmente Leonardo, disegnando questa che con molta proprietà chiama *Bilancia* (fig. 10), così con tali parole sottoscrittevi la dichiara: « Se li pesi e le braccia e li moti (ossia le velocità virtuali) sono uguali in obliquità, essi pesi non moveranno l' uno l' altro. — Li pesi eguali mantengono la gravità eguale nella obliquità eguale » (Les Manuscr. E., Paris 1888, fol. 58 ad t.).

Or se la obliquità è disuguale, con qual proporzione varierà il peso? Ecco il problema più importante e più difficile del primo, che nuovamente voleva essere risoluto. Il Tartaglia lo sciolse con la Geometria, e con la Geometria pure, benchè in vario modo, lo sciolse come presto vedremo anche Leonardo, ma volle per assicurarsi meglio del vero far precedere alla matematica l' esperienza, nella quale riuscì più felicemente dello Stevino, del Beriguardo e di altri, che si vollero quasi un secolo dopo metter per la medesima via. I primi tentativi dee averli fatti con la Bilancia sopra descritta, variando obliquità e lunghezza ad uno de' bracci di lei, ma perchè difficile troppo riusciva l' aggiustare i pesi, e senza errore computarne i momenti, gli sovvenne il felice pensiero di ricorrere alla Bilancia idrostatica, nella quale il peso dell' acqua è giustissimamente compartito nell' uno e nell' al-

tro braccio dalla stessa Natura. « L'acqua ABS (fig. 11) non avrà movimento, perchè intanto pesa l'acqua AB, quanto l'acqua AS, e la linea BS è piana, e l'acqua piana par sè non si muove » (Del moto dell'acqua cit., pag. 436). Ora il peso p dell'acqua AS, chiamata Σ la sezione nel punto A comune ai due tubi, è Σ. AS; e il peso P dell'acqua AB è Σ. AB. Essendo perciò i due pesi eguali, s'avrà la proporzione $P : p = AB : AS$ com'espressiva, nel moderno nostro linguaggio, del resultato medesimo, a cui per così facile e sicura via fu condotto Leonardo.

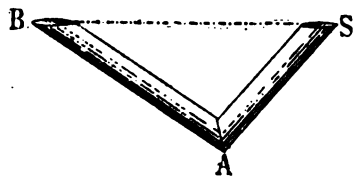


Figura 11.

Ebbe esso Leonardo altresì dalla medesima Bilancia idrostatica la dimostrazione sperimentale di un altro teorema, che gli servì per rispondere al seguente propostosi quesito: Se l'acqua, che cala uno dito per miglio, cammina uno miglio per ora, quanto camminerà ella calando due dita? » (Les Manuscr. A. cit., fol. 27 ad t.). Galileo, non avendo trovato modo a dimostrarlo, ciò che poi fece il Torricelli, suppose quel teorema, da cui si diceva dipendere la risposta al quesito di Leonardo, come vero, per cui procedeva nel suo trattato Della scienza meccanica così asseverantemente, ma senza alcuna dimostrazione, nel suo discorso: « Se avremo i piani elevati AC, AD, AE (fig. 12) sopra di essi non sarà spinto un dato corpo grave, se non con violenza, la quale maggiore si richiederà per moverlo sopra la linea AD, che sopra la AC, e maggiore ancora sopra la AE che sopra l'AD, il che procede per avere egli maggior impeto di andare al basso per la linea AE che per l'AD, e per la AD che per l'AC; sicchè potremo concludere i corpi gravi aver maggior resistenza ad esser mossi sopra piani elevati diversamente, secondo che l'uno sarà più o meno elevato dell'altro » (Alb. XI, 114).

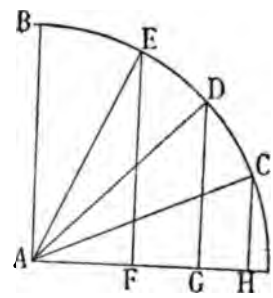


Figura 12.

Per Leonardo si trasforma il piano AE in un tubo comunicante col tubo AB, e perchè piegandosi esso tubo AE in AD, in AC, ecc., le pressioni misurate dall'altezza del livello del liquido nel tubo verticale diminuiscono via via come le perpendicolari EF, DC, CH, n'ebbe perciò a concludere sperimentalmente, dall'idrostatica facendo legittimo passagggio alla statica, che gl'impeti di scendere o le velocità di un medesimo grave sopra un piano variamente inclinato stanno come le altezze perpendicolari, o come i seni delle elevazioni. Applicando poi il teorema al sopra propostosi quesito ne concludeva la seguente verissima risposta: « Quell'acqua, la quale calerà un'oncia per miglio, avrà di movimento un quarto di braccio per un tempo (cioè per un tempo di musica): quella, che avrà due once per miglio, avrà di movimento mezzo braccio per tempo, e così quella che cala quattr'once si moverà un braccio per tempo » (Moto dell'acqua cit., pag. 432).

Tanto vide Leonardo farsi in questi giochi idrostatici la Natura da sè medesima rivelatrice delle leggi del moto, che ritornando alla Bilancia, rappresentata nella nostra figura XI, vi ritrovò la più chiara conferma delle supposte verità del Nemorario. « L'acqua ricevuta nell'angolo supino occuperà tanto più dell'una faccia che dell'altra, quanto l'una faccia fia più obliqua dell'altra » (Manuscr. A. cit, fol. 22). E ciò parve al Nostro la più bella dimostrazione sperimentale di ciò, che in quarto luogo supponevasi dallo stesso Nemorario: « Secundum situm gravius esse, quanto in eodem situ minus obliquus est descensus » (De pond. cit., praefatio).

Se si fanno in A, seguitava a ragionare Leonardo degli effetti della Bilancia, i due pesi equilibrio, dunque l'impeto di discendere che ha l'acqua AS è in quel punto eguale all'impeto discensivo dell'acqua AB, come di qualunque altr'acqua avesse anche maggiore e maggiore obliquità, purchè attingesse superiormente al livello della orizzontale SB prolungata, nel qual fatto riconosceva lo stesso Leonardo una dimostrazione sperimentale più facile e più conclusiva di quella, che immaginò Galileo, perchè gli fosse con minore difficoltà concesso per teoricamente vero quel suo principio meccanico fondamentale, che cioè « i gradi di velocità di un mobile, discendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizzonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti » (Alb. XIII, 177).

Apparve questa verità alla mente di Leonardo in tanta evidenza, da fargli pronunziar sotto forma del più certo teorema quello, che sarebbe potuto sembrare un paradosso, che cioè, scendendo un corpo in varii modi, deviato per obliquità di linee e di rimbalzi, giunge al suo termine orizzontale, come se fosse senz'altro impedimento sempre andato a diritto a ritrovar quello, che è il sito dell'egualità, secondo l'espressione del Nemorario. « Ogni movimento fatto dalla forza conviene che faccia tal corso, quanto è la proporzione della cosa mossa con quella che muove, e se ella troverà resistente opposizione finirà la lunghezza del suo debito viaggio per circolar moto o per altri varii risaltamenti e balzi, i quali computato il tempo e il viaggio fia come se il corso fosse stato senz'alcuna contradizione » (ivi, fol. 60 ad t.).

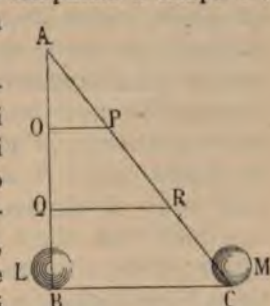


Figura 13.

Dall'applicazione di questi veri principii riusciva dimostrato uno dei teoremi più fondamentali della Meccanica, relativo alla proporzione dei tempi che passa a scendere un grave o per l'obliqua o per la perpendicolare. Sia AB (fig. 13) questa perpendicolare, lungo la quale abbia a cadere il grave L, e AC l'obliqua, per la quale abbia pure a scendere il grave M, che si suppone essere il medesimo o di pari peso con L. Non solo, per i posti principii, i due corpi hanno eguale velocità ne' punti L, M, ma ne' punti O, P; Q, R, e in tutti gli altri infiniti che si potrebbero determinare con condur linee

infinite parallele alla orizzontale, cosicchè può dirsi essere AB, AC due rette che si compongono d'infiniti momenti velocitativi fra sè tutti eguali. Ma per la definizione di Aristotile nelle Questioni meccaniche, e per i teoremi di Archimede *De spiralibus*, dove le velocità sono eguali i tempi convien che sieno proporzionati agli spazii, dunque il tempo della discesa del grave L, al tempo della discesa del grave M starà come la AB alla AC; teorema che Leonardo stesso formulava con queste parole: « Tanto caderà più presto il peso L che il peso M, quanto la linea AB entra nella linea AC » (ivi fol. 33).

Benchè fosse questo, insieme con gli altri teoremi sopra narrati, una nuova rivelazione che Leonardo veniva a fare alla scienza, non era ancora esaurita la fecondità di quella Bilancia, che per la facilità de' liquidi ad ubbidir docilmente a tutti i minimi impulsi, e per quella loro destrezza, diciam così, a sottrarsi agl' impedimenti, si rendeva leggibilissimo esemplare del moto degli altri gravi. L' esattissimo livellamento, che in ogni caso si osserva nei due tubi comunicanti, era un fatto particolare, il quale generalmente applicato a tutti i corpi si poteva tradurre in quell' altro fondamentale principio meccanico, che cioè, secondo l' espressioni stesse di Galileo, « l' impeto acquistato da un grave in qualsivoglia luogo del suo moto sia tanto che basterebbe a ricondurlo a quell' altezza, d' onde si partì » (Alb. I, 27, 28). E Leonardo, in eguale e più piena sentenza: « Il corpo che scende per AB (nella posta addietro figura XI) risalirà in S alla medesima linea orizzontale, come nel tubo pieno di acqua » (Manuscr. A. cit., fol 22).

Si fece opposizione a Galileo, mettendo in conto le perdite di velocità subite dal grave per via dell' urto violento e degli attriti; ingiusta e inutile opposizione, perchè quello stesso teorema galileiano si dava solamente per vero nel caso che venissero rimossi tutti gl' impedimenti, di che la Bilancia idrostatica, per la fluidità dell' acqua, ne porgeva il più bello e più dimostrativo esempio. Leonardo in ogni modo par che neghi a qualunque causa accidentale il potere in nulla minorare quella virtù, che vale a risospingere tanto in su il grave, quant' era in giù prima disceso. « Oh mirabile giustizia di te Primo Motore! Tu non hai voluto mancare a nessuna potenzia: loro ordini egualità de' suoi necessarii effetti, conciossiachè se una potenzia debba cacciare cento braccia una cosa vinta da lei, e questa nel suo ubbidire trovi intoppo, hai ordinato che la potenza del colpo ricausi nuovo movimento, il quale per diversi balzi ricuperi la intera somma del suo debito viaggio. E se tu misurerai la linea fatta dai detti balzi, tu troverai essere di tale lunghezza, qual sarebbe a trarre colla medesima forza una simile cosa libera per l' aria. Questa esperienza farai con una piccola ballotta di vetro battuta sopra un suolo di pietra viva e piana, e abbi una lancia lunga segnata di diversi colori, e quando hai spettatori fa' tenere l' asta a uno, e pon mente da alquanto lontano ne' balzi a che colori ella s' alza di mano in mano a ogni balzo nell' altezza dell' asta, e notali. E se saranno i notatori quanti i balzi, più facilmente ognuno terrà a mente il suo. Ma

fa' che l'asta sia piuttosto ferma da capo o in un buso da piè, perchè chi la tenesse in mano occuperebbe la veduta ai giudicatori, e fa' che il primo balzo si facci in mezzo a due angoli retti, acciò la palla caggi sempre in un medesimo loco, perchè meglio fieno notate l'altezze de' balzi nell'asta. Poi fa' trarre da quella medesima potenzia questa ballotta per libero tratto, e nota il luogo dove percote, e misura, e troverai il secondo viaggio essere compagno al primo » (ivi, fol. 24).

Ne' pendoli, secondo Leonardo, ne' quali l'impeto dell'ascesa non è restituito dall'elasticità dell'urto, ma dagl'impeti precedenti via via accumulati nella discesa, deve il fatto sopra notato verificarsi anche con maggiore esattezza, intanto che, se il pendolo casca da A (fig. 14) giungerà in E con tale acquisto di forza, da poter risalire per essa infino in D a ritrovare l'orizzontale AD, dalla quale s'era partito. Nel medesimo modo sarà vero che risalirà lo stesso pendolo in B o in F, dop'esser caduto dai punti G, C nelle orizzontali GB, CF.

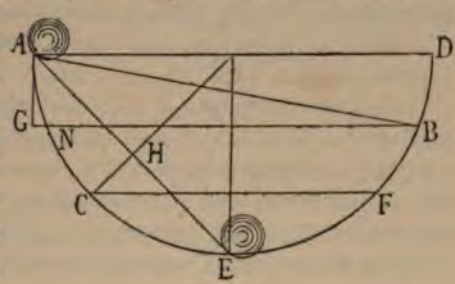


Figura 14.

Nella totale escursione per l'emiciclo il grave pendulo ha dunque in G e in B velocità uguali, ciò che si concludeva da Leonardo, considerando che sono uguali le condizioni del moto tanto nell'ascesa, quanto nella discesa, non essendo, secondo il Nemorario la quiete altro che il termine dello stesso moto, cosicchè, incomincino le reciprocazioni o da A o da D, le mosse di discendere in ogni modo sono state precedute dagli atti del salire. « Il moto naturale fu prima accidentale, cioè la pietra che cade fu prima portata e gettata in alto » (ivi, fol. 31 ad t.); alle quali parole di Leonardo così fanno quest'altre di Galileo da commento: « Quando voi reggete in mano una pietra non altro fate che imprimerli tanta virtù impellente all'insù, quanta è la facoltà della sua gravità traente in giù » (Alb. XIII, 160).

Essendo dunque in N e in B nell'arco descritto dal pendolo le due velocità eguali, considerò Leonardo che eguali pure sarebbero state quelle velocità, quando il peso A fosse caduto per la perpendicolare AG, o per l'obliqua AB, d'onde n'ebbe a formulare la seguente Nota a modo di teorema: « Il peso A, dopo esser disceso per C, E risalirà in B con quella velocità che avrebbe una palla uguale, che fosse scesa da A in B per la linea diritta AB » (Manuscr. A. cit., fol. 26).

Appartiene al medesimo ordine di speculazioni anche quest'altra conclusione così espressa in una delle solite Note vinciane, che il Venturi trascrisse dall'appendice al manoscritto B: « Il corpo grave A scende più veloce per l'arco ACE che per la corda AE, perchè in AC comincia la sua discesa, come per la perpendicolare » (*Essai* cit., pag. 18). Devesi senza dubbio Leonardo essersi certificato di questa notizia, sperimentando intorno alla discesa

di qualche pallottola dentro alla cassa di un vaglio, come pure si legge che facevano Guidubaldo del Monte e Galileo, ma le espressioni *in AC comincia la sua discesa come per la perpendicolare* contengono un germe di dimostrazione, ch'è poi quella, della quale s'ebbe per qualche tempo a contentare lo stesso Galileo. Divisi infatti da Leonardo l'arco e la corda in due parti eguali ne' punti C e H di mezzo, considerò che la scesa per AC, benchè più lunga, è nonostante più precipitosa che per AH, e ne concluse perciò, come nella Lettera galileiana allo Staccoli, che la velocità già concepita pel vantaggio di AC è più potente per conservare l'acquisto fatto che non è la declività della rimanente parte HE della corda a ristorare il danno della perdita già fatta (Alb. VI, 369, 70).

I saggi, che abbiamo dati fin qui, sembrano a noi sufficienti per dimostrare la fecondità di quei principii statici, che si professavano ai tempi, ne' quali Leonardo attendeva a' suoi studii, e confermano tutto insieme quel che si diceva che cioè potevasi derivare da quelli stessi principii la miglior parte della Meccanica galileiana. Le proposizioni del Nemorario però avevano un intendimento assai più modesto, ed era quello di stabilire una legge statica generale, da poter applicarsi alle macchine, per saper secondo qual' ordine si corrisponda in esse la resistenza del mobile con la potenza del motore. Leonardo architetto non poteva negligere quello studio, per fondamento al quale pose le velocità virtuali di Aristotile e del Nemorario, mentre dall'altra parte cercava di trarre quel maggior profitto possibile dai teoremi archimedei Degli equiponderanti. Fu il Libri il primo a notar che venivano per i manoscritti vinciani que' teoremi promossi, infino a ricercar co' metodi de' moderni il centro della gravità della piramide (Histoire des mathem., T. III, Paris 1840, pag. 44), ma perchè non sono in tale argomento le difficoltà della Fisica punto minori di quelle della Geometria, scegliamo, come più proprii di questi Saggi, alcuni fatti, che sembravano al volgo e agli stessi dotti miracolosi, ma che Leonardo naturalmente spiegava, applicandovi il principio che un corpo, o più corpi congiunti insieme nella più strana posizione e figura, permangono in stabile equilibrio, quando il centro di gravità del tutto vada a cader giusto sul punto che gli fa da sostegno. « Quel peso unito, che fia sostenuto in mezzo, e il rimanente stia sospeso, di qualunque strana forma si vuole, che sempre si stabilirà sopra il suo sostentacolo in equilibrio, e qualche volta le estremità non fieno uguali al centro del peso. Verbigratia: sia AB (fig. 15) uno pezzo di riga, il quale posi solamente la estremità A, e il resto stia sospeso. Questo fia impossibile a fare, se prima tu non unisci e congiungi con esso il peso CB, il quale faccia tal contrapposto, che resti in mezzo fra C, B, e verrà questo peso a fermarsi in sul polo A, e lo strumento di

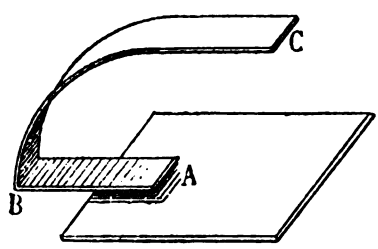


Figura 15.

sotto (fig. 16) è sottoposto a simile ragione » (Manuscr. A. cit., fol. 33 ad t.). Questi semplici e naturali esempi dell' equilibrio stabile dei corpi furono poi da Leonardo informati di artistica eleganza in quelle figurine ondeggianti, che tornarono un secolo dopo nella mente del Viviani a dar di sè pubblico e curioso spettacolo nel teatro della scienza meccanica: delle quali figurine e di altre forme più bizzarre di corpi gravi sospesi Leonardo stesso così in una breve nota svelava il mistero agli attoniti ammiratori. « Il centro di ciascuno peso sospeso si stabilisce sotto il suo sostentacolo » (Ravaisson-Mollien, Manuscr. B., Paris 1883, fol. 18).

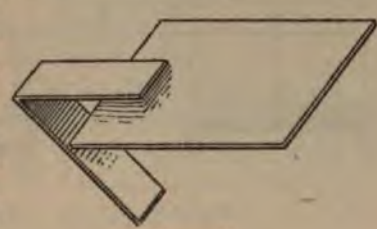


Figura 16.

Ma passiamo a vedere come facesse il Nostro l'applicazione di questi e degli altri sopra accennati principii statici al moto delle macchine. L'alterazione, che subisce un peso nel dilungarsi più o meno il punto della sua sospensione dal centro, e che comunemente chiamasi *momento,* da Leonardo è distinto col nome di *peso accidentale.* « Il peso accidentale, egli dice, se posto in bilancia contro al peso naturale vale quanto esso peso naturale, e questo si prova mediante il peso, che di loro riceve il polo della Bilancia, il quale si carica tanto più del peso accidentale che del naturale, quanto il braccio maggiore di tal bilancia eccede il braccio minore » (Mollien, Manus. E., Paris 1888, fol. 59).

Da questo principio generale conclude Leonardo i varii teoremi, e raccoglie i dati necessarii a risolvere alcuni problemi concernenti la Libbra, degli uni e degli altri de' quali proponiamo ai Lettori i seguenti Saggi: « I pesi eguali, mutati per eguale distanzia dal centro ovvero polo della Bilancia, terranno gli estremi della Bilancia equidistanti al sostentacolo della Bilancia: cioè se i pesi M, N (fig. 17), appiccati in C, A, e' siano d' egual peso ed egual distanza al polo della Bilancia S, e che tu li scosti da esso polo infino in D, B, se le fieno uguali distanzie, rimarran gli estremi della Bilancia in equilibrio » (Manuscr. A. cit., fol. 52 ad t). — « Domando se le due braccia della Bilancia saranno compartite in parti eguali e in A, B, C, D, E (fig. 18) fia posto per ciascheduno una libbra, quante libbre li farà resistenzia in F? Farai così: a fare resistenzia a una libbra posta in F, B fa resistenzia a due, C a tre, D a quattro, ed E a cinque, che

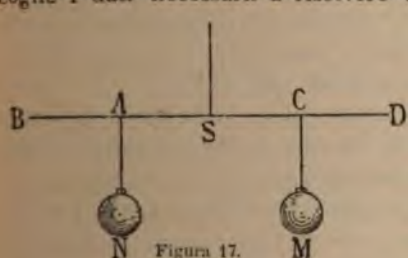


Figura 17.

Figura 18.

tutta la somma fa resistenzia a quindici libbre poste in F » (ivi, fol. 5). — « Se una Bilancia avrà un peso, il quale sia per lunghezza a similitudine d'uno de' suoi bracci, cioè MN (fig. 19), che sia di sei libbre, quante libbre poste in F li faranno resistenza? Dico che tre libbre fiano a sufficienza, imperocchè se il peso MN sarà lungo quanto uno dei bracci, potrai stimare che sia collocato in mezzo al braccio della Bilancia nel punto A: adunque, se in A fia sei libbre, altre sei libbre poste in R li farebbero resistenza, e se si tirerà altrettanto innanzi insino allo estremo della Bilancia, nel punto R, tre libbre li faranno resistenza » (ivi).

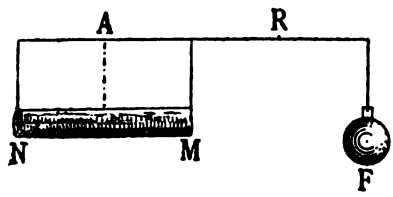


Figura 19.

Quest' ultimo problema appartiene all' ordine di quelli, di cui si dice che Euclide abbia dato il primo esempio, promosso dal Nemorario nelle sue ultime proposizioni, come altrove accennammo. E perchè la data soluzione è vera, sia applicato il bastone MN a contatto del braccio della Libbra, sia sospeso a fila più o meno lunghe, eguali o diseguali, si credè il Nemorario stesso di dover con la seguente proposizione III assicurare intorno a ciò i dubitanti: « Cum fuerint appensorum pondera aequalia, non motum faciet, in aequilibri, appendiculorum inaequalitas » (De pond. cit., pag. 11). Leonardo dimostrò la medesima proposizione in una Nota, che dice: « Ogni corpo di lunga figura, d' eguale grossezza e peso, sospeso ne' suo estremi da due corde attaccate nelli estremi d' egual braccia della Bilancia, benchè esse corde siano di varie lunghezze, nientedimeno sempre le Bilance staranno nella linea della egualità. La ragione si è che se tiri perpendicolare una linea, che passa sotto il centro della Bilancia, essa linea ancora passerà per lo centro del sostenuto peso » (Manuscr. C. cit., fol. 7).

Fu il Nemorario quello altresì che messe primo in campo la questione lasciata indietro da Aristotile intorno alla bilancia di braccia eguali, che, rimossa per violenza dalla posizione orizzontale, per sè naturalmente vi ritorna; questione, che fu forse delle più agitate fra' Meccanici infino al terminar del secolo XVII, e così da Leonardo anch' essa risoluta: « La Bilancia di braccia e pesi eguali, rimossa dal sito della egualità, farà braccia e pesi ineguali, onde necessità la costringe a racquistare la pérduta egualità di braccia e di pesi. Provasi per la II[a] di questo, e si prova perchè il peso più alto è più rimoto dal centro del circonvolubile, che il peso più basso, e pertanto ha più debole sostentacolo, onde più facilmente discende e lieva in alto la opposita parte del peso congiunto allo estremo del braccio minore » (Manuscr. E. cit, fol. 59). Chi volesse avere la più chiara dimostrazione di fatto che la scienza del moto di Leonardo da Vinci è lo svolgimento di una scienza anteriore collazioni il senso di questa Nota con le proposizioni II e VII dell' antico Giordano, e alla proposizione X di lui aggiunga questa Nota vinciana per corollario: « Per saggiare un uomo e ve-

der se elli ha giudizio vero della natura dei pesi, domandali in che luogo si debba tagliare uno dei bracci eguali della Bilancia, e fare che il tagliato appiccato allo estremo del suo rimanente facci contrappeso al braccio suo opposito con precisione, la qual cosa mai è possibile, e se elli ti divide il sito, lui è tristo matematico » (Manuscr. M., fol. 68 ad t.).

Le proposizioni statiche intorno alla Bilancia, che abbiamo fin qui dai manoscritti vinciani raccolte e ordinate, son tutte dipendenti dal principio che la Bilancia stessa si carica tanto più del peso accidentale, che del naturale, quanto il braccio maggiore eccede il braccio minore. Questo principio però si poneva come un semplice fatto sperimentale, senz' altra matematica dimostrazione, la quale non fu poi da Leonardo trascurata, quando passò a trattare del Vette, ch' è pure una Bilancia a braccia disuguali, e nel quale distingue col nome proprio di *leva* il braccio, che rimane dalla parte della potenza, e col nome di *contralleva* quell' altro, a cui viene applicata la resistenza. « Tanto sarà maggiore, così dice, il moto del motore nello estremo della leva, che il moto del mobile nella contralleva, quanto il mobile fia di maggior peso naturale. — Tanto s' aggiunge di peso accidentale al motore, posto nello estremo della leva, quanto il mobile, posto nello estremo della contralleva, lo eccede di peso naturale. Provasi, e diremo che il moto del motore si ha dal D ad M (fig. 20), e quel del mobile dall' E all' F. Dico che tanto sarà maggiore il moto DM che il moto EF, quanto il peso accidentale di Q eccede il peso P, il quale lo eccede per uno » (ivi, fol. 58).

Figura 20.

Suppone l' Autore, in questo caso particolare, che DA sia il doppio di AE, e che perciò per l' equilibrio il peso Q debba stare al peso P come due sta ad uno, ma la legge medesima è così generalmente formulata in quest' altra Nota: « Quella proporzione, che avrà in sè la lunghezza della leva colla sua contralleva, tale proporzione troverai nella qualità de' loro pesi, e simile nella tardità del moto, e nella qualità del cammino fatto da ciascuna loro estremità, quando fieno pervenute alla permanente altezza del loro polo » (Manuscr. A. cit., fol. 45). — « Il peso applicato nella stremità della lieva, fatta di qualunque materia si sia, leverà tanto più peso nel fine della contro lieva, che il peso di sè, quanto la controlieva entra nella lieva » (ivi, fol. 47).

Dal principio della Leva dipende, secondo Aristotile, la legge statica di tutte le altre macchine, ciò che nel Timpano, nell' Asse in peritrochio, e nella stessa Troclea semplice rendevasi evidente, benchè il Filosofo non si accorgesse ch' essendo essa Troclea semplice una Bilancia di braccia eguali non può la potenza in essa avere nessun vantaggio sopra la resistenza. Del facile errore accortisi gli Alessandrini lo emendarono, e Pappo, descrivendo

il Polispasto, dice per evidente prova sperimentale che tanto più facilmente si sollevano con tale strumento i pesi « quanto plura membra funis inflectetur » (Coll. mat. cit., pag. 484), benchè non renda ivi di ciò nessuna ragione, lusingando al solito i suoi lettori con le sole promesse.

Leonardo s' esercitò molto nelle sue Note in descrivere varie composizioni di Polispasti, e in determinare le richieste proporzioni tra i pesi da sollevarsi e le potenze motrici, di che può aversi un' idea da queste nostre spigolature. Incomincia dal porre per fondamento quella verità, che da molti Peripatetici si negava, e perciò così risolutamente sentenzia: « Nessuno corpo ponderoso leverà in Bilancia circolare, con forza del suo semplice peso, più peso di sè medesimo. Bilancia circolare chiamo la rotella, ovver carrucola, colla quale si trae l' acqua de' pozzi, colla quale non si leverà mai più peso che si pesi quello che attigne l' acqua. — Ogni peso levato col mezzo della Bilancia circolare si raddoppia nel sostentacolo d' essa Bilancia. Questa proposizione chiaramente si comprende ancora nelle carrucole dei pozzi, imperocchè, se uno v' attinghi una secchia di peso di cento libbre, bisogna che l'attignitore ve ne metti all' opposita parte cento una libbra, e tutto esso peso rimane a sostentacolo d' essa carrucola. — Se raddoppi la corda che sostiene le venti libbre (fig. 21), F ne sosterrà 10, e così D altre 10. Se tu vuoli che C tiri le 10 libbre, che si caricheranno in D, dai a C libbre undici, e leverà le dieci di D. Adunque il sostentacolo FD sostiene libbre 21.

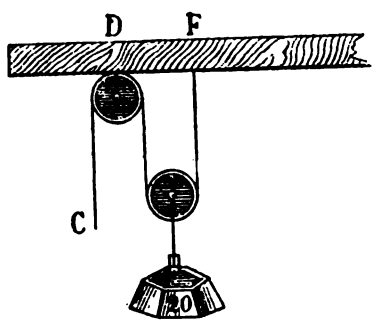


Figura 21.

— Se tu vuoli incordare le taglie in quattro doppii, le quali taglie abbino a levare 20 libbre di peso, dico che la girella Z (fig. 22) sosterrà 10 libbre, e 10 ne sosterrà la girella K, le quali si trasferiscono a' sua superiori sostentacoli, cioè O piglia da Z 5 libbre, e cinque ne piglia ancora F da Z, e 5 da K, e questo medesimo K ne dà 5 a Q, e chi volessi vincere le 5 di Q ne metta 6 nel contrappeso X, e mettendo in nell' ultimo loco 6 contra 5, e ciascuna delle quattro corde, che sostengono le 20 libbre, non sentendo per sè se non 5 libbre, quella libbra di più ch' io metto nella corda QX, non trovando in nessuna delle apposite corde pari peso a sè, tutte le vince e tutte le muove » (Manuscr. A. cit., fol. 62). Di qui conclude lo stesso Leonardo che « il peso applicato alle taglie con quattro girelle starà

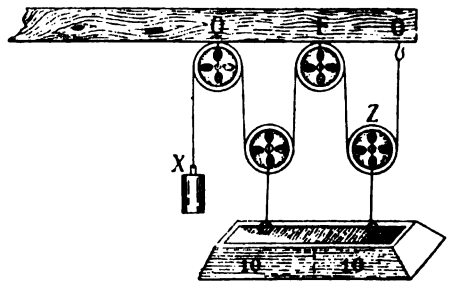


Figura 22.

in equilibrio col quarto del peso applicato alla corda del primo moto » (Manus. C. cit, fol. 7 ad t.), ciò che traducesi nel linguaggio dei Meccanici moderni: la resistenza sta alla potenza, come quattro, ossia come il numero de' tratti di fune, sta ad uno.

Rispetto al Cuneo, forse più saviamente di alcuni moderni, pensò Leonardo non esservi buone ragioni da contradire Aristotile, che lo strumento ridusse alla Leva, ond' è che, nella Scienza meccanica degli antichi, le maggiori incertezze versano intorno alla Vite. Pappo la rassomigliò a un Cuneo *expers percussionis*, e Galileo, come si lusingò di essere stato il primo a notar l' errore del Matematico alessandrino, rispetto alla potenza necessaria a sollevare un peso sopra un piano inclinato; così pure si lusingò di aver egli ridotto il primo la ragion della vite a quella dei piani più o meno obliqui. Quel primato però è bene più antico, e infintantochè non produca alcuno la fede di documenti anteriori, par che giustamente sia dovuto a Leonardo. Una sua Nota infatti s' intitola *Della ragion della vite*, e sotto un disegno (fig. 23) rappresentante un peso posato sulla orizzontale in faccia a varie obliquità di piani, si legge scritto: « Tanto quanto il peso è più presso al primo grado di facilità, che all' ultimo, tanto fia più agevole a montare » (Manuscr. A. cit., fol. 42 ad t.).

Figura 23.

IV.

A misurare i progressi fatti da Leonardo nella scienza del moto, per quel fecondo svolgersi dei principii, che si trovavano professati nella Statica degli Autori più antichi, si resta senza dubbio maravigliati, e coloro, i quali andavano ripetendo esser la Meccanica in que' secoli rimasta immobile nei libri di Archimede, si trovano oramai costretti di confessare, che la comune opinione gli aveva ingannati. Ma i confessati inganni e le maraviglie prese, per le cose fin qui discorse, tanto dovrebbero più crescere nella mente e nell' animo dei nostri Lettori, tuttavia ripensando alle nuove cose, che siamo per riferire, dalle quali apparirà che quell' Uomo, il quale confessava di essere *senza lettere*, non emula solamente il gran Galileo, ma lo vince, e quel ch' è più mirabile vince altresì gli stessi valorosissimi matematici della scuola di lui.

Non fa perciò maraviglia che molti dei teoremi, i quali si trovano nelle Note vinciane conclusi, apparissero una miracolosa rivelazione di un ingegno quasi divino. E l' essere, come si diceva, quei teoremi conclusi e assai raramente dimostrati, o per dir meglio, il non vedere espressamente formulati quei principii, dai quali si conducono con logico ordine dall' Autore le

dimostrazioni, fu potissima causa che s' ingerisse quella così fatta opinione in tutti rimasti alla superficiale lettura istupiditi.

D' investigare cotesti così spesso taciuti principii e di scoprire quel logico ordine, con che deve Leonardo averli condotti alle conclusioni, è stato lo studio nostro principale, da cui ci è felicemente venuto l' intendere la natural ragione di quello, che sarebbe altrimenti rimasto un mistero. Erano dall' altra parte così fatti principii, che per noi si riducono principalmente alla composizion delle forze nel rettangolo e nel parallelogrammo, assai antichi e, per essere stati insegnati da Aristotile, largamente diffusi. Ma i peripatetici, inetti, e gli altri diffidenti fecer sì che con danno gravissimo della scienza si rimanessero nelle Questioni meccaniche sterili o con frutti scarsi ed agresti.

Fra i non inetti, e i non diffidenti a quei tempi, Leonardo non fu certamente il solo, ma il principale e il meglio conosciuto da noi, che abbiamo finalmente avuto la ventura di poter, come cosa pubblica, leggere i suoi manoscritti. E perchè Galileo e i discepoli di lui, tutt' altro che inetti, furono però diffidenti, ecco naturalmente scoperta la recondita ragione del perchè Filosofi così valorosi si trovino bene spesso senza vantaggio sopra l' illetterato artista di Vinci, e talora rimangan anzi da lui superati e vinti. Ma è bene lasciar le parole e venire ai fatti.

Ecco il primo saggio, che ci si offre, della fruttuosa applicazione fatta da Leonardo del principio delle forze composte alla dimostrazion del seguente teorema: « Sia la leva AT (fig. 24) il suo punto d' appoggio in A, un peso O attaccato in T, e la forza N, che ha da tenere il peso O in equilibrio. Tira AB perpendicolare a BO e AC perpendicolare a CT: quella proporzione avrà N ad O che la linea AB alla linea AC » (Manuscr. E cit., fol. 65). I termini qui di mezzo fra la conclusione e il principio non è difficile ritrovarli in ciò: che considerando Leonardo la linea AT come la diagonale del rettangolo rappresentatrice di tutta la forza, che distrae dal suo punto d'appoggio la leva, decompone quella stessa forza unica in due: AB orizzontale misuratrice della forza traente N, e AC verticale misuratrice della forza gravitante O per cui son veramente le condizioni dell' equilibrio date dall' equazione N : O = AB : AC, conforme a quel che dalle Note dell' Autore s' è di sopra trascritto.

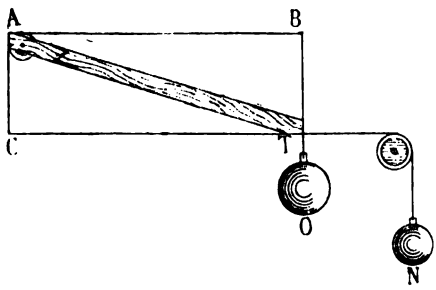


Figura 24.

Si faceva da ciò Leonardo via a proporre un altro teorema, i corollarii del quale s' applicavano utilmente alla desiderata dimostrazion matematica di alcune verità, già prima conosciute per sola esperienza. « Sia un peso sostenuto da una corda attaccata in A (fig. 25). Dalla posizione perpendi-

colare AB sia ritirato esso peso in AM, per mezzo di una forza F, la direzion della quale formi un angolo retto con AM: tanto sarà minore la forza F del peso M, quanto AC è minore di AM » (Venturi, *Essai* cit., pag. 17).

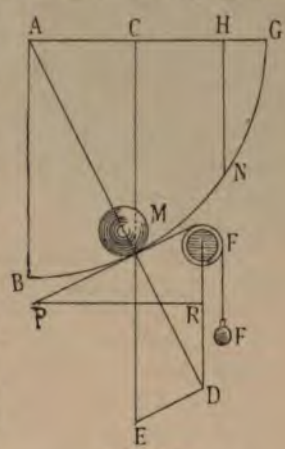


Figura 25.

I mezzi termini di questa dimostrazione, taciuti al solito da Leonardo, si ritrovano nella proprietà del parallelogrammo delle forze, di cui dee così l'Autore aver fatto libero uso e sicuro. Prolunghisi nella stessa XXV figura AM di una quantità MD a piacere, e si rappresenti per essa il peso del grave M che, per la costruzione del parallelogrammo EF, si decompone in due: uno secondo la natural direzione dei gravi ME, e l'altro MF, diretto al punto, a cui trae il peso F. Le condizioni dell'equilibrio tra il grave pendulo M, e la potenza F che lo travia dalla verticale, sono evidentemente date dall'equazione F : M = MF : ME. Conducasi ora la orizzontale AC, la quale sia in C incontrata dal prolungamento di EM. I due triangoli simili AMC, MED danno la proporzione ED : ME = AC : AM. E perchè ED = MF è perciò, in piena conformità con la proposizione di Leonardo, F : M = AC : AM.

Da ciò concludevasi che, per tener sollevato il grave pendulo nella situazione orizzontale, nel qual caso AC e AM sono uguali; dee essere F di pari forza col peso M che, rappresentato dall'intero raggio del cerchio, quando scende per l'arco e giunge per esempio ne' punti N, M, diminuisce il momento suo totale a proporzione delle linee AH, AC, che sono i seni degli angoli dell'inclinazione fatta dal filo, o dal braccio di leva inginocchiata in A, con la linea verticale.

Fu a dare in pubblico queste conclusioni primo fra i Matematici il Benedetti, nel cap. II del suo trattato *De mechanicis*, e Galileo l'applicò utilmente come lemma, senza darne dimostrazione. Come lemma pure, ancora supposto vero, ne fece il medesimo uso il Torricelli, il quale abbreviò e informò della sua solita eleganza il teorema galileiano. Prolunghisi nella medesima figura XXV la tangente MF in P, e conducasi la orizzontale PR. I triangoli simili ACM, FPR danno la proporzione AC : AM = FR : FP e perciò F : M = FR : FP. Ora permanendo il grave M ugualmente bene in equilibrio o sia, come dianzi, sospeso al filo AM, o posato sul piano FP; dunque ne conclude il Torricelli: « Momentum totale gravis, ad momentum quod habet in plano inclinato, est ut longitudo ipsius plani inclinati ad perpendiculum » (De motu gravium, Florentiae 1644, pag. 101).

Il processo di Leonardo è facile persuadersi che dovesse esser simile a questo, con tal differenza però che, mentre il Torricelli ammetteva per lemma supposto vero che « quando grave circumfertur a semidiametro AG = AM, manente puncto A, tunc momentum totale eius, hoc est mo-

mentum, quod habet in situ G, ad momentum quod habet in situ M, est ut AG = AM : AC » (ibid.), Leonardo invece ammetteva questo medesimo come corollario di una sua proposizione già dimostrata, facendo, come s'é veduto, uso del parallelogrammo delle forze stimato una falsa regola dal Torricelli stesso e da Galileo. Ond'è che l'Uomo del popolo, a cui l'ordine del variare i gravi i loro momenti secondo l'obliquità de' piani era stato rivelato dal fatto fisico della Bilancia idrostatica, ora è il primo a darne matematica dimostrazione, non meno elegante di quella dello stesso Torricelli e più compiuta.

Che fossero veramente i processi di Leonardo in proposito simili ai torricelliani si conferma dal vedere che l'uno e l'altro Autore deducono, dalla medesima proposizione, i medesimi corollari. È il primo di questi il seguente, illustrato dalla figura 26 rappresentante una sfera, all'estremo diametro della quale è tangente, e perciò perpendicolare, CP piano inclinato. Prolungata la orizzontale PF in D, e condotta ED, i triangoli simili EDP, CPF danno la proporzione PC : CF = EP : DP. « Hinc colligitur, dice il Torricelli, momentum sphaerae gravis super diversas planorum elevationes semper esse ut linea illa horizzontalis, quae a contactu in ipsa sphaera ducitur, posita semper diametro pro momento maximo, sive totali » (ibid., pag. 102-3).

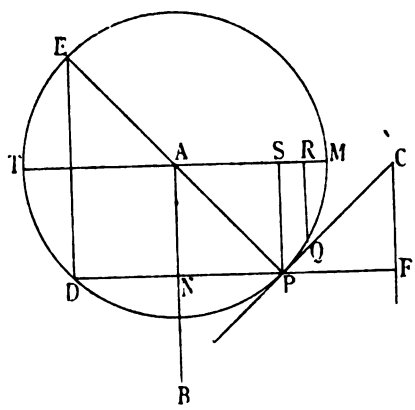


Figura 26.

Leonardo, invece della corda intera, prende la metà, e prende il raggio invece del diametro, formulando così, nella sua solita schietta semplicità, il corollario torricelliano: « Se P sia il polo, dove la palla tocca il suo piano; quanto fia maggiore spazio da N a P, tanto fia più veloce il suo corso » (Manuscr. A cit., fol. 52). Ciò fa l'Autore di questa Nota, perchè non aveva come il Torricelli di mira quest'altro elegantissimo teorema, che si concludeva dal moltiplicar per la circonferenza EDP i due termini EP, DP dell'ultima proporzione; teorema che, nel trattato *De motu ac momentis* incominciato a compilar dal Viviani, come vedremo a suo luogo, è proposto sotto questa forma: « Momentum totale sphaerae gravis EDP, ad momentum partiale in hoc situ, est ut tota sphaerae superficies ad armillam, aut ad zonam sphaericam descriptam ab arcu inferiori DP, quem subtendet corda orizontalis DP ducta ex puncto P, in quo sphaera planum tangit, si sphaera revolvatur circa diametrum horizontali DP parallelam » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, c. 91).

La poco diversa via tenuta da Leonardo fu però anch'essa all'Autore occasione feconda di rappresentare il principale teorema sotto una forma

nuova, la quale non sarebbe stata indegna dello stesso Torricelli, anche per la sua sola geometrica eleganza. Condotta la PS parallela ad AN, e l'AS parallela alla PN, gli apparve chiaro che l'intero momento della sfera o ruota posata sul piano orizzontale stava al momento della stessa ruota sul piano obliquo CP come la linea AP, ad AS, la quale AS misura la distanza del centro A dal punto del sostegno suo naturale sul prolungamento di AN. Che se fosse la via anche di più inclinata, e la ruota la toccasse per esempio in Q, quanto viene a crescere AR sopra AS, altrettanto si fa lo scendere più precipitoso. Il nuovo processo insomma che, sgombrate le vie dagli errori di Pappo, è il più diretto, conduce a riguardar la sfera come sospesa dal punto A, quando posa in perfetto piano, e come sospesa dai punti S, R, quando con minore o maggior impeto tende a scendere in basso. Ma perchè parole anco più ornate delle nostre non è possibile che riescano a quella stupenda chiarezza, che resulta dallo schietto linguaggio dell'Autore, ecco come i nuovi, e a que' tempi sublimi concetti, sieno resi in questa breve e semplice Nota: « Se il peso fia in A, la sua vera e retta resistenza sarebbe AB, e in qualunque parte la ruota tocca terra li fia suo polo, e quella parte, che resta maggiore e fuori d'esso polo, quella cade. Essendo SP il polo, chiaro appare pesare più ST che SM, onde conviene che la parte ST caggia in basso, e vinca e levi SM, e movasi alla china con furia. E se esso polo fussi in Q, tanto quanto AR è maggiore di AS, tanto correrebbe per sè la ruota più forte alla china, che facesse il polo in Q che in P » (Manuscr. A cit., fol. 21 ad t.).

Chi volesse veramente persuadersi dell'efficacia di questa mirabile concisione sopra le prolisse e ornate dimostrazioni de' Meccanici, venuti in tempi a noi tanto meno lontani, collazioni di grazia la Nota vinciana con quel che scrive nelle sue *Dimostrazioni fisico-matematiche delle sette proposizioni* Donato Rossetti. Egli, con l'intenzione d'illustrare le dottrine galileiane, dalle condizioni dell'equilibrio di una sfera, posata sopra un piano perfettamente orizzontale, passa a determinare i momenti sopra varie inclinazioni di piani, e gli trova proporzionali ai seni degli angoli, fatti con la verticale dal raggio della ruota o della sfera al punto della sua tangenza col piano; ossia, secondo l'espression dell'Autore, « come la distanza alla distanza del centro di gravità dall'impedimento » (Firenze 1668, pag. 14), da Leonardo chiamato col nome di *polo*. Ma benchè sieno i processi dimostrativi ne' due Autori uguali, e simili le stesse loro figure illustrative, chi, volendo aver chiara e piena intelligenza di quelle cose, non preferirebbe d'impararle piuttosto dalla rozza Nota del Pittore da Vinci, che dall'elaborato libro del Matematico di Livorno?

Le belle teorie meccaniche, relative al momento dei gravi sopra i piani inclinati, furon dunque uno de' più preziosi frutti, che raccolse Leonardo dall'uso di decomporre le forze. Ma perchè, ritrovata una volta la via, a chi per essa si mette i recapiti sono inaspettatamente frequenti; così avvenne felicemente anche al Nostro, che riuscì a dimostrare altri teoremi, ignorati

per l'avanti e per lungo tempo di poi. È uno de' più importanti e de' più desiderati fra i detti teoremi quello della ragion varia della percossa, secondo che viene il colpo obliquamente o a diritto. Il Cardano proponendosi di dichiarare nell' *Opus novum* « quanta proportione decedat ictus in obliquum parietem, ab eo qui est ad perpendiculum » (Operum, T. IV cit., pag. 520), ne conclude essere quella proporzione secondo gli angoli dell' incidenza, e tanto aveva la cosa lusinghiero aspetto di verità, che fu la medesima cardanica conclusione ammessa senz' alcun dubbio anche da Galileo. Nella restaurata scienza fu primo a riconoscer l' errore il Torricelli, fatto accorto tutto insieme dalla Fisica e dalla Geometria: dietro lui poi il Borelli mosse più sicuro i suoi passi. E perchè la via lunga, segnata da Galileo al Borelli, fu compendiosamente, a partir dal medesimo principio e giungere al medesimo termine, percorsa dal solo Leonardo; giova accennar di volo ai progressi fatti dalla scuola galileiana, perchè più efficace riesca, colla scienza sparsa per le solitarie Note vinciane, l' invidioso confronto.

Rimeditava un giorno il Torricelli queste parole scritte nella I Giornata de' *Due massimi sistemi*: « Fate conto che tutte le linee parallele, che voi vedete partirsi dai termini A, B (fig. 27) sieno i raggi, che sopra la linea CD vengono ad angoli retti: inclinate ora la medesima CD, sicchè penda come DO: non vedete voi che buona parte di quei raggi, che ferivano la CD, passano senza toccar la DO? Adunque, se la DO è illuminata da manco raggi, è ben ragionevole che il lume ricevuto da lei sia più debole » (Alb. I, 92). L' argomento fisico, nella mente matematica del Lettore, si trasformava facilmente in geometrico, e giacchè l' obliquità DO riceve tanta parte de' raggi, quanti ne cadono sulla perpendicolare DM; dunque, n' ebbe a concludere, la quantità del lume ricevuto sulla parete eretta sta alla quantità del lume sull' inclinata, come l' intero seno sta al seno dell' angolo dell' incidenza. Riguardando poi quei raggi come composti d' innumerevoli corpuscoli in moto, applicò quella legge fotometrica all' analoga legge meccanica della percossa.

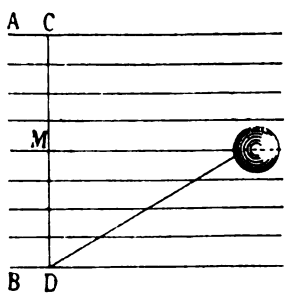


Figura 27.

Pubblicatisi appresso i Dialoghi delle Due nuove scienze, altre rimeditate parole ivi lette suggerirono alla Geometria del Torricelli, intorno a ciò, idee più precise. Diceva così nel IV di que' Dialoghi Galileo: « Se la positura del corpo, che riceve la percossa, sarà tale che il moto del percuziente la vada a investire ad angoli retti, l' impeto del colpo sarà il massimo. Ma se il moto verrà obliquamente, e come diciam noi a scancio, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obliquità, perchè in oggetto in tal modo situato, ancorchè di materia sodissima, non si spenge e ferma tutto l' impeto e moto del percuziente, il quale sfuggendo passa oltre, continuando almeno in qualche parte a moversi sopra la superficie del resi-

stente opposto » (Alb, XIII, 246). La qual considerazione, introdotta da Galileo nella volgare notizia della percossa, aprì nel Torricelli la mente a geometrizzare in questa guisa. Sia DB la percossa diretta sulla parete resistente BF (fig. 28) e AB l'obliqua. « Tanto adunque, dice il Torricelli, sarà di moto parallelo nella linea AB rispetto alla BF, quanto è la linea CB. Ma di questo non facciamo stima, perchè moltiplicato non aiuta, e diminuito non debilita il momento, mentre l'altro impeto non alterato resti il medesimo. Di perpendicolare poi nella stessa sarà quanto la linea AC, e la linea del colpo sarà maggiore o minore, secondo che nello stesso tempo sarà la linea AC maggiore o minore.... Si cava di qui per corollario che la incidenza perpendicolare ha la maggior forza, essendo come il seno totale;... la proiezione parallela non ha niente, essendo la forza sua come seno nullo; l'incidenza di trenta gradi ha la metà della forza totale, essendo il seno suo la metà del semidiametro » (De motu grav., Florentiae 1644, pag. 241, 42).

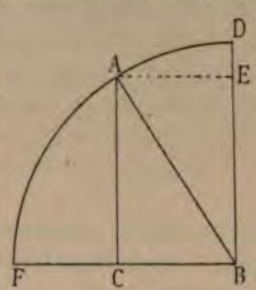


Figura 28.

Fu il Borelli però il primo che, nella proposizione XLV del suo trattato *De vi percussionis,* applicò direttamente al teorema il principio della composizione delle forze ortogonali, riguardando AB come la diagonale del rettangolo risoluta nelle due potenze AE, AC, la seconda delle quali, per essere perpendicolare alla superfice che ha da ricevere il colpo, è la sola efficace. Dall'avere usato questo processo dimostrativo s'ingerì forse nello stesso Borelli la persuasione d'essere egli stato il primo a dimostrar « la misura precisa del momento delle percosse fatte in diverse inclinazioni, le quali non son misurate dagli angoli dell'incidenza, come taluno mostra di credere, ma dai loro seni retti » (Risposta alle considerazioni fatte sopra il libro della percossa, Messina 1667, pag. 11).

Mentre dunque nel 1667, quando si scrivevano queste parole, matematici così valorosi, quali erano il Riccioli e l'Angeli, partecipavano agli errori del Cardano e di Galileo; Leonardo da Vinci aveva già da un secolo e mezzo prima dimostrato matematicamente il vero, servendosi dell'argomento medesimo del celebrato Autore *De vi percussionis.* E perchè le verità non comuni agli uomini son per tutti di faticosa inquisizione, avendosene per le Note vinciane visibili le vestigia, giova ricercar le vie, per le quali si condusse felicemente l'Autore alla riuscita.

Fu anch'egli a principio lusingato dall'apparente verità, e ritenne per certo che l'effetto del colpo sempre riuscisse proporzionale al semplice angolo dell'incidenza, come apparisce dalla seguente Nota: « Se la ballotta C (fig. 29) correrà per la linea CB, percoterà la linea AG, e farà, colla linea del suo corso che passa al suo centro e con la linea del loco percosso, lo angolo CAG, e quante volte questo angolo acuto entra nell'angolo retto, tanto fia il colpo più debole che non si conviene alla sua fuga, imperocchè

il primo grado del colpo si è infra angoli eguali, che lo fa nel percotere della linea AE, l' ultimo grado si è nella linea AC, e il mezzano è nella linea AF » (Manuscr. A cit., fol. 22).

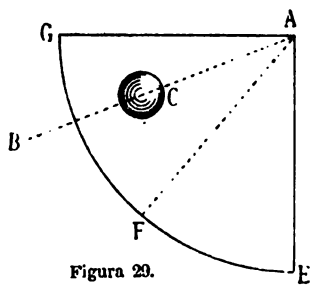


Figura 29.

Quelle delicate poi e precise esperienze dinamiche proprie, alla sola arte pazientissima di Leonardo, lo fecero entrare in sospetto che la percossa seguitasse tutt' altra legge da questa, avvertendo che, nella inclinazione di 45 gradi, serba ancora il colpo tanta virtù, da non parer dimidiata. Quel più giusto mezzo fu dal sagace sperimentatore trovato, quando la linea dell' incidenza s' avvicina ai trenta gradi; ciò che gli fu scorta a scoprire la legge geometrica dei seni.

Prima però di trascrivere ai nostri Lettori la Nota, dove quella legge meccanica è formulata, per confortare di qualche prova ciò che può credersi essere stato asserito da noi per dubitabile congettura, giova dar un saggio di altre esperienze di Leonardo, che si riferiscono al presente soggetto. « I pesi d' eguale materia ed eguale altezza e di varii pesi, posati sopra il tenero fango, faranno in fra loro eguale profondità d' impressione » (Manuscr. C cit., fol. 7 ad t.).

Che tornino le pressioni e le percosse indipendenti dalla base, e solamente proporzionali alle altezze, è un fatto che non fu bene avvertito nemmen dai Meccanici del secolo XVII. Aveva Galileo confusamente accennato a ciò, quando avvertì che il minor colpo fatto dalle frecce torte dipendeva da ciò, che « il centro della loro gravità, non rispondendo alla cuspide per la linea del moto, non cessa di proseguire alquanto, torcendosi d' avvantaggio l' asta lanciata » (Alb. XIV, 321), ma pure Isacco Vossio, nel 1663, a una sua meccanica conclusione già dimostrata ebbe a soggiungere questo corollario. « Quare autem pondus premens in longum, non vero in latum, extendi debeat, huius rei ratio est manifesta, quia nempe omnis pressio fit a perpendiculari pondere. Sola perpendicularis designat corporis prementis mensuram. Plurimum itaque falluntur, qui putant quomodocunque duplicato mallei pondere duplicari quoque percussionem. Nisi duplicetur ferri longitudo non potest duplicari percussio » (De motu marium, Appendix Hagae Comitis 1663, pag. 163, 64).

Fra gl' ingannati, qui voluti ammonire dal Vossio, era da fare una particolare eccezione rispetto a Leonardo, il quale aveva così in un' altra sua Nota lasciato scritto: « Se lascerai cadere uno martello di una libbra cento volte l' altezza di uno braccio sopra una verga di piombo, e poi tolli uno martello d' altro peso che sia della grossezza del martello, e sia tanto lungo che pesi cento libbre, e fallo medesimamente cadere l' altezza d' uno braccio sopra una verga di piombo simile alla prima; e vedrai quanto la verga del colpo unito fia più trafitta che la prima » (Manuscr. A cit., fol. 4).

Soggiungeva il Vossio nel corollario citato una curiosa osservazione teorica, in piena conformità con la pratica, che cioè volendo aggiungere al ferro percuziente un manico, come si fa nel martello, perchè più valido ne riesca e più sicuro il colpo, convien che il ferro stesso sia leggermente incurvato. « Observandum tamen si scapum ligneum inserere velis, incurvandum esse leniter ferrum. Quando enim manus ducit malleum in circulum, pars superior mallei aliquantum a manu recedit, et pressionem facit extra circulum quem describit. Ut vero tota pressio et totum pondus premat in loco debito, necessario ita incurvandum est ferrum, ut nulla eius portio versetur extra circulum, per quem ducendus sit malleus » (Appendix, sit., pag. 164).

Nel trattar di così fatto strumento, cioè del martello, Galileo nella *Scienza meccanica* si passa assai leggermente di questa argutissima osservazione vossiana, per trattenersi a redarguire Aristotile, il quale voleva « la ragion del mirabile effetto della percossa ridurre alla lunghezza del manubrio o manico del martello » (Alb. XI, 124). Leonardo invece, dottamente commenta le dottrine aristoteliche, e in alcuni suoi teoremi enuncia e dimostra come sia vero, e secondo qual proporzione la maggiore o minore lunghezza del manico del martello cooperi efficacemente a rendere o maggiore e minore la percossa. « Se darai un colpo coll' asta MS (fig. 30) nel loco N, tenendo M in mano, tanto quanto MN entra in MS, tante volte il colpo fia minore che se lo dessi colla lunghezza di MS, imperocchè MS fa tanta lieva dopo N, che il colpo non è di troppa valetudine » (Manuscr. A cit., fol. 4) ad t.). La valetudine dunque del colpo, fatto dal menar della verga MS, tenuta in mano in M come si farebbe del manico di un martello, è secondo Leonardo e secondo Aristotile proporzionale alla lunghezza del manico stesso. Il colpo infatti è maggiore o minore secondo la maggiore o minore velocità del perenziente, la quale ne' punti N, P, S della verga è manifestamente proporzionale alle lunghezze MN, MP, MS. Ond' è che se, per esempio, MN è un terzo di tutta la lunghezza della verga e MP la metà, il colpo fatto ne' due punti P, N starà a quello fatto in S, come la metà e come un terzo. « Il movimento fatto nel terzo di qualunque asta entrerà tre volte nel moto da capo, e il moto fatto dal mezzo dell' asta entrerà due volte nel moto ultimo » (ivi, fol. 7).

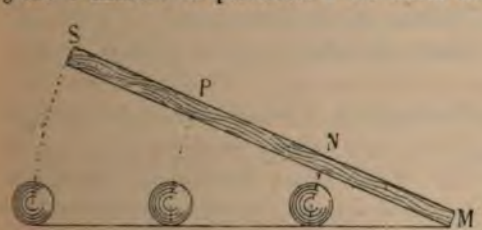


Figura 30.

Tali sono i teoremi dimostrati intorno alla forza della percossa da Leonardo, i quali noi abbiamo voluto preporre al principale, perchè agli stupefatti della tanta scienza di un tale uomo ne sia manifesta l' origine e la preparazione. Fu dunque quel fondamentale teorema così, un secolo prima del Torricelli, formulato: « Due pesi d' eguale qualità caduti da eguale al-

tezza daranno tanto minore colpo l'uno dell'altro, quanto la linea della caduta fia più obliqua all'uno che all'altro: cioè quanto la linea AC (nella precedente figura XXVIII) entra nella linea AB, tanto il peso B darà minore colpo che il peso C » (ivi, fol. 4 ad t.): ciò che nel più proprio linguaggio matematico riesce alla forma, sotto alla quale fu così esposto dal Borelli quello stesso teorema: « Si corpus aliquod moveatur inclinato motu ad superficiem alterius corporis omnino quiescentis, vis et energia percussionis obliquae, ad absolutam percussionem perpendicularem, eamdem proportionem habet quam sinus anguli incidentiae, ad sinum totum » (De vi percuss., Bononiae 1667, pag. 89).

Il felice e maraviglioso incontro fra il Matematico di Messina e il Pittore da Vinci consegue naturalmente dall'avere i due Autori professati i medesimi principii. Il secondo però, che fidatosi non della sola autorità di Aristotile, ma della propria esperienza, aveva que' medesimi principii estesi alla composizion delle forze, con qualunque angolo s'incontrassero insieme nel parallelogrammo; ebbe il vantaggio sul primo, e su tutti gli altri della Scuola galileiana che, troppo ossequiosi al Maestro, reputarono non valer quella regola meccanica altro che per le forze composte ad angolo retto, nelle quali veramente la potenza dell'ipotenusa equivale alla somma delle potenze de' due cateti. Quando poi il Varignon e il Newton vinsero così fatti galileiani pregiudizii, si trovò la Scienza in mano la chiave da aprir certe vie rimaste fin allora inaccesse, intanto che s'ebbe a poter gloriare del titolo di *Meccanica nuova.*

Il Torricelli e il Viviani particolarmente s'erano tanto confidati nelle forze del loro ingegno, rese gagliarde dalla scienza di Galileo, che un secolo prima degli stranieri tentarono quelle novità meccaniche, delle quali così il Torricelli stesso scriveva in una sua lettera al Ricci: « Questa settimana (la prima dell'anno 1643) ho trovato una cosa di Meccanica che è totalmente nuova » (Lettere, per Giovanni Ghinassi, Faenza 1864, pag. 16). Il Viviani imitatore ed emulo del Torricelli tentò pure, oltre questa cosa nuova in Meccanica che consisteva nel determinar le pressioni esercitate da una trave appoggiata a un muro, altre simili meccaniche novità, e fu il primo che si proponesse a risolvere il problema della tension delle funi gravate di pesi. Ma perchè non erano così fatti problemi risolubili per altro, che per l'uso del parallelogrammo, rimasero alle mani del Torricelli e del Viviani o una delusione o una violenza fatta all'ingegno, intanto che la Meccanica nuova in Italia risale propriamente ai tempi di Leonardo. Si trovano per quelle sue mirabili Note apertissimi di ciò gli esempii, e perchè si veda chiara la somiglianza che passa fra l'antica scienza italiana e la nuova risorta, ci tratterremo, come sufficienti per questo Saggio, intorno ai due sopra citati problemi, comparando i modi, tenuti nel risolverli da Leonardo, con quegli altri, che tennero i due ora commemorati valorosi discepoli di Galileo.

Il problema delle funi caricate di pesi propostosi dal Viviani si trova da lui stesso scritto in una sua Nota in questa forma: « I fili CFA (fig. 31)

BA cavalchino i chiodi C, B, e sieno date le lunghezze CA, AB, ed al punto A legato un peso G. Si cerca che pesi deano attaccarsi alle estremità M, N, acciocchè il peso G non iscorra da parte alcuna, e che i fili CA, AB non allunghino o accorcino, e che proporzione abbiano tra di loro i pesi G, M, N » (MSS. Gal. Disc., T. CXIII, fol. 26).

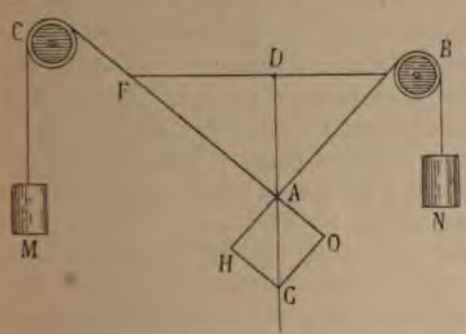


Figura 31.

La soluzione del problema, che non si ritrova data qui dall'Autore, dipende da una proposizione più generale, che può essere così formulata: Concorrano le due funi CA, AB nel nodo A, da cui penda il grave G. Si domanda con quale sforzo siano tese esse funi dai punti C e B, a cui sono stabilmente fisse per i loro due capi? — Facendo uso del parallelogrammo delle forze, la Meccanica nuova insegna a procedere così: Sul prolungamento delle due linee CA, AB costruiscasi il parallelogrammo HO, di cui la diagonale AG rappresenti il peso G e i lati AH, AO le tensioni delle due funi. Chiamate T, T′ queste tensioni, avremo T : T′ = sen GAO : sen GAH. Condotta dal punto B l'orizzontale BF, e prolungata la verticale AG infino in D, avremo sen GAO = sen DAF sta ad FD; come sen GAH = sen DAB sta a DB, e perciò T : T′ = FD : DB. Moltiplicando ambedue i termini di questa seconda ragione per $\frac{AD}{2}$, avremo che le tensioni delle due corde AB, FA stanno reciprocamente come i triangoli FAD, DAB.

Questa della Nuova meccanica è la conclusione medesima, a cui giunse per le medesime vie, con la meccanica sua antica, Leonardo, il quale, chiamando i due ora detti triangoli *angoli chiusi*, così propriamente si esprime in una sua Nota: « Il grave sospeso nell'angolo delle corde divide il peso a esse corde in tal proporzione, qual'è la proporzione delli angoli inclusi infra le dette corde, e la linea centrale di tal peso. Provasi, e sia l'angolo della detta corda BAC, nel quale è sospeso il grave alla corda AG. Sia dunque tagliato esso angolo nel sito della egualità dalla linea FB. Di poi tira la perpendicolare DA all'angolo A, che sia in continuo diretto colla corda AG, e quella proporzione che ha lo spazio DF col DB, avrà il peso che sente la corda BA col peso che sente la corda FA » (Manuscr. B cit., fol. 66 ad t.). Di qui venivasi facilmente alla final conclusione enunciata, perchè DF e DB son le basi di due triangoli, che hanno la medesima altezza AD e « nei triangoli d'eguale altezza, dice Leonardo stesso nella sua Geometria, fia la medesima proporzione qual'è quella della loro base » (Ravaisson-Mollien Man. K., Paris 1888, fol. 86 ad t.).

Chiamato per brevità α l'angolo FAD, α' l'altro angolo adiacente DAB,

il parallelogrammo misuratore della tensione delle due funi, in relazione col peso G che le aggrava, dà $G : T = \text{sen}\,(\alpha + \alpha') : \text{sen}\,\alpha$; $G : T' = \text{sen}\,(\alpha + \alpha') : \text{sen}\,\alpha'$. Ond'è che, se $\text{sen}\,\alpha' = o$ la I^a di queste due equazioni dà $G = T$ e la II^a dà $T' = o$: ciò vuol dire che se dei due tratti di corda l'uno si mantiene obliquo, e l'altro si riduce in direzion verticale, a questo solo, nulla cooperandovi l'altro, è affidato tutto il peso: corollario importante, non lasciato indietro da Leonardo. « Quando la linea intercentrica (ha così in una sua Nota) non taglia l'angolo fatto dal concorso delle due corde, che sostengono il grave; allora, sola una di esse corde è sostenitrice di tutto il grave. Provasi, e sia prima che la linea intersecatrice DG tagli l'angolo A fatto dal concorso delle due corde AB, AF, che sostengono il grave, per la qual linea l'angolo BAF è diviso in due triangoli BAD, DAF. Noi abbiamo provato come tal proporzione hanno li pesi sostenuti dalle due corde, nelle quali si divide il peso G, quale è la proporzione che hanno li detti due triangoli fra loro. Ma nella figura FDAG la linea intercentrica non taglia l'angolo del concorso delle due corde che sostengono il peso, ma passa per l'una delle dette corde, e per questo resta un sol triangolo col quale non si può dar proporzione, perchè in una cosa sola non si dà proporzione. Egli è dunque necessario confessare che tutto il peso sia in tutta la corda, d'onde passa la detta linea intercentrica » (Manuscr. E cit., fol. 68). O in altre parole, come lo stesso Autore nostro altrove si esprime: « Se due corde concorreranno alla sospensione di un grave, e che l'una sia diritta e l'altra obliqua; essa obliqua non sostiene parte alcuna d'esso peso » (ivi, fol. 70).

Se i due angoli α, α' sono uguali, resulta da quelle due medesime equazioni, dateci di sopra dalla risoluzione del parallelogrammo, $T = T' = \frac{G}{2}$; altro corollario così espresso da Leonardo: « Le due corde eguali, che da eguale altezza alla sospensione d'un medesimo grave concorrano, sempre fieno in fra loro d'obliquità eguale, ed egualmente cariche di quel peso che per loro si sostiene » (ivi, fol. 67 ad t.).

Per la semplice inspezione della figura XXXI, che abbiamo seguitato fin qui ad avere sott'occhio, facilmente si mostra, anche senza ricorrere alle vie analitiche, che facendosi l'angolo FAB sempre più ottusso vanno via via le tensioni delle funi a farsi maggiori, rispetto al peso rappresentato dalla diagonale AG del parallelogrammo, nè può quell'angolo sparire, e ridursi i due distinti tratti di corda in dirittura, se non a condizione che la diagonale stessa svanisca, e che perciò il peso G riducasi a nulla: nuovo e più che mai importante corollario formulato così da Leonardo: « Mai la corda, di qualunque grossezza o potenza, posta nel sito della egualità, colli suoi opposti estremi si potrà dirizzare, avendo alcuno peso in mezzo alla sua lunghezza » (ivi, fol. 60 ad t.). E perchè la nuova e inaspettata rivelazione della Matematica poteva ai volgari ingegni apparire strana, si studiò perciò Leonardo di persuaderli così del vero, applicando il teorema già formulato in

generale a un esempio particolare. « Impossibile fia, egli dice, a dirizzare una corda che la lunghezza sua fia 100 braccia, e sia sospesa in fra due carrucole di 100 braccia d' intervallo, e a ciascuna testa sia appiccato uno peso di 1000 libbre. Dico che se tu appiccherai uno peso in mezzo a detta corda, che pesi cento libbre, che la corda si romperà prima ch' ell' alzi, dirizzandosi, il suo peso nel sito della ugualità. E' pare quasi impossibile a dire che duemila libbre di peso, che è attaccato in nelli estremi della corda, non debba elevare dugento libbre, cioè il peso della corda e quello che è posto in mezzo alla corda » (Manuscr. A cit., fol. 51 ad t).

A persuadere la verità di un tale apparente paradosso si sceglie da Leonardo una via indiretta, per la quale, poste quelle e certe altre particolari condizioni, si viene a concludere che, per tender la corda, non mille libbre di peso ci bisognerebbero, ma ventimila, intantochè la corda stessa, prima che tesa, dovrebbe necessariamente essere a tanto sforzo strappata. I mezzi termini della conclusione si trovano dal Nostro ne' principii statici del vette, in un modo simile a quel del Borelli, nella proposizione sua LXV della I Parte *De motu animalium*. È questa proposizione così dall' Autore suo formulata: « Nulla potentia finita poterit sublevare aut retinere quamlibet exiguam resistentiam, usque ad situm horizontalem » (Romae 1680, pag. 124). Sia R (fig. 32) una potenza, la quale, tirando obliquamente per la direzione AC, costringe il peso T a salire sempre rasente il regolo CD. Dice ch' essendo AH proporzionale alla potenza, e HD proporzionale al peso stesso non potrà essere sollevato più su del punto H, e li giunto si farà l' equilibrio. Potrebbe la dimostrazione rendersi più speditamente sicura, applicandovi il principio della composizion delle forze, imperocchè la potenza AH può decomporsi nelle due DH, ZH, della seconda delle quali è rintuzzata l' azione dalla resistenza del regolo. Di qui si vede che potrebbe essere un peso anche sollevato in O, purchè interceda fra lui e la potenza la relazione di OD ad OA, e si vede inoltre che la direzione della potenza stessa, qualunque ella si sia, non potrà mai essere quella di AD, se non a condizione che il peso da sollevarsi sia nullo.

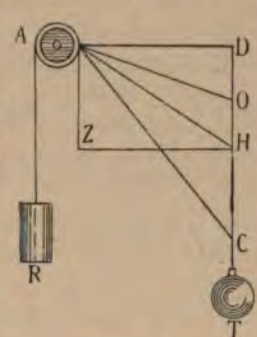


Figura 32.

Il Borelli però tiene nel dimostrare quest' altra via, quale dalle sue seguenti parole vien disegnata. « Quod vero absoiute resistentia T perduci aut retineri non possit in horizontali DA, patet, quia T in D solummodo moveri potest per DC tangentem circulum radio AD descriptum, et sic linea tractionis AD per vectis DA fulcumentum A transiret, ed ideo potentia R sustinere non posset exiguam resistentiam T » (ibid., pag. 125). Considera insomma il Borelli che AD sia un vette, e che la direzione della potenza passi per il suo punto d' appoggio, nel qual caso non può veramente il vette stesso venir sollevato e ridotto in positura orizzontale, se non che da una

potenza infinita. Abbiamo infatti, riguardando uno de' bracci della leva come contratto nel punto A, $T : R = o : AD$ d'onde $R = \frac{T.AD}{o} = \infty$.

Leonardo procede nella sua dimostrazione in un modo simile a questo, se non che suppone che l'altro braccio del vette sia ridotto, non a un punto matematico, ma a una piccolissima estensione, la quale determinata, benchè non conduca alla necessità di una potenza infinita, la richiede nulladimeno talmente grande, da vincere di gran lunga qualunque natural resistenza, che le possa fare una fune.

Sia la metà di questa fune rappresentata da AR (fig. 33), e sia OD il diametro della girella, ch'essa fune cavalca, per esser tenuta tesa dal grave pendulo Q, mentr'è gravata in A da un più piccolo peso P. Leonardo, come il Borelli, deduce le relazioni, che debbon passare fra i due detti pesi per l'equilibrio, dalle leggi del vette, uno de' bracci del quale sia posto nella lunghezza della fune, e l'altro nel raggio della rotella, il centro della quale fa da fulcro alla stessa leva. Dà dunque quella legge statica $P : Q = DO : AR$, ossia $Q = \frac{AR}{DO} . P$, e per tutta intera la fune, con i due pesi eguali che la tirano da' suoi capi, $2\,Q = \frac{2 . AR}{DO} . P$. Passando ora a fare di questa formula l'applicazione numerica; perchè ponesi da Leonardo $P = 100$, $AR = 200$, $DO = 1$; sarà dunque $2Q = 400 \times 100 = 40{,}000$, d'onde $Q = 20{,}000$.

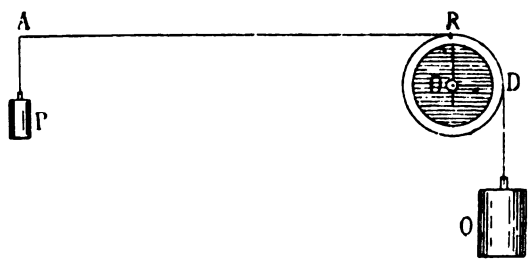


Figura 33.

Tal'è appunto il discorso di Leonardo nella seguente forma da lui propriamente espresso, dop'avere affermato essere impossibile a far tendere una corda da due pesi di mille libbre, che la tirino fortemente da una parte e dall'altra: « La ragione di questo si è, che il peso, posto in mezzo alla corda, fa quello medesimo offizio al contrappeso delle mille libbre, che farebbe altrettanto peso appiccato nella estremità di una leva, che fosse lunga 50 braccia. Adunque, per sapere la verità di questo effetto, cioè se gli è possibile che il peso delle 2000 libbre può dirizzare la corda, misura il diametro del sodo della girella, che sostiene il peso delle mille libbre, e guarda quante volte la metà d'esso diametro entra dal mezzo della girella al mezzo del peso delle cento libbre, sopra la linea RA. E quanto detta parte del diametro, cioè OR, entra dugento volte insino al di sopra del mezzo della corda; altrettanto fa l'altro mezzo, che dice 400. Adunque dì: 400 via 100 fa quarantamila, e poi v'è il peso della corda, che la regola del suo peso

di sotto. In effetto la corda, in molta lunghezza, non si dirizzerà, se non si rompe » (Manuscr. A cit., fol. 51 ad t.).

S' esercitò anche Galileo intorno a questo meccanico problema, ma l'impossibilità di dirizzare una corda in linea orizzontale, da qualunque immensa forza sia tirata, non sapendo come Leonardo far uso del parallelogrammo, che rende per sè medesimo l'apparente stranezza evidente, si lusingò di poter concluderla dal principio statico generale de' momenti uguali alle velocità moltiplicate per i pesi. « Intendete per ora, così scrive nella IV giornata delle Due nuove scienze, questa linea AB (fig. 34) passando sopra i due punti fissi e stabili A, B, aver nelle estremità sue pendenti come vedete due immensi pesi eguali C, D, li quali, tirandola con grandissima forza, la facciano star veramente tesa direttamente, essendo essa una semplice linea senza veruna gravità. Or qui vi soggiungo e dico che, se dal mezzo di quella, che sia il punto E, voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo H; la linea AB cederà, ed inclinandosi verso il punto F, ed in conseguenza allungandosi, costringerà i due gravissimi pesi C, D a salire in alto, il che in tal guisa vi dimostro » (Alb. XIII, 264). Descrive, per la dimostrazione, Galileo, co' due raggi AE, BE, fissi ne' loro centri A, B, le due porzioni di cerchio EG, EM, e per provar possibile che il piccolo peso H ha virtù di scendere, come per esempio sarebbe in F, e perciò di far risalire i due grandissimi pesi C e D, per tratti uguali a FL, FI; ricorre al principio statico de' momenti, il quale dovrebbe, nel caso dell' equilibrio, dare l' equazione C : H = EF : FI. Ma perchè EF ha maggior proporzione a FI di quel che non ha C ad H, il che Galileo si studia di dimostrare, resta che il piccolissimo peso abbia tanta virtù di moto in basso, da sollevare i due grandissimi in alto: « resta manifesto cioè, dice lo stesso Galileo, che la linea AB partirà dalla rettitudine orizzontale. E quel che avviene alla retta AB priva di gravità, mentre si attacchi in E qualsivoglia minimo peso H, avviene alla stessa corda AB, intesa di materia pesante, senza l' aggiunta di alcun altro grave, poichè vi si sospende il peso stesso della materia componente essa corda » (ivi, 265).

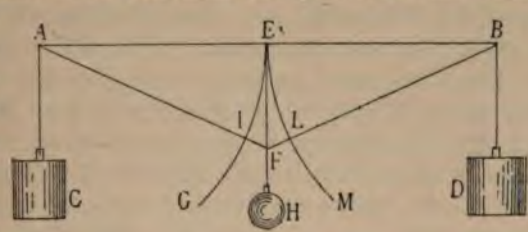


Figura 34.

Al Viviani, come vedremo più di proposito altrove, entrò poi qualche scrupolo di questa galileiana dimostrazione, nè gli parve che la tangente e la secante si movessero in tale ordine fra loro, da rendere le velocità comparabili. Il dubbio dall' altra parte non era senza giusto motivo, reso anche più manifesto per l' uso del parallelogrammo, da cui resulta che la ragion del peso C al peso H non è quella delle linee EF : FI, posta da Galileo, ma sì veramente quell' altra delle linee EF : AE.

Notabile che Leonardo, il quale si servì di questa medesima costruzione galileiana, col diretto e immediato intento di dimostrare che, in qualunque sorta di movimento, allora si stabilisce il sistema in equilibrio, che gli spazii tornano reciprocamente proporzionali ai pesi; rimanesse, come Galileo, ingannato, reputando che gli allungamenti delle secanti e della tangente, comune ai due archi de' cerchi, potessero servire per la più giusta misura delle velocità, con le quali i due ponderosi gravi C, D risalgono, e il corpicciolo H discende. « Se la corda AB, egli dice, sia tesa da due forze uguali C, D, poni nel mezzo della corda in E un piccolo peso H. Egli scenderà infino in F, e farà salire nel medesimo tempo i due pesi C, D. Col raggio AE tira l'arco EG, il moto del peso C sarà IF. Il peso H scenderà infintanto che non si riduca alla proporzione H : C = IF : EF » (Venturi, *Essai* cit., pag. 17).

Se avesse preso per filo, da non smarrirsi per la intricata via, il parallelogrammo, si sarebbe Leonardo, come negli altri casi, felicemente incontrato nel vero, ma benchè riconoscesse quella regola per certa, ebbe nonostante questa volta a trovare qualche difficoltà nel bene applicarla. Di simili difficoltà, dall'altra parte s'incontrarono bene spesso anche i moderni a dover fare esperienza, di che il problema della trave appoggiata al muro, accennato di sopra, offre in proposito un singolarissimo esempio. Dopo l'instaurazione della Scienza meccanica fu, come si disse, il Torricelli il primo a fare una tal nuova e pericolosa prova, e benchè debba essere altrove questo per noi argomento a più lungo discorso, basti qui il dir tanto intorno al modo tenuto in risolver quel meccanico problema dal discepolo di Galileo, quanto giovi a paragonarlo con quell'altro modo proseguito da Leonardo.

Così dunque esso Torricelli, presa un giorno la penna in mano, coll'intenzione di mettere in bella forma il suo pensiero; ne lasciava in una notarella manoscritta interrotto il costrutto, dop'avere appena accennato al suo assunto: « Fra gli effetti della Meccanica, degni di essere osservati, uno se ne trova, non avvertito ancora da alcuno che io sappia, eppur da esso possono derivar cognizioni di qualche momento e di molta curiosità. Sia AB (fig. 35) un muro eretto al piano dell'orizzonte BC, e sia AC una trave appoggiata al muro. Chiara cosa è che, mentre ella starà assai eretta, come AC, pochissima forza che, posta in C, spinga verso B basterà per reggerla, il che non accaderà, quando la trave sia più inclinata, come la DE. Ora, per contemplar ciò, supponghiamo per ora che AC sia una linea, e che in A e in C siano due potenze eguali, e che la A prema perpendicolarmente in giù verso B, ma la C spinga orizzontalmente verso E.

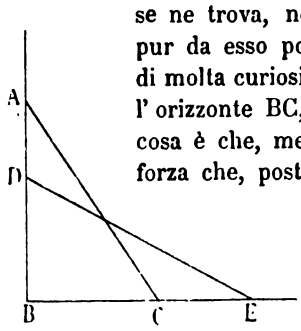


Figura 35.

Cercasi la proporzione del momento, che averanno queste due forze, e dico che la forza A alla C sarà come la linea CB alla BA, permutatamente prese. Per provar questo bisognerà discorrere più a lungo.... Ora in cambio delle due potenze si potrà, come nelle macchine della Meccanica, ed in particolare

nella lieva, considerare in A un peso, ed in C la potenza come sopra..... (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, c. 87).

Nell'attendere a compilare il trattato torricelliano *De motu ac momentis* voleva il Viviani raccogliere anche questo fra gli altri teoremi, rendendo intelligibile il pensiero dell'Autore coll'osservar ch'è la conclusione di lui dedotta dalla Meccanica galileiana, considerando l'angolo retto B così disposto, che l'ipotenusa riesca parallela all'orizzonte. Di qui è che venendo, in tal disposizione della segnata figura, ed aver le due linee oblique AB, BC la medesima altezza, un grave che per essa scenda ha gl'impeti reciprocamente proporzionali alle loro lunghezze.

Ecco come pensava il Viviani di spiegare e rendere in forma i concetti del Torricelli: « In angulo recto ABC, e perpendiculari AB et horizzontali BC constituto, concipiatur quaecumque subtensa AC, vel quaedam hasta solida, omni tamen gravitate carens et inflexibilis. In A, et in C, sint duae aequales potentiae, quam altera deorsum premat iuxta directionem perpendiculi AB, altera autem impellat iuxta directionem horizontalem CB, contra angulum B. Dico momentum patentiae in A, ad momentum potentiae in C, esse in ratione latorum permutatim sumptorum, nempe ut CB ad BA. »

« Ad hoc probandum ponatur, non amplius latus BC, sed hypothenusa, sive AC, esse horizontaliter constituta, ita ut planum trianguli ABC cum aliquo verticalium congruat, angulo B deorsum spectante, productisque BA, BC, in angulis A, C concipiantur aequalia pondera A, C. Per ea, quae demonstravit magnus Galilaeus in suo Mechanicae tractatu, aliisque aggressionibus, et hic Auctor ad initium sui libelli *De motu* confirmavit, momentum gravis A directive per planum AB, ad momentum aequalis gravis C directive per planum CB, est reciproce ut CB ad BA » (ivi, c. 104 ad t.).

Non era possibile però che a quel sottile giudizio del Viviani non sembrasse questa una troppo gran violenza fatta ai principii statici galileiani, per accomodarli in qualche modo alla soluzion del problema; nonostante, proponendosi un caso simile, non par che sapesse trovar, di questa, via molto migliore.

« Sia il muro a piombo AB (scrive esso Viviani in una sua Nota autografa) ed il pavimento BC, ed un corrente DE si vadi appoggiando come si vede in varie positure e inclinazioni. Si cerca con che proporzione vadia questo grave violentando i detti piani sopra i quali si appoggia. — Credo che il peso, che sente il piano AB, al peso che sente il pavimento, stia omologamente come l'altezza del muro del toccamento del corrente fino a terra, nel luogo B, alla lunghezza del pavimento, dal detto B fino all'altro toccamento sopra di esso » (MSS. Gal. Disc., T. CXIII, c. 30).

L'opinione così espressa non si trova qui confortata da nessuna dimostrazione, ma che fosse fondata, come si disse, sulla statica galileiana, può confermarsi da un'altra Nota, nella quale il Viviani stesso conclude le proporzioni delle varie spinte del corrente contro il muro, nelle sue varie inclinazioni, dagl'impeti che farebbe un grave supposto scendervi sopra, come

su due varie obliquità di un medesimo piano. Or perchè i gravi uguali A, D posti sopra le oblique eguali AC, DE hanno impeti proporzionali alle altezze AB, DB, applica il Viviani questa ragion meccanica dei momenti a qualunque altra potenza, e perciò anche alla spinta data al muro dal corrente, che in varia giacitura gli si appoggia. « Quod vero de momentis aequalium gravium super codem aequali plano AC, DE, intelligatur quoque de momentis aequalium potentiarum quarumlibet, per directiones AC, DE » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, c. 105).

Se il trapasso, dai momenti sopra i piani inclinati a qualunque potenza operi in quelle direzioni, sia da concedersi al Viviani, ne dubitarono ragionevolmente i Matematici venuti di poi, i quali, divulgatasi la notizia del problema proposto dal Torricelli, vi applicarono a risolverlo la regola del parallelogrammo delle forze. Il modo più conveniente però di quella applicazione gli pose in impaccio, ond' è che ne dettero soluzioni varie, e forse non meno incerte di quelle date dai due commemorati discepoli di Galileo, concludendole dalle dottrine statiche del loro Maestro.

Può, comunque sia, per facilitar la questione, osservarsi che, se ne' due punti di appoggio A e C, rappresentati da noi nella solita figura XXXV, s' intendano applicate due forze orizzontali, eguali e contrarie alle due spinte, il corrente rimarrà tuttavia in equilibrio, cosicchè è il punto C del pavimento, che ne sostien soprà sè tutto il peso. L' una o l' altra poi di quelle spinte eguali può facilmente determinarsi, decomponendole ne' lati del parallelogrammo, da che, chiamata S la detta spinta, P il peso del corrente inteso raccolto nel suo centro di gravità, ϕ l'angolo ch' egli fa col muro di appoggio, a la sua lunghezza, b la parte di lui che resta dal centro di gravità al punto di contatto col pavimento; s' ottiene la relazione $S : P = (a - b) \text{ tang. } \phi : a$. Che se il corrente stesso è omogeneo e uniforme, e b perciò è uguale alla metà di a, il valore della spinta è dato da $P . \frac{\text{tang. } \phi}{2} = P . \frac{BC}{2}$; ossia essa spinta è uguale al peso del grave che si appoggia, moltiplicato per la metà della sua proiezione ortogonale.

Ora è da vedere in che modo fosse questo medesimo problema risoluto da Leonardo, che fu primo a proporlo ai Meccanici, un secolo prima del Torricelli. Non avendo nemmen egli, come i moderni, trovato conveniente modo di applicarvi il principio della composizion delle forze, si lasciò, fin dove seppero, condurre all' Aritmetica e alla Geometria, e poi, abbandonato da loro, riposò l' affaticata mente nell' esperienza. « Quello corpo, del quale la continua larghezza è superata dalla lunghezza, conviene che dia di sè eguale carico ai due sua estremi contatti, quando fieno equidistanti al centro come F, E (fig. 36), ma quando il corpo starà per linea perpendicolare dico il contatto della inferiore stremità ricevere sopra sè tutto il di sopra posto carico, e la superiore niente pesa al suo apposito contatto, come appare in GE. Ma se detto corpo fia colle due estremità di discordante distanza a detto centro, sarà di discordante peso, imperocchè la parte, che più se li

avvicina, più carica, e la più lontana si fa più lieve, come appare in A, C.

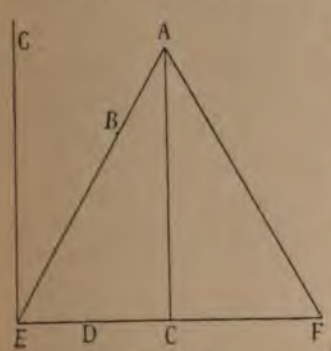


Figura 36.

Adunque, se nella prima proposizione si dimostra il detto peso compartirsi ne'due estremi contatti, e così nella seconda il basso E riceverà tutto, e il G niente; adunque è necessario confessare, per ragione geometrica e arismetrica, che quel peso, che si trova tra l'uno e l'altro modo, partecipi de'due estremi, come A, C. Se il peso AE fia 4 braccia e 8 libbre, e che tu lo penda in modo, che non sia tutto nel punto E, e nè compartito per metà in FE, anzi si trovi in mezzo alla linea FE, cioè sopra il punto C; dico per ragion di Arismetrica che se il peso, stando per lo ritto, dà 8 libbre di carico al punto E, e stando intieramente a diacere glie ne dà 4; or piglia il mezzo che è infra 4 e 8, che è 6: adunque il punto sia B e CA sia due fra forza e peso, e per ragion geometrica si trova che, tolta la base del triangolo ACE, e quella partita per metà nel punto D, dico sempre DE darsi a A, e così DF darsi in E. DE è simile a AB, e così DF è simile a BE » (Manuscr. B cit., fol 63).

Non in tutti i casi però vale questa ragione geometrica, perchè DF non è *simile*, ossia uguale a BE, se non che quando il triangolo AEF è equilatero, e il corrente è perciò inclinato di 60 gradi sul pavimento. Nonostante vuol Leonardo che questa sia regola generale, e che sia da seguirsi per qualunque inclinazione, com'egli dice di aver trovato coll'esperienza. « Io trovo per esperienza che il legno AE darà tanto di sè men carico nel punto E, quanto è la metà della basa del triangolo AEC: cioè se la mazza sarà 6 braccia e pesi 6 libbre, e la metà della sua base ED sia uno braccio, dico che il bastone darà di sè peso al punto E cinque, e una libbra ne va in forza nel loco, dove s'appoggia A » (ivi, fol. 14 ad t.).

È chiaro dunque che Leonardo, confondendo le spinte orizzontali con l'unica verticale, fa quelle variar fra loro secondo l'inclinazione dell'asta appoggiata al sostegno, ond'è che, chiamando S la spinta data dall'asta stessa in A, S′ l'altra data in E, e ritenute le solite denominazioni α, φ poste di sopra, le relazioni fra S, S′ sarebbero secondo Leonardo espresse dall'equazione $S : S' = \text{tang.}\ \varphi : 2\,\alpha - \text{tang.}\ \varphi$.

Notabile è a questo proposito l'ingegnoso modo, con che spesso il Nostro sa tradurre in formule matematiche i resultati delle esperienze. Le regole, ch'egli dà in varie Note del manoscritto C, per determinar l'altezza di un liquido, in un vaso chiuso, dall'ampiezza e dalla forma del getto, ce ne offrirebbero un esempio singolarissimo. Ma perchè questo appartiene a un soggetto alquanto diverso dal presente, termineremo il nostro Saggio col proporre ai lettori un altro problema di Meccanica che, essendo stato prima secondo noi risoluto dallo stesso Leonardo per esperienza, fu da lui poi ri-

dotto a regola generale geometrica. « La infima bassezza dell' arco, che fa la corda più lunga che lo spazio che è infra i sua sostentacoli, sostenuta ne' sua stremi da due varie altezze, toccherà terra tanto più presso al minore sostentacolo, che al maggiore, quanto il maggiore riceve dentro a sè l' altezza del minore. Verbigrazia, se il sostentacolo AB (fig. 37) entra due volte in nel maggiore sostentacolo ED, lo spazio, che resta infra CB, entra ancora due volte in DC » (Manuscr. A cit., fol. 48).

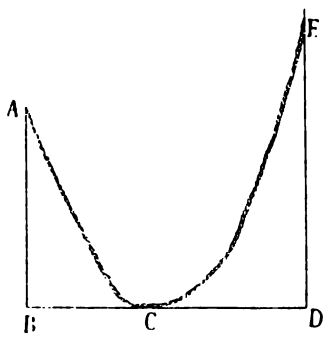


Figura 37.

Benchè però, considerato il consueto ordine del procedere di Leonardo, siasi da noi affermato che probabilmente questo teorema meccanico fu per lui prima il frutto dell' esperienza, le speculate teorie dei pesi attaccati alle funi dovettero nulladimeno venire a dargliene la conferma. Negli esempii da noi sopra recati il peso G della figura XXXI si supponeva così fisso in A, che le funi CA, AB rimanessero sempre di lunghezza invariabile. Ora volle Leonardo, proseguendo l'amato esercizio, veder come procedesse il fatto, quando lo stesso peso fosse libero di scorrere per la fune, infintantochè non si fosse adagiato al suo naturale equilibrio, come sarebbe per esempio a infilarvi un anello di ferro.

Dir, come ne concludono analiticamente i Moderni, che dal dover essere la direzione della gravità dell' anello perpendicolare all' ellise da lui descritta nello sorrere per la fune, ne concludesse anche Leonardo che la linea intercentrica dee divider l' angolo fatto dalla stessa fune in due parti uguali; sarebbe forse un esagerar di troppo le naturali virtù di quell' ingegno, ma in ogni modo, o per esperienza, come crediamo noi, o per altre vie, egli riuscì benissimo a conoscere quella verità, o vogliam dire geometrica, o di semplice fatto.

Sieno dunque A e B (fig. 38) i due punti variamente alti, e a cui stanno fissi i capi della fune AEB, nella quale è stato infilato il pesante anello E. Per risolvere il problema conduce Leonardo per E la orizzontale DC, sopra la quale abbassa le due perpendicolari AC, BD. Dovendo la linea intercentrica EF, per le riconosciute condizioni dell' equilibrio, dividere l' angolo AEB in due parti uguali, cioè in AEF = EAC, e in FEB = EBD, i due triangoli simili, o *angoli chiusi uguali*, come il Nostro gli chiama, ACE, BED daranno AC : BD = CE : ED; proporzione sopra la quale, anche graficamente, si potrà risolvere il problema in un modo forse più facile e più spedito di quello stesso suggeritoci dal

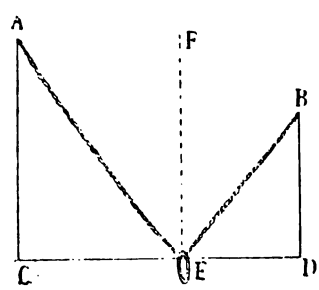


Figura 38.

Bossut, o da altri Matematici moderni. « Quel corpo ponderoso, così propriamente esprimesi Leonardo, che fia sospeso infra la corda, della quale i sua estremi fieno attaccati a due sostentacoli di diversa altezza, giacerà infra eguali angoli, de' quali le loro base fieno tanto più larghe l' una che l' altra, quanto gli estremi della corda fieno fermi più alti l' uno che l' altro » (ivi, fol. 48).

Or è facile vedere che, riguardando la fune come aggravata dal suo proprio peso, si possa facilmente ridurre alle condizioni dell' antecedente questo secondo esempio, in cui la fune stessa è aggravata da un peso straniero. E di quì è a concludere all' ultimo quanto nella Geometria e nella esperienza, sapientemente contemperate insieme, sapesse ritrovar valido argomento di progredire la scienza meccanica di Leonardo da Vinci, speculata dalle naturali virtù del proprio ingegno, e diretta da tutta quella scienza, che si poteva avere al suo tempo.

V.

Ai magnificatori del divino ingegno, ai troppo creduli della miracolosa potenza dell' uomo, che crea da sè medesimo nuove scienze, senza precedenti tradizioni, e senza un primo maestro; si rivolge in particolare l' argomento di questa storia, la quale ci sovviene opportuna a confermare il fatto, che là dove venivano a mancar le anteriori istituzioni e i principii, da attingervi il vero in essi concluso, andava anche il divino ingegno di Leonardo da Vinci brancolando, insieme con gli altri, fra le tenebre dell' ignoranza e dell' errore. Per la Statica erano date quelle istituzioni e posti quei principii da Aristotile, da Archimede, e da Giordano Nemorario, che segnano, secondo noi, nella storia della scienza tre distinte epoche progressive, e fu mostrato di sopra come, giovandosi di quegli utilissimi documenti, sapesse ingegnosamente Leonardo applicarli alla teoria delle macchine, e a' momenti dei gravi sopra i piani inclinati; e come fedelmente, proseguendo la regola di decomporre le forze, insegnata da Aristotile e messa già in uso in certi problemi ottici da Alazeno e da Vitellione; riuscisse mirabilmente ad assoggettar la più ritrosa parte della Meccanica alle docili discipline della Geometria.

Alla Dinamica però corse la sorte alquanto diversa. Benchè avesse le prime mosse da Archimede, furono però così deboli e così lontane, da non risentirne l' impulso, se non che tra il finir del secolo XVI, e il principiar del seguente, per opera precipua del Benedetti e di Galileo. È perciò che Leonardo, studioso delle archimedee tradizioni, seppe sgombrarsi la mente dagli errori aristotelici intorno alle qualità e alle cause, che rendono i corpi o gravi o leggeri, riconoscendole facilmente dal vario impulso dei mezzi; ma da' moti equabili in fuori, non riuscì con l' aiuto delle matematiche a saper

nulla di più de' contemporanei intorno alle leggi dei corpi gravi naturalmente cadenti e dei proietti. La stessa mirabile pazientissima diligenza delle esperienze, se potè farlo accorto di qualche peripatetico errore, non valse nulladimeno a rivelargli il vero, lungo tempo dopo riserbato alle scoperte del Cavalieri e di Galileo. A confermar le quali cose, e a provar l'assunto propostoci contro chi temerariamente asseriva esser la Scienza meccanica una creazione della mente di Leonardo da Vinci, convien ricorrere ai documenti, dimostrativi da una parte dell' efficacia, e dall' altra del difetto delle tradizioni.

Notabilissimo esempio di così fatta efficacia ci si porge in quel che s' accennava della naturale gravità e leggerezza, intorno a che aveva Aristotile insegnato moltissimi errori, qual sarebbe per esempio quello che ogni corpo, nel suo proprio luogo, è grave come l'aria nell' aria, e l'acqua nell' acqua, e che a ciascun corpo l' esser grave e leggero è per una assoluta proprietà della Natura. Dimostrò invece Archimede non essere, nella gravità e nella leggerezza de' corpi, nulla di assoluto, ma tutto aver relazione e dipendenza dalla qualità del mezzo, la circumpulsion del quale lascia cadere il grave s' è vinta dal peso di lui, e lo fa al contrario salire se, sopra quello stesso peso, riman vincitrice. In sentenza de' quali savi documenti, appresi dalla lettura dei Libri archimedei, andava così ripetendo anche il nostro Leonardo: « Li moti degli elementi gravi non sono al centro, per andare ad esso centro, ma perchè il mezzo ove essi sono non li può resistere, e quando l' elemento trova resistenza nel suo elemento, il suo corpo più non pesa, nè cerca più di andare al centro » (Del moto dell' acqua cit., pag. 281). E più sotto ripete, anche più spiegatamente, così lo stesso concetto: « La terra è grave nella sua sfera, ma tanto più quanto essa sarà in elemento più lieve. Il fuoco è lieve nella sua sfera, e tanto più, quanto esso sarà in elemento più grave. L'acqua è grave e lieve, e tanto più grave quanto essa sarà in elemento più lieve, e tanto più lieve quanto essa sarà in elemento più grave. Sicchè nessuno elemento semplice ha la sua gravità o levità nella sua propria sfera. E se la vessica piena d' aria pesa più nelle bilance, ch' essendo vuota, questo è perchè tale aria è condensata, e condensar si potrebbe il fuoco, che sarebbe più grave che l'aria o eguale all' aria, e forse più grave che l'acqua, e forse eguale alla terra » (ivi, pag. 282).

A mostrar che, da una medesima fonte, salirono queste acque vive, giova comparar le dottrine del Nostro con quelle, che ha in certe sue abbozzate scritture Galileo. Ma perchè queste stesse galileiane scritture, date ora alla luce, non sono altro che una giovanile esercitazion dell' Autore sopra le *Speculazioni* del Benedetti, pensiamo di trascriver qui le parole del Matematico di Venezia, che sembrano a noi copiate da un più antico esemplare caduto quasi un secolo prima sotto gli occhi del popolano di Vinci. Nel trattatello *Disputationes de quibusdam placitis Aristotelis*, al cap. XXVI, così si legge: « Omne corpus esse in loco proprio grave, ut Aristoteli placuit, non est admittendum..... Exemplum, quod ipse de utre inflato proponit,

debuisset saltem ei oculos ad veritatem, quae clarissime fulget, inspiciendam, aperire. Verissimum est utrem inflatum plus ponderis habere quam vacuum, aut quando aer in eo non est per vim inclusus. Ratio autem huius rei est quia, quando inflatus est, ea quantitas aeris, in eum per vim iniecti, minorem occupat locum, quam si eidem libere vagari permitteretur, unde violenter quodammodo condensata est, et quia corpus densum in minus denso semper descendit, et minus densum in magis denso ascendit. Hanc ob causam uter inflatus plenus corpore magis denso, quam est medium quod eum circumdat, descendit, non quia aer in aere, aut aqua in aqua sit gravis » (Editio cit., pag. 85).

Come le fonti, da cui s' attinsero queste dottrine nel secolo del Benedetti, ossia della instaurazion della scienza, e in quello di Leonardo che la preparava, erano le archimedee; così di là s' appresero nel medesimo tempo le facili ragioni matematiche dei moti equabili. « Se una potenzia (ha così una delle solite Note vinciane) moverà un corpo in alquanto tempo un alquanto spazio, la medesima potenzia moverà la metà di quel corpo nel medesimo tempo due volte quello spazio, ovvero la medesima virtù moverà la metà di quel corpo per tutto quello spazio nella metà di quel tempo » (Ravaisson-Mollien, Manuscr. F, Paris 1889, fol. 26).

Le difficoltà maggiori frugavano più vivamente il desiderio di sapere il vero intorno ai moti accelerati, principalmente da poi che alcuni, imbevuti delle dottrine archimedee, dall' aver colto Aristotile in fallo circa ai gravi e ai leggeri, entrarono in gran sospetto che si fosse il Filosofo parimente ingannato, quando sentenziò che le velocità dei gravi cadenti son proporzionali alla potenza dei loro pesi. Sembrava che l' esperienze da farsi in mezzo all' aria, per chiarir così fatti dubbii, non fossero molto più difficili di quell' altre fatte già in mezzo all' acqua, ma s' ebbe presto a riconoscere l' illusione, quando, lasciando andare da qualche altura varie sorte di corpi, se ne volle con gli occhi, o con poco opportuni strumenti, misurar, per comparrle fra loro, le varie velocità delle cadute. Il vero si nascondeva agli sperimentatori, or qua or là rifuggendo ai due eccessi, intanto che, tutti allo stesso modo ingannati in osservar le misure degli spazii e dei tempi, parvero ad alcuni quelle misure così grandi da venire in conferma della legge peripatetica, mentre altri credettero di trovarle fra loro così poco differenti. da pronunziar la sentenza contraria, che cioè due gravi, diversamente pesanti, giungono in cadute eguali a toccar nel medesimo istante la terra.

Leonardo volle entrare di mezzo nella questione che, movendo al trionfante Peripaticismo così nuovo e valido assalto, doveva a que' tempi agitarsi tra' Filosofi e i Matematici con gran fervore. Si facevano i Matematici forti dell' autorità di Archimede e anche il Nostro, benchè non dubitasse di poter logicamente fare il trapasso dalla Statica alla Dinamica, consentendo con Aristotile che, così nelle Macchine come nelle libere cadute, fossero le velocità proporzionali ai momenti dei pesi, si persuase nulladimeno che il discordar così come facevano l' esperienze da questa legge, dipendesse tutto acciden-

talmente dalle varie resistenze del mezzo, il quale se può, essendo acqua, o impedire affatto la velocità del galleggiante o ridurla in verso contrario; potrà similmente, essendo aria, colla sua resistenza varia, alterare in vario modo la velocità del grave che discende per essa. « Sempre la potenzia del motore, egli dice, debba essere proporzionata al peso del suo mobile, e alla resistenza del mezzo per il quale il peso si muove. Ma di tale azione non si può dare scienza, se prima non si dà la quantità della condensazione dell'aria percossa da qualunque mobile, la quale condensazione sarà di maggiore o minor densità secondo la maggiore o minor velocità, che ha in sè il mobile che la preme, come ci mostra il volar degli uccelli, li quali, col suono delle loro alie battendo l'aria, fanno il suono più grave o più acuto, secondo il più tardo o veloce moto delle loro alie » (Manuscr. E cit., fol. 23 ad t.).

Per giunger dunque ad avere e a dare la desiderata scienza dell'azione dell'aria sulle libere cadute dei corpi, attese il nostro Leonardo con sollecito studio alle fisiche proprietà di lei, e ne conseguì in parte quella notizia, che s'annunziò un secolo e più dopo da Galileo e dal Torricelli per una nuova grande scoperta. L'elasticità dell'aereo elemento intorno alla quale si seguitò a dubitare da molti infino a mezzo il secolo XVII, veniva dimostrata con l'esperienze medesime de' moderni negli Spiritali del Porta, e il Cardano l'applicava, come si vedrà meglio in seguito, alla caduta dei gravi, illustrando il sopra esposto concetto di Leonardo. Quanto al peso, l'aveva benissimo esso Leonardo riconosciuto nell'esperienza aristotelica dell'aria condensata nel pallone di vetro, ma non si arrestò il progresso di una tale notizia per lui, che attendeva a scoprir le fisiche proprietà di quello elemento, in mezzo a cui naturalmente discendono tutti i gravi. L'artificiale condensazione dell'aria stessa dentro il pallone chiuso, e la misura di lei rivelatagli da una squisita bilancia, lo condussero, in mezzo a questi suoi principali intenti meccanici, a scoprir la naturale condensazione dell'aria per certe sottilissime vie, delle quali, divagando un poco dal diritto nostro cammino, segneremo qui ai Lettori la traccia.

Trovò dunque che un corpo intero pesa più di quando sia ridotto in frantumi, e che una fune avvolta in matassa è alquanto più leggera che se venga distesa. Il fatto in sè curioso ritrovò per Leonardo una facile ragion naturale nelle varie resistenze dell'aria, le quali si fanno o maggiori o minori, secondo che maggiore o minore è il volume del corpo, o è più o men lata la superficie dell'immersione. Quando per esempio la fune è avvolta, la resistenza s'estende a tutta la superficie della matassa, mentre, quando è distesa, non trova altra resistenza che nel suo infimo capo, a quel modo che resiste l'acqua solamente contro la piccola base inferiore di un lungo e sottil cilindro, che s'immerga nel vaso. « Molti piccoli corpi ponderosi, così scrive il Nostro, giunti insieme uniti fieno di maggior peso che a essere separati: cioè, se torrai raspatura di piombo o vetro pesto e pesali, e poi li fondi insieme, troverai questi essere cresciuti » (Manuscr. A cit., fol. 4). E in un'altra Nota: « se peserai una corda distesa, e poi la pesi avvolta, tro-

verai di maggior peso la distesa che l'avvolta, perchè l'avvolta trova maggior resistenza » (ivi, fol. 34).

Ora in queste così delicate e minuziose esperienze, ripetute da Leonardo in tanti modi e tante volte, ebbe a trovare con sua grande sorpresa che, da un giorno a un altro, e da una stagione a un'altra, il peso sulla Bilancia variava, ciò che, essendo i corpi medesimi, e medesimi i modi del trattarli, non poteva attribuirsi ad altro, che a qualche variazione subita nella densità dell'aria, e perciò nel peso dell'atmosfera. E perchè osservò che succedevano così fatte variazioni spesso al variarsi lo stato del cielo, da sereno per esempio a piovoso, gli si ebbe facilmente a trasformare quella delicatissima bilancia delle esperienze in un vero e proprio *Barometro.* Tale è per noi quello strumento *da conoscere la costituzione e la densità dell'aria, e quand'è che il tempo si dispone alla pioggia,* pubblicato dal Venturi nel § XIII del suo *Essai* (pag. 28), e da lui, perchè forse credeva non poter Leonardo giungere a tanto, giudicato, come quello dell'Alberti o di altri più antichi, un Igrometro.

Le vie dall'altra parte, che condussero il Nostro a partecipare alla grande invenzione del Torricelli, come noi le abbiamo investigate; son naturali, nè mancherebbero altre simili esperienze a confermar questa fede nei dubitanti. Candido Del Buono scoprì nell'Accademia del Cimento come un corpo caldo ha sulla bilancia maggior leggerezza ch'essendo freddo. Il fatto era stato scoperto lungo tempo prima, e sperimentato dal Nostro, il quale notò così nelle pagine di un suo manoscritto: « Sperimento come il caldo fa lieve i corpi ponderosi. — L'una delle due cose di pari peso posta sopra la bilancia, quella che fia infocata fia più lieve che l'altra fredda. Questa prova farai con due pallotte di rame appiccate a due fili di ferro colle bilance. L'una delle due metti in foco, e fa' rovente, e quando dal foco è fatta rossa tirala fuori dal foco, acciocchè il vapore del calore che si leva non ispingessi in alto il peso, e vederai che quella pallotta, che prima essendo fredda era di pari peso coll'altra, esser per lo calore fatta leggera » (Manuscr. A cit., fol. 57).

Il Borelli ridusse questa medesima esperienza, rimasta una semplice curiosità nel Del Buono, a farsi dimostrativa del peso dell'aria, alterato dall'azion del calore, nella proposizione LXI *De motionibus naturalibus,* dall'Autore stesso così formulata: « Trutinae aequilibratae una lanx excalefacta, sursum elevatur, extrusa a pondere aeris, reliquam lanceam ambientis. » Ora era naturalissimo che Leonardo, tutto intento a studiare gli effetti della densità dell'aria ne' moti naturali, attribuisse il fatto della leggerezza de' corpi caldi alle cause medesime, alle quali gli veniva attribuendo il Borelli, e che perciò gli conferisse anco questa notizia per l'invenzione dello strumento, da conoscer le varie costituzioni dell'atmosfera.

Comunque sia di ciò, ritornando al proposito nostro, vedremo quel che decidesse Leonardo, in ordine alla fervorosa questione insorta a' suoi tempi delle velocità, con cui scendono i corpi di vario peso e d'ugual materia la-

sciati andare da una medesima altezza. La sentenza si trova così decisamente scritta dall'Autore in questa sua Nota: « Se due palle di una medesima materia, che l'una sia il doppio peso dell'altra, cadendo in un tempo da una medesima altezza, non caderà prima altrettanto tempo la maggiore che la minore » (Manuscr. A cit., fol. 34).

La matematica scienza del moto non poteva però contentarsi di una sentenza la quale, benchè sia così pronunziata in forma assoluta, si riteneva nonostante dalla sola parte negativa; ond'è che volendo il coscienzioso scienziato adempire al debito suo, formulò dietro l'esperienze, e dietro i calcoli della resistenza opposta dall'aria al velocitarsi dei gravi cadenti, una nuova legge, la quale stava di mezzo fra quella insegnata da Aristotile, e l'altra riformata dai Matematici novelli. Dicevano questi che se caderanno da una medesima altezza due corpi sferici d'ugual materia, ma l'un de' quali abbia doppio diametro dell'altro, le velocità della loro discesa in ogni modo saranno uguali. I Peripatetici invece, volendo mantenere per assolutamente vera la sentenza del loro Maestro, affermavano che, dovendo essere le velocità proporzionali ai pesi, i quali stanno nei corpi sferici come i cubi dei raggi, dee dunque la maggiore e più ponderosa sfera scendere otto volte più veloce della minore. Leonardo ne conclude che le disputate differenze delle velocità, negli esempii citati, non sono nè così piccole da reputarsi per nulle, nè son così grandi, che stieno come i cubi, ma come i semplici raggi delle sfere, o come i loro diametri. « Se caderà dall'alto in basso due diseguali corpi sferici, e ponderosi d'egual materia e caduta, tanto caderà più presto l'uno che l'altro, quanto il diametro dell'uno entra nell'altro » (ivi, fol. 32).

Ecco data così scienza dell'azion dell'aria sulle cadute de' corpi: frutto di lunghi calcoli e di pazientissime esperienze. Riman però tuttavia fermo nella mente di Leonardo l'assoluto principio aristotelico, che cioè *sempre la potenzia del motore debba essere proporzionata al peso del suo mobile.* Cerca perciò nuove esperienze, che gli confermino la creduta verità di così fatto principio, e facilmente le trova ne' doviziosi ripostigli del suo ingegno inventivo. Se si scelgano tali figure di corpi, così fra sè ragionava, nelle quali, aumentandosi il peso, la resistenza fatta a loro dall'aria rimanga sempre la stessa, dovrà in tal caso verificarsi esattamente quella legge, che veniva dianzi alterata nelle forme sferiche, per non potersi in esse moltiplicar così la quantità di materia, che non si venga anche insieme ad aumentare la superfice del resistente. I cilindri e i prismi si possono quanto si vuole crescer di peso, allungandoli sulla medesima base, e saranno perciò così fatte figure opportunissime per l'esperienze, perchè, presa per esempio un'asta lunga tre braccia, e segata in due pezzi, l'uno d'un braccio e l'altro di due, se si lasceranno questi due pezzi cadere da una medesima altezza, e per lo lungo, cosicchè avendo le basi eguali trovino nel fender l'aria le resistenze pure eguali; quel di due braccia andrà doppiamente veloce di quell'altro. La teoria, pensa Leonardo stesso, che debba esattamente riscontrare con

l'esperienza. « Se dividerai, egli dice, uno pezzo d'asta di tre braccia d'eguale grossezza e peso in due parti, e l'un de' pezzi sia due braccia e l'altro uno braccio, e lascieraigli cadere per ritto in un medesimo tempo da una medesima altezza, caderà altrettanto più presto l'uno che l'altro » (ivi, fol. 34).

Ma perchè nessun creda ch' egli siasi in così pensare ingannato, descrive altrove i modi più particolari dell' esperienza, e par che inviti scongiurando i lettori a ripeterla, perchè si persuadano co' loro proprii occhi che così, com' ei la trova di fatto e la descrive, sta propriamente la cosa. « Se vuoi provare quanto cade più presto uno peso d'una oncia che uno di due once, cadendo da una medesima altezza, farai così: Piglia due pezzi di sughero d'una medesima grossezza e di duplicata lunghezza, cioè che quello che pesa due once sia più lungo altrettanto che l'altro, e falli gittare a uno dall'altezza di un campanile, in un medesimo tempo, e poni l'occhio a quello minore che rimane indietro, notando con l'occhio i segni del muro, ovver delle pietre d'onde passa, e quando sentirai dare il botto in terra delle due once, nota in qual pietra del campanile il peso d'un oncia s'incontrava, e poi misura quanta via aveva fatta l'oncia, quando le due once dettono il botto in terra » (ivi, fol. 30 ad t.).

Raccogliesi da tali autentici documenti che i progressi fatti da Leonardo, in questa parte della scienza del moto, consistono unicamente nell'aver considerata e calcolata l'azione dell'aria, che accidentalmente perturba la legge peripatetica, da lui stesso ritenuta per certa, delle velocità proporzionali alle quantità della materia. Per quelle considerazioni però, se potè vantaggiarsene la Fisica o la Meteorologia, la Dinamica si rimase immobile nell'errore antico, come si rimase pure immobile in esso, per Leonardo, quand'ei si propose di passare a sciogliere quest'altro quesito: « Se uno peso cade dugento braccia, quanto caderà elli più presto le seconde cento braccia, che le prime? » (ivi, fol. 32 ad t.).

La soluzione, che se ne dava allora da tutti, e che durò a darsi da tutti fino ai tempi di Galileo, aveva il suo fondamento sopra l'esperienza della percossa, tanto in sè lusinghiera che nessuno ancora sospettava della fallacia. Si teneva dunque per certissimo che la maggiore o minor trafitta dipendesse dalla maggiore o minor velocità del percuziente, o dalla maggiore o minore altezza della discesa, la quale, essendo per esempio doppia, rendesse precisamente sul percosso doppio il suo effetto. Così venivano lusingandosi i Matematici di avere sperimentalmente conclusa la legge, che le velocità, nelle naturali cadute dei gravi, son semplicemente proporzionali agli spazii.

Non seppe dal numero dei lusingati sottrarsi nemmeno il nostro Leonardo, il quale, in una sua Nota, lasciavaci così scritto: « Per definire il discenso o inegualità degl' intervalli delle ballotte dico in prima, per la IX di questo, che il discenso di ciascuna ballotta, dividendolo a gradi eguali per altezza, che in ogni grado di esso moto essa ballotta acquista un grado di velocità, onde questa tale proporzione di gradi di velocità fia proporzione

continua arismetrica, perchè si proporziona insieme li eccessi ovver differenzie delle velocità. Onde concludo che tali spazii saranno eguali, perchè sempre eccedono ovver superano l'uno l'altro con eguale accrescimento » (Libri, Histoire cit., T. III, pag. 212).

Persuaso che l'assegnata proporzione aritmetica fra gli spazii e i tempi fosse la vera, pensava Leonardo stesso a renderla con qualche ingegno evidente, ciò ch'ei pensava potersi fare nella seguente maniera: « Caccia venticinque pallotte d'egual peso in un cannone, in modo che stiano una sopra l'altra perpendicolari, e mettile in un luogo alto, e distoppa con un filo, e sta' da piè, ma el moto non ti lascerà conoscere gli spazii puri. E così se AB (fig. 39) ha fatto in un grado di tempo un grado di discenso, BC, per essere più veloce, avrà fatto un grado di più di moto, e così CD, per essere più veloce, e và seguitando » (Del moto delle acque cit., pag. 363).

La proposta era bella, quando non fosse però venuto a guastarla quella massima difficoltà, confessata dallo stesso Proponente, che cioè il moto troppo veloce non lasciava all'osservatore conoscere gli spazii puri. Si dette dunque Leonardo a pensare a un modo come si potesse arrestare il moto delle pallotte, nell'atto stesso che ritenevano una certa natural proporzione gl'intervalli del loro discenso, cosicchè, colte in tale stato di quiete, se ne potesse a bell'agio, e precisamente come stavano in natura, ritrovar le misure. L'invenzione, che ha per verità più del capriccio che dell'ingegno, è descritta dall'Autore in questo modo: « Sia posta in piedi per linea perpendicolare l'asse MN (fig. 40), e sia, con terra mista con cimatura, bene interrata, alla quale sia congiunto, ad uso di libro, l'asse OP, e si possa serrare subito con due corde come vedi, ed all'estremo di essa asse interrata sia messo il piè d'una cerbottana, stoppata da piè e piena di pallotte di egual peso e figura. Poi, ferma bene la cerbottana e l'asse interrata, subito lascia andare il contrappeso, e le due asse si serreranno, e le pallotte che cadevano tutte si ficcheranno in essa terra, e potrai poi misurare la proporzione della varietà delli loro intervalli » (ivi, pag. 364).

Fig. 39.

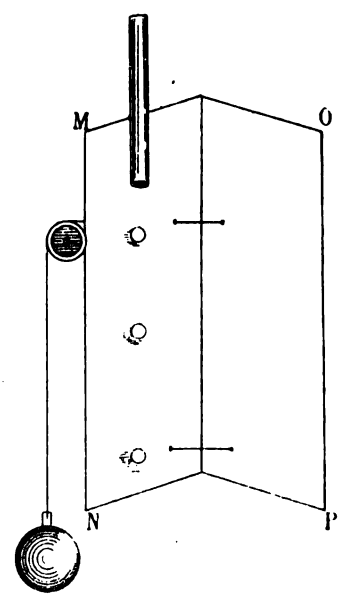


Figura 40.

Se fosse stata questa esperienza messa dall'Inventore in pratica, e avesse ottenuto l'effetto che s'immaginava, si sarebbe dovuto senza dubbio togliere da quell'inganno, in cui persisteva, perchè gl'intervalli delle pallotte, rimaste murate nell'assicella, gli avrebbero facilmente mostrato di serbar fra loro

una proporzione assai diversa dall' aritmetica. Ma i principii, da concluderne la vera legge della caduta dei gravi, non erano nella Scienza dinamica ancora posti, e l' error della mente affascinava anche a Leonardo lo stesso chiaro lume degli occhi. Il fatto mirabilmente conferma la legge logica del pensiero, alla quale doveva naturalmente soggiacere anche il Nostro, che cioè non si dà progresso, dove mancano le tradizioni, come non si dà svolgimento organico della vita vegetativa o della animale, dove manchino i germi. L' esperienza stessa, e sia pur diligente e destra, non vale, come non vale a un campo non seminato qualunque più sottile arte della cultura. Dove però un germoglio si giace abbandonato e latente, in qualche più remota parte del suolo, chi n' ha l' industria l' educa, e pare ai meno esperti o ai negligenti che abbia nelle sterili zolle, quella mano educatrice, miracolosamente infusa la vita. Nel soggetto, che è della caduta dei gravi, ci offre Leonardo stesso di ciò che si dice per allegoria il più proprio e più notabile esempio, in cui pur si verifica che, se al venirgli meno la scienza dei maggiori và brancolando anch' egli per le tenebre insieme con gli altri; là dove, di quella scienza prefulgevali un raggio, ebbe più acuta vista di Calileo.

Ritorniamo indietro a ripensare al nostro sperimentatore, che ora sale sull' alta cima di un campanile, per lasciar di lì cadere a terra le variamente ponderose sfere di piombo, e i prismi di sughero; ora, affidato ad altri il manuale ufficio, scende a piè della torre, per osservar colla più grande attenzione quanto l' uno de' cadenti scenda più veloce dell' altro. Un fatto singolarissimo ebbe a notare in queste esperienze, ed era che si vedeva il grave andare a battere un po' in distanza dalla base della torre, cosicchè sempre dava in terra quel che pareva piuttosto dover dare a dirittura nel muro. S' aggiungeva costantemente al fatto che la divergenza del punto della caduta dal perpendicolo rimaneva dalla plaga orientale, ciò che facilmente fece nascere nell' arguto Osservatore il sospetto, che s' avesse la causa del suo stupore a riconoscer nel moto circonvolubile della Terra.

S' applicò pertanto Leonardo con tutto il suo studio a ritrovare una conferma e una dimostrazione delle sue congetture nella Meccanica, e in simili altri fatti rappresentabili per esperienze. Le fila della pioggia, che mostrano scendere obliquamente dall' alto a chi di rincontro a loro cammina, furono forse il principio alle idee, che si svolsero in quell' acuto meditativo pensiero. Ei volle ad arte sottoporsi quelle piovose fila alla più comoda contemplazione, facendo fluir l' acqua dal sottil foro di un vaso, ora equabilmente mosso, ora tenuto fermo, e mosso invece il soggiacente piano, che ha da ricever l' artificiosa pioggia cadente. In una Nota, che s' intitola *Del moto dell' immobile, che versa con moto continuo sopra sito mobile; ovvero essendo mobile quel che versa;* così si legge: « Il moto del liquido il qual versa per il fondo del vaso mobile sarà per linea retta situata per obliquo, la quale obliquità fia di tanto maggiore o minore declinazione, quanto il moto del vaso che la genera sarà di maggiore o minore velocità » (Ravaisson-Mollien, Manuscr. G, Paris 1890, fol. 54).

Si vede a illustrar questa Nota disegnato in margine il vaso che, stando quieto verserebbe verticalmente il filo liquido AB (fig. 41), mentre mosso in direzion parallela al piano orizzontale BC fa risultarne, da' due composti insieme, il moto obliquo AC, ch' è la diagonale del rettangolo costruito. Passando a farne poi la meditata applicazione, vedeva Leonardo in quel vaso la Terra ch' è il recipiente di tutti i gravi cadenti; la sublimità del foro di efflusso gli rappresentava l' altezza della Torre, che si muove in oriente sul suo piano terrestre, e la linea BC gli misurava la distanza orientale che fa dal perpendicolo il punto, dove và a battere il grave caduto dalla sommità dell' edifizio.

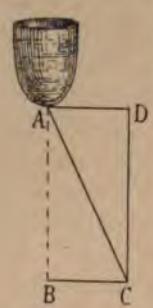


Figura 41.

Supponiamo, così di speculazione in speculazione si conduceva l' alta mente di Leonardo, che il grave non trovi in C impedimento, nè in altro piano più profondo, ma libero prosegua la sua discesa; qual sarà il termine e la linea del suo viaggio? A risolvere il nuovo arduo problema, che illuse il gran Galileo al ritentarne che fece un secolo dopo la prova, il Nostro si chiarì bene della verità di un principio meccanico, illustrato verso la metà del secolo XVII dal Gassendo, sotto il nome *Del moto impresso dal motore traslato.* Propostosi questo principio da cui n' ebbe a concludere che, rivolgendosi attorno la Terra con gli elementi, la linea della libera caduta è sempre retta, riuscì il nostro Matematico a dimostrare che la risultante di questo moto diretto e del circonvolubile, a cui soggiace nello scendere il grave, è un'elica, che parte dal principio del moto stesso per ritornar continua al centro del mondo.

Tanta parte di scienza pellegrina, e che si direbbe davvero una creazione da chi non considera in Leonardo il discepolo di Archimede, è come lampo di viva luce riflessa da questa Nota: « *Del moto della freccia sospinta dall' arco.* La freccia tratta dal centro del mondo alla suprema parte degli elementi s' alzerà e discenderà per una medesima linea retta, ancorchè li elementi sieno in moto circonvolubile intorno al centro degli elementi. — La gravità, che per li circonvolubili elementi discende, sempre ha il suo moto per la rettitudine di quella linea, che dal principio del moto al centro del mondo si estende. — Le otto linee (fig. 42) colle otto divisioni, nelle quali esse son compartite, hanno a dimostrare una sola linea, e quella è retta, per la quale il peso, che per li circonvolubili elementi dicende, passa per ciascuna delle otto sue partizioni, la qual linea al fine ritorna al medesimo sito d' onde ella si divise. Il moto del grave ha dupla denominazione, cioè curvità, elica rettilinea » (Manuscr. G cit., fol. 54).

Figura 42.

In un' altra Nota descrive, più particolarmente così, il moto del grave,

a dimostrar che la linea passata da lui è veramente l'elica sopraddetta: « Il mobile discendente dalla suprema parte della sfera del fuoco farà moto retto infino alla Terra, ancora che li elementi fussero in continuo moto circonvolubile intorno al centro del mondo. Provasi, e sia che il grave che discende per li elementi sia B, (nella precedente figura XLII) che si mova dall'A, per discendere al centro del mondo M. Dico che tal grave, ancora che facci discenso curvo a modo di linea elica, che mai si svierà dal suo discenso rettilineo, il quale è in continuo processo infra il locò, d'onde si divise, al centro del mondo, perchè se si partì dal punto A e discese al B, nel tempo che discese in B e fu portato in D, il sito della A è scivolato in C, e così D mobile si trova nella rettitudine che s'estende infra C e il centro del mondo M. Se il mobile discende dal D all'F, C principio del moto, in nel medesimo tempo, si move dal C all'E; e se F discende in H, e' si volta in G, e così in ventiquattr'ore il mobile discende alla Terra sotto il loco d'onde prima si divise, e tal moto è composto. Se il mobile discende dalla suprema all'infima parte degli elementi in ventiquattr'ore, il moto suo fia composto di retto e curvo. Retto dico, perchè mai non si svierà dalla linea brevissima, che s'estende dal loco d'onde si divise al centro degli elementi, e si fermerà nello stremo infimo di tal rettitudine, la qual sempre sta per zenit sotto il loco, d'onde tal mobile si divise. E tal moto in sè è curvo con tutte quante le parti della linea, e per conseguenza è al fine curvo con tutta la linea. E di qui nasce che il sasso gettato dalla Torre non percota nel lato d'essa Torre, prima che in terra » (ivi, fol. 55).

Accennammo di sopra che nelle nuove Istituzioni della Scienza meccanica Galileo concluse dal principio della composizione dei moti la natura della curva, che descriverebbe il mobile menato in volta dalla rotazion della Terra, mentre egli tende a scendere al centro con velocità accelerata, e disse che probabilmente doveva quella tal curva essere un mezzo cerchio. L'errore incredibile in tale e tanto Maestro levò un grande scandolo nel mondo della scienza, a rimediare al quale non giovarono nè le scuse dello stesso Galileo, nè lo zelo de' suoi discepoli, che fecero per verità peggio che mai a dire essere quelle cose, nel II dialogo dei Due massimi sistemi, state scritte dall'Autore per celia. Dovevano invece confessare che l'origine di un tale errore proveniva dall'inesperienza del risolvere e del comporre insieme due moti, per cui non potè Galileo stesso accorgersi della fallacia ascosta nell'ammetter che resultasse in mezzo cerchio un moto misto del circolare e del retto.

Se dunque l'Autore delle sopra recate Note manoscritte potè, in un secolo in cui si disse che la Meccanica non era nata, restar di tanto superiore al gran Galileo nel rappresentar per un elice la linea descritta dai corpi gravi cadenti, va principalmente di tutto ciò debitore a quella perizia, che egli ebbe nel trattar la regola della diagonale ne' rettangoli, e nei parallelogrammi. Nasce altresì dall'uso di questa regola la superiorità che ottenne il Matematico di Vinci sopra quello di Arcetri, non solo per rispetto alla proposizion principale di che si tratta, ma agli stessi corollarii di lei.

Galileo, dal moversi realmente in circolo il grave che scende, ne concluse il paradosso che l' accelerazione, veduta farsi da lui in linea retta, non era che un' illusione, mentre Leonardo, con grande maraviglia di chi vi pensa, argomentò da quel moto la ragione di un fatto, che veniva inaspettatamente a confermar le ragionevoli congetture della rotazione terrestre. Tanto poi più cresce una tal maraviglia in chi rammemora i lunghi e faticosi progressi fatti dalla scienza, prima di giungere a scoprir quella deviazione orientale nella caduta dei gravi, che s' era già rivelata da due secoli e mezzo alle teorie e alle esperienze di Leonardo da Vinci.

Andate quelle esperienze e quelle teorie in dimenticanza, con la maggior parte delle tradizioni scientifiche del secolo XVI, s' incominciarono sotto false apparenze a rivelar di nuovo, poco prima che giungesse alla sua metà il secolo appresso, alle osservazioni, che sul cader dei gravi dalla sommità del campanile di Pisa, instituì nel 1641 Vincenzio Renieri. Accortosi che, accelerandosi il moto, le sfere gravi incominciavano a non scender più a perpendicolo, attribuì l' effetto alla resistenza del mezzo (Alb. X, 410, 11), di che apertosene con Galileo gli fu da lui risposto osservasse meglio, perchè forse quel deviar del grave dal suo cadente era una illusione (ivi, pag. 144). Nel 1679 in Inghilterra si verificò che il Renieri non s' era punto illuso, ma l' Hook attribuì il fatto a una causa molto diversa. Un secolo appresso il D' Alembert in Francia dimostrò che, rivolgendosi la Terra attorno, un corpo lanciato verso il zenit non dovrebbe, tornando in giù, dare esattamente nel punto da cui s' era partito. Fu la congettura confermata da G. B. Guglielmini nel 1791, facendo in Bologna cadere i gravi dalla cima della Garisenda, ond' ei raccolse dalle sue esperienze una tale celebrità, da non si potere eguagliare a quella, che l' antico Leonardo sarebbesi meritata.

Ha questo tratto di storia in sè tanto del maraviglioso, da dare, in cosa sì remota dai sensi, giusto motivo a coloro, che attribuirono al precursore dell' Hook, del D' Alembert e del Guglielmini il titolo di divino, ma noi di tale esagerata eccellenza scoprimmo le cause naturali nelle antoriori preparazioni, ch' ebbe la scienza dell' uomo ammirato, al mancar delle quali ci hanno provato i fatti esser venuta meno ogni adorata divinità dell' ingegno. Que' fatti, che ci hanno fin qui servito di prova all' intento, concernevano la legge della caduta dei gravi, dalla quale dipendendo la legge dei proietti siam sicuri di trovare in ordine ad essa Leonardo non sorvolar coll' ingegno agli errori, che si commettevano dai Matematici de' suoi tempi.

Era il primo di quegli errori che la traiettoria andasse, per qualche tratto dal suo principio, in linea retta, cosicchè, ne' tiri di punto in bianco, procedesse il proietto, appena uscito dall' obice, per esattissima linea orizzontale. Conseguiva da ciò che dovesse il proietto stesso, per qualche tempo, sottrarsi alla sua gravità naturale, e Leonardo, insieme con gli altri, non dubitò di ammetter per vera una tale falsissima conclusione. « Ogni grave, egli dice, che si muove per il sito della egualità, non pesa se non per la linea del suo moto. Provasi nella prima parte che fa il moto della pallotta

della bombarda, il quale moto è nel sito della egualità » (Manuscr. G cit., fol. 77). Rallentandosi poi la prima concepita foga, il proietto comincia a declinare per una linea curva, creduta anche dal Nostro simile a un' arco di cerchio, per ridursi finalmente alla linea verticale, come tutti i gravi naturalmente cadenti. Volendo infatti insegnare a conoscere quanto sia tratto il vino più alto o più basso dal rinchiuso vasello, dice che si riceva il vino stesso « quando è caduto fuori del vasello, e dopo che la sua curvazione s' è ridotta alquanto perpendicolare linea » (Manuscr. C cit., fol. 6 ad t.).

La traiettoria dunque sarebbe per Leonardo una curva, che comincia e termina per linea retta; ma la questione così, secondo le idee di que' tempi, dall' Autor risoluta, riguardava piuttosto la teoria che la pratica, alla quale principalmente importava di saper qual' è, in essa traiettoria, il punto a cui corrisponde la massima percossa. Il Nostro determina giusto quel punto nel mezzo del cammin retto, fatto per l' aria dal corpo ponderoso. « Il mezzo del retto cammino fatto da' ponderosi corpi, che per violento moto discorrono per l' aria, fia di maggiore potenza e di maggiore percussione nel suo opposito contrasto, che nessun altra parte d' esso corso » (Manuscr. A cit., fol. 43 ad t.).

La ragione di questo teorema è conclusa dai predominanti principii peripatetici, secondo i quali è l' aria che ora seconda, ora impedisce il moto al proietto: principii, che sostituiti alla virtù impressa e alla forza d' inerzia, non però cessano di esser falsi, benchè Leonardo gl' illustri con ingegnosi commenti. Sia A (fig. 43) l' obice, ABC il sito della egualità, o la perfetta linea orizzontale. S' ammette da Leonardo che il proietto prosegua in quella linea per un certo tratto il suo viaggio, come sarebbe infino in C, di dove poi incomincia a declinare. Il punto B di mezzo del cammin retto AC sarebbe quello della massima velocità, ciò che dall' Autore così si dimostra: « La ragione di questo si è che, quando il peso si parte dalla forza del suo motore, benchè essa dipartita sia in primo grado di sua potenza, nientedimeno, trovando l' aria senza moto, egli si trova in primo grado di sua resistenza. E benchè essa aria sia di maggiore somma di resistenza, che non è la potenza del peso sospinto da lei, nondimeno, percotendone piccola parte, viene in rimanente vincitore, onde la caccia dal suo sito, e nel cacciarla impedisce alquanto la sua velocità Essendo adunque quest' aria sospinta, ella ne sospinge e caccia dell' altra, e genera dopo sè circolari movimenti, de' quali il peso mosso in essa è sempre centro, a similitudine de' circoli fatti nell' acqua, che si fanno centro del loco percosso dalla pietra. E così, cacciando l' uno circolo l' altro, l' aria, ch' è dinanzi al suo motore tutta per quella linea, è preparata al movimento, il quale tanto più cresce, quanto più s' appressa il peso che la caccia. Onde, trovando esso peso men resistenzia d' aria, con più velocità raddoppia il suo corso, a similitudine

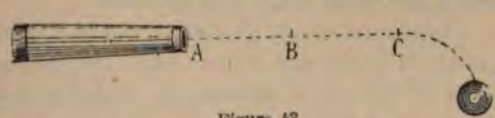


Figura 43.

della barca tirata per l'acqua, la quale si muove con difficoltà nel primo moto, benchè il suo motore sia nella più potente forza. E quando essa acqua con arcate onde comincia a pigliare moto, la barca seguitando esso moto trova poca resistenza, onde si move con più facilità. Similmente, la ballotta trovando poca resistenzia, seguita il principiato corso, infino a tanto che, abbandonata alquanto dalla prima forza, comincia a debolire e declinare, onde, mutando corso, la preparata fuga fattali dinanzi dalla fuggente aria, non li servono più, e quanto più declina, più trova varia resistenzia d'aria, e più si tarda, insino a tanto che, ripigliando il moto naturale, si rifà di più velocità. La barca torcendosi ritarda ancora lei suo corso. Ora io conchiuggo, per la ragione della VIII proposizione, che quella parte del moto, che si trova tra la prima resistenzia dell'aria, e il principio della sua declinazione; sia di maggiore potenzia, e che questo è il mezzo del cammino, il quale è fatto per l'aria con retta e diritta linea » (ivi, fol. 43 ad t.)

Di qui, e dalle cose sopra esposte, raccogliesi che Leonardo, nel trattar de' proietti e della caduta naturale dei gravi, non ne seppe troppo più avanti de' suoi contemporanei, i quali lasciarono la scienza a quel punto, a cui l'aveva ridotta Aristotile ne' suoi insegnamenti. Questo avvenne dall'altra parte per logica necessità, non potendosi concluder nulla dal falso, com'è impossibile il progredire colà dove manchi fermezza al piè mosso. Nella Meccanica peripatetica però, misto al falso, si conteneva molta parte del vero, da cui seppe il Nostro levarsi sublime con l'ala del matematico ingegno. A confermare il qual fatto, così importante alla storia scientifica del secolo XVI, giova aggiungere agli esempii sopra recati alcuni altri concernenti la resistenza dei corpi solidi allo spezzarsi.

Galileo si vantò di avere, intorno a questo soggetto, istituita una scienza nuova, la quale non è però altro che una più larga, e più corretta esplicazione di ciò che si propose di risolvere Aristotile qua e là nelle sue varie Questioni. Nella XXV, applicandosi dal Filosofo la teoria del vette, si rende la ragione del perchè tanto più facilmente si tribbi un legno, appoggiandovi il ginocchio nel mezzo, quanto le mani, che lo tengono per le due estremità, son più remote dallo stesso ginocchio, e Leonardo, passando dalla volgare curiosità dell'esempio a cercar l'utile che se ne potrebbe ricavar per le costruzioni, « trovo, egli dice, che uno peso posto sopra una asse, sospesa infra due pilastri, fa calare in mezzo detta asse uno braccio: l'asse è quattro braccia, e il peso è lontano da uno pilastro braccia due. Se tu fai che detto peso non sia distante più d'uno braccio, quanto calerà detta asse sotto il soprapposto peso? « (Manuscr. A ci., fol. 48). E sullo stesso argomento, in un'altra Nota, si legge: « Fa esperienza: se uno legno sottile, sospeso per traverso sopra due sostentacoli ne' sua estremi, regge dieci libbre; che reggerà una trave di medesima proporzione? e guarda se la regola delle tre cose ti serve, perchè la sperienza fa buona regola » (ivi, fol. 33).

L'aristotelica Questione XXVI intende a rispondere al perchè tanto son più fragili i legni, quanto sono più lunghi, e anche la ragion di ciò, così

dal Filosofo come da Galileo, concludesi dalla teoria della leva, sull' estremità della quale tanto più s' aggrava il peso, quant' ella va sempre più lunga. Dietro i quali statici principii Leonardo pure formula i suoi teoremi, e risponde ai proposti quesiti. « Se una lancia di venti braccia regge dieci libbre, uno braccio d' essa, della medesima grossezza, ne reggerà dugento, imperocchè tanto quanto l' asta corta entra nella lunga, tante volte sostiene più peso che la lunga » (ivi, fol. 49 ad t). — « Se una lancia lunga cento sue grossezze regge venti libbre, che reggerà una di cinque grossezze della medesima asta? Tanto quanto cinque entra in cento, tanto l' asta di cento grossezze reggerà men peso, che l' asta di cinque grossezze » (ivi, fol. 48 ad t.).

Nel trattato meccanico delle resistenze de' solidi allo spezzarsi una questione manca in Aristotile, ed è quella che riguarda le funi, intorno a che fu veramente Leonardo il primo a darne una scienza nuova, che in molte parti si riscontra col vero, lungo tempo dopo insegnato da Galileo. Nel I dialogo delle Due nuove scienze si dimostra che la tegnenza dei canapi dipende dallo strignimento delle tortuosità, per cui si collegano le separate fila tanto tenacemente « che di non molti giunchi, neanco molto lunghi, sicchè poche sono le spire, con le quali tra di loro s' intrecciano; si compongono robustissime funi » (Alb. XIII, 14). Dagli effetti medesimi della quale artificiosa struttura stabilisce Leonardo la seguente legge sperimentale: « Trovo che tanto quanto elleno (le funi) scemano nell' avvoltarsi, tanto sono più potenti che prima » (Manuscr. A cit., fol. 49).

Un inganno in questo proposito si reputava da Galileo che fosse prima di lui stato a tutti comune, e consisteva nel credere che tanto fossero più resistenti le funi, quanto sono più corte. Fu anche Leonardo un tempo di questa falsa opinione, come da alcune sue Note chiaramente apparisce. In una di esse così domanda: « Se una corda d' uno braccio regge cento libbre, quante libbre reggerà una corda della medesima grossezza, che sia lunga cento braccia? » (ivi, fol. 5). La risposta al quesito è data così dall' Autore in un' altra Nota: « Tanto quanto la minor lunghezza della corda entra nella maggiore, tanto è più forte ch' essa maggiore » (ivi, fol. 49). Il galileiano Salviati dimostrò a Simplicio che questa proposizione era *falsa non che impossibile* (Alb. XIII, 121), ma Leonardo s' avvide poi da sè medesimo dell' inganno, senz' altro maestro che la propria ragione e la propria esperienza, dalle quali ebbe poi a concluderne, come Galileo e come l' Aggiunti, che « ogni gravità sospesa è tutta per tutta la lunghezza della corda, che la sostiene, ed è tutta in ogni parte di quella » (Manuscr. E cit., fol 32 ad t.).

Un' altra questione relativa alle resistenze, trascurata da Aristotile e da Galileo, fu trattata da Leonardo, il quale solo potè conoscerne l' importanza, da giungere alle conclusioni medesime de' Meccanici moderni. La questione riguarda quella specie di resistenza, oppostà al libero moto dagli attriti, che nascono tra la superfice del mobile, e quella del piano che lo sostiene, così raccogliendo in Nota il frutto delle diligenti esperienze: « Sia A (fig. 44) il corpo confregato, ovvero strascinato dal Motore B; CD sia il piano pulito,

dove esso corpo è confregato. Sono le confregazioni de' corpi di quattro sorte, delle quali la prima si è, quando due corpi sono puliti e piani, come qui è proposto. La seconda è, quando il corpo strascinato è pulito, e il piano dove si muove è aspro. La terza è, quando il corpo strascinato è aspro, e il piano dove si muove è pulito. Il quarto modo è quando il corpo strascinato, e il piano dove si strascina, è aspro. Dà l' esperienza che la cosa pulita, strascinata per pulito piano, resiste nel moto al suo motore con potenza eguale alla quarta parte della sua gravezza, e delle altre seguenti due sorte tanto è a movere la cosa aspra sopra piano pulito, quanto la cosa pulita sopra piano aspro. La confregazione de' corpi puliti mancherà tanto più di resistenza e di peso, quanto il sito dove si muove è meno obliquo, essendo il motore sopra o sotto il suo mobile » (Saggio del Codice atlantico, Milano 1872, fol. 195).

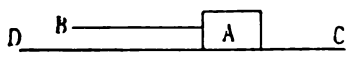


Figura 44.

Per determinar più particolarmente questa legge, segnate in una quarta di cerchio varie obliquità di piani, così delle resistenze varie incontrate da un corpo, che lunghessi scenda, ne assegna Leonardo in numeri i gradi proporzionali: « N (fig. 45) dà di sè resistenza eguale al quarto della sua gravità naturale; M resiste per l' ottavo della sua gravità; O resiste per un sedicesimo; P non resiste, perchè in lui l' O ha consumato la sua confregazione. Ma a dire meglio N resiste per un quarto del suo peso naturale; M resiste per un mezzo quarto; O resiste per un quarto del sopraddetto quarto; P non resiste nulla, perchè il quarto del quarto si consuma nel moto fatto dall' O al P » (Manuscr. E cit., fol. 78 ad t.).

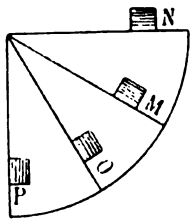


Figura 45.

VI.

Il promesso Saggio dei varii trattati meccanici, gli elementi dei quali si ritrovan senz' ordine dispersi, e in frettolose Note accennati ne' Manoscritti di Leonardo da Vinci; è, secondo la nostra possibilità, e l' intento della nostra Storia, a questo punto compiuto. I meditativi Lettori penseranno fra sè medesimi che, seguitando la Scienza del moto ad esser promossa dagli altri Autori, che si dettero a coltivarla in quel tempo, con tal valido impulso quale abbiamo fin qui veduto; avrebbe il primo instaurato edifizio vinto in grandezza e in decoro quel nuovo, che disegnò la mente di Galileo.

Il fatto è però che non furono que' successivi progressi punto proporzionati all' impulso, che pareva dover ricevere la scienza dall' opera di Leonardo, la quale opera ebbe veramente in sè qualche cosa di straordinario. Le ragioni di ciò le abbiamo di sopra esposte nel nostro lungo discorso, e

si riducono in somma all' aver saputo felicemente congiungere il singolarissimo uomo la scienza della scuola coll' esperienza e col senno popolare. Nei contemporanei e nei successori si rivelò varia l' indole dell' ingegno, secondo che varia era la mistura de' due elementi educativi. V' erano da una parte i soli addetti alla scuola, i quali giurando nelle parole del Maestro si rendevano perciò inabili a qualunque progresso, e v' erano dall' altra i discepoli della propria esperienza e del proprio senno, i quali essendo privi di lettere mancavano del necessario strumento da comunicare alla scienza qualunque progresso. Partecipava anche Leonardo alle condizioni di questi tali, e di qui avvenne che tanti documenti, i quali avrebbe potuto dare utilmente agli studiosi, riuscirono in gran parte inefficaci. Diciamo in gran parte, perchè ci sembra inverosimile che tante speculazioni e tante scoperte si volessero tutte rimaner chiuse nella mente di chi le pensò, e ne' volumi di chi le scrisse. Tanta fiamma non v' era cenere che bastasse a tenerla sotto sè d' ogni canto sopita.

Si diffondevano quelle speculazioni nelle stesse controversie, che l' uomo del senno popolare e delle proprie esperienze aveva così spesso co' Filosofi in libris, contro i quali scriveva: « Me inventore disprezzano; quanto maggiormente loro, non inventori ma trombetti e recitatori delle altrui opere, dovranno essere biasimati? » (Libri, Histoire cit., T. III, pag. 238). Si diffondevano quelle scoperte in quelli stessi, che n' erano pubblici testimoni di veduta, e che ne facevan uso ora nell' esercizio delle arti, ora a spettacolo de' curiosi, com' altrove dicemmo essere avvenuto dell' invenzione della Camera oscura. Nè all' esperienza per esempio della caduta dei gravi dalle sommità degli edifizii, eretti in mezzo a popolose città, potevano mancare pubblici testimonii, oltre a quelli che davan mano allo sperimentatore, e che, partecipando con lui alla scoperta del vero, si facevan gloria nel divulgarlo.

Essendo tali i precipui e più attivi, e si può dire i soli organi della diffusione, molte parti di scienza speculata, e non intesa dai comunali ingegni, si dovette necessariamente arrestare ne' manoscritti informi dell' Autore, cosicchè rimaneva l' opera promotrice affidata tutta a que' pochi, ch' essendo pure educati nelle scuole avevano dai libri imparato a pensar da sè, e sapevan con l' arte della parola significare agli altri i loro pensieri. Delle scuole, nelle quali insegnavansi le discipline, che formano il principale argomento di questa storia, n' erano come vedemmo due separate e distinte coi nomi di Peripatetica e di Alessandrina, dell' una delle quali sedeva autorevole e solenne maestro Archimede, e dell' altra un più prossimo promotore, Giodano Nemorario. Nella educazion popolare di Leonardo non si conosceva distinzion di partito, saggiamente imbevendo, da qualunque fonte gli derivasse, il vero, ma nelle menti educate sotto le più regolari discipline dei Maestri era impossibile che facessero insieme consorzio Aristotile e Platone. Come in tutti gli altri rami di scienza, così avvenne anche in questa del moto che alcuni attesero a professarla coi metodi platonici, sull' esempio di

Archimede, altri invece seguitando i prevalenti metodi peripatetici sull'esempio del Nemorario. Fu il prevaler di questi una buona ventura ai progressi della Statica in particolare, perchè i principii archimedei erano assai più ristretti nella cerchia de' loro impulsi, come il nostro discorso lo dimostrava di sopra con le ragioni, e come ora si vedrà confermato dai fatti.

Nella prima metà del secolo XVI ebbe la Statica due cultori insigni, e che rappresentano in sè scolpitamente impressa la varia indole delle due Scuole. Francesco Maurolico proponeva nel trattato *De momentis aequalibus* i suoi teoremi, concludendoli dai principii archimedei, e Niccolò Tartaglia, nell' VIII libro de' suoi *Quesiti*, dimostrava sui principii del Nemorario le generali proposizioni concernenti quella, ch'egli chiama *Scienzia dei pesci*. Vuole ora l' ordine della nostra Storia, e l' importanza del negletto argomento, che ci tratteniam brevemente in esaminar la varia opera data a questi matematici studii dai due Promotori.

De' quattro libri di che si compone il maurolicano trattato *De momentis aequalibus*, la dimostrazione de' principii statici ricorre propriamente nel primo. È da notar che cominciò il nostro Autore a introdur nella scienza la parola *momento*, consacrata poi dall' uso generale nel significato così dal Maurolico stesso definito: « Momentum est vis ponderis a spatio quopiam contra pendentis, unde ponderum aequalium momenta possunt esse inaequalia, et e contra continget momentorum aequalium pondera esse inaequalia » (Archimedis monum. ex traditione Maurolici, Panormi 1685, pag. 86). Ricorre altresì in questo trattato la prima dimostrazion matematica del principio statico generale, che cioè i momenti stanno in ragion composta degli spazii e dei pesi.

La proposizione è conclusa con assai spedito processo dal principio archimedeo: « Si gravia reciproca sint distantiis, quibus absunt centra ipsorum a puncto quodam in recta linea coniungente centra posito, punctum illud est commune centrum gravium » (ibid., 99), d'onde per corollario deriva: « gravia aeque ponderantia reciproca sunt spatiis, e quibus pendent » (ibid., 100). Da questi premessi teoremi, e dalla definizion de' momenti, si fa via l' Autore a dimostrare che « quam multiplex est pondus ponderis ad idem spatium, tam multiplex est momentum momenti » (102), da che immediatamente concludonsi le due proposizioni, « Gravia ab aequis spatiis pendentia sunt momentis proportionalia; Gravium aequalium, ab inaequalibus spatiis ponderantium, momenta sunt ad invicem sicut spatia » (ibid., 103); proposizioni, che compongonsi nell' altra fondamentale, così formulata: « Momentorum ratio componitur ex ratione ponderum, et ex ratione spatiorum, a quibus gravia pendent » (ibid., pag. 104).

Il manoscritto di quel primo libro, in cui s' espongono ordinatamente dall' Autore le matematiche dimostrazioni di questi teoremi, è sottoscritto da Castelbuono nel dì 6 di Dicembre, martedì, dell' anno 1547, come parte integrante di un' opera, che attendeva a raccogliere e ad illustrare i patrii monumenti di scienza lasciati dall' antico Archimede. Rimase una tale opera

lungo tempo sconosciuta, fuor che agli eredi del defunto Autore, ultimo dei quali fu il marchese di Campotondo. Colto egli stesso e la sua famiglia da lunghe infermità, gli sovveniva di cure mediche e di medicinali uno Speziale messinese, di nome Lorenzo di Tommaso, che, venuto finalmente a far col marchese il conto del suo avere, n' ebbe a ricevere volentieri in pagamento, amante della letteratura com' egli era, i libri e i manoscritti del celebre Antenato. Gli parvero fra questi da pregiare principalmente i *Monumenti archimedei*, e sovvenuto dal Senato messinese, a cui voleva dedicarli, di moneta, e da Gian Alfonso Borelli, professore in quello studio, di consigli, per quel che riguarda la scienza; dette mano nel 1670 a pubblicarli, per le stampe di Paolo Bonacota. Era nel 1672 giunta quasi a termine l'impressione, quando per i tumulti civili, costretti ad esular Lorenzo di Tommaso e il Borelli, s' impossessò di quelle abbandonate carte il Regio Fisco, che fece di Messina trasportarle a Palermo. Quietati poi nel 1681 i tumulti, e tornata la città sotto il giogo spagnuolo, un signor messinese, zelante delle patrie lettere, sotto il nome di Cillenio Esperio, riscattò da Palermo le confiscate carte de' suoi concittadini, fra le quali ebbe a trovar, senza principio e senza fine, i fogli gia stati impressi dal Bonacota. Non sapendo ancora nulla delle subite vicende, si rivolse a due padri gesuiti, dai quali ebbe in risposta le notizie per noi riferite. Premesse le lettere dei detti gesuiti all'Opera, ei la volle far reimprimere a sue spese, e reintegrare in Palermo, di dove uscì nel 1685 col titolo di *Archimedis siracusani monumenta omnia mathematica, quae extant, ex traditione Francisci Maurolici.*

Si raccoglie da queste notizie ch' essendo venute le tradizioni maurolicane alla luce, quand' era giunta alla sua piena maturità la fiorente Scuola galileiana, tornarono affatto inutili ai progressi della scienza, ond' è che rimase l' opera promotrice tutta affidata ai pubblici documenti, che s' ebbero dal Tartaglia. L' opuscolo postumo *De ponderositate,* pubblicato nel 1565 in Venezia da Curzio Troiano, è importante per la storia, perchè si rivela in esso come l' Autore tenesse dietro a commentare il Nemorario, con quel fervente amor di discepolo, che il Maurolico stesso faceva intorno al suo grande Siracusano, ma è superfluo come documento di scienza, perchè tutte le proposizioni meccaniche quivi dimostrate trovano ne' *Quesiti e invenzioni,* pubblicati dallo stesso Tartaglia nel 1546, amplissimo svolgimento.

Nell' ottavo di que' libri s' insegna, come si disse, la Scienza dei pesi, e non è altro insomma che un trattatello di Statica generale, ordinatamente condotto di proposizione in proposizione sui postulati del Nemorario, ai quali, segnando nell' antica scienza peripatetica un notabile progresso, s' aggiunge domandando « ne sia concesso niun corpo esser grave in sè medesimo, cioè l' acqua nell' acqua, il vino nel vino, l' olio nell' olio, l' aere nell' aere non essere di alcuna gravità » (Quesiti e invenzioni, Venezia 1546, fol. 85 t.).

Che intenda veramente l' Autore di mettersi egli a ordinare la scienza, della quale i precedenti scrittori non avevano fatto altro che porre i principii, lo dichiara così a don Diego Hurtado di Mendoza, interlocutore del dia-

logo, che aveva domandato qual costrutto si potrebbe cavare da tale scienza. « Li costrutti, risponde Niccolò, che di tale scienza si potriano cavare, saria quasi impossibile a poterli a Vostra Signoria esprimere, ovver connumerare: nondimeno io vi riferirò quelli, che per al presente a me sono manifesti. E pertanto dico che, per vigore di tale scienza, egli è possibile a conoscere e misurare con ragione la virtù e potenza di tutti quelli strumenti meccanici, che dai nostri antichi sono stati ritrovati per augumentare la forza dell' uomo nell' elevare, condurre, ovver spingere avanti ogni gran peso » (ivi, fol. 81).

Or perchè la virtù e la potenza di tutti gli strumenti meccanici trova, secondo Aristotile e il Nemorario, la ragion della sua misura nelle leggi del Vette e della Libbra, il Tartaglia, fedel seguace delle dottrine di quegli Autori, attende a stabilire i fondamenti alla Statica, dimostrando che s' equilibrano allora insieme la potenza e la resistenza quando son le forze reciprocamente proporzionali alle distanze. Incomincia perciò anch' egli, come il Maurolico, a stabilir la legge principalissima dei momenti, concludendola da due proposizioni simili a quelle date dal Matematico siciliano. L' una dice: « La proporzione della grandezza dei corpi di un medesimo genere, e quella della lor potenzia è una medesima » (ivi, fol. 86); l' altra: « Se saranno due corpi semplicemente eguali di gravità, ma ineguali per vigor del sito, ovver posizione, la proporzione della loro potenzia e quella della lor velocità necessariamente sarà una medesima » (ivi, fol. 87). Di qui immediatamente ne conseguiva esser le potenze stesse in ragion composta delle velocità e delle moli. Ma perchè le velocità son proporzionali agli spazii, ossia agli archi descritti dagli estremi bracci della Leva e della Bilancia, e gli archi hanno la ragion medesima dei raggi, ossia delle distanze dal centro al punto della sospensione dei pesi; ne conclude perciò il Tartaglia che le potenze o le forze stanno in ragion composta dei pesi, e delle distanze delle loro sospensioni dal centro dei movimenti. Di qui è che, avendosi pesi eguali, i loro momenti nella Bilancia sono come le lunghezze dei bracci da cui stanno pendenti, ciò che vien dal Tartaglia stesso formulato nel modo seguente: « La proporzione della potenza de' corpi semplici, eguali in gravità, ma ineguali per vigor del sito, ovver posizione, e quella della loro distanza dal sparto, ovver centro della Libra, s' approvano essere eguali » (ivi, fol. 88).

Se mantengonsi i pesi tuttavia eguali, e sopra più le braccia della Bilancia sono eguali, concludesi da quel generale principio che i momenti o le potenze son parimente per riuscire fra loro eguali, ciò che viene dimostrato dal Nostro nella V proposizione: « Quando che la posizione di una Libbra di braccia eguali sia nel sito della egualità, e nella estremità dell' uno e l' altro braccio vi sieno appesi corpi semplicemente eguali in gravità, tal Libbra non si separerà dal sito della egualità, e se per caso la sia da qualche altro peso, nell' uno dei detti bracci imposto, separata dal sito della egualità, ovvero con la mano; remosso quel tal peso ovver mano la Libbra di necessità ritornerà al detto sito della egualità » (ivi ad t.).

Se mantenendosi tuttavia le distanze eguali i pesi son però differenti, il maggiore avrà necessariamente maggior momento, e verrà perciò turbato alla Libbra l'equilibrio, come procede a dimostrare il Tartaglia nella sua VI proposizione: « Quando che la posizione di una Libbra di braccia eguali sia nel sito della egualità, e che nella estremità dell'uno e dell'altro braccio vi sieno appesi corpi semplicemente ineguali di gravità; dalla parte dove sarà il più grave sarà forzata a declinare perfino alla linea della direzione » (ivi, fol. 90). Se al contrario i pesi sono eguali, ma le distanze dal centro son differenti, la Bilancia traboccherà dalla parte del braccio maggiore. « Se li bracci della Libbra saranno ineguali, e che nella estremità di cadauno di quelli vi sieno appesi corpi semplicemente eguali in gravità, dalla parte del più lungo braccio tal Libbra farà declinazione » (ivi, fol. 92).

Son tutte queste proposizioni dall'Autore ordinate alla maggior conclusione finale, ed è: che essendo varie le distanze, e tutt'insieme anche i pesi, quelle stanno in reciproca proporzione di questi. « Se li bracci della Libbra, così propriamente si esprime nella sua VIII proposizione il Tartaglia, saranno proporzionali alli pesi in quella imposti, talmente che nel braccio più corto sia appeso il corpo più grave; quelli tai corpi ovver pesi saranno egualmente gravi, secondo tal posizione ovver sito » (ivi ad t.): ciò che dall'altra parte è la version letterale della VIII del Nemorario: « Si fuerint brachia Librae proportionalia ponderibus appensorum, ita ut in breviori gravius appendatur, aeque gravia erunt secundum situm » (De pond. cit., fol. 21).

Risedendo in questa proposizione il principio fondamentale a tutta la Statica, si sentiva perciò ragionevolmente il bisogno di dimostrarla con tutto il rigor matematico, ciò che fu primo a fare come si disse Archimede nei suoi Equiponderanti. E qui giova osservare, a dichiarar meglio le parole, che soggiungerà il Tartaglia dopo la sua dimostrazione, come nell'Archimede del Rivault e di altri le due proposizioni, dove si dimostra che, o commensurabili o incommensurabili che sieno le grandezze, si equilibrano allora che stanno in ragion reciproca delle distanze; ricorrono in ordine numerate per la VI e per la VII. Altri compilatori però, escludendo da una tal dignità negli Equiponderanti le due prime proposizioni, perchè non son veramente altro che la petizione I e II; incominciavano piuttosto a numerarle da quella che, secondo il Rivault, è la III, cosicchè la VI e la VII tornavano, in questo più ragionevole ordinamento, la IV e la V.

Ordinava così i teoremi al suo Archimede anche il Tartaglia, e perciò nel compiacersi di aver data dimostrazione della legge, che governa il moto delle Macchine, concludendola da principii diversi, ma non però punto men matematicamente precisi di quelli del Siracusano; fa dir così a Don Diego Mendoza che, dietro l'enunciata proposizione VIII, era stato con gran piacere ad ascoltarne il ragionamento: « Questa è una assai bella proposizione, ma el mi pare, se ben mi ricordo, che Archimede Siracusano ne ponga una simile, ma el non mi pare che lui la dimostri per questo vostro modo.

Niccolò. Vostra Signoria dice la verità, anzi di tal proposizione lui ne fa due proposizioni, e queste sono la quarta e la quinta di quel Libro, dove tratta delli centri delle cose gravi, e in effetto tai due proposizioni lui le dimostra succintamente per li suoi principii da lui per avanti posti e dimostrati. E perchè tali suoi principii ovver argomenti non si convegneriano in questo trattato, per esser materia alquanto diversa da quella, n' è parso in questo luoco di dimostrare tal proposizione con altri principii ovver argomenti, più convenienti in questo loco » (Quesiti e inv. cit., fol. 93).

Il Tartaglia, divulgando col suo commento la dimostrazione de' principii statici co' nuovi argomenti del Nemorario, apriva un più largo campo alla scienza, e pareva perciò che dovessero gli studiosi mostrargliene la debita riconoscenza. Ma invece lo abbandonarono, entrati in sospetto della solidità matematica di quel modo di argomentare, comparato con quello più risoluto dell' antico Archimede. Concorreva a confermare il sospetto la nausea, che s' incominciava a sentire oramai delle dottrine peripatetiche, specialmente da poi che il Benedetti era con la sua grande autorità venuto ad appor la nota di falso al principio, da cui il Nemorario stesso e il Tartaglia avevano conclusa la legge dei momenti. Nel cap. I delle *Disputationes de quibusdam placitis Aristotelis,* dop' aver confutato quel che nelle varie sue Opere il Filosofo insegna relativamente ai corpi della medesima specie e figura, che scendono con velocità proporzionali alle grandezze; così il Matematico veneziano soggiunge: « Alii quoque permulti eamdem opinionem retinuerunt, et omnium postremus Nicolaus Tartalea, secunda propositione vigesimi noni Quaesiti octavi libri, ubi profitetur se demonstratione probare hanc propositionem veram existere, neque videt quam magna resistentiarum sit differentia, quae, tam ex diversitate figurarum quam ex magnitudinum varietati, oriri potest, quas quidem diversitates non consideravit quidem » (Liber specul. cit., pag. 168).

Il giudizio però, con buona pace del Benedetti, è inconsiderato, non facendo distinzione fra la libera caduta de' corpi in mezzo all' aria, e la loro pressione sugli organi delle Macchine, nè avvertendo che, se la legge aristotelica è falsa nei moti, è però verissima nei momenti. Cosicchè la II proposizione dell' ottavo libro de' *Quesiti* corrisponde perfettamente alla XXXVIII del I libro *De momentis aequilibus,* che dice: « Gravium aequalium ab inaequalibus spatiis pendentium momenta sunt ad invicem sicut spatia » (editio cit., pag. 103): tanto essendo il dire col Tartaglia che le potenze son proporzionali alle velocità, quanto dir col Maurolico che i momenti son proporzionali agli spazii. Che se si tien per verissimo questo, non si vede la ragione perchè quello, come il Benedetti vuole, s' abbia a imputare di falso.

Comunque sia, fu della Dinamica il Tartaglia alquanto più benemerito che della Statica, non avendo insomma intorno a questa fatt' altro, che esplicare e illustrare le proposizioni del Nemorario. La teoria de' proietti principalmente si può dire che ha i principii da lui, perchè gli studii di Leonardo da Vinci non si riducono a più, che a poche regole sperimentali.

L'occasione, ch'ebbe il nostro Bresciano di far della Ballistica una scienza nuova, fu propriamente quella di rispondere al desiderio de' principi de' suoi tempi e de' capitani, per sola pratica conduttori in campo di quelle artiglierie, con che dovevano miseramente offendersi insieme, e desolarsi le città italiane.

Che fosse veramente tale quella detta occasione, ce lo attesta con le sue proprie parole il Tartaglia, nell'atto di dedicare a Francesco Maria della Rovere, duca di Urbino, il libro, in cui distese ordinatamente il primo, e affatto nuovo trattato della Scienza del moto. In quella Lettera infatti, *data in Venetia in le case nuove di S. Salvatore, alli XX di Dicembre M. D. XXXVIII,* così appunto scrive: « Habitando in Verona l'anno M. D. XXXI, illustrissimo signor Duca, mi fu adimandato da un mio intimo e cordiale amico, peritissimo bombardiere in Castel vecchio, uomo attempato e copioso di molte virtù, il modo di mettere a segno uno pezzo di artiglieria al più che può tirare. E abbenchè in tale arte io non avessi pratica alcuna, perchè in vero, eccellentissimo Duca, giammai discargheti (scaricai) artiglieria, archibuso, bombarda nè schioppo, nientedimeno, desideroso di servir l'amico, gli promisi di dargli in breve risoluta risposta. E di poi che ebbi ben masticata e ruminata tal materia, gli conclusi e dimostrai con ragioni naturali e geometrice qualmente bisognava che la bocca del pezzo stesse elevata talmente, che guardasse rettamente a 45 gradi sopra l'orizzonte » e dice che si serviva per far ciò di una squadra, o come più propriamente si direbbe da noi di un archipenzolo, colla quarta del cerchio divisa in dodici gradi, insegnando che l'obice tornerà giusto eretto a 45 gradi, quando, posto il lato più lungo di essa squadra in dirittura con l'asse del cannone, il filo a piombo batterà sul mezzo del quadrante, ossia nel sesto grado. Poi prosegue così la narrazione: « La qual conclusione a esso parve aver qualche consonantia, pur circa ciò dubitava alquanto, parendo a lui che tal pezzo guardasse troppo alto. Il che procedeva per non esser capace delle nostre ragioni, nè in le matematiche ben corroborato, nientedimeno con alcuni esperimenti particolari infine si verificò totalmente così essere. »

Prosegue poi con lo stesso tenore il Tartaglia a raccontare che questo suo intimo amico, a cui egli aveva così insegnato a fare il tiro della maggior volata, inclinando l'asse dell'obice a mezza squadra, ebbe una scommessa con un suo compagno d'arme, il quale sosteneva che, a voler raggiunger quella maggior volata, conveniva inclinare il pezzo due punti più basso.

« E sopra di questo, poi soggiunge il Tartaglia, fu deposta una certa quantità di danari, e finalmente venneno alla sperienzia, e fu condotta una colubrina da 20 a Santa Lucia in campagna, e cadauno di loro tirò secondo la proposta, senza alcuno avvantaggio di polvere nè di palla, onde quello, che tirò secondo la nostra determinazione, tirò di lontano, secondo che ne fu referto, pertiche 1972 da piedi sei per pertica alla veronese; l'altro, che tirò li due punti più basso, tirò di lontano solamente pertiche 1872. Per la qual cosa tutti li Bombardieri ed altri si verificarono della nostra determi-

nazione, che avanti di questa esperienzia stasevano (stavano) ambigui, imo, la maggior parte avevano contraria opinione, parendoli che tal pezzo guardasse troppo alto. »

Incoraggiato fervorosamente il Tartaglia in veder che alle sue divinazioni di matematica astratta rispondevano così bene i fatti sperimentati, volle penetrare più addentro in questa materia, nella quale ebbe a scoprir nuove altre cose non più pensate prima di lui. « Et incominciai (son sue proprie parole) a raziocinare la specie dei moti, che in un corpo grave potesse accadere, onde trovai quelle esser due: videlicet naturale et violento.... Da poi investigai con ragion geometrica dimostrativa la qualità de' transiti, ovver moti violenti dei detti corpi gravi, secondo li varii modi che possono essere cietti, ovver tirati violentemente per aere. Oltra di questo mi certificai, con ragioni geometrice dimostrative, qualmente tutti i tiri di ogni sorte di artiglierie erano fra loro simili, e conseguentemente proporzionali, e similmente le distanzie loro.... Oltra di questo, con ragioni evidentissime, conobbi qualmente un pezzo di artiglieria posseva per due diverse vie, ovvero elevazioni, percotere in un medesimo luogo. »

Esamineremo più particolarmente a suo luogo ciò che trovasse la scienza de' proietti di vantaggiarsi in queste raziocinazioni e in queste esperienze del Tartaglia, ma perchè fin d' ora apparisca non tutte essere state una vanità della mente, e una illusione degli occhi, giova osservare come fu il Nostro, il quale presentì la fallacia che s' ascondeva ne' giudizii comuni ai suoi tempi, secondo i quali si riteneva potersi così furiosamente cacciare un proietto, da farlo per qualche tratto del suo cammino procedere in linea retta. Udimmo di sopra Leonardo partecipare con tutti gli altri a questo gravissimo errore, quando disse che, ne' tiri di punto in bianco, il moto della palla della bombarda è *nel sito della egualità*, ma il Tartaglia, giustamente considerando che qualunque sia la furia del moto violento, non può la cacciata palla mai sottrarsi agli stimoli del moto naturale, consentì che si dicesse impropriamente retta quella, che, sebbene insensibilmente, conveniva che in ogni modo procedesse per linea curva.

Partendosi l'Autore della *Scientia nuova* da questo verissimo principio, si sarebbe con buoni auspicii incamminato verso la scoperta delle traiettorie, ma le ignorate leggi dei moti naturali ebbero infelicemente ad arrestar que' progressi. Ammise anch' egli, come tutti gli altri, che il velocitarsi dei gravi cadenti fosse dovuto alle attrazioni, e alle impulsioni del mezzo, e come tutti gli altri pure, argomentando dagli effetti della percossa, ne concluse che le velocità delle cadute son proporzionali agli spazii.

I progressi insomma, che fece per opera del Tartaglia la Dinamica, si riducono principalmente ai proietti, intorno ai quali iniziò veramente il nostro Bresciano una Scienza nuova. Le altre parti della Meccanica non ebbero da lui che assai scarsa cultura, e da non si pararagonar certamente con quella di Leonardo da Vinci, mostratasi al nostro esame così larga ed intensa Non fu una tal larghezza imitata forse a que' tempi meglio che dal

Cardano, per i varii trattati meccanici del quale è notabile che si trovin ridotte nel filo delle correnti tradizioni molte dottrine, rimaste sorrenate ne' Manoscritti vinciani. E perchè il fatto è importante a persuader coloro, i quali si credono che il grande Artista si ritrovasse in mezzo al fiume della scienza senza nulla ricever dall' onda che viene, e senza dar nulla all' onda che và, è bene che si confermi con qualche esempio.

Per primo de' quali ci piace addur quello della elasticità dell' aria, e della sua efficacia sulla caduta dei gravi. Nella scarsa nostra erudizione storica non abbiam saputo, di quel fatto fisico che tanto dette a dubitare ai Saggi, trovar altro documento anteriore a quello portoci da una delle sopra trascritte Note di Leonardo, nella quale si diceva non si poter dare scienza del moto dei gravi, *se prima non si dà la quantità della condensazione dell' aria, percossa da qualunque mobile, la qual condensazione sarà di maggiore o minore densità, secondo la maggiore o minore velocità, che ha in sè il mobile che la preme.* Or vien da un tal chiarissimo documento provocata la domanda, se veramente fu Leonardo il primo a scoprire il fatto del condensamento dell' aria, o s' ei la ricevè piuttosto dalle tradizioni scientifiche de' suoi tempi. Per risposta di che può opportunamente osservarsi come il Cardano, a cui si può credere che non fossero mai venuti sott' occhio i manoscritti vinciani, applica, nella proposizione CX del suo *Opus novum*, il fatto del condensarsi l' aria a proporzion che il corpo, con più o men gravezza cadendo, sotto di sè la preme, per conciliare il falso principio aristotelico con gli apparenti resultati dell' esperienza.

Nel II libro *De subtilitate*, entrando l'Autore, a proposito degli elementi, a trattare dell' aria, riferisce il detto di coloro che, reputandola lieve in sè stessa, ne concludevano perciò che vien mossa dalla sua propria forma, per cui, usciti dalla man del motore, si vede conservarsi tuttavia il moto impresso ai proietti. Intorno a che soggiunge esser quattro le opinioni « quas nullus expositor intellexit, et maxime Aristotelis, quem adeo iactant opinionem » (Lugduni 1580, pag. 90). La quale opinione aristotelica, passando il Cardano in quarto luogo ad esporre, dice che consisteva nell' ammetter la comunicazione e la partecipazion del moto al proietto, dall' ondoso moto aereo concentrico al proiciente, il qual moto, estinguendosi a poco a poco nel diffondersi sempre più al largo, abbandona finalmente il mobile nella sua quiete. Dopo che torna a ripetere non aver nessuno prima di lui saputo intendere il testo aristotelico, inteso già benissimo, come vedemmo, ed esposto in questa medesima cardanica sentenza da Leonardo.

Un altro esempio del consentimento che passa fra le idee dei due celebri uomini, da che ragionevolmente per noi se ne conclude dover avere avute in qualche modo comuni le tradizioni, ci si porge dal moto dei corpi pendoli, intorno ai quali udimmo dianzi ragionar l' Autore delle Note manoscritte così, come fa l' Autore del II libro *De subtilitate:* « At vero, cum impellitur, tanta ferme vi redit ad medium, quanta ab illo depulsum est. Igitur cum ea vi iam depulsum sit a medio, gratia exempli, per cubiti spa-

tium, tantumdem descendere in contrariam partem necessarium erit, atque ita continuo ac alternato reditu tardissime conquiescere » (ibid., pag. 97).

Chi poi volesse facilmente persuadersi che il Cardano non lasciò forse inesplorata nessuna parte di quell' ampio soggetto, che la Meccanica presentava alle speculazioni di Leonardo, non ha a far altro che svolgere le pagine dell' *Opus novum*, dove della Statica e della Dinamica si trovano proposti e dimostrati i più importanti teoremi. Il Filosofo non procede in tutti sicuro, come l'Artista, per le ragioni, altre volte accennate, dell' aver diffidato o del non essersi ben chiarita in mente la regola di risolvere i moti, a che aggiungevasi il prevaler nella mente di lui le speculate teorie ai fatti sperimentati. I principali esempii di quelle incertezze, che poi condussero anche il Cardano nell' errore comune, si possono desumere dalle proposizioni LXXII e CXVIII, dove, attendendo l'Autore a ricercare in qual proporzione stanno i pesi scendenti sopra varie declività di piani, e le percosse sopra varie obliquità di pareti, riduce quelle stesse proporzioni agli angoli, piuttosto che ai seni. La fallacia del ragionamento di lui consisteva nel concluder ch' essendo per l' orizzontale il peso e la percossa nulli, e per il perpendicolo quello totale, e questa del massimo effetto; si compartissero giustamente secondo le varie declività i gradi di mezzo.

Il Cardano aveva, insieme con gli altri usciti dalle pubbliche scuole, più fiducia nelle filosofiche virtù del ragionamento, che nell' esperienza, ma Leonardo, il quale la pensava altrimenti, ritrovò nell' esperienza stessa, come vedemmo, la sua salvezza. Forse non ebbe nè anch' esso Cardano, in proposito delle percosse, a trascurar di ricorrere ai fatti, i quali non valsero nulladimeno a farglisi benefici rivelatori del vero, per un inganno che nascondevasi sotto. Consisteva quell' inganno nel deviar che fa il mobile dalla sua giusta dirittura l'aria, dalla foga di lui innanzi innanzi compressa; sottilissimo inganno possibile solo a scoprirsi dalla sagacia sperimentale di Vincenzio Renieri, e un secolo prima da quella di Leonardo da Vinci. « La percussione, egli dice, d' ogni grave sferico non farà cicatrice che abbian proporzione in fra loro, qual' è quella dell' obliquità de' siti dov' essi percotono. — Quel che si propone non mancherebbe merito che non fussi integralmente confermo dall' esperienza, se non fosse la fissa condensazione dell' aria sospinta dal furore della pallotta, la quale, non sendo in sè veloce come il moto fatto da tal motore che la caccia, si viene a condensare, e tanto più si condensa, quanto è più cacciata, e per questo accade che percote poi tale pallotta con linea, che non sia centrale » (Ravaisson-Mollien, Manuscr. L, Paris 1890, fol. 44).

La inferiorità nell' arte sperimentale, a paragone di quella che apparisce così sottile in questa Nota di Leonardo, si rivela forse più manifesta nel fatto della libera caduta dei gravi, intorno a che il Cardano, nella proposizione XIII, non sa far altro che commentare le più volgari dottrine, dimostrando che le parti anteriori del mezzo resistono, mentre invece le posteriori, entrando a riempire il vacuo, aiutano alla velocità del mobile il moto. Da ciò poi conclude, nella XXXI, la ragione del perchè, verso la fine, vada

il grave cadente sempre più accelerandosi, che in altra parte del tempo. Nella scienza poi dei moti violenti si solleva mirabilmente il Cardano sopra la volgare schiera, principalmente per aver notato che la parte di mezzo della traiettoria non è circolare, come dicevano Leonardo stesso e il Tartaglia « sed quasi linea, quae parabolae ferme imitatur » (De subtil. cit., pag. 96), e poi per aver combattuto l'antico errore del mezzo, che conserva anche fuor del motore al mobile l'impulso del moto, sostituendogli francamente l'altra vera sentenza, che cioè « illud quod movet est impetus acquisitus » (ibid., pag. 93).

La forza d'inercia trasparisce di qui, nel lungo decorrere della storia da Aristotile in poi, per la prima volta, benchè ne' moti dei pendoli l'avesse Leonardo in qualche modo avvertita, e l'avesse posta il Cardano stesso, come dianzi s'è inteso, in più espressa forma. Notabile è come una tal notizia, senza la quale era affatto impossibile che si spedisse alla Dinamica il passo, si chiarisse così alle menti nel breve tratto di tempo interceduto fra le prime speculazioni del Cardano e le ultime del Benedetti; che bisognasse a questi aguzzare l'ingegno per rispondere a chi domandava come mai, date le prime mosse a un pendolo, per esempio, o a una ruota, non perseverino perpetui nel moto, come pur dovrebbero fare per necessaria legge della loro inerzia.

Di qui si vede che gl'incerti albori crepuscolari son già passati, e che il sole incomincia a vibrare oramai sull'orizzonte scoperti i suoi primi raggi, prima di rivolgersi a contemplare i quali nelle speculazioni del Benedetti, giova fissare in Guidubaldo del Monte quell'indivisibile punto, che distingue i più vivi e intensi riflessi dell'aurora dalla luce diretta del giorno.

Il maraviglioso impulso, che vennero a dare ai progressi delle Matematiche nel secolo XVI le resuscitate tradizioni archimedee, sollecitò le infaticabili cure di Federigo Comandino a cercar dovunque, a tradurre e a commentare i libri di tanti altri Matematici antichi, cosicchè deplorava Guidubaldo nella morte di lui la perdita di que' medesimi celeberrimi uomini Archita, Euclide, Apollonio e Archimede stesso, i quali parve essere a un tratto tornati a rivivere nell'Urbinate. « Ille autem, poi soggiunge nella prefazione al *Mechanicorum liber* (Pisauri 1577), perpetuo in aliarum mathematicarum explicationem versans, mechanicam facultatem aut penitus praetermisit, aut modice attigit. Quapropter in hoc studium ardentius ego incumbere coepi. »

La parola *Meccanica* non ha però per Guidubaldo quella estensione di significato, che ha ora per noi, e ch'ebbe in effetto per Leonardo da Vinci, per il Cardano e per il Tartaglia, ma si restringeva a significare il trattato delle Macchine, alla descrizion delle quali insomma riducevasi tutta la scienza. Lo studio delle facoltà meccaniche, a cui dice di essersi ardentemente rivolto il Nostro, è dunque assai limitato, ma pur era, più che altri mai, bisognoso di speciale attenzione sulla fine del secolo XVI, perchè, nel vastissimo campo aperto dai tre grandi uomini sopra commemorati, rimanevasi unico quasi negletto.

Pappo infatti e Vitruvio si erano contentati a descriver le Macchine, e

ad insegnare il modo di disporne così gli organi, che valessero a produrre il massimo effetto: dalla Scuola alessandrina e dalla Peripatetica s'era già conclusa, e con matematiche dimostrazioni confermata la legge statica generale, ma come poi si applicasse una tal legge, eminentemente rappresentata nella Leva, a tutte le altre Macchine, era un desiderio che Guidubaldo, col suo ardente studio, si dette a sodisfare, specialmente in coloro « qui ex Pappo, ex Vitruvio et aliis didicerint quid sit Vectis, quid Trochlea, quid Axis in peritrochio, quid Cuneus, quid Cochlea, quomodoque, ut pondera moveri possint, aptari debeant; adhuc tamen accidentia permulta, quae inter potentiam et pondus vectis virtute illis insint instrumentis, perdiscere cupiunt. »

L'intenzion dell'Autore, corrispondente ai bisogni reclamati allora dagli studiosi, era dunque quella di dimostrare come alla virtù del Vette si riducano le accidentali relazioni, che passano tra la potenza e il peso negli altri strumenti, e infatti si coronan le proposizioni di ciascun trattato col dire e col ripetere: « Ex his manifestum est ita esse pondus ad potentiam, ipsum pondus sustinentem, sicut spatium potentiae moventis ad spatium ponderis moti » (Mechan. lib. cit., fol. 82 t.). E perchè gli spazii sono in ogni caso proporzionali ai tempi, un altro importantissimo corollario si deduce dai dimostrati teoremi, ed è: « quo pondus facilius movetur, eo quoque tempus maius esse; quo vero difficilius, eo minor esse, et e converso » (ibid., fol. 105 t.): proprietà generale di tutte le Macchine, che l'Autore stesso applica così alla Coclea in particolare: « Ex his manifestum est quo plures sunt helices, et quo longiores sunt scytalae, sive manubria, pondus ipsum, facilius quidem, tardius autem moveri » (ibid., fol. 123). A torto dunque rimproverava Galileo l'*inganno universale* dei Meccanici, ch'ei pretendeva di esser venuto egli primo a scoprire al mondo ignorante, col dimostrargli come quel che si acquista nella forza si scapita nel tempo (Alb. XI, 85, 87). Il trattato galileiano Delle macchine non differisce sostanzialmente da quello di Guidubaldo, in qualche parte emendato dietro il progredir, che in un mezzo secolo aveva fatto la scienza.

Concernono principalmente quegli emendamenti la teoria del piano inclinato, intorno alla quale l'Autor del Libro delle meccaniche ripete l'errore antico di Pappo salutato da lui, insieme con Archimede, per suo riverito maestro. « Ego enim, in hac praesertim facultate, Archimedis vestigiis haerere semper volui. » Maestro poi sopra tutti i maestri riconosce ossequioso il grande Aristotile, di cui non fece Archimede stesso ch'esplicar le dottrine, e applicarle ad esempii particolari. « Archimedi saepius fuit mechanicae disciplinae rudimenta explanare, propterea ad magis particularia enucleanda descendere voluit » (In duos Archim. libros paraphrasis, Pisauri 1588, pag. 4). In Guidubaldo insomma non è da aspettarsi nessuna novità della scienza, ch'egli crede esser benissimo dagli antichi trattata. E se alcuno si sentisse intorno a ciò movere qualche dubbio, riducasi solo alla memoria que' grandi nomi di Aristotile e di Archimede, e se lo vedrà a un tratto

dissipar dalla mente. « Ambiget fortasse quispiam numquid haec principia recte ab illis fuerint pertractata, sed statim omnis cessat dubitandi occasio, si tantorum virorum praestantia ad memoriam revocetur » (ibid., pag. 5).

In Giovan Batista Benedetti però, da cui propriamente s' instaura una scienza nuova, hanno le parole un tuono molto diverso. Confessa anch' egli in Aristotile ammirabile la sapienza, ma benche senta il gran pericolo, che si correva a' suoi tempi in contraddire ai placiti venerati, « in medium, egli francamente dice nella prefazioncella alle *Disputazioni*, quaedam proferre non dubitavi, in quibus me inconcussa Mathematicae philosophiae basis, cui semper insisto, ab eo dissentire coegit » (Specul. liber cit., pag. 168).

Versano principalmente i dissensi intorno a ciò che il Filosofo aveva ne' suoi varii libri insegnato degli accidenti, che accompagnano il moto, e delle cause, che velocitano i gravi. Avverte sapientemente la fallacia delle dottrine peripatetiche, in sentenziare che le velocità son proporzionali ai pesi, consistere nel non avere abbastanza considerato la gran differenza della resistenza opposta dal mezzo alla caduta de' gravi di figura varia, e di varii volumi: e dop' avere, in una bene ordinata serie di capitoli, dimostrato secondo qual proporzione i mezzi stessi variati alterino la legge dei moti; ne conclude, con gran maraviglia di chi sente annunziarsi una cosa tanto nuova, « quod, in vacuo, corpora eiusdem materiae aequali velocitate moverentur » (ibid., pag. 174).

Le porte della verità, rimaste dai peripatetici insegnamenti per sì lunghi secoli imprunate, una volta rese così felicemente sgombre dovevano condurre il Benedetti a consegnare di propria mano allo stesso Galileo la chiave, da entrare addirittura ne' più riposti vestiboli del tempio. Il Cardano e lo Scaligero avevano fatto fare alla Dinamica il primo passo, dando, fra le varie opinioni degli antichi, la preferenza a quella, che ammetteva moversi, anche fuor del motore, il mobile per intrinseca virtù rimastagli impressa, e non per estrinseca impulsione del mezzo, ma ne' moti naturali non avevano saputo ancora vedere come si potesse convenientemente applicare questa legge dell' inerzia. Il Benedetti però, nel cap. XXIV delle sopra citate Disputazioni, rimeditava quel sì fecondo principio professato dal Nemorario, non essere altro cioè la quiete se non che il termine del moto, e poi mirabilmente commentato da Leonardo con dire, che *la pietra che cade fu prima portata e gettata in alto*, e non facendo perciò alcuna distinzione fra moto violento e naturale, n' ebbe logicamente a concluder che nasceva anche questo da una certa impressione « ex impetuositate recepta a dicto mobili, quae impressio et impetuositas, in motibus rectis naturalibus, continuo crescit » (ibid., pag. 184). E ciò, in altre parole e in altra forma, voleva appunto dire che le velocità sono proporzionali ai tempi. La qual nuova forma introdotta nei semplicissimi teoremi archimedei, dai quali per facile corollario scendeva stare gli spazii in ragion composta delle velocità e dei tempi, veniva mirabilmente a scoprirsi in quella gran verità, conclusa e al mondo attonito annunziata da Galileo, che cioè gli spazii non vanno altrimenti, come dicevasi

da tutti, secondo i semplici tempi, ma secondo i quadrati di quegli stessi tempi.

A questi poi, che sono i principali, s' aggiungono altri meriti dovuti nell' instaurare la scienza all' insigne Matematico veneziano, quali sarebbero quello di avere illustrate molte delle Questioni aristoteliche, dimostrando per esempio come il Cuneo e le Taglie si riducono propriamente alle ragioni del Vette; quello di aver prefinita la misura giusta alla lunghezza del braccio, nella Leva angolare, e nelle direzioni oblique di avere insegnato a computarne il momento rotatario; quello di aver posto il principio matematico alle forze centrifughe, argutamente osservando, *id quod a nemine adhuc, quod sciam est observatum* (pag. 286), che cioè, benchè sia il mobile prepotentemente menato in giro dal motore, tende nonostante a rifuggire in linea retta, non verso il centro del mondo, ma in direzione della tangente. Da molte altre parti di questo trattatello *De mechanicis* scaturiscono vivi raggi di luce, a illuminare alla scienza gl' incerti sentieri.

È a questo punto terminato il Prologo del nostro Dramma, ne' personaggi del quale, e specialmente degli ultimi compariti in scena, fissando gli spettatori lo sguardo, gli riconosceranno quasi tutti, d' abito e di nazione, italiani. Simeone Stevino, unico forse fra gli stranieri che vi si fosse intruso, ha dovuto modestamente ritirarsi in disparte, riconoscendo d' essere stato prevenuto nell' azion principale dal Cardeno e dal Tartaglia, l' un de' quali aveva già, per matematiche ragioni, concluso che s' equilibran due pesi sopra due varie obliquità di piani, le lunghezze de' quali stien come gli stessi pesi; e l' altro era venuto a dimostrare ai Meccanici il vero principio della composizion delle forze, benchè mostrasse di non sapere in nessun caso come applicarlo agli esempii.

Così stando i fatti, fin qui da noi lungamente discorsi, non può non recarci gran maraviglia quel che leggesi appresso a un celebrato Storico delle Matematiche, non ridursi cioè l' opera, data allo studio della Meccanica dagli scienziati del secolo XVI, che a certi prolissi commentarii sulle Questioni aristoteliche. « Les travaux des savans du seizieme siècle, sur la Mecanique, dice Stefano Montucla, ne consistent presque qu'en de prolixes commentaires sur les Questions mecaniques d'Aristote » (Tome I, An. VII, pag. 689). E altrove avea già il medesimo Autore mostrato un gran disprezzo per il Filosofo, dicendo che la maggior parte delle spiegazioni meccaniche di lui son false, e che la prima e fondamentale, dedotta dalle dignità del circolo, « est tout-a-fait ridicule » (ivi, pag. 187).

Nel secolo XVIII eran pur troppo tali i correnti giudizii dei Matematici; giudizii, a formulare e a confermar ne' quali le menti, avevano avuto gran parte Galileo e il Cartesio, ambiziosi di tenere il principato della scienza, e gelosi di dividerne con qualsivoglia altri il potere. Ma pure al primo esce più qua e più là ingenuamente di bocca la confessione di aver trovato in Aristotile il principio a certe sue meccaniche speculazioni, che sarebbero altrimenti rimaste forse senza progressi. Così la nuova scienza delle resistenze

dei solidi confessa aver avuto in lui il motivo dalle Questioni meccaniche del Filosofo « mentre vuol render la ragione onde avvenga che i legni, quanto son più lunghi, tanto son più deboli » (Alb. XIII, 125), e mentre in altra Questione risponde al perchè « manco fatica si ricerchi a rompere un legno, tenendo le mani nell' estremità, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine » (ivi, pog. 134), riducendo, come Galileo nella II Giornata delle Due nuove scienze, la causa di questi fatti a quella generalissima delle Leve, il principio statico che governa le quali, e che consiste nel compensarsi la tardità del resistente dalla velocità del movente, confessa Galileo stesso essere stato Aristotile il primo a proporlo e a dimostrarlo (ivi, pag. 264). Nè gli parve quella dimostrazione punto ridicola, come non parve tale a Leonardo da Vinci, il quale anzi, in tempi che prevalevano le dottrine del Nemorario, elesse di tornar così all' antico modo di ragionar del Filosofo: « Quella cosa, che fia più lontana al suo firmamento, manco da essa fia sostenuta. Essendo manco sostenuta, più fia partecipevole di sua libertà, e perchè il peso libero sempre discende, adunque quella estremità dell' asta d' essa Bilancia, che fia più distante al suo firmamento, perchè è ponderosa, più presto che alcuna parte di sè discenderà » (Manuscr. N.° 2038, Paris 1891, fol. 2 t.).

In ogni modo a nessuno mai parve ridicola la Questione XXIV « quam ob causam maior circulus aequalem minori circumvolvitur lineam, quando circa idem centrum fuerint positi » (Arist., operum T. XI cit., fol. 35 t.). Il Benedetti, che fu forse il primo a torturar nel curioso quesito l' ingegno, disse nel cap. XXII del suo trattatello *De mechanicis* che il moto del minor circolo della ruota non è tutto progressivo, ma in parte anche regressivo, e Galileo, che fra tutti disse ammirabile questo problema, rifiutata la prima spiegazione affacciataglisi alla mente, ripetuta poi da alcuni Francesi, che cioè fossero i punti della circonferenza minore, tirati dalla maggiore, strascicati per qualche tratto (Alb. XIII, 27); andò a immaginare un gioco de' vacui interposti, quasi la maggiore circonferenza fosse, rispetto alla minore, una corda elastica stirata.

È un fatto però, notabilissimo per la nostra Storia, che volle Galileo a grande studio tenere occulte le più prossime e più ubertose fonti, dalle quali derivavagli, specialmente in Italia, a que' suoi tempi la scienza. Le velocità virtuali e la ragion de' pesi alle lunghezze dei piani inclinati, che ponevano da una parte il principio, e dall' altra venivano a dare alla Statica l' incremento; la regola della composizione dei moti, e le forze d' inerzia, applicate prima ai proietti e poi alle naturali cadute dei gravi, per cui si aprivano così facili le vie alla Dinamica; volle l' ambizioso Autore dei Dialoghi fare apparire al mondo come dottrine nuove, gelosamente tacendo il nome del Benedetti, e dispettosamente protestandosi di non saper quel che s' avessero detto il Cardano e il Tartaglia nei loro libri.

In tempi, che il Peripato regnava quasi universale e assoluto nelle scuole, e che non riducevansi le scienze naturali ad altro, che a prolissi e

45193A

nebulosi commentarii intorno ai' placiti del Filosofo; non riuscì difficile a Galileo far apparire agli occhi degli spettatori d'un abito e d'un colore quei tre o quattro, che si sarebbero da viste più sincere facilmente scorti in mezzo alla turba volgare. Fu poi tanto destro l'ingegno e tanto fortunata l'opera di quell'uomo in produrre una così fatta illusione, che dura tuttavia dopo tre secoli, e durerà chi sa quanto, a far velo ai giudizii degli uomini.

Comunque sia, è debito principale della nostra Storia lo scoprire l'inganno, e seguendo il filo delle tradizioni dimostrare come per legge naturale si sia svolto il pensiero. Le creazioni, così facilmente attribuite agl'ingegni, si possono ammettere per una iperbole, il qual modo però di dire, che piace a tanti, non essendo consentito alla scientifica precisione, ci suggerisce il prudente consiglio d'andar a ricercar la scintilla, che sempre per necessità seconda qualche gran fiamma. E perchè si saranno accorti i Lettori che il proposito nostro s'è in questo primo discorso incominciato già a mandare ad effetto, proseguiremo in egual modo nelle singole trattazioni di questa prima parte della Storia della Meccanica, per nostra gloria quasi tutta italiana, soffermando il passo ne' Dialoghi delle Due nuove scienze, dai quali, come da editto pubblicamente affisso, si promulgano al mondo le leggi del moto.

CAPITOLO II.

Dei Baricentri

SOMMARIO

I. Della invenzione del centro di gravità nei solidi. — II. Dei quattro libri centrobrarici di Paolo Guldino, e della Geometria degl' indivisibili di Bonaventura Cavalieri. — III. Delle risposte del Cavalieri alle opposizioni fattegli dal Guldino, e come la Regola centrobrarica avesse dal Metodo degl' indivisibili la sua prima matematica dimostrazione. — IV. Delle nuove dimostrazioni della Regola centrobrarica che, primi, vennero a dare alle scienze matematiche in Italia Antonio Nardi e Vincenzio Viviani.

I.

Le leggi del moto, che dicemmo essere state solennemente promulgate dai primi Dialoghi di Galileo, segnano un' epoca novella nella storia della Meccanica. Ma l' epoca che la precede incomincia anch' essa dal medesimo fatto delle cadute dei gravi, considerate sotto quel più semplice aspetto, che ci si presentano tutti i giorni nell' esperienze comuni. Si vede ogni corpo sempre per naturale necessità cadere, quando gli venga meno il sostegno, e o cada liberamente o sia sostenuto, è un sottilissimo filo quello che segna la libera via, o che impedisce la tendenza del moto. L' osservazione ovvia al volgo e insignificante fu principio fecondo di scienza al Filosofo che, considerando come si poteva di qualunque peso impedir la caduta, col sostenerlo per via di un semplicissimo filo; ebbe a concluderne che nella direzione verticale di lui si raccoglieva dunque, alla caduta stessa, d' ogni parte il conato. Altre esperienze poi fecero questa prima importante notizia progredire più oltre, imperocchè, vedendo rimanersi ugualmente bene nella sua quiete il grave, da qualunque punto della sua superficie si tenesse sospeso, non fu difficile, con l' aiuto della Geometria, concluderne che il conato del

cadente raccoglievasi tutto, non in una sottil linea, come dianzi pareva, ma in un indivisibile punto, qual si viene a determinare dall'intersecamento delle due verticali, che penetrano dentro il peso pendulo, or in una ora in un'altra delle variate sue positure. Dette perciò a quel punto l'artificioso linguaggio dei Matematici il nome di *Baricentro*, o di Centro di gravità, e dal considerarne le varie proprietà e gli effetti ebbe principio quella, che ai nostri Italiani, i quali si dettero, primi nel secolo XVI, a coltivarla, piacque chiamar col nome di Scienza dei pesi.

Secondo l'uso volgare il permanere qualunque corpo sospeso in equilibrio si significa col dire ch'egli sta in bilancia, ciò che, mentre da una parte rivela aver avuto l'artificioso strumento la sua prima origine da un fatto naturale, dimostra dall'altra come dai centri di gravità si pigliassero i principii fondamentali alla Statica. I pesi infatti, che s'impongono di qua e di là ne' bacini, si raccolgono come in centro nel fulcro della Libbra, e vi rimangon sospesi in quiete infin tanto che non venga a mancare esso fulcro. Il trattato archimedeo perciò degli Equiponderanti non è, nella sua prima parte, che l'esplicazione di questo stesso concetto, benchè la prevalente Geometria soggioghi e par che abbia quasi licenziata l'esperienza da' suoi antichi servigi.

Il soggetto dall'altra parte veniva per sè stesso a vestire schietto abito geometrico, dipendendo la giusta posizione del centro dalla forma propria del corpo, nè portando le nuove inquisizioni altra differenza che del considerare come pesanti quelle particelle, che si riguardavano solo come per ogni verso distese a occupare lo spazio. Così confermasi l'idea di quello stretto connubio, che passa fra la Meccanica e le Matematiche; idea che già ci si rappresentava alla mente chiarissima, infin da quando udimmo Aristotile porre per fondamento alla scienza i moti generatori del cerchio. Sarebbe stato anzi giovevole il commemorar queste cose a coloro, a cui giunsero, a mezzo il secolo XVII, inaspettati i servigi che, nel Metodo centrobrarico, veniva a rendere la Meccanica stessa alla Geometria.

Ma per procedere ordinatamente nel nostro discorso è da tornare a quel trattato Degli equiponderanti, in cui dimostrava Archimede essere una medesima cosa il centro naturale dei gravi, e il centro artificiale della Libbra, matematicamente concludendo le leggi statiche dal principio dei Baricentri. La nuova istituzione archimedea però non giovava allo studio della Statica sola, ma conferiva mirabilmente ai progressi di tutta intera la Scienza del moto, la quale veniva a rendersi così tanto più semplice nelle sue laboriose dimostrazioni, considerando le disperse virtù come tutte insieme raccolte in un punto. Se ci fosse la comparazione permessa, diremmo perciò che la Baricentrica è, nella Scienza del moto, quel ch'è il cuore nella vita dell'animale, ond'ei si può intendere com'ella debba nella storia apparire la prima, quasi *punctum saliens* in mezzo alle altre non discernibili parti dell'embrione.

Così essendo, si riduceva tutto lo studio a cercare, e a segnar le vie di

giungere in quegli intimi penetrali, dove risiede il cuore impulsivo del moto in tutti i gravi. È perciò che Archimede, dop' avere nel I libro dimostrata la natura e le proprietà del punto, intorno a cui d' ogni parte si radunano i pesi; passa immediatamente a cercare e a segnar quelle più riposte vie geometriche, che possono condurre a trovar quel punto preciso, benchè il primo instituito insegnamento del grande Maestro lasci in vivo desiderio gli studiosi di vederlo compiuto.

I teoremi infatti, che ricorrono nella seconda metà del I libro, via via dimostrati, concernono le sole figure piane circoscritte da linee rette, e il II libro si consacra tutto alla ricerca del centro di gravità ne' piani curvilinei o, come saremmo tentati di chiamarli, triangoloidi parabolici. Con ciò, qual dopo tanti secoli e dopo tante vicende pervenne alle mani dei Matematici, si chiude dall' Autore il trattato Degli equiponderanti.

Gli studiosi lettori, fra' quali abbiamo noi Italiani da annoverarne, infino a mezzo il secolo XVI, distintamente tre de' più insigni, si trovavano da quella fida scorta abbandonati colà, dove speravano che sarebbero venuti a riuscire gli ultimi passi. Imperocchè quale importanza potevano per sè stesse avere le superfice, se non in ordine ai solidi, i quali soli son propriamente ponderosi? Alla invenzione perciò del centro di gravità de' triangoli si poteva attendere com' a studio, ordinato a facilitar la ricerca del centro di gravità nella piramide, e i baricentri ne' trapezii e nelle sezioni del cono si potevano desiderare per venir più facilmente introdotti alle più complicate risoluzioni dei centri di gravità ne' prismi e nelle conoidi. Or a veder che in quelle superfice piane, per sè medesime imponderanti, s' assolve tutta quanta l' intenzion dell' Autore, se ne dovettero fare due congetture: o che fosse venuto a mancare il III libro, dove avrebbe Archimede dato il suo trattato Degli equiponderanti compiuto; o che, contento ad averne posti i principii, lasciasse alla esercitazione degli studiosi le non difficili desiderate conclusioni.

Quanto ai solidi infatti, che si dicono di rivoluzione, era ovviamente dimostrabile che nella sfera e nel cilindro i centri di gravità corrispondono ai centri delle grandezze. Maggiore difficoltà è vero incontravasi rispetto al cono, le quali difficoltà venivano nonostante ad appianarsi, riguardando quel solido come una piramide a base poligonare di un numero infinito di lati: ond' è che riducevasi così la questione alla ricerca del centro nella piramide stessa, la quale, in qual si voglia modo si presenti composta, è risolubile sempre in altre minori piramidi a base triangolare. Ma la baricentrica inquisizion del triangolo pareva a questo principale intento presa a far dall'Autore in que' teoremi del I libro Dagli equiponderanti, perchè, proseguendo simili vie, si potessero più facilmente condurre gli studiosi al baricentrico di ogni solido piramidale.

Comunque siasi raggiunsero veramente gl' istituti archimedei, nella Scuola matematica di Luca Pacioli, questo intento, come si dimostra per l' esempio insigne di Leonardo da Vinci, di cui solo ci rimangono i docu-

menti. « Il centro di ogni gravità piramidale, così leggesi in una delle solite Note, è nel quarto del suo assi, verso la base, e se dividerai l'assis per quattro eguali, e intersegherai due degli assi di tal piramide, tale intersegamento verrà nel predetto quarto » (Manuscr. F cit., fol. 51).

Guglielmo Libri che fu, come si disse, il primo a fermar l'attenzione su queste Note, e a fissare gli occhi sopra le due figure appostevi per illustrarle, si credè di poter raccogliere da que' segni che Leonardo « decomposait les pyramides en plans paralleles a la base, comme on le fait a present » (Histoire des Matem., T. III cit., pag. 41 in nota). La conclusione però sembra a noi temeraria, perchè ne' detti iconismi, e specialmente nel secondo, niente altro fa l'Autore che rappresentare all'occhio quell'intersecamento de' due assi, condotti sulle respettive basi da due vertici opposti, da cui diceva determinarsi alla piramide il preciso punto del centro. È ciò dall'altra parte pienamente conforme con gli istituti archimedei, là dove s'insegna a trovare il centro di gravità ne' triangoli; istituti, ch'ebbe a seguir fedelmente anche il nostro Leonardo, a cui, ripetiamo, parerci temerario l'attribuire il metodo degl'indivisibili, che s'ebbe necessariamente a introdur nella scienza, dopo la Geometria nuova del Cavalieri. E perchè la questione, a cui ha dato motivo il Libri, è di troppo grande importanza nella Storia, non increscerà d'intrattenervi attorno brevemente il discorso.

Il processo dimostrativo, che nel I libro Degli equiponderanti si proponeva, per le ricerche ulteriori, ad esempio, incomincia dalla proposizione XIII, nella quale dimostra Archimede che il centro della gravità del triangolo si trova nella bissettrice condotta dall'angolo opposto sopra la base. Poi si passa, per facile via, alla proposizione XIV, che insegna a determinare il punto preciso del centro ricercato nell'intersezione di due delle dette bissettrici, da due diversi angoli condotte nello stesso triangolo sopra ciascuna delle due contrapposte basi. D'onde con facile dimostrazione geometrica si viene a concluderne, nel secondo lemma che segue, essere prefinito il centro di gravità nel triangolo dalla prima delle tre parti, in che s'intenda, a movere dalla base, essere stata divisa una bissettrice.

Per procedere alla ricerca del centro della gravità nella piramide il facile ordine dunque, che si suggeriva dagl'insegnamenti di Archimede, era questo: trovato il centro di due delle facce triangolari del solido, condurre dai vertici opposti due linee, nell'intersezion delle quali dovendosi ritrovar tutta insieme raccolta la gravità piramidale, si dimostrava per Geometria, in un modo simile a quello del citato lemma archimedeo, che la detta intersezione facevasi ne' tre quarti della linea, che movendo dal vertice, va a terminar nel centro della opposta base triangolare.

Or chi attende a così fatti processi dimostrativi facilmente ritrova che dipendono ambedue dalla proposizione XIII del I Degli equiponderanti, posta la quale, se ne concludono tutte le altre come facilissimi corollarii. Diceva quella proposizione: « Cuiuscumque trianguli centrum gravitatis est in recta linea, quae ab angulo in mediam basim ducitur » (Archim. op. cit., pag. 177),

alla quale, nell'omologo processo inquisitivo del centro della gravità nella piramide, corrisponde l'altra proposizione dai promotori di Archimede, come per esempio dal Maurolico, così formulata: « Recta, quae a vertice pyramidis in eius centrum agitur, producta, cadit in centrum basis triangulae » (De mom. aequal. cit., pag. 169).

Il modo però di dimostrare le due proposizioni è molto diverso appresso agli Autori antichi, e ai moderni. Si confrontino di grazia le due varie dimostrazioni faticosamente condotte, e ambedue, per indiretta via, degli assurdi concluse nel trattato di Archimede, con la facile, e non men matematica dimostrazione, che per via degl'indivisibili oggidì se ne dà dai Matematici, i quali, considerando un triangolo come composto d'infinite linee ponderose, tutte parallele alla base; da uno de' più elementari teoremi di Geometria, e dal postulato primo Degli equiponderanti, immediatamente ne concludono dovere al triangolo essere il centro di gravità nella linea, ch'essendo bissettrice alla base, è tutt'insieme bissettrice delle altre infinite condotte a lei parallele. Si confronti dall'altra parte il lungo ordine delle proposizioni, che precedono alla XIV citata nel IV libro maurolicano *De momentis aequalibus*, con lo spedito processo dei Moderni, i quali, ritrovato il centro di gravità del triangolo, dal riguardar la piramide come composta d'infiniti triangoli paralleli alla base (dalla quale movendo s'assottigliano sempre più infintantochè non vanno a morir nel vertice) immediatamente ne concludono dover la gravità del solido raccogliersi tutta intorno alla linea condotta dal vertice stesso sopra il centro della contrapposta base triangolare.

Or pretendeva il Libri che tale, qual'è in uso appresso ai Matematici moderni, fosse il processo inquisitivo del centro della gravità nella piramide praticato da Leonardo da Vinci. Ma perchè l'asserzione dello Storico delle Matematiche in Italia non è in sostanza fondata che sopra un inganno dell'occhio frettolosamente da lui gettato sulla citata pagina del manoscritto vinciano, vuol la ragion critica, e vuole il senso comune che si facciano i Matematici del secolo XV e XVI discepoli di Archimede, e seguaci de' suoi metodi antichi, piuttosto che discepoli e seguaci de' metodi nuovi del Cavalieri. Nè vale a rimoverci da questa nostra opinione l'autorità del Torricelli, il quale, proponendosi di trovar la quadratura della parabola col metodo degl'indivisibili, così scriveva in quella sua breve prefazione al trattato: « Quod autem haec Indivisibilium Geometria novum penitus inventum sit, non ausim affirmare. Crediderim potius veteres Geometras hac methodo usos in inventione theorematum difficillimorum, quamquam in demonstrationibus aliam viam magis probaverint, sive hoc ad occultandum artis arcanum, sive ne ulla invidis detractoribus proferretur occasio contradicendi » (Opera geom., P. II, Florentiae 1644, pag. 56).

Questi occulti arcani dell'arte antica però, che ben si può intendere com'entrassero negl'insegnamenti della morale, della politica e della religione, non si vede per qual motivo s'avessero da' sapienti a osservare nelle matematiche discipline. Anche a proposito della composizione dei moti vedemmo

come il Torricelli stesso credesse aver voluto Archimede tener occulta la regola ai profani, mentr' è un fatto che s' insegnava pubblicamente da Aristotile, e, da chi l'avesse saputa intendere, si praticava senza misteri. Trovandosene in quelle medesime aristoteliche Questioni i germi, là dove si dice essere il cerchio generato dall' esplosione del centro, non negheremmo che potessero gli Antichi avere avuto qualche idea del metodo degli indivisibili: non così chiara però, da applicarla, anche ne' più semplici casi, a quel modo che si fa dai moderni; ond' è che ci confermiamo, con riverenza del Torricelli e del Libri, nel nostro sentimento, che cioè Leonardo proseguisse ne' suoi studii baricentrici i metodi antichi, com' è certo che gli proseguirono altri matematici di que' tempi, fra' quali è il Maurolico uno de' più insigni.

Al IV libro *De momentis aequalibus*, scritto per supplire al difetto o alla iattura del III archimedeo Degli equiponderanti, premette il Matematico messinese una prefazioncella, nella quale, per avvertire il lettore della sua intenzione, ch' era quella di passare alla ricerca dei centri di gravità nei solidi, dice di esser rimasto sorpreso da gran maraviglia, in trovar che ne' libri di Archimede non si lasciava luogo all' importante argomento. « Nam, poi soggiunge, quamvis memorati centri inventio facilis sit in sphaera, facilis in solidis, quae vulgo regularia dicuntur, et centrum omnis prismatis sit centrum ipsum rectilinei quod basibus medium et parallelum interiacet; tamen centrum pyramidis non minori industria quam centrum plani triangularis, ne dicam maiori, exquiri poterat » (Archim. monum. cit., pag. 156).

Si rivela da queste espressioni del Maurolico il processo della sua mente, il quale come in Leonardo consiste nell' applicare i teoremi archimedei, concernenti i triangoli, alle piramidi. Ma l' arte matematica dell' Autore supera di gran lunga quella de' contemporanei, nonchè degli antichi, come può vedersi dall' ordine delle proposizioni, e dal nuovo aspetto, sotto cui le presenta. S' accennava di sopra due essere le diverse vie che, in ricercare il centro della gravità ne' piani triangolari e ne' solidi piramidali, tennero i Matematici, secondo il modo antico o il moderno. Il Maurolico procede o addita agli studiosi una via di mezzo, tutta nuova, speditissima, e di mirabile riuscita. Dato un triangolo, come per esempio ABC (fig. 46), ne considera la gravità divisa in tre parti eguali, e raccolte in tre cerchi o dischi, concentrati ciascuno negli angoli. S' ha dai più elementari teoremi Degli equiponderanti che il centro de' due gravi A e B riesce in G, punto di mezzo della linea AB, ond' è che, condotta la GC, perciocchè gravano in uno degli estremi di lei due dischi, e nell' altro estremo C il terzo, avremo il comun centro de' tre gravi, ch' è il centro medesimo del triangolo, stabilito in H per modo, che stia CH ad HG, come due sta ad uno. A così facile conclusione elegante conduce per diritta via la proposizione XXXVI

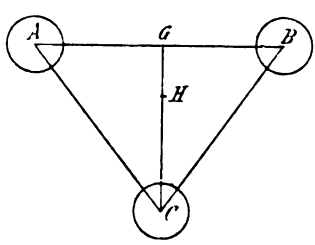


Figura 46.

del II libro *De momentis aequalibus*, così formulata: « Si fuerint tria gravia aequalia, quorum gravitatis centra iungantur per tres rectas, centrum commune illorum erit centrum facti trianguli » (Archim. monum. cit., pag. 132).

Conduce per analoghe vie, con pari facilità ed eleganza, a ritrovare il centro d'ogni gravità piramidale la proposizione XVI che, nel IV libro maurolicano, si pone dall'Autore in questa forma: « Si fuerint quatuor gravia aequalia, quorum centra, non in uno plano posita, per sex rectas conficiant pyramidem trilateram; centrum factae pyramidis erit commune centrum quatuor gravium » (ibid., pag. 169). Se s'intenda infatti la gravità della piramide ABCD (fig. 47) divisa in quattro parti eguali raccolte in quattro sfere, concentrate in ciascuno dei quattro angoli solidi; il centro di gravità delle tre A, B, C sarà in M, da cui condotta la MD gravata in uno estremo dall'unico peso D, e dall'altro da tre simili pesi, verrà a dare in T il comun centro, che è il centro stesso della piramide, cosicchè per legge statica interceda la relazione TD : MT = 3 : 1; ciò che significa essere la MT, di tutta intera la MD, una quarta parte.

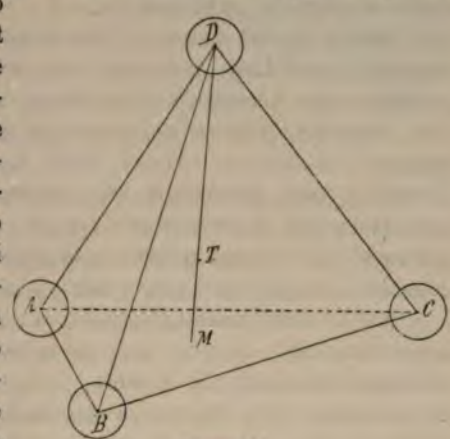


Figura 47.

I Matematici precedenti erano, come si mostrò per l'esempio di Leonardo, riusciti alla medesima facile conclusione, ma il Maurolico, essendosi per precipuo intento prefisso di promovere Archimede, prosegue oltre a compier l'opera lasciata a mezzo dal suo autore e maestro. Il secondo libro Degli equiponderanti è ordinato alla ricerca del centro di gravità nelle sezioni dei conoidi parabolici; ricerca che s'assolve tutta nella proposizione VIII, per la quale si dimostra concentrarsi in detta sezione il peso tutto intorno al diametro, « ita ut pars ipsius, quae est ad verticem, sit sesquialtera partis, quae est versus basim » (Archim., Opera cit., pag. 207). Ma il Maurolico, dal piano passando al solido rotondo, com'era dianzi passato alla piramide dal semplice triangolo, primo fra' Matematici di cui ci sieno rimasti i documenti, dimostrò, nell'ultimo libro del suo trattato, la seguente proposizione, quasi volesse coronar di lei tutta l'opera sua: « Centrum gravitatis parabolici conoidis axem ita dividit, ut pars, quae ad verticem, reliquae ad basim sit dupla » (Archim. monum. cit., pag. 177).

Veniva così alla Meccanica dai nostri Matematici italiani, fioriti tra il finir del XV secolo e il cominciar del secolo appresso, aperto un nuovo campo, che forse ebbe qualche cultura dagli antichi, ma che poi, per quel così lungo abbandono, ebbesi sventuratamente a tornar sodo. Di quelle esercitazioni però o fu affatto perduta la memoria, o se ne trovarono solo assai

più tardi i documenti. Benchè il Maurolico per esempio fosse de' primi ad esser conosciuto e, raccogliendosene nel 1575 in Venezia gli Opuscoli matematici, s' annunziasse in fine all' opera, fra le altre lucubrazioni proprie all' Autore, anche i quattro libri *De momentis aequalibus*, « in quorum postremo, vi si diceva, de centris solidorum ab Archimede omissis agitur, et de centro solidi parabolici »; vedemmo nonostante come se ne indugiasse infino al 1685 la pubblicazione.

Anche passata dunque di qualche anno la prima metà del secolo XVI, seguitava Archimede a far dir di sè i Matematici, fra' quali Federigo Commandino, che avrebbe voluto vedere applicarsi il gran Maestro siracusano alla desiderata ricerca dei centri di gravità ne' solidi. Si sentiva inclinato piuttosto ad accusar l' Autore Degli equiponderanti di negligenza, per aver lasciata l' opera incompiuta, che a lamentarne, attraverso al fluttuare de' secoli, la iattura, quando quel cardinale Cervini, che fu poi papa Marcello II, gli regalò un esemplare Delle galleggianti pubblicate nel 1549 per cura di Niccolò Tartaglia, dall' antico testo greco novamente tradotte in latino.

Mentre studiosamente attendeva a rimeditare il Trattato archimedeo, per emendarlo degli errori e per commentarlo a comun benefizio degli studiosi, s' abbattè, passando al II libro, a leggere la dimostrazione del teorema II. Proponendosi ivi l' Autore di determinar le condizioni dell' equilibrio idrostatico in una porzione di conoide parabolico immerso, fra gli altri principii premessi alla conclusione v' ebbe, con sua gran sorpresa, a leggere anche questo: « Sumatur autem centrum gravitatis portionis totius, quod nimirum sit in puncto R diametrum ita dividente, ut totus diameter sit sesquialter partis, quae est ad verticem, vel haec pars sit dupla eius, quae ad basim » (Archim., Opera cit., pag. 506).

Dunque, cominciò allora a riformare, così ragionando, i suoi primi giudizii il Commandino, non dee esser vero che trascurasse Archimede lo studio del centro di gravità ne' solidi, trovandosene qui geometricamente definita la misura nel conoide parabolico. In ogni modo, o dee averne trattato egli stesso, il Matematico sicuracusano, o qualcun altro prima di lui, non essendo possibile dar così confidentemente l' enunciato teorema, senz' averne prima avuto certezza di dimostrazione. Ma perchè insomma la dimostrazione, che pur s' argomentava dover esservi di fatto, nella Geometria antica non si trovava, pensò il matematico urbinate di supplir secondo le sue forze al difetto. « Cum autem ad hoc scribendum aggressus essem (così prosegue con le sue proprie parole esso Commandino il racconto) allatus est ad me liber Francisci Maurolici messanensis, in quo Vir ille doctissimus, et in iis disciplinis exercitatissimus, affirmabat se de centro gravitatis corporum solidorum conscripsisse. Cum hoc intellexissem, sustinui me paulisper tacitusque expectavi dum opus clarissimi Viri, quem semper honoris caussa nomino, in lucem proferretur. Mihi enim exploratissimum erat F. Maurolicum multo doctius et exquisitius hoc disciplinarum genus scriptis suis traditurum » (De centro grav. Praef., pag. III-IV). Ma perchè l' opera a com-

parire indugiava, e quasi presago che, se gli si fosse di cent' anni prolungata ancora la vita, non sarebbe stato pure a tempo a vederla; dette risoluta mano a scrivere quel trattato *De centro gravitatis solidorum*, che venne alla prima pubblica notizia dei Matematici nel 1565 in Bologna.

Ivi, in XXX ordinate proposizioni, s' investigano dall' Autore i centri della gravità ne' solidi terminati da superficie piane, specialmente nella piramide e ne' suoi frusti: poi si passa alla medesima inquisizione ne' tre regolari corpi rotondi, nella sfera cioè, nel cilindro e nel cono. Quanto agli altri corpi terminati da superfice miste, in parte piane cioè e in parte rotonde, lasciò il Commandino in gran desiderio la scienza, contento a solo il conoide parabolico, in cui pareva avergli Archimede assegnata alle nuove speculazioni la meta.

Aveva il Matematico urbinate insomma, con lo spengerla solamente in parte, accesa più vivamente che mai la sete del sapere. Aggiungevasi poi, al difetto del trattato nell' estensione, qualche difetto qua e là nella condotta de' particolari teoremi, e Guidubaldo del Monte, per esempio, benchè così affezionato e riverente al Maestro, pur francamente confessava al p. Clavio che l' ultima *De centro gravitatis solidorum* « non era buona, per non essere universale » (Alb. VIII, 2). La proposizione, a cui qui si accenna, è la XXX del trattato, e ha per soggetto la ricerca del centro di gravità, no nelle conoidi intere, ma nelle loro porzioni.

Soggiungeva Guidubaldo, nelle sopra citate parole indirizzate in una lettera a Galileo, dop' avere commemorato il Clavio: « il qual padre mi mandò poi la sua dimostrazione assai diversa da questa di V. S. » (ivi). Ne' principii dell' anno 1588, in cui si scrivevano queste parole, era esso Galileo dunque, benchè giovanissimo, uno dei Matematici che attendevano alla baricentrica de' solidi, iniziata dal Commandino. La mano stessa dell' Autore già vecchio volle di questi sparsi teoremi intessere una corona, per appenderla all' estrema parete del grande edifizio delle Due nuove scienze. Ivi, quasi in lapide monumentale, fece al suo Salviati scolpire così fatte parole, a perpetua memoria: « Queste sono alcune proposizioni attenenti al centro di gravità dei solidi, le quali in sua gioventù andò ritrovando il nostro Accademico, parendogli che quello, che in tal materia aveva scritto Federigo Commandino, non mancasse di qualche imperfezione. Credette dunque con queste proposizioni, che qui vedete scritte, poter supplire a quello, che si desiderava nel libro del Commandino,.... con pensiero di andar seguitando cotal materia, anco negli altri solidi non tocchi dal Commandino, ma incontratosi dopo alcun tempo nel libro del signor Luca Valerio, sommo geometra, e veduto com' egli risolve tutta questa materia, senza niente lasciare indietro, non seguitò più avanti, benchè le aggressioni sue sieno per istrade molto diverse da quelle del signor Valerio » (Alb. XIII, 266).

Il libro dell' Autore onorificamente qui commemorato uscì in Roma nel 1604, col titolo *De centro gravitatis solidorum, libri tres.* Scrive nella prefazione il Valerio come, vivamente dolendosi che dovesse la Geometria

stare in desiderio di conseguire una notizia così degna, qual'era quella dei centri di gravità nei solidi, lasciati indietro dal Commandino; incorasse una viva speranza, non atterrito dai lassi di lui, di poter supplire al difetto. E perciò « cum ante exercitationis causa omnium quae proposui solidorum, excepto conoide parabolico, centra gravitatis aliis viis indagassem; postea non solum parabolici, sed ante me tentata nemini hyperbolici conoidis et frusti utriusque et portionis utriusque conoidis, et portionis frusti et hemisphaerii et hemisphaeroidis, et cuiuslibet portionis sphaerae, et sphaeroidis uno et duobus planis parallelis abscissae centra gravitatis adinveni, multa autem ex his duplici, quaedam triplici via » (Praefatio libri cit, pag. 2).

Dopo XXXIV anni che il campo baricentrico dei solidi era, per ogni sua più remota parte, stato percorso dal Valerio, per cui quietava senz'altri desiderii la Geometria nel nuovo riconquistato possesso; Galileo credè meritevoli di essere risaputi dal pubblico i suoi studii giovanili. E perchè riconosceva egli stesso consistere tutta la ragion di quel merito nel solo essere le sue aggressioni per istrade molto diverse da quelle del Professor di matematiche nel ginnasio romano, la curiosità c'invita a cercar quel che, per la gloria di un tant'uomo, si ritrovasse nel metodo galileiano veramente di nuovo.

Anche al primo sguardo nessuna novità si vede apparire nella sostanza, procedendosi col metodo degl'inscritti e dei circoscritti sulle orme, che al Maurolico, al Commandino e al Valerio aveva già segnate Archimede ne'suoi più antichi teoremi. Tutto il merito dunque, che attribuiscesi Galileo, non può consistere in altro, che in qualche accidentalità introdotta ne'più triti processi dimostrativi, i quali perchè insomma, nell'Appendice al quarto dialogo delle Due nuove scienze, s'informano al I Lemma e alla proposizione I, basterà esaminar questa, per dar retto giudizio di tutto il resto.

Incominciarono le difficoltà da certi Fiorentini amici dell'Autore, i quali, dop'avere attentamente letta la dimostrazione del Lemma, dissero « di non ci aver l'intera satisfazione, non tollerando volentieri quel doppio modo di considerare le medesime grandezze in diverse bilance » (Alb. VI, 2). Galileo non era forse infin d'allora tale, da metter in dubbio il valore del suo proprio ingegno, ma più per farsi conoscere da loro, che per consultarne l'oracolo, si rivolse a due de'più famosi Matematici che si conoscessero allora; al padre Clavio e a Guidubaldo Del Monte. Questi insomma approvò con plauso, ma il Clavio rispondeva « non gli dar fastidio quel doppio modo di considerare le medesime grandezze in diverse bilance, perchè Archimede fa quasi il medesimo nella propos. VI del libro I Degli equiponderanti » (Alb. VIII, 3), diceva però doversi, per non incorrere in un circolo vizioso, dimostrare, e non semplicemente supporre, essere uno medesimo il centro di gravità nelle due bilance.

In cinquant'anni, quanti intercessero fra queste controversie e la pubblicazione degli ultimi Dialoghi, Galileo non trovò nelle sue prime giovanili dimostrazioni nulla che fosse da correggere, e perciò, in quella forma

ch' ebbero da principio, solennemente le espose al pubblico giudizio. Le critiche del Clavio e de' Fiorentini amici della gioventù dell' Autore tornarono in campo più vigorose che mai, ond' è che il Viviani, così geloso della gloria del suo Maestro, ben conoscendo che le promosse difficoltà non erano affatto prive di fondamento, proponeva di dimostrare il medesimo lemma galileiano in quest' altra maniera.

« Si magnitudines quotcumque sese aequaliter excedentes, quarum excessus minimae eorum sit aequalis, In eadem linea secta ex distantiis aequalibus suspensae fuerint; omnium ita suspensarum eentrum gravitatis ita dividet libram, ut pars versus minores magnitudines, ad partem versus maiores sit dupla. »

« Ex distantiis aequalibus magnitudines, quales dictae sunt, suspendantur 1, 2, 3, 4, 5, 6, sitque FI (fig. 48) dupla ipsius IE, et eidem aequales ponantur IN, ND, DM, MO. Quia itaque magnitudo 2 dupla est magnitudinis 1, estque FI ipsius EI similiter dupla; erit I centrum gravitatis compositae ex istis magnitudinibus 1 + 2. Suspensa est itaque magnitudo 3 in puncto I; suspensa est autem in D magnitudo 3: ex punctis ergo D, I aequales pendent magnitudines. Est autem DN, ipsi NI distantiae, aequalis: equiponderant ergo ex puncto N magnitudines 1 + 2 + 3. Est autem FN dupla ipsius DN, suntque magnitudines 1, 2, 3 in puncto N suspensae. In puncto autem C suspenditur magnitudo 4, suntque dictae magnitudines ad magnitudinem 4 in sesquialtera ratione. Item et CD ipsius DN est sesquialtera: suspensis itaque magnitudinibus 3, 2, 1 in N, et magnitudiues 4 in C, erit omnium centrum gravitatis in D. Et est FD ipsius DC dupla: suspensae sunt igitur in D magnitudines 4, 3, 2, 1, in B autem maguitudo 5, quae illarum est dimidium. Estque BM ipsius MD dupla: ergo magnitudinum 5, 4, 3, 2, 1, ita suspensarum, centrum gravitatis erit M. Est autem FM dupla MB: pendent ergo ex M magnitudines 5, 4, 3, 2, 1, ex A autem 6. Suntque hae magnitudines in ratione 5 ad 2, et rursus AO ad OM est ut 5 ad 2, est enim BO aequalis OM, et AB sesquialtera BO. Aequiponderabunt igitur magnitudines omnes sic dispositae in puncto O, et est FO dupla ad AO, nam OD dupla est OB, et DF dupla BA. Quare patet propositum » (MSS. Gal. Disc., T. LXIV, c. 98).

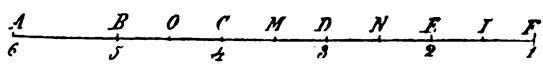


Figura 48.

Condotta così la dimostrazione, come il Viviani la proponeva, sarebbe da una parte riuscita assai più semplice e più chiara di quella di Galileo, mentre si veniva dall' altra a cessare ogni difficoltà, e a rimovere ogni accusa di petizion di principio, e di soverchio abuso de' metodi archimedei. Confermava dunque, così, il Discepolo sviscerato quelle difficoltà e quelle accuse, che si davano al suo Maestro, il quale tornava perciò giudicato non giusto estimatore de' proprii meriti, per comun sentenza de' benevoli e degli avversarii.

Da queste considerazioni s' accende in noi più viva la curiosità di pe-

netrare addentro nell'animo di Galileo, per vedervi ciò che lo movesse a pubblicar, così fuori di proposito, quell'appendice al IV de' Dialoghi trattanti unicamente del moto. Scrisse nel 1686 in una lettera a Elia Diodati che le dette conclusioni *De centro gravitatis solidorum* erano state ritrovate da lui « essendo d'età di ventun'anno, e di due di studi di geometria » (MSS. Gal., P. V, T. VI, c. 73). Per questa età, senza dubbio, quelle matematiche conclusioni son molto: si direbbe anzi che son troppo e tali che, se si dovesse dai fiori di primavera argomentare ai frutti dell'autunno, si direbbe che quel giovane in Geometria fosse per riuscir davvero un Archimede novello. Le lusinghiere speranze però andarono fallite, perchè ai giusti giudici s'appresentano i volumi di Galileo, ricchi di tante altre belle cose, alquanto poveri però di Geometria. Ora, a ripensare ai lassi nella curva descritta dai gravi cadenti e nella corda tesa; alla insufficienza in trovar la matematica dimostrazione delle leggi dei pendoli; a quelle stesse stentate e avvolte dimostrazioni date negli ultimi due Dialoghi del moto dall'Autore già vecchio di settant'anni; quelle fatte a ventuno potevano, non solo reggere, ma rimaner superiori al confronto.

Altri motivi, ch'ebbe l'Autore di dar quell'appendice ai dialoghi delle Due nuove scienze, si diranno in altro proposito, concludendo intanto che per quelle galileiane dimostrazioni non fu la Baricentrica punto oltre promossa dall'opera del Commandino, cosicchè tutto il merito ne rimane a Luca Valerio. Dopo il Valerio, il Torricelli ne coltivò lo studio da pari suo, e il Cavalieri col suo metodo nuovo additava in cielo la stella, a segno della quale potrebbero i Matematici correr sicuri quel mare, in tutta la sua smisurata ampiezza, nei più temuti seni riposti.

II.

Mancavano dieci anni, per raggiungere la sua metà, al secolo XVI, e in Vienna d'Austria erano già appariti due grossi volumi in folio, l'Autor dei quali, straniero all'Italia, presumeva baldanzosamente di aver costruita una nuova nave, che per sè sola bastasse a correre l'ampio mare che si diceva. Era imposto a quella nave il nome di *Centrobrarica,* e il nocchiero di lei Paolo Guldin affidavasi al meccanico impulso delle sue vele, per approdar facile e sicuro ai più lontani e infrequentati lidi della Geometria.

Se si potesse, in argomento così serio, dar qualche parte alla poesia, si direbbe che restarono a quel fatto i Matematici maravigliati, come le Ninfe e Nettuno stesso, quando primo Giason dal Pelio spinse nel mar gli abeti. Ma era una maraviglia, che s'ebbe presto a spengere nei più meditativi, i quali ripensarono che il fatto era bene più antico, avendone dato il primo esempio Aristotile nella genesi meccanica del circolo, e poi Archimede nella genesi meccanica della Spirale. Il connubio stretto dall'altra parte fra la

scienza del moto e la scienza dello spazio non poteva giunger nuovo a nessuno, che riflettesse come giusto il moto non si rende commensurabile e parvente, che per via dello spazio, e l'avventuroso incontro fra la Meccanica e la Geometria nella Centrobrarica era prestabilito dall'eterna legge della natura, che le gravità son proporzionate alle moli.

Abbiamo voluto far balenare alla mente de' nostri lettori queste idee, perchè intanto si persuadano quanto la Centrobrarica abbia bisogno, e sia meritevole di storia. Si narrerà da questa, con quella brevità che le è prescritta, i principii e i progressi della invenzione ammirata, e si mostrerà come s'ingannasse il Guldino in pretendere che la sua Regola per sè sola bastasse, e che potesse anzi col suo pratico meccanismo supplir non solo, ma sopravvincere le alte speculazioni matematiche del Cavalieri.

E prima di tutto, quanto ai principii, si volle da alcuno riconoscerli lontanissimi in Pappo, il quale aveva assai bene illustrato il concetto dei centri gravitativi, e ne avea data un'assai chiara e precisa definizione che, senza nulla aggiungere o levare, il Commandino e Guidubaldo tradussero ne' loro libri. Nella prefazione al libro VII delle Matematiche collezioni il valoroso Geometra d'Alessandria pone innanzi a contemplare in uno sguardo le principali opere di Euclide e di Apollonio, e ammirando la fecondità dei ritrovati, e la bellezza delle speculazioni, vien comparandole con le misere frivolezze de' suoi tempi. Io poi, prosegue a dire l'Autore inspirato ai platonici precetti alessandrini, essendomi dato infin da giovane allo studio delle Matematiche, e avendo trovati avviliti gl'ingegni nelle questioni naturali, ne presi gran vergogna, e sentii in me che avrei potuto metter fuori qualche cosa di meglio. E per mostrare, o mio figlio Ermodoro, ch'io non sia venuto a mani vuote innanzi a te e ai lettori, v'annunzierò intanto un teorema, che contiene in sè molti altri bellissimi teoremi concernenti le linee, le superfice e i solidi: teorema che nessuno ancora ha dimostrato, ma che io con ragioni geometriche proverò nel XII libro di questi Elementi. Il teorema dunque è tale: « Perfectorum utrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, et rectarum linearum similiter ad axes ductarum a punctis, quae in ipsis gravitatis centra sunt: imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, et circumferentiarum a punctis, quae in ipsis sunt centra gravitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio dividitur in proportionem ductarum linearum et earum quas continent ipsarum extrema ad axes » (Mathem. collect. cit., pag. 252).

I progressi fatti poi dalla Centrobrarica suggeriscono di queste parole dell'antico Pappo, lungamente rimaste enimmatiche, una tale interpetrazione, che l'enunciato alessandrino teorema viene a fare esatto riscontro con quell'altro dimostrato in tempi assai più recenti da Giann'Antonio Rocca e dal Torricelli, e dal quale scende, per corollario immediato, la Regola del Guldino. Per perfetti infatti dell'uno e dell'altro ordine si può intendere i solidi di rivoluzione generati da superfice regolari circoscritte da linee rette,

come i triangoli e i quadrati, o da linee curve come i cerchi e le ellissi. Così fatti solidi dunque, dice Pappo, star fra loro in ragion composta delle superfice genitrici e delle linee condotte dal centro di gravità all'asse di rotazione, o delle circonferenze da esse linee come raggi descritte. La medesima regola poi, soggiunge il Collettore alessandrino, vale anche per le superfice imperfette o irregolari, e per evitare intorno a ciò ogni causa di errore, avverte che il raggio della circonferenza si compone della linea condotta all'asse dal centro di gravità sulla superfice circonvolubile, la qual linea vuol essere dalla sua estrema parte prolungata infino a toccar l'asse di rotazione. Si direbbe, in più brevi parole, essere il raggio della circonferenza, ch' entra nella detta ragione, la perpendicolare condotta dal centro di gravità sopra l'asse. Tale è, secondo noi, uno dei significati che si posson dare alle parole *Harum circumferentiarum proportio dividitur in proportionem ductarum linearum, et earum quas continent ipsarum extrema ad axes;* significato che s'illustra dalla figura 49, per la quale si mostra com'essendo in D il centro di gravità della superfice ABC circonvolubile all'asse EF, la lunghezza del raggio della circonferenza si compone *ductae lineae* DH, e della estremità di lei verso l'asse, HG.

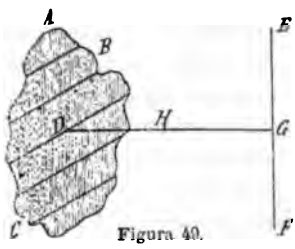


Figura 49.

Dicemmo che il significato delle parole di Pappo ebbe solo nella più recente scienza una interpetrazione, perchè veramente, prima che si descrivesse la Regola guldiniana, pareva impossibile a indovinarsi, e ciò tanto più, per esser venuto a mancare il XII libro di quegli Elementi, ne' quali prometteva il Matematico alessandrino che avrebbe dato del proposto teorema la desiderata dimostrazione. Noi siam dunque persuasi che si trovi in Pappo promossa la Regola centrobrarica, o che vi si trovi almeno annunziato il teorema, da cui potere immediatamente concluderlo, e siamo persuasi altresì che non fosse stato difficile ad esso Pappo dimostrar quel teorema, se non con il metodo del Rocca e del Torricelli, con quell'altro almeno che, secondo gli ordini antichi, vedremo essere stato tenuto da Antonio Nardi.

Non possiamo però consentir con coloro, i quali vollero dire che avesse il Guldino tolta la sua Regola dal citato passo del Matematico greco, sì perchè quel passo non si porge di facile intelligenza, se non a cui fosse la detta Regola nota, sì perchè più prossima e più scoperta, nel libro di un suo contemporaneo e connazionale, era la fonte, a cui attinse il Gesuita tedesco le acque da riempirne il suo fiume.

Giovanni Keplero, aiutandosi della Fisica, promosse in modo nuovo, sopra quella degli antichi la moderna Geometria. Crediamo in dir così di aver bene qualificata, se non c' inganniamo, l'indole geometrica di quell'ingegno, in cui sempre le immaginose apprensioni del sensibile precorrevano e preparavano, come fiore il frutto, le sublimi concezioni dell'intelletto. Il libro di lui, pubblicato in Lintz nel 1615, s' intitola *Nova Stereometria do-*

liorum, e la seconda parte, *Stereometriae archimedeae supplementum*, comincia con queste parole, nelle quali dichiara l'Autore com' avessero avuto origine le novità da sè introdotte nella scienza stereometrica degli antichi. « Hucusque Archimedes et Geometrae veteres progressi sunt, inquirentes naturam et dimensiones figurarum ordinatarum rectilinearum et curvilinearum, quaeque ab iis solida proximo gradu gignuntur. Caeterum, quia figura Dolii longius a regularibus excurrit, operae praetium me facturum putavi, si genesim illius et cognatarum, gradusque cognationis earum cum regularibus, eadem quasi Tabella comprehensa, ob oculos exhiberem » (Nova Stereometria, Lincii 1615, fol. 16 t.).

Si contengono in questa Tavola descritte molte figure di corpi rotondi che non avendo avuto ancora un nome proprio dalla scienza, lo derivano per similitudine o dalle arti fabbrili o dalla stessa natura, come quel per esempio di anello, di fascia, di fuso; di oliva, di pera e di mela. Non è in così fatti corpi nulla che tutt' insieme possa rassomigliarsi alla perfezion della sfera, del cilindro o del cono, ma il Keplero ingegnosamente pensò di ridurre a queste forme regolari le parti, se non potevasi il tutto. Così apriva alle Matematiche una via che, passando per gl' indivisibili del Cavalieri, doveva gloriosamente condurre al calcolo infinitesimale.

Sia per esempio ABCE (fig. 50) la curva che, rivolgendosi intorno all' asse AE, abbia generato un solido, a cui, per la somiglianza col frutto naturale, dà il Keplero il nome di Pera. Condotte le linee DF, CG, BH perpendicolari all' asse, divideranno queste la curva genitrice in porzioni di curve regolari e di linee rette, in modo tale che si potrà tutto il solido riguardar composto di una callotta sferica, poi di un tronco di cono, con la base minore in basso, poi di un altro simile tronco, con la base minore in alto, e così di seguito, infintantochè dalle risolute parti, regolarmente misurabili, non resulti nella composizione la misura del tutto.

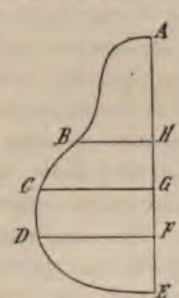


Figura 50.

Fu questo metodo resolutivo applicato altresì dal Keplero a una nuova misura stereometrica, dalla quale doveva immediatamente conseguire la regola del Guldino. S' immagini un cilindro di materia duttile, del quale sia fatta una ciambella. La misura del nuovo solido di rivoluzione è senza dubbio quella stessa del cilindro, ma è però da pensar che, mentre si mantien certa nella trasformazione e inalterata la base, ha dovuto dagli opposti lati, per ragion meccanica, variare l' altezza. Sia infatti in GCD (fig. 51) rappresentata una sezione della detta ciambella composta d' infiniti minimi dischi come EFD. Nel piegamento, così violentemente subito, tutti i dischi dalla parte di D si sono dilatati, e dalla parte di E compressi, cosicchè la prima naturale altezza del cilindro, nel trasformarsi in ciambella, dall' esterno è cresciuta,

Figura 51.

e dall'interno è diminuita. Di qui è che, per non fare errore in così lubrica materia, prenderemo, dice il Keplero, quella misura nelle parti di mezzo, e potrà così riguardarsi la ciambella stessa come generata dalla rivoluzione del disco EFD, intorno al punto A come a suo centro. Per la più esatta misura poi della solidità, prenderemo, come nel cilindro, la base moltiplicata per l'altezza, ma non sarà questa altezza la raddirizzata circonferenza descritta dal raggio AD, perchè eccessiva; nè sarà l'altra più interna circonferenza descritta dal raggio AE, perchè difettiva, ma sì propriamente quella descritta dal raggio AF, supposto che sia in F il centro del disco, e di tutti gli altri infiniti che compongono il cilindro. Ciò è dal Keplero stesso messo così in forma di proposizione, che è la XVIII della citata sua Stereometria nuova: « Omnis annulus sectionis circularis, vel ellipticae, est aequalis cylindro, cuius altitudo aequat longitudinem circumferentiae, quam centrum figurae circumductae descripsit; basis vero eadem est cum sectione annuli » (ibid., fol. 20 t.).

La proposizione così esposta non voleva dall'Autore lasciarsi indimostrata, ma il modo è affatto fisico o meccanico, e non punto geometrico, e consiste insomma nel far considerare quel che dall'altra parte è ovvio alla più volgare esperienza, che cioè, incurvandosi una verga diritta, tanto vengon le parti di lei a rimaner più compresse, quanto son più vicine al centro di curvatura. « Annulo enim GCD sed integro (così propriamente dice il Keplero) ex centro spacii A secto in orbiculos infinitos ED, cosque minimos, quilibet eorum tanto erit tenuior versus centrum A, quanto pars eius ut E fuerit propior centro A quam est F, et recta per F ipsi ED perpendicularis in plano secante: tanto etiam crassior versus exteriora D. Extremis vero dictis, scilicet D, E, simul sumptis, duplum sumitur eius crassitiei, quae est in orbiculorum medio » (ibid.).

Poi soggiungesi un corollario, in cui fa l'Autore osservare che vale la medesima regola per la misura di altre simili ciambelle, qualunque sieno le figure della loro sezione, « dummodo in plano per AD ad annulum recto sectionis partes, eis et ultra F, fuerint aequales, aequaliterque sitae hinc et inde, quod explorabimus in figura sectionis quadrata » (ibid.).

Era dunque la Regola kepleriana limitata alle figure perfette, nelle quali sole è possibile a determinarsi con precisione il centro della grandezza. Sovvenne in questo al Guldino una felicissima idea, che gli fece senza limiti approvar quel concetto, e fu di sostituire il centro di gravità al centro di figura. Si trattava infatti di ridurre la quantità di materia, variamente distribuita, in un punto solo di mezzo, per cui argutamente pensò dover meglio servire all'uopo la Meccanica, con le sue leggi degli equiponderanti, che non la Geometria con la regola delle sue circoscrizioni.

Nel 1635 aveva il Guldino pubblicato il suo primo libro della Centrobrarica, che trattava della semplice invenzione del centro di gravità nelle superfice e ne' solidi. L'opera, benchè più estesa, è pure nel valor matematico assai inferiore a quella, non del Valerio solo, ma e dello stesso Com-

mandino primo conosciuto iniziator della scienza. Nel 1640 comparve, pure in Vienna d'Austria, il secondo libro della stessa Centrobrarica, in cui l'Autore esplicava in questa nuova forma il concetto, che si diceva essergli felicemente sovvenuto in rimeditare il teorema XVIII della Stereometria nuova del Keplero: « Partes rotundae quantitatis, quo longius distant a centro seu axe rotationis, eo plus etiam quantitatis seu potestatis describunt, cum maiorem faciant circuitum: et contra quo magis partes ad axem rotationis accedunt, hoc minorem faciunt ambitum, minusque quantitatis efficiunt. Invenire ergo oportet aliquod medium, ita ut partes hinc inde, hoc est extrorsum et introrsum, sive ultra et eis descriptae, aliquo modo aequentur. Hoc autem fiet si linea illa circularis, quae in quantitatem rotundam ducenda erit, accipiatur ea quam in rotatione describit centrum gravitatis magnitudinis rotundae, quae est sola et unica. Hoc enim centrum, cum magnitudinis cuius centrum dicitur circa se contineat partes aequalium momentorum in motu recto quidem ac perpendiculari; describet undique atque efficiet rursus partes quantitatis, seu potestatis inde genitae, similiter aequalium momentorum, ita ut centrum gravitatis effectae potestatis denuo sit in linea, quam in hoc motu recto descripsit recta ex centro gravitatis magnitudinis motae, ad eam perpendiculariter educta » (Centrobraryca, Viennae 1640, pag. 146).

Ecco dunque in che consiste il progresso della invenzione del Guldino: il Keplero aveva detto che la misura del solido di rivoluzione GCD, nel passato nostro LI iconismo, è data dal prodotto della superfice EFD, che si vuol di perfetta figura come il cerchio o il quadrato, per la circonferenza descritta dalla linea AF, supposto essere in F il centro della superfice stessa, dalla quale ha da generarsi il solido rotondo. Il Guldino viene ora a dare una regola simile, che vale generalmente qualunque forma abbia la superficie rotante, e annunzia che il corpo generatosi da così fatta rotazione è misurato dal prodotto della detta superfice per la circonferenza descritta dalla linea AF, supposto però che segni F il centro della gravità, e non della figura.

Il passo guldiniano, da cui questa nuova Regola resulta, lo abbiamo trascritto dal capitolo VIII del detto libro II; capitolo, che è in forma di proposizione, alla quale seguitano quattro corollarii Conclude in questi l'Autore le varie regole particolari, che scendono dalla generalissima ne' casi, che si vogliano paragonare fra loro le misure di due solidi rotondi R, R' generati da due figure diverse. Chiamate F, F' queste figure e C, C' le circonferenze descritte da' loro centri di gravità nell' andare attorno, la regola centrobrarica si conclude nell' equazione $R : R = FC : F'C'$, che il Guldino, nel suo corollario terzo, formula con queste parole: « Si tam quantitates rotundae quam viae sive radii rotationis sint inaequales, sequitur ulterius potestatum proportionem esse compositam ex ratione quantitatis rotatae unius ad quantitatem rotatam alterius, et ex ratione viae vel radii illius unius, ad viam vel radium huius alterius (ibid., pag. 148).

Se di questa nuova ragione stereometrica non hanno ancora i Matema-

tici finito di ammirare la semplicità e la bellezza, s' immagini qual dovesse essere l' animo dell' inventore, disposto, per l' indole propria e del suo sodalizio, a magnificare e a vantar sopra gli altri ogni minima cosa. Che è mai la Stereometria nuova del Keplero, appetto alla sua Baricentrica? L' Autore della stereometria delle botti aveva ben tentata la misura di quelli, e di tanti altri solidi di rivoluzione, ma perchè non seppe riconoscer l' uso, che poteva farsi dei centri di gravità, *cursum non tenuit, tentatisque excidit ausis.* Così appunto scriveva il Guldino, a pag. 297 del II tomo, nella prefazione al suo III libro centrobrarico pubblicato nel 1641.

In quel medesimo anno, congiunto al III, pubblicava pure esso Guldino il IV e ultimo libro, alla fin del quale soggiungeva un capitolo intitolato: *Perpenduntur quaedam ex Nova geometria Bonaventurae Cavalieri desumpta.* In cinque proposizioni, alcune delle quali corredate di scolii, si censurano ivi dall' Autore altrettante proposizioni dimostrate nella Geometria degl' indivisibili dal Cavalieri. Ma già le sollecitudini del Gesuita tedesco, in vantar l' eccellenza dell' opera sua sopra quella del nostro Italiano, erano incominciate infin dalla prima pubblicazione del libro II, dove il proemio è principalmente ordinato dall' Autore a glorificar sè e ad opprimere il suo rivale. Lo accusava di plagio, per non aver fatto altro che imitare, e appropriarsi il metodo del Keplero e di Bartolommeo Sovero, e compassionava que' tanto sudati studii che, per non esservisi saputa riconoscer la dignità de' baricentri, non erano riusciti ad altro, che a dar qualche forma geometrica ai più astrusi paralogismi.

Il Cavalieri, combattuto da tante altre parti, prese nuovo coraggio al poderoso assalto, già presago che i posteri, più retti giudici, avrebbero sulla sua Geometria posata la corona della gloria. Mentre perciò il Guldino si sfogava in esaltar tutto sè e il suo istituto, sentiva il Cavalieri in coscienza il dovere di difendere il vero, e s' apparecchiava a farlo con tante ragioni, che gli tenevano la mente e l'animo in gran tumulto. Avrebbe voluto rispondere all' Autore della Centrobrarica, appena levati gli occhi dal libro, che lui piuttosto non aveva fatto altro che proseguire i metodi del Keplero, e che l' accusa data al Maestro col dire « analogiis et coniecturis multum tribuisse, non scientifice semper conclusisse et insuper sua omnia obscura proposuisse » (Centrobr. cit., T. II, pag. 322) si dovevano più giustamente riversar sul discepolo ingrato. Dove sono infatti, domandava fra sè il Cavalieri, in questa opera del Guldino i fondamenti matematici? Si procede anche qui per analogie e per congetture, che son quelle medesime del Keplero, perchè, sebbene vi si sia sostituito il centro di gravità al centro della figura, la ragione ultima insomma si riduce al fatto della verga diritta trasformata in ciambella. Vero è che non si dà matematica dimostrazione della Stereometria nuova, ma qual matematica dimostrazione conforta le conclusioni della Centrobrarica? Tutto si fa consistere in dare a vedere ai lettori come i resultati della Regola nuova riscontrano esattamente con i teoremi di Euclide e di Archimede. S' accusano gl' indivisibili di nessuna riuscita, eppur potreb-

besi facilmente dimostrare che si trova in essi uno de' più solidi fondamenti a quell' edifizio centrobrarico, che il suo Autore ha lasciato per aria.

Se il Keplero propone tutte le sue cose oscure, seguitava a ragionare fra sè il Cavalieri, non si lusinghi però della semplicità della sua Regola il Guldino. È molto facile a dire: dato il centro di gravità di qualunque superfice irregolare si ha, per sicura e spedita via, la misura del solido rotondo. Come può ritrovarsi quel centro? se in modo geometrico, risolvendo la proposta superfice in tanti triangoli, e componendo in uno i centri parziali; mentre non sarebbe a confidar da una parte che riuscisse quella via veramente sicura, dovrebbesi confessare dall' altra che non tornerebbe punto spedita. Facile senza dubbio s' avrebbe il centro di gravità, in qualunque superfice più irregolare, dalla intersezione di due perpendicoli; ma pure il modo sarebbe affatto meccanico, benchè assai confacevole col metodo, che regola tutta la Centrobrarica del Guldino.

Dovevano questi tumultuosi ragionamenti uscire in forma di pubblica scrittura dalla mente del Cavalieri, e a dir come e quando ciò avvenisse ha da attender ora la nostra Storia. E perchè dalla Geometria degli indivisibili piglia la narrazione il suo principio e la sua maggiore importanza, non increscerà ai Lettori l' esser tenuti brevemente in discorso di quell' Opera, ch' è pure uno de' monumenti più insigni della Scienza italiana.

Muovono dal Keplero anche le nuove speculazioni del Cavalieri. Torniamo con lo sguardo indietro sulla nostra L figura. Può la linea DE fisicamente riguardarsi come un arco di cerchio, e le CD, CB come linee rette; ma se poteva ciò facilmente concedersi al Keplero, per la pratica misura delle botti, non reggeva però il postulato al più rigoroso istituto geometrico. Perchè si potessero quelle linee geometricamente riguardar come rette, non conveniva prenderle in quantità definita, come l' Autore della Stereometria nuova faceva, ma sì ridurle alla loro ultima divisione, o renderle *indivisibili*, come piaceva dire al Cavalieri.

Della matematica precisione di questo metodo s' erano dall' altra parte confidati anche i geometri antichi, allora che intendevano studiosi ad aver tanto più prossima al vero la quadratura del circolo, quanto fossero maggiori i lati de' poligoni inscritti e dei circoscritti, d' onde per legittimo ragionamento scendeva poter riguardarsi matematicamente come retta la indivisibile porzioncella di un arco. Il Cavalieri insomma divideva la linea flessuosa ABCDE in un numero infinito di tratti, infinitamente moltiplicando le parallele, condotte perpendicolari all' asse dal Keplero; cosicchè di tutte insieme queste parallele venisse quasi a intessersi la proposta superfice, come di tutti insieme i piani paralleli descritti, veniva per simil modo il solido di rotazione a compaginarsi. « Hinc manifestum est figuras planas nobis ad instar telae parallelis filis contextae concipiendas esse: solida vero, ad instar librorum, qui parallelis foliis coacervantur » (Exercit. geom., Bononiae 1647, pag. 3).

Il nuovo metodo dall' altra parte prometteva assai bene di sè, col dif-

fondere sugli antichi teoremi euclidei una maravigliosa chiarezza. La misura della superfice di un rettangolo, per esempio, e della solidità di un cilindro, si rendeva ora assai facile a intendere come fossero date dal prodotto delle basi per le altezze, perchè quelle basi rappresentano il primo filo e la prima pagina, da cui, per la soprapposizione di altrettanti simili fili e pagine quanti son punti indivisibili nell'altezza, viene ad aversi tutto insieme il tessuto della superfice, e tutta intiera la coacervazion del volume. Prometteva altresì quel metodo, che procede per via della division delle parti, di alleggérir molte di quelle difficoltà, che l'antica geometria ritrovava in considerare il tutto, quasi come si esperimenta di un gran sasso che, malagevole ad esser mosso dalla forza di un gigante, ridotto in minutissima polvere, è sollevato dalla più leggera aura di vento.

Incoraggiato dunque da così belle promesse, dietro la regola generale che « figurae tam planae quam solidae sunt in ratione omnium suorum indivisibilium collective » (ibid., pag. 6), messe il Cavalieri in ordine, tra il finir dell'anno 1621 e il cominciar del seguente, una serie di proposizioni, e ne compose un trattatello, che il dì 22 Marzo del 1622 spediva da Milano a Firenze a Galileo. Accompagnava il plico una lettera, nella quale, dopo alcune avvertenze fatte intorno al principio e al modo di dimostrar per via degli indivisibili quelle varie proposizioni, si finiva con queste parole: « Di grazia mi favorisca di dirmene il suo parere, che lo sto aspettando con gran desiderio » (Campori, Carteggio galil., Modena 1881, pag. 191).

Galileo, che tutto allora era dietro a rimeditare sopra quegli infiniti istanti di tempo, secondo i quali crescono le velocità nei moti accelerati, vide in quelle infinite linee, di che il Cavalieri intesseva le superfice, maravigliosamente specchiati in immagine viva i suoi pensieri, e facendosi agli indivisibili punti di una linea verticale, presa per l'altezza di un triangolo, rappresentare gl'infiniti istanti di tempo decorsi, e alla orizzontale, presa per base, l'ultimo grado della velocità acquistatasi dal mobile nella caduta; tirata dalle estremità di tal base e di tale altezza un'obliqua, dal triangolo ch'indi nasceva vedevasi sotto gli occhi rappresentati i tre efficienti del moto. Lo spazio infatti rappresentato dalla superfice triangolare riusciva proporzionale al prodotto dell'altezza per la base, ossia della velocità per il tempo, secondo le leggi per altra via già scoperte, e il corollario fondamentale, che cioè, movendo un grave dalla quiete e proseguendo poi equabilmente il suo libero moto naturale, secondo il grado della velocità ultimamente acquistata, passerebbe in tempo eguale uno spazio doppio; appariva visibile nel rettangolo, che costruito sopra la medesima base triangolare, in eguale altezza, esso pure in superfice riesce doppio.

Allettato dalla bellezza di questi nuovi processi dimostrativi, mentre attendeva Galileo a metterli in forma, nei primi libri che abbozzava allora *De motu*, s'era voluto dimenticar dell'Inventore, entrato in gran desiderio che quel trattato degli indivisibili si potesse dir suo. Chi avrebbe osato mai di negarglielo, se fosse uscito a dire che quegli stessi pensieri erano prima

passati per la sua mente? Deliberava intanto di starsene in silenzio, e il Cavalieri che, in cinque mesi, non aveva avuta la desiderata risposta, tornava, con lettera del dì 11 di Agosto, a manifestar l'ardentissima sete, che gli era convenuto di sopportare, sperando, diceva, che « finalmente io sii di questo da lei graziato. » Nel Dicembre appresso la grazia ancora non era ricevuta, e gli era solo, per mezzo del padre Castelli, fatto sapere che chi aveva a darla non poteva *per le sue grandissime occupazioni* » (ivi, pag. 198). Passò tutto l'inverno in silenzio, e la primavera seguente tornava il Cavalieri con accorata preghiera, a scrivere queste parole: « Spero dunque dalla benignità sua che, dal tempo che li togliono i suoi alti pensieri d'altre sue più necessarie occupazioni, sceglierà alcuna parte per dare un'occhiata a questo mio trattatello » (ivi, pag. 201).

Ma chi poteva persuadersi che in più di un anno non avesse trovato Galileo qualche ora di tempo, per dare una scorsa al trattato, o pochi minuti almeno per scriver da sè, senz'altro mediatore, che l'aveva ricevuto? La semplicità del Cavalieri non doveva essere poi tanta, da non sospettar che qualche cosa ci doveva esser sotto, e dopo tre anni e più di pena finalmente ebbe il segreto: Galileo attendeva a scrivere egli stesso un trattato Degli indivisibili, e non voleva esser prevenuto da un suo discepolo.

Il Cavalieri, contento che fosse il soggetto reputato di tanta importanza, aspettava che venisse in luce l'opera del Maestro, a cui il dì 29 Febbraio 1626 scriveva da Roma: « Si ricordi dell'opera sua Degli indivisibili, che già determinò di comporre » (Alb. IX, 100). Non tralasciava però il primo intrapreso studio, e dalle superfice era passato a trattar de' solidi, scrivendo il libro in lingua italiana, « acciò, diceva a Galileo, se le pare bene, ancora lei così faccia del suo Degli indivisibili » (Campori, Cart. cit., pag. 243).

Tanto s'esercitò il Cavalieri intorno a scrivere quel suo libro, che il dì 17 Dicembre 1627 dava di Parma a Galileo la nuova « come già un mese fa inviai l'opera, che già componevo, qual V. S. sa, a monsignor Ciampoli, avendola terminata nel miglior modo che ho saputo e potuto » (Alb. IX, 121). Un anno e pochi mesi dopo, già eletto pubblico professore di Matematiche nello studio di Bologna, mandava a quei Signori come saggio di sè i VII libri della sua nuova Geometria, per cui, a rispondere alle imputazioni del Guldino, dichiarava la precedenza del libro suo manoscritto sopra quello *De curvi et recti proportione promota* del Sovero, invocando testimonii di ciò gl'illustrissimi Senatori dell'inclita città di Bologna, ai quali, dice nella III delle citate esercitazioni geometriche, « misi, eodem anno 1629, dictae Geometriae VII libros, etsi manuscriptos, attamen absolutos » (pag. 183).

S'aspettava tuttavia con desiderio l'opera, che Galileo aveva determinato di comporre sopra questo medesimo argomento, ma, giunti all'anno 1632, non s'era altro veduto di lui che l'applicaziene fatta degli indivisibili a dimostrar, nella II Giornata dei Due massimi sistemi, il teorema del moto equabile, che in tempo eguale all'accelerato passa uno spazio doppio (Alb. I, 252). Nelle passioni, a cui fu soggetto l'animo dell'Autore per questa pubblica-

zione, s'attutì lo spirito che traboccando voleva invadere gli altrui dominii, nè, dedicandosi poi tutto alle speculazioni del moto, seppe veder come si raccoglierebbe di lì tanto frutto, da compensare in coscienza i rimorsi dell'usurpato. Rimasto dunque il metodo dagl'indivisibili in libertà del suo legittimo inventore, s'apparecchiava questi, senza più lungamente indugiare, a pubblicarlo. E giacchè andava Galileo per ogni parte annunziando la prossima stampa della dottrina del moto, tanto desiderata, il Cavalieri scrivevagli così il dì 10 di Gennaio del 1634 da Bologna: « La vorrei ben pregare, se le venisse a taglio, che si compiacesse toccare qualche cosa ancora della dottrina degli indivisibili, come già alcuni anni sono aveva pensiero, in grazia della mia Geometria, che glie ne resterei obbligatissimo: credo che dal dialogizzare potrà far nascere l'occasione, perciò spererò di esserne favorito » (Alb. X, 4).

Il Cavalieri andava con ragione rammemorando gli anni passati, ne' quali la bellezza del nuovo metodo aveva così sedotta la mente di Galileo, nè sarebbesi aspettato mai che il primo fervente amore si fosse convertito in altrettanta freddezza di odio. Nel Luglio del 1634 erano già finiti di stampare in Bologna i primi cinque libri della Geometria degl'indivisibili, e mandatigli a Galileo perchè, avendone agio, *gliene desse un poco d'occhiata* (Alb. X, 48), n'ebbe a gustar l'Autore dalla risposta il primo amaro saggio di quella inaspettata mutazione. Dicevasi in tal risposta, fatta sulla fine del Settembre del 1634, non sembrargli il nuovo metodo del tutto improbabile, ma che ci avevano però molte difficoltà, la prima e più forte delle quali consisteva in questa, che noi ora diremo come fosse nata nella mal disposta mente dell'oppositore.

Intendasi il mezzo cerchio AFB (fig. 52), il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo ADEB, e dal centro ai punti D, E siano le linee rette CD, CE. Figurandoci poi il semidiametro CF perpendicolare a una delle due AB, DE immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta questa figura. È manifesto che dal triangolo CDF sarà generato un cono, e dal triangoloide ADF un cilindro scavato da un emisferio, a cui si può, per la somiglianza, dare il nome di cratere o di scodella. Luca Valerio aveva, per servirsene come lemma alla proposizione XII del II libro *De centro gravitatis*, dimostrato che, non solo la solidità di tutto il cratere e quella di tutto il cono sono eguali, ma che, condotto a qualsivoglia punto un piano secante parallelo alla base DE, sono altresì eguali fra loro le due porzioni. Anzi, non le porzioni sole generate per esempio dalla figura GAI, e dal triangolo CHP, ma lo stesso circolo descritto dal raggio HP e l'armilla o nastro descritto dalla linea GI, relative basi delle due sezioni, si serbano costantemente fra loro eguali.

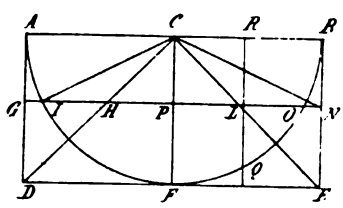


Figura 52.

La dimostrazione del Valerio consisteva nel condurre moltissime linee

come la GN, le quali nel cono e nel cratere segassero piccolissime porzioni, ch' ei dimostrava essere eguali, per concluder poi l'eguaglianza del tutto dall'eguaglianza delle singole parti. Aveva il processo di quella dimostrazione, col metodo degl' indivisibili, una somiglianza, che volle Galileo irragionevolmente ridurre a un' assoluta identità, argomentando allo stesso modo dover esser fra loro eguali le due ultime porzioni nelle divisioni del Valerio, e le due esaustioni, secondo il metodo del Cavalieri. Ma perchè sono evidentemente quelle due esaustioni l'orlo della scodella e l'apice del cono, condurrebbe dunque il metodo degl' indivisibili, diceva Galileo, all'assurda conseguenza che fossero insieme eguali una linea lunghissima e un punto.

Rispondeva il Cavalieri, scoprendo nel sillogismo di Galileo una fallacia, la quale consisteva nel voler dedurre la medesima illazione dalle variate premesse. Nell' ultima divisione infatti le due quantità comparate dal Valerio mantengono sempre la loro prima natura di solidi, e perciò vale la conclusione dell' eguaglianza: non vale però, quando de' due solidi uno sia trasformato in un punto, e l'altro in una linea. Che se conducasi l'argomento a rigor di logica, l'applicazione degl' indivisibili al Lemma del Valerio conduce alla verità, e non all' assurdo. « Nel suo esempio infatti (per citar le parole proprie che il Cavalieri usò nel rispondere a Galileo) gl' indivisibili sono piani, e di questi rimangono sempre parti eguali, detraendo parti eguali dal cono e dalla scodella; e perchè per arrivare all' ultima esinanizione di questi, cioè all' annullare i piani, basta levarvi una dimensione; perciò parmi che con ragione si dica che queste ultime esinanizioni sono eguali, essendo noi arrivati al nullo piano, tanto nel cono, quanto nella scodella » (Alb. X, 56).

Diceva insomma il Cavalieri esser tanto vera la eguaglianza fra zero e zero, a cui conducono gl' indivisibili, quanto è vera l'eguaglianza fra quantità e quantità, a cui conduceva il metodo del Valerio, e confortava il suo retto modo di ragionare con quest' altro geometrico esempio. Nel semicerchio AFB (fig. 52 prec.) l'eguaglianza fra $AR \times RB$ e QR^2 è la medesima per tutte le altre infinite linee, che si volessero, al di qua e al di là, condurre a RQ parallele, nè una tale costante eguaglianza per questo cessa, perchè uno de' segmenti riesca il massimo, e l'altro, insieme con la perpendicolare, riducasi a nulla, facendo $AB \times 0$ e 0×0 insieme equazione verissima.

Dopo questa risposta, fatta in una lettera del dì 2 Ottobre 1634, ne sovvennero al Cavalieri altre, non meno persuasive, che tornò a scrivere a Galileo in una seconda lettera del dì 19 Dicembre. Diceva che, intessendosi secondo il suo metodo le superfice dal moto delle basi, non si possono attribuire a queste le proprietà di quelle, come non si possono alla spola in quiete attribuire le medesime proprietà della spola che si muove, « perchè il principio e termine del moto non è moto » (Campori, Carteggio cit., pag. 423). Nè perchè s' intessano le superfice di linee e i solidi s' affaldino di piani, vien per questo che debbano essere necessariamente eguali le superfice involgenti e le moli. Prendiamo per esempio il parallelepipedo, fatto da tre linee pro-

porzionali, come 1, 2, 4, e il cubo, fatto dalla media. Saranno ambedue le solidità date da 8, essendo a questo numero eguali tanto la potenza 2^3 quanto il prodotto $1 \times 2 \times 4$. Ma mentre la superfice del cubo è data da $4 \times 6 = 24$; la superfice del parallelepipedo è data invece da $2 + 2 + 2 \times 4 + 2 \times 8 = 28$. « Siccome dunque, ne conclude il Cavalieri, sta l'eguaglianza delle solidità con le diseguaglianze delle superfice ambienti; così sta l'egualità di tutti i piani di due solidi con la disegualità di tutte le linee che giaccione nelle superfice ambienti, senza alcun pregiudizio, essendo ciò conforme alle mie definizioni » (ivi).

Questi argomenti però non valsero a persuader Galileo, incocciato oramai con quegli indivisibili, ai quali aveva fatto in principio così lieta accoglienza. Nè sapendo in che modo ricoprire innanzi al Cavalieri quella sua cocciutaggine, gli veniva scrivendo che la vecchiaia non gli permetteva d'intender cose tanto difficili, a che rispondeva il buon Frate non doversi attribuir ciò alla vecchiaia di chi leggeva, ma sì piuttosto alla debolezza dell'ingegno di chi aveva scritto (ivi, p. 429). In ogni modo, s'annunziava il dì 12 Marzo 1635 che di quello scritto da parecchi anni sarebbe finita la stampa fra due o tre settimane (ivi, pag. 432). E fu davvero felicemente finita in Bologna, di dove si divulgò col titolo *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota.*

Tre anni dopo gli Elzeviri in Leida pubblicavano i quattro dialoghi Delle due nuove scienze. Il Cavalieri non s'aspettava forse che la preghiera, fatta quattro anni prima all'Autore di dir cioè qualche cosa degl'indivisibili in grazia della sua Geometria; fosse esaudita, ma non avrebbe pensato mai che quella sua povera Geometria avesse dovuto ricevere il tradimento di sentirsi chiamata complice nella dimostrazion di un assurdo.

Nel primo di que' dialoghi galileiani si risolve la questione della *Ruota di Aristotile*, dicendo che la circonferenza, svolta dalla ruota stessa nel moversi, era l'espansione o la distrazione del suo centro. L'assurdità perciò, che conseguiva da una tal soluzione, del dover esser cioè un punto e una linea eguali, ammettendo la dottrina dell'interpozion de' vacui, si sarebbe potuta sciogliere da Galileo con l'esempio di una minuta gocciola d'acqua saponata, che insufflata diventa un gran pallone. Ma lasciando gli argomenti fisici, per attenersi ai matematici, chiama, invece della bolla del sapone, a rendergli il servigio di mostrar probabile il paradosso, la Geometria del Cavalieri. « Vedendo di non ci poter fare altro per ora, proverò di quietare, egli dice, o almeno temperare una improbabilità con un'altra simile o maggiore, come talvolta una maraviglia s'attutisce con un miracolo » (Alb. XIII, 30). E passa a descrivere la generazione della scodella e del cono, per poi concluderne, dall'applicarvi il metodo degl'indivisibili, che la circonferenza, ossia punti infiniti, sono uguali a un punto solo.

Avevagli il Cavalieri dimostrato, con argomenti matematici da persuadere il più indocile ostinato intelletto, che l'equazione, chiamata C per brevità la circonferenza, non è $C = 0$, come se ne voleva concluder paralogiz-

zando, ma $C \times 0 = 0$; verissima e non assurda, anco quando C rappresentasse qualcuno degl' immensi orbi celesti. Or come mai Galileo ostinarsi così contro la verità conosciuta? Che ci fosse in quel giudizio passione, ce l' hanno fatto sospettar facilmente le cose addietro narrate, ma non è facile scoprir l' occulta origine di quella passione, se non forse applicandovi la nota favola della volpe che, non potendo giunger di terra al bel grappolo dell' uva si vendicava con dire che la non era matura.

Sembrerà l' applicazione ingiuriosa, ma è ben assai più ingiurioso il modo pensato dagli sviscerati amici di Galileo, per salvare il venerato nome di lui dall' ingiuria. Fra' dotti familiari colloqui, che tenevano insieme in Roma Stefano Gradi, bibliotecario della Vaticana, il fiorentino abate Ottavio Falconieri e il conte Giulio Montevecchi, cadde un giorno il ragionamento sopra questo discorso, che fa degl' infiniti il Salviati galileiano. Di ciò che fu allora dagli amici disputato il Gradi stesso scrisse una dissertazione epistolare latina, che il Viviani accolse con grande amorevolezza e, di sua propria mano copiata, la inserì gelosamente fra le sue carte.

Ebbero prima di tutto a convenire i tre dotti uomini nella sentenza che la dimostrazione del punto eguale a una linea era addirittura un paradosso. « Alioquin eadem opera, dicevano, lineam aequalem superficici, et superficiem corpori, ac proinde punctum ipsum, hoc est rem nullius mensurae, quantitati trinae dimensae statuemus aequalem. Quod, queso, quid aliud est quam omni philosophiae, omnique rectae rationi manifestam inferre vim, et ipsam rerum universitatem ad chaos, imo ad nihilum antiquum, redigere? » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXVII, c. 32 t.).

Soggiungevano poi, pure d' unanime consenso, i tre Filosofi amici che il ragionamento del Salviati era un paralogismo, e adducendo altri matematici esempii riuscivano insomma, benchè inconsapevoli, a confermar con simili argomenti la fallacia scoperta nel discorso di Galileo dal Cavalieri. Passavano oltre ad esaminar le ragioni di coloro, che intendevano di salvar la logica galileiana con l' esempio autorevolissimo del Valerio. « Verum nihil alteri cum altero commune: ibi enim (in prop. XII libri II *De centro gravitatis*) Author ille gravissimus aequalitatem inter craterem et conum deducit ex eo, quod per quaedam plana, basi cylindri aequidistantia, dividitur conus quidem in plures cylindros, crater vero in totidem orbes cylindricos (voco orbes cylindricos solidum illud, quod restat ex maiore cylindro, si minor cylindrus eiusdem axis ab eo auferatur) ita ut unicuique cylindro componenti conum respondeat orbis cylindricus eiusdem magnitudinis. Recte autem ex aequalitate singularum partium aequalitas consurgit universarum, et sic, ex aequalitate cylindrorum et orbium cylindricorum, aequalitas crateris et coni, prout in Elementis..... »

« In casu autem, quo de agimus, ad nullam recte institutam argumentandi rationem Salviati collectio reduci potest. Vel enim punctum et circumferentia, de quorum aequalitate ille pronunciat, concurrunt tanquam partes ad componendum integraliter craterem et conum, et tunc argumentum non

procedit, quia cum sine illis hae duae quantitates aequales inter se sint, ex eorum quae inaequalia sunt additione inaequalia fiunt, vel saltem, cum aequalitas huiusmodi dubia et in quaestione sit, dubia quoque fiat necesse est compositarum ex illis quantitatum aequalitas, et ita nihil inde potest inferri ad conclusionis quaesitae resolutionem. »

« Multo minus argumentum procederet si, ut res est, nec punctum ad conum, nec circumferentia ad craterem, tanquam partes integrales, concurrunt. Tunc enim non bene resultat aequalitas residui duorum aequalium ex utrinque ablatorum aequalitate: nam ad verificandum axioma de veritate residui ex aequalitate ablatorum a totis aequalibus, necesse est ut illa tota aequalia, quae invicem comparantur, a suo quoque ablato et residuo, tanquam a partibus integralibus, componantur; alioquin si quis auferat ex aliqua triremi modium frumenti, eandemque quantitatem ex aliquo parvo lintre, concludere poterit lintrem esse triremi aequalem. Ex quibus apparet sine dubio mens Galilei, in illo Dialogo, nequaquam sic affecta exactam ad severas geometricas leges doctrinam tradere intendat » (fol. 33 t. et 34).

Or quale altra dunque potrebb' essere l' intenzion di un Geometra, che tratta di Geometria? E rispondono in strana sentenza i tre galileiani romani: quella di parlar da Poeta, l' industria del quale « in hoc omnis posita est ut delectet intelligentem. Quapropter non video quamobrem ingenuae Galilaei nostri urbanitati non licuerit, in hoc suo paradoxo aequalitatis inter lineam et punctum, eumdum ludum ludere, quem olim in suis *De agricultura* lusit Hesiodus, ubi ait: *Stulti, nesciunt enim quam maius sit dimidium toto* » (ibid., fol. 34 t.).

Il ripiego di questi non è però meno strano di quello usato da altri galileiani, quando asserirono essere stato scritto ne' Dialoghi Del mondo per celia che i cadenti si muovono in un mezzo cerchio, per andar dalla superfice al centro della Terra mossa. Quasi che il dire aver Galileo trattata la scienza da poeta e da burla non sia oltraggio maggiore che a confessare i passionati errori di lui, ch' era pur un uomo come tutti gli altri.

Da un tal giusto criterio guidati, e scorti dai fatti svelatici dal sopra allegato commercio epistolare, ignoto ai disputanti romani; noi crediamo che il ragionamento intorno all' eguaglianza della linea e del punto fosse posto da Galileo per far onta alla nuova Geometria del Cavalieri, della quale e del Calcolo infinitesimale, con la pronunziata sentenza che degli infiniti « non si può dire uno esser maggiore o minore o eguale all' altro » (Alb. XIII, 35), si venivano a recidere i teneri stami vitali.

Che fosse veramente ceco l' odio di Galileo, in menar così attorno la falce, lo prova il non aver pensato e salvar l' onor suo da una manifesta contradizione. Egli aveva, come si disse, prediletti gl' Indivisibili, e ne' dialoghi dei Due massimi sistemi gli aveva assunti alla gloria di dimostrare in Meccanica uno dei principali teoremi. Se avesse poi avuto qualche ragione di repudiarli conveniva dirlo in tutt' altra maniera che da Poeta didattico o satirico, o almeno per prudenza tacere. Eppure, mentre nel I dialogo si sen-

tenzia, come ora udimmo, non si poter dare un infinito maggiore di un altro, nel III, trascrivendosi le cose scritte nel 1622, vi si legge conclusa una delle prime e principali verità meccaniche dall'essere le infinite linee di un triangolo la metà delle infinite linee di un parallelogrammo della medesima base e della medesima altezza. « Hoc enim motu ex quiete accelerato iuxta parallelas trianguli conficitur; illud vero iuxta parallelas parallelogrammi quae, dum fuerint infinitae, duplae sunt ad parallelas infinitas trianguli » (ivi, pag. 200).

III.

Quando il Cavalieri attendeva a dar più compiuta che fosse possibile la prima edizione della sua Geometria, perchè diceva: « non so se più stamperò di simili materie, che sono da molti aborrite, da pochi viste, e da pochissimi apprezzate » (Campori, Carteggio cit., pag. 429), era forse ancora lontano dal sospettar che tra que' pochi sarebbe da annoverar lo stesso Galileo, a cui scriveva quelle parole. Ma correvano da tre anni oramai per le mani di tutti i dialoghi Delle due nuove scienze, in cui il discorso degli infiniti e del loro uso da farsi nelle Matematiche vi pareva inserito apposta, perchè fosse universalmente aborrita e disprezzata quella povera nuova Geometria. Il Guldino se ne prevalse, e fra gli argomenti, nella prefazione al II libro centrobrarico raccolti per dimostrar falso il metodo degl'indivisibili, l'autorevole giudizio di Galileo, trattandosi di un tanto maestro contro il suo discepolo, fu nelle destre mani dell'avversario uno de' più potenti. « Galileus profecto in eodem dialogo *De motu locali*, disputans de infinito, de proprietatibus finitorum, quas infinitis applicare minime liceat; contra ipsum concludit » (Centrobr., T. II cit., pag. 3).

Amicus Plato, rispondeva fra sè medesimo il Cavalieri, sette anni prima di dirlo in pubblico, *sed magis amica veritas* (Exerc. geom. cit., pag. 181), per la sacrosanta difesa della quale verità, piuttosto che di sè stesso, revocava tutte a sè le virtù del proprio ingegno. Voleva rispondere al Guldino l'ammirata celebrità del quale più noceva alla sua causa che non le addotte ragioni, e perchè non s'avesse, come per lo più nelle controversie accade, a perdere inutilmente il tempo in parole, attendeva a dimostrar la bontà del suo metodo dai frutti dati, e dai tanti più che avrebbe potuto dare.

Erano in gran fama di matematici valorosi a quei tempi, oltre al Torricelli, l'aretino Antonio Nardi, e il reggiano Giann'Antonio Rocca, i quali voleva il Cavalieri chiamar commiliti alla difesa del vero, pregandoli a dar fuori qualche saggio de' loro studii, e confortandoli a proseguirli, perchè dell'applicazione del nuovo metodo vedessero il Guldino e il mondo gli effetti.

Il Nardi attendeva a raccogliere i suoi sparsi teoremi in un libro, che

avrebbe voluto intitolare *Ricercate geometriche*, e il Rocca, stato già in Piacenza discepolo dell' Autor degl' indivisibili, aveva con quel metodo sciolto il problema della relazione stereometrica, che passa tra il fuso parabolico e il cilindro circoscritto. Ma il Torricelli era tutto allora in sollecito studio di raccogliere, per darle alle stampe, le sue varie opere geometriche, fra le quali sapeva il Cavalieri esserne molte trattate col metodo nuovo: ond' è che, cogliendo l' occasione di rispondere allo stesso Torricelli, che gli avèa mandate certe sue nuove dimostrazioni del centro di gravità in un segmento di sferoide, rendendo facilissimi e spediti i lunghi e faticosi processi del Valerio; così in una lettera del dì 3 Gennaio 1643 scriveva da Bologna, dichiarando le sue intenzioni di rispondere al Guldino, e chiedendo all' opera, dal valoroso amico, aiuto e consiglio.

« Se mi è parsa maravigliosa la prima sua speculazione, questa seconda del modo di ritrovare i centri di gravità, mi è parsa pur sommamente bella. Ma infatti il padre Guldini battezza tutte queste cose, trovate per gl' indivisibili, come provate solo per modo meccanico, e non veramente dimostrativo. Ho di già visto il suo secondo tomo della Centrobrarica, nel quale, benchè sia assai grosso, non consuma però più che nove ovvero dieci carte per la contradizione alla mia Geometria, della quale dice non aver visto se non queste poche cose, che egli prende a impugnare, riserbandosi a miglior tempo il confutare il resto. »

« Incominciando dunque dalla prima proposizione del I libro, che è di trovare il vertice di una figura, il che eseguisco io con far movere equidistantemente una retta o piano, sino che tocchi la figura, oppone esser modo meccanico, ma vedrei un poco volentieri che, in cosa così universale, mi somministrasse egli miglior modo, quale, se io non m' inganno, stimo esser difficilissimo, mentre non si discenda alle specie delle figure. Passa poi, senza vedere altro del primo, al secondo libro, ed ivi a bocca aperta biasima le differenti petizioni, e la I e III proposizione, pronunziandole per false assolutamente: il tutto perchè gl' infiniti indivisibili non si danno *actu*, ma solo *potentia* nel continuo, e poi perchè sono infiniti, e però incomparabili. »

« Tralasciato poi il resto, passa ai nuovi fondamenti del VII libro, opponendo a quella supposizione delle figure egualmente analoghe come a cosa meccanica, e che non finirebbe mai. E sebbene, per levare ogni ombra a chi avesse dubbio per questo non finir mai, soggiungo un' altra dimostrazione dell' istesso, quanto alle figure piane, conforme allo stile di Archimede; finalmente cavilla pure anche contro di questa, mostrando che io non posso spezzare le figure tanto diverse e stravaganti in più pezzi, che fanno a mio proposito; onde conclude la mia Geometria non aver sussistenza alcuna. »

« Ora io son risoluto, con la occasione dell' Opusculo di Trigonometria con le tavole de' seni e logaritmi, che io stampo in grazia di questi scolari; di aggiungervi un poco di risposta. E perchè egli stima questa mia maniera infruttuosa, mi saria molto caro se io potessi o accennare o mostrare quei trovati maravigliosi, ai quali è arrivata Lei, con l' aggiunta della sottigliezza

del suo ingegno. Questo però che io dico intendo sia per non detto, quando a lei paresse altrimenti. »

« Ma volendosi compiacere di farmi questo favore, parmi che in due modi ciò potesse farsi; cioè, o essendo Lei per stampare le sue speculazioni in breve, che ella v'inserisse ancora le cose trovate per gl' indivisibili, in grazia mia; ovvero che ella le diffondesse ed inviasse a me, in forma di lettera, e che si contentasse che io le inserissi nella mia risposta, precisamente come me le mandasse, e come cose sue, e sotto il suo nome, e non in altro modo; cioè nel modo stesso che le farebbe stampar Lei, acciò il Padre nel medesimo tempo vedesse il frutto di quelli, conoscesse il mondo il valore di V. S., e che gl' indivisibili sono accetti ai Geometri d' incomparabile valore ; bench' egli dica non essere approvati dai Geometri. Però sia questo per non detto, quando ella non ci abbia gusto o comodità di farlo, nè nell' uno nè nell' altro modo. »

« Se il signor Antonio Nardi avesse stampato le sue *Ricercate geometriche*, mi saria stato molto caro e molto a proposito; ma, non avendo io con lui corrispondenza di lettere, non ho campo di pregarnelo, come volentieri farei. E se mai ella avesse occasione di scrivergli, riceverei a sommo favore che ella glie ne desse qualche motivo. Spero ancora che il signor Giovanni Antonio Rocca mi farà grazia di due o tre proposizioni, ritrovate pur da lui per gl' indivisibili, e che sono veramente molto singolari, e molto a proposito per rispondere al detto Padre, siccome ora intenderà: intendo pure di pubblicarle, com' è il dovere, sotto il nome suo. »

« Imperocchè deve sapere che il detto Padre ha ritrovato una bellissima cosa, poichè è universale per tutte le figure solide, che nascono per rivoluzione intorno all' asse, e per le superfice curve descritte pure dalle linee o rette o curve, che s' intendano pure generarsi per rivoluzione intorno l' asse, alle quali non sono ancora arrivati gl' indivisibili, e quello che importa è assai più facile da intendersi, che lo spezzamento degl' indivisibili, e questo consiste tutto in questa proposizione: « *Se sarà trovato il centro di gravità della figura, piano o linea che si sia da rivolgersi, moltiplicando la circonferenza, descritta nella intera rivoluzione dal centro di gravità, nella figura piana o linea revoluta, si produrrà la solidità del corpo o la superfice descritta.* »

« Questo gran principio è lasciato dal Padre senza alcuna dimostrazione, e dice di volerlo solo provare *ab indutione*, cioè che le conclusioni cavate da esso son vere, concorrendo con quelle di Euclide e di Archimede. Il che parmi, quand' io non avessi altra cosa in mia difesa, che mi somministri la risposta adeguata per il detto Padre, poichè ancor le mie proposizioni concordano, e però dovranno per lui stimarsi veri anco i miei principii. »

« E poichè anco al signor Rocca sovvenne due anni sono una simil cosa, poichè dimostrò che il momento della parabola librata intorno la base, con un parallelogrammo applicato all' istessa base, al momento del parallelogrammo è come il solido descritto dalla parabola, cioè il fuso parabolico

al cilindro fatto dal parallelogrammo; perciò ne cavò di qua che il fuso al cilindro ha la proporzione composta, come si dimostra essere il momento al momento di due pesi, della proporzione della parabola al parallelogrammo, e della distanza del centro di gravità della parabola dall' asse della rivoluzione alla distanza del centro di gravità del parallelogrammo dal detto asse. La quale, quando il parallelogrammo si supponga dell' istessa altezza con la parabola, sarà come 4 a 5, siccome la parabola al parallelogrammo è come 2 a 3, quali compongono la proporzione di 8 a 15, cioè del fuso al cilindro, siccome appunto trova anco il detto Padre. »

« E perchè le distanze dei centri dall' asse della rivoluzione sono come le circonferenze da loro descritte, e la dimostrazione, dal signor Rocca fatta per gl' indivisibili, s' adatta ad ogni altra figura piana; perciò è manifesto che il signor Rocca viene virtualmente ad aver dimostrato che questi corpi rotondi, come generalmente anch' esso Padre gli chiama, hanno la proporzion composta della proporzione delle figure geometriche, e delle circonferenze descritte dai centri, d' onde finalmente si prova facilmente che la solidità di un qualunque corpo rotondo è il prodotto della circonferenza fatta dal centro, moltiplicata nella figura genitrice. Cosa che il Padre lascia senza dimostrazione, e perciò calzerà bene che gl' indivisibili facciano questo servigio, almeno quanto ai solidi, sebbene stimo l' istesso potersi anco provare per la circoscrizione ed inscrizione. »

« Quanto poi alle superfice, descritte da linee rette, si cava detto principio per la misura del circolo, superfice, e frusto di superfice datoci da Archimede, e da questi si trasferisce alla superfice della sfera ed altre superfice curve per l' inscrizione e circoscrizione delle rette. Sicchè ella intende quanto sia bello questo principio, e quanto a me torni a proposito il provarlo con la invenzione del signor Rocca, per gl' indivisibili, come diceva di sopra. »

« Ora perchè il Padre, avendo incontrata questa maniera veramente bella, par che voglia sbandire, non solo dalla persona propria, ma da ogni altra, gl' indivisibili, è necessario che io gli mostri che, se questa maniera avanza gl' indivisibili in qualche cosa, ancor questi avanzano quelli in qualche altra. E per tralasciare l' infinità dei solidi, ai quali essi continuamente s' estendono, mi vado indovinando che il modo di trovare il centro di gravità dei solidi, e massime da lei accennatomi, sia uno degli avanzi. Similmente non mi pare da sprezzare la misura del fuso iperbolico, supposta la quadratura dell' iperbola, da esso Padre non ritrovata, ed insomma in molte altre, per non parlare anco delle cose fisiche, parmi che gl' indivisibili possano avvantaggiar quel modo, com' ella sa meglio di me, i quali, se in qualche modo si adattassero alle superfice curve, non vi saria che desiderarvi. »

« Se ella dunque si disponesse a farmi questo favore, ella farebbe un segnalato servigio agl' indivisibili, ed a me ancora. E perchè la somma delle difficoltà fattemi dal Padre si riduce all' incomprensibilità degl' infiniti, ed alla superposizione da farsi di una figura spezzata sopra un' altra eguale

innumerabili volte, che pare pure impossibile; la vorrei pregare, benchè abbi diverse cose da dire in risposta, se gli sovvenisse qualche cosa, che potesse maggiormente mettere in chiaro la risposta a queste due cose, la quale non sovvenisse a me, mi vogli onorare di darmene un poco di motivo, poichè e la mia continua infermità m' impedisce la totale applicazione, *et plura vident oculi plures, quam solus ocellus*, e chi è sopra il gioco pare che veda meglio i colpi che chi gioca, oltre la sua incomparabile sottigliezza d' ingegno, che può giungere dove la mia debolezza di corpo e di mente non possono arrivare, e con pregarla a scusarmi le bacio affettuosamente le mani. » (MSS. Gal. Disc., T. XLI, c. 144-52).

Non sembra che si curasse il Torricelli di assottigliar l' ingegno per suggerire al Cavalieri la risposta alle due dette obiezioni del Guldino, non si offendendo sostanzialmente per esse i principii della Matematica, ma instigava l' amico ad attutire l' arroganza del Gesuita, col dimostrargli la falsità di parecchie proposizioni, che si trovavano nel suo libro. Argomentò *ab indutione* l' Autore della Centrobrarica, dal veder che il centro, nella superfice conica e nel frusto di cono, è il medesimo che nella figura piana generatrice; doversi ciò verificare anche ne' frusti di sfera, di sferoide e di conoide parabolico. L' analogia aveva tanto del verisimile, che fu creduta esser quella la verità, anche dal Cavalieri, ma entrato poi in sospetto di ciò, dietro il teorema torricelliano del centro di gravità della superfice di un frusto sferico, ritrovò false le proposizioni guldiniane, e ne dette al Torricelli stesso avviso, per lettera del dì 23 Aprile 1643, mandandogliene la dimostrazione, che fu poi pubblicata da pag. 236-38 della II Esercitazione geometrica. Doveva questa accusa di falsità essere uno degli argomenti da inserirsi nella Risposta, intorno alla quale scriveva così il Cavalieri da Bologna il dì 22 Settembre di quel medesimo anno 1643, per sodisfare alla curiosità, che di saperne qualche cosa gli aveva il Torricelli mostrata pochi giorni prima.

« Cammino assai lentamente nella risposta al Guldini, non essendo ancora al fine del I dialogo, poichè mi son risoluto, ad imitazione del Galileo, di rispondergli in dialogo, avendolo onorato con introdurvi per interlocutori il padre don Benedetto, un signor Cesare Marsili, gentiluomo bolognese, morto un pezzo fa, che fu amico mio e si dilettava della Matematica, ed un *Gesulpa Geniuldus*, anagramma di *Paulus Guldinus*. In questo però si contiene la parte difensiva, siccome in altro sarà, non dirò l' offensiva, ma l' esame del fondamento del Guldino da lui non provato, la dimostrazione di quello per gl' indivisibili e senza, ed altre cose, che mostreranno il frutto, che si cava dagl' indivisibili. In un altro poi, che sarà il terzo Dialogo, metterò quelle poche cose, che mi è accaduto di trovare in diverse materie, eziandio senza gl' indivisibili, acciò non periscano » (ivi, c. 182, 83).

Dopo un mese, quel I dialogo era già finito, e l' Autore significava per lettera al Torricelli il desiderio che aveva di mandarglielo, perchè gli desse un' occhiata, e gliene dicesse il suo senso (ivi, c. 185). Benchè fosse tutto allora in studio di curar le sue opere geometriche, delle quali era quasi a

mezzo la stampa, il Torricelli rispose che volentieri avrebbe veduto quel dialogo in difesa degl' indivisibili, e il dì 8 Gennaio 1644, con una lettera, nella quale si dicevano queste cose, il Cavalieri accompagnavagli il manoscritto:

« In conformità di quello, che io gliene scrissi, confidato nella sua amorevoleza, gl' invio questo primo dialogo, per contenersi in esso materia principalmente di controversia in cosa, della quale ella è benissimo, per non dire più di me, informata. So che ella vi troverà di molte imperfezioni, ma spero che mi avrà in parte per iscusato, sapendo di quanto pregiudizio mi sia allo speculare la continua mia infermità corporale..... So che le dimostrazioni o lemmi, che quivi dimostro, potevano forse apportarsi in miglior modo, e con più chiarezza; tuttavia, dovendo esser vista principalmente da quelli, che hanno intesa la mia Geometria, ai quali le indirizzo, spero che supereranno facilmente le difficoltà che incontreranno. Vi ho inserito alcuni discorsi fatti dal Marsigli, con un poca di libertà filosofica, acciò anche i puri Filosofi vi abbiano qualche cosa per il gusto loro, sebbene di poco momento. Anzi so che a molte cose daranno del naso, come alla composizione del continuo d' indivisibili, alle immagini e lumi, che si riducono a un punto, il che da me è stato messo per un certo ghiribizzo, e come cosa ammirabile: o che si riducano o no ad un punto, è degno di considerazione » (ivi, 186, 87).

Rispose il Torricelli di aver letto con piacere il Dialogo e di approvare le risposte fattevi al Guldino, e avendo intanto già riveduti e licenziati per la stampa i foglietti della prima parte delle Opere geometriche, come primaticcio anticipato frutto, gl' inviava a Bologna all' amico. Si comprendevano in que' foglietti i due libri *De solidis sphaeralibus*, e il Cavalieri in leggerli ci vedeva mirabilmente promossa la Geometria antica, piuttosto che la nuova. Incominciò a dubitare allora che le belle speranze concepute, ed espresse nella prima lettera del dì 3 Gennaio 1643, volessero rimanersi deluse, e che s'avesse a rinnovare l' esempio di Galileo, tanto più che il Torricelli gli aveva scritte certe difficoltà contro il metodo degl' indivisibili, venute, ei diceva, da un gran Matematico di Francia. Con paterna sollecitudine, non delle speculazioni sue proprie, ma della matematica verità, che vedeva così chiara risplendergli nella mente, l' Autore della Geometria nuova trovò a quella difficoltà dell' Anonimo francese facile la risposta. Ebbe anzi a maravigliarsi che a nessuno de' suoi oppositori, nemmeno al Guldino stesso, non fosse sovvenuta un' altra difficoltà, che, in antivedere le offese, era sovvenuta spontanea allo stesso difensore; difficoltà ch' era di grande apparenza, e che il Cavalieri volle mettere innanzi al Torricelli insieme con la risposta, per mostrar quanto fosse, in mezzo al fiero combattimento, sicuro della vittoria:

« La difficoltà dunque (così dicevasi dallo stesso Cavalieri, in una lettera del dì 5 Aprile 1644, che poi, voltata in latino, fu inserita da pag. 238-40 della III Esercitazione) consiste in questo. Sia HD (fig. 53) perpendicolare ad AG, ed AD minore, e DG maggiore di essa DH. Giunte poi le HG, HA, sia regola HD, e di tutte le linee del triangolo HAD se ne prendano quante si voglia KB, IC.... e per K, I tirinsi le KM, IL parallele ad AG, e le

LE, MF parallele ad HD. È dunque manifesto che la KB è eguale ad MF, ed IC ad LE, e in conseguenza che a quante si voglia si estenderanno in tal modo nel triangolo HAD: cioè, dirà alcuno, a tutte le linee del triangolo HAD troveremo eguali tutte le linee del triangolo HDG, onde questi triangoli saranno eguali, eppure son diseguali, dunque.... »

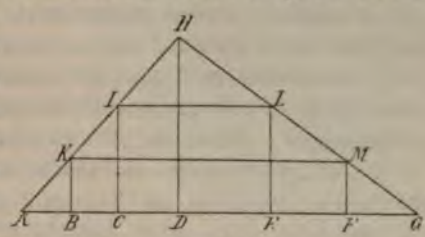


Figura 53.

« Ora a questo dubbio direi che, intendendo noi prese nel triangolo HAD tutte le di lui linee di retto transito, che sono tante quanti sono i punti di retto transito della AD; altrettanti punti, ma di obliquo transito, prendiamo nella AH, ed altrettante parallele ad AG, ed in conseguenza altrettante nel triangolo HDG parallele ad HD, le quali in conseguenza non sono tante, quanti sono i punti di retto transito della maggiore di DA, DG, cioè quante sono tutte le linee del triangolo HDG, cioè non sono tante infinità di linee queste, come quelle, e però, non si prendendo in ambedue questi triangoli per questa via tutte le loro linee di retto transito, non si conclude bene l'egualità di detti triangoli. »

« Parmi che ciò, per una certa analogia, si possi dare ad intendere con la tela, poichè intendendo HAG essere pur di tela, AG regola dell'ordito, ed HD del tessuto, essendo nel triangolo HAD cento fili di tessuto, saranno cento ancora i punti segnati in HA, da' quali per l'ordito stesi cento fili noteranno cento punti in HG, e cento parallele ad HD nel tessuto del triangolo HDG. Ma il tessuto di esso HDG porta molti più fili, cioè per esempio trecento, essendo DG tripla di DA; dunque di questi trecento fili non ne prendiamo se non cento, e così allo stesso modo negl'infiniti » (ivi, c. 198-200).

Due mesi, dop' aver ricevuta questa difficoltà con la sua soluzione, che aiutandosi così de' fisici esempii si rendeva anche ai meno acuti d'ingegno assai intelligibile; il Torricelli spediva da Firenze al Cavalieri i foglietti già stampati della II parte delle Opere geometriche, contenenti la risoluzione de' due problemi della misura della parabola, e del Solido acuto iperbolico. Quanto alla parabola, si proponevano dal fecondo ingegno geometrico dell'Autore venti varii modi di trovarne la quadratura, i primi dieci secondo i metodi antichi, e gli altri per la nuova Geometria degl'indivisibili. Nella prefazione a questa II parte del trattato *De dimensione parabolae* il Torricelli esaltava il metodo nuovo, da cui breve, diretto e affermativo scendeva il modo di dimostrare moltissimi teoremi, imperscrutabili agli antichi, concludendo con queste parole: « Haec enim est in mathematicis spinetis via vere regia, quam primus omnium aperuit, et ad publicum bonum complanavit mirabilium inventorum machinator Cavalerius » (Florentiae 1644, pag. 56).

Il Cavalieri respirò in leggere così fatte parole, e prese subito la penna in mano per ringraziare il Torricelli dell'aver così onorata la sua persona.

Poi soggiungeva, in questa medesima lettera, che è del dì 15 Giugno, dopo aver dimostrata la sua compiacenza in veder de' suoi metodi esposto così bel frutto sotto gli occhi de' suoi tanti contradittori: « Confesso che il vederla astenersene nell' opera De' solidi sferali mi generò qualche timore di restar privo di così gloriosa testimonianza, ma ora veggo che ella ha fatto davvantaggio » (MSS. Gal., T. cit., fol. 209 a t.).

La compiacenza era nel Cavalieri tanto più giustamente sentita, in quanto che vedeva rimediarsi dal Torricelli il grave danno, che era derivato alla sua Geometria dai nuovi dialoghi di Galileo. E in vero, senza una tale e tanta autorità del Discepolo, che in Geometria reputavasi meritamente superiore a quella del Maestro, forse la italiana Geometria degl' indivisibili rimaneva soggiogata per chi sa quanto tempo dalla Centrobrarica del Guldino. È perciò ch' esso Cavalieri, benchè di continuo tormentato dalla podagra, prendeva da quelle torricelliane proposizioni animo di proseguire a combattere per l' amore del vero, e per le glorie scientifiche dell' Italia, e dopo avere, il dì 13 marzo 1644, annunziato al Torricelli di aver dato principio a stampare il I Dialogo, in risposta alle soverchierie del Guldino (ivi, fol. 197), dopo sei mesi, in mezzo a quegli spasimi atroci, che lo rendevano affranto ma non vinto, tornava in altra lettera, tra accorato e lieto, a dargli questa nuova: « È stampato il I dialogo, ma il II e il III, non solo non è stampato, ma neanche composto: insomma io sono in stato di far poco » (ivi, fol. 211).

La morte del Guldino, avvenuta in Gratz sulla fine dell' anno 1643, ma della quale non ebbe il Cavalieri notizia, se non che nella primavera seguente, fecero all' intrapresa opera mutar proposito e forma, volendo il pio e gentile animo dell' Autore osservare il precetto naturale del *parce sepulto*. E giacchè la forma del dialogo lo conduceva ad affogare in una superfluità di parole le idee, scelse, anche per risparmiar tempo e fatica, di espor le medesime cose in discorso disteso, ond' è che, negletti i primi fogli stampati e dismessa la cura di proseguir sull' andamento di quelli, si trasformarono i tre meditati dialoghi in quelle sei geometriche Esercitazioni, che videro nel 1647 la prima luce in Bologna. Il trasformato stile non detrasse però nulla alla efficacia della prima intenzione, che era quella di rispondere al Guldino, e di attutirne la filosofica baldanza. E perchè il tornar sopra cose scritte dodici anni fa poteva riuscire oscuro a chi le avesse dimenticate, tanto più che della Geometria degl' indivisibili, nel 1647, a testimonianza dell' Autore, *nulla amplius inveniebantur penes bibliopolas exemplaria*, pensò il Cavalieri di premettere alla esercitazione apologetica due altre esercitazioni, nelle quali s' esponesse compendiosamente l' uno e l' altro metodo: quello cioè che trattava gl' indivisibili collettivamente presi, e in che ponevansi le fondamenta al Calcolo integrale, e l' altro, che quegli stessi indivisibili riguardava distributivamente presi, insegnando a calcolar, come oggidì si direbbe, le quantità nei loro differenziali.

Segue immediatamente la III Esercitazione, nella quale si propone l'Au-

tore di volere esaminar le difficoltà fatte contro gli esposti metodi dal Guldino, e nelle prime parole premesse al trattato si compendia così dal Cavalieri stesso la importante storia letteraria, da noi precedentemente ne' suoi particolari narrata: « Dum eas omnes, quas in hucusque declaratam indivisibilium doctrinam difficultates evulgarat Guldinus, mente obvolvebam, ac pleniori rationum volumine, quae responsionis loco afferre posse videbantur, retexere aggrediebar, quinimo et iam ipsius Operis aliquot folia praelo commississem; repente cum fama tum litteris amicorum nunciatum est ipsum, de Geometria quidem benemeritum, fato concessisse. Indolui vehementer, cum ob publicum Reipublicae litterariae damnum, tum ob mihi praereptam laboris pene confecti materiam, quam viventi conseveram. Mors enim ipsa, ingrato me silentio damnans, multa vetuit prodere, quae disserendi campus opportunior, si vixisset, aperuerat » (Exercit. cit., pag. 177).

Quel largo campo infatti, che si voleva alle disputazioni aprire il Cavalieri, ne' tre dialoghi divisati nelle lettere da noi sopra alligate al Torricelli; si restrinse, morto il Guldino, in que' XV compendiosi capitoli della III geometrica Esercitazione. Lasceremo addietro l'esame di ciò che in tali capitoli ordinatamente discorre il Cavalieri a confutar gli argomenti, dall'Autor della Centrobrarica accampati contro la nuova Geometria, e ci tratterremo piuttosto intorno all'ultimo, ch'è il più importante per la nostra Storia, e in cui si dimostra quale utilità avrebbe potuto ricavar dagl'indivisibili l'Autore stesso della Centrobrarica, che pubblicamente gli avea repudiati. Per concluder poi che questa utilità era la maggiormente desiderabile, dop' aver notato che il Guldino lasciava la sua Regola senza il conforto di nessuna matematica ragione, volle il Cavalieri mostrar come a tanta necessità sovvenissero i suoi principii opportuni. E qui, per aggiungere alle sue proprie speculazioni il suffragio e l'opera di Matematici valorosi, adduceva in proposito un lemma di Gianн'Antonio Rocca, da cui facilmente scendeva dimostrata la Regola guldiniana. L'importanza del corollario conferisce tanta dignità alla proposizion principale, che giova risalire alle origini di essa proposizione, in questo breve cenno di storia.

Un Gesuita fiammingo, mosso dalla fama, che del valore del Cavalieri in cose geometriche s'era fino oltre monte diffusa, gli scrisse una volta, proponendogli a risolvere questo problema: Essendo un parallelogrammo circoscritto ad una parabola, e rivolgendosi questa e quello intorno alla base, come ad asse comune, si domanda la ragione che avranno insieme le misure dei due solidi così generati, del cilindro cioè e del fuso. Poi soggiungeva di aver egli stesso, il Matematico fiammingo, già risoluto il problema, e di aver trovato essere il fuso la metà del cilindro circoscritto.

Essendo il Cavalieri alquanti anni dopo tutto intento a raccogliere problemi geometrici per la sua Centuria, gli occorse, in mezzo a quella eletta varietà, di tornar sul problema già propostogli da quel Fiammingo, e applicandovi il metodo degl'indivisibili trovò che, delle quindici parti del cilindro, il fuso non ne conteneva che otto. Dava di ciò avviso a Galileo, per

lettera del dì 25 Gennaio 1636, dop' avergli accennato al modo di quadrare la volta a crociera: « Mi è anche venuto trovato che essendo un parallelogrammo circoscritto ad una parabola, e rivolgendosi quella intorno alla base, il cilindro generato dal parallelogrammo è come 15 a 8, benchè un padre Gesuita fiammingo mi scrivesse di aver ritrovato essere tra quelli proporzione doppia. L' uno e l' altro poi di questi problemi è da me dimostrato per i principii della mia Geometria » (Alb. X, 325).

Cinque anni dopo, cioè sulla fine dell' anno 1640, essendosi Giann'Antonio Rocca, sotto le discipline del Cavalieri, dato con grande applicazione allo studio della Geometria, volle provarsi a risolvere quel medesimo problema, proposto già al suo Maestro dal Gesuita fiammingo, e vi riuscì per una via facilissima, e in tutto nuova. Si preparò a quell' intento un bellissimo Lemma, che dal Torricelli, avutone notizia dal Cavalieri nella prima lettera da noi dianzi trascritta, fu, per servirsene a uno de' venti modi da ritrovar la quadratura della Parabola, reso per la prima volta pubblicamente noto sotto questa forma: « Si figura plana super aliqua sui recta linea figuram ipsam secante libretur, erunt momenta segmentorum figurae ut sunt solida rotunda ab ipsis segmentis, circa secantem lineam revolutis, descripta » (Operum geom., P. II cit., pag. 76).

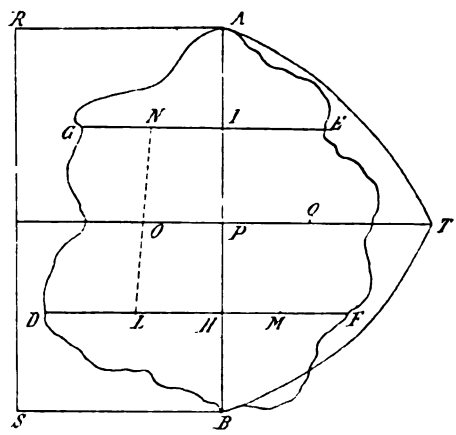


Figura 54.

Sieno le figure piane qualunque ACDB, AEFB (fig. 54) revolubili intorno all'asse AB, a cui si conducano a piacere le CIE, DHF perpendicolari. Considerate queste linee come ponderose, e come aventi ne' respettivi centri L, N i loro pesi raccolti, si avrà, chiamando con M, M' i momenti delle dette grandezze librate intorno ai punti H, I, $M : M' = DH \times LH : HF \times HM = DH^2 : HF^2$, che è altresì eguale a $C^2 DH : C^2 HF$, stando, per gli Elementi, i circoli come i quadrati dei raggi.

Essendo poi queste così trovate relazioni vere, non solo per la linea CIE, ma per le infinite altre, che si potessero condurre alla DHF parallele, ne conseguirà che la somma dei momenti M sta alla somma dei momenti M', come stanno le somme de' circoli descritti dalle infinite linee condotte perpendicolari all' asse AB nell' una e nell' altra delle due volubili rappresentate figure. Perciochè ora di queste somme di circoli infiniti si compaginano i solidi rotondi dalle dette figure piane generati, accennando con R, R' questi solidi, e colla cifra $\int$, che ci rammemori l' origine del calcolo integrale, la somma di tutti i detti momenti. avremo $R : R' = \int M : \int M'$; equazione che rende appunto dimostrato il proposto lemma del Rocca.

Si passava di qui a un corollario che, a risolvere il problema stereometrico del fuso parabolico e del cilindro circoscritto, serviva di più prossima preparazione immediata. Sia infatti O il comun centro di N e di L, e si conduca OP perpendicolare all' asse: si ha per facile dimostrazione che la somma dei momenti N, L è eguale alla somma delle grandezze CI, DH moltiplicata per OP. Se si assommino ora, invece di due soli, tutti gl' infiniti momenti della superfice ACDB, la somma di tutte le infinite grandezze si raccoglierà in un punto per esempio in O, che sarà il centro di gravità di essa superfice, la quale chiameremo S. Procedendo allo stesso modo per l' altra superfice S', sia il centro di gravità di lei in Q e sia PQ la più breve distanza di questo stesso centro dall' asse: avremo dunque $\int M = S \times OP$, $\int M' = S' \times PQ$. I quali due valori, sostituiti nel precedente Lemma, davano al Rocca, per quel corollario importante che si diceva, $R : R' = S \times OP : S' \times PQ$, ciò che significa avere i due solidi rotondi la ragion composta delle due figure genitrici, e della distanza del centro di gravità di ciascuna dall' asse di rotazione.

Preparatosi così l' argomento, s' usava in tal maniera dal Rocca a risolvere il propostosi problema. Sieno il rettangolo AS, che chiameremo R, e la parabola ATB, che chiameremo P, le due figure genitrici del cilindro C e del fuso F. Se in O, Q rispondono i due centri delle dette figure, e son perciò OP, PQ le respettive distanze dall' asse di rotazione, avremo dunque, per le cose ultimamente dimostrate, $C : F = R \times OP : P \times PQ$. Ma la ottava archimedea del II *De aequiponderantibus* (Opera cit., pag. 207) dà $OP : PQ = 5 : 4$, e la XXIV *De quadratura paraboles* (ibid., pag. 441) dà $R : P = 3 : 2$, perciò se ne conclude $C : F = 15 : 8$.

« His demonstratis (così nel cap. XIV della III Esercitazione ripigliò il costrutto il Cavalieri) remanet ostendendum quomodo ex his inferatur regula Guldini, quo ad figuras planas, earumque potestates, quod nunc patefiet » (pag. 232). Sieno nella precedente figura il rettangolo AS e la figura qualunque AEFB le due seperfice genitrici. Avremo, per le cose già dimostrate dal Rocca, che i due solidi rotondi generati hanno la ragion composta del rettangolo e dell' altra superfice irregolare nelle distanze OP, PQ de' loro centri dall' asse. E perchè i raggi stanno come le circonferenze, avremo dunque $R : R' = AS \times C^a OP : AEFB \times C^a PQ$. Rappresentando R un cilindro sarà perciò eguale ad $AB \times C^a BS = AB \times \frac{BS}{2} \times C^a BS = AB \times BS \times C^a OP$, perchè il rettangolo dà $BS = 2\ OP$. Ma $AB \times BS = AS$, dunque sarà $R = AS \times C^a OP$, e perciò anche $R' = AEFB \times C^a PQ$. « Hoc autem, conclude il Cavalieri, est conforme regulae Guldini » (ibid., pag. 233).

IV.

Il Rocca, col dimostrato Lemma, e il Torricelli, con la seconda parte delle Opere geometriche, avevano dunque assai generosamente corrisposto ai desiderii del Cavalieri, e cooperato efficacemente con lui in difendere la Geometria degl' indivisibili dagl' insulti del Guldino. Rimaneva, de' tre chiamati alla difesa, il Nardi, il quale però sembra che diffidasse dell' assoluta bontà dei metodi nuovi. Trasparisce una tal diffidenza da certe parole scritte nella Veduta XLII della Scena VI, le quali crediam bene di sottoporre alla considerazione degli studiosi.

« In grazia dei Matematici, egli ivi dice, ho posto accademicamente che le linee, i punti e le superfice siano in atto ne' corpi, come parti veraci e componenti, da che ne seguirebbe l' aver quei termini propria esistenza, e nulla vieterebbe potersi da qualche forza separar dal soggetto, e da qualche suprema potersi separar tutti. Quindi si darebbe uno spazio ed un numero infinito, il che repugna alle cose poste. Diciamo dunque che i punti, le linee e le superfice, in tanto sono cosa reale, in quanto sono modi o termini dei corpi. Onde, come cosa reale, si riferiscono alle qualità, e si dividono alcuni di loro per accidente, come il giallo alla divisione dell' oro, e dirassi un corpo comporsi e misurarsi d' infinite superfice, come quasi l' oro dalle infinite superfice in atto o in potenza che, per accidente, agguagliano tutta la superfice di quello. »

« E così anche per esempio una superfice dividesi alla divisione d' un corpo, come lungo e largo, ma la stessa, come mancante di profondità, è un nulla, e dal nulla non si può comporre cosa alcuna, benchè si moltiplichi per qualsivoglia numero finito e anche infinito, se dar si potesse: è ben vero poi che il giallo non riducesi alla ragione del quanto, come riduconsi la linea e la superfice al corpo. Ora il Galilei, benchè parli molto ambiguo degli infiniti di atto e di potenza, di numero e di mole, come anche del continuo e del congiunto, e di altri somiglianti principii, contuttociò si lascia intendere essere i corpi composti d' infiniti indivisibili attuali, e nello stesso modo contenersi, ed esser distinti l' uno dall' altro i punti in una periferia, come i lati nel perimetro di un poligono, ma questi principii, con altre conseguenze, hanno bisogno di ridursi a buon senso. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 970, 71).

Questo ragionamento del sì valoroso matematico amico suo, se dette occasione al Torricelli di scrivere *De doctrina indivisibilium non temere usurpanda* (Fabroni, Vitae Ital., Vol. I, Pisis 1778, pag. 375), non valse però a persuadergli che, per mancare le superfice di profondità, come si diceva, non se ne potessero comporre i solidi, e per protestare contro questa opinione, nella II parte *De dimensione parabolae*, entrava francamente

per quella via regia apertagli innanzi dal Cavalieri. Questa pubblica prova però è posteriore all' altra, che si desume dai privati commerci epistolari, ne' quali si lesse come, non avendo familiarità col Nardi, esso Cavalieri pregasse il Torricelli a voler dar motivo all' amico d' entrare a pigliar le difese della nuova Geometria contro la presunzion del Guldino.

Non mancò il Torricelli di far l' impostogli ufficio, e fu per questa occasione ch' ebbe il Nardi la prima notizia della Centrobrarica, come il Torricelli stesso l' avea poco fa avuta da quella lettera da Bologna del dì 3 Gennaio 1643 da noi trascritta di sopra, essendo un fatto in tal proposito assai notabile, che tanto s' esercitassero i nostri Matematici intorno a dar ragionevole fondamento a quella Regola meccanica universale, senz' aver mai potuto, per la sua rarità, leggere l' opera del Gesuita tedesco.

Il Nardi dunque informato della questione, contento di aver avuto di lì l' impulso a' suoi studii geometrici, si tenne, quanto fosse possibile, in disparte dai litiganti. Concorse nonostante a confermare quelle accuse di falsità, che l' Autor della Geometria nuova volea ritorcere contro alcune proposizioni della Centrobrarica. Era una di queste proposizioni quella del centro di gravità di un segmento sferico, o di un emisferio, che il Torricelli, ad istanza del Cavalieri, determinò in un punto assai diverso da quello, che una geometrica fallacia avea suggerito al Guldino. Propostosi questo medesimo problema baricentrico al Nardi, s' incontrò per altra via nella conclusione torricelliana, così lasciando scritto in quel suo ampio Teatro accademico, nell' ultima Scena, che s' intitola *Più vedute in una:*

« Essere il centro di gravità d' una superfice emisferica nel mezzo dell' asse, in che sbagliossi il Guldino, provasi da me facilmente con dividere detto asse in particelle eguali, e ciascuna minore della distanza che l' avversario vuole dal mezzo. Quindi, tirati piani paralleli alla base, per dette divisioni si tagliano parti eguali di superfice, quali, per essere uniformemente gravi, peseranno egualmente, ed averà ciascuna il centro dentro i termini della sua particella di asse, e quindi dedurrassi facilmente l' assurdo. Trovasi anche facilmente il centro delle superfice coniche e cilindriche, come anche col Teorema generale meccanico, quello della mezza periferia, ed in questo osservasi la medesima analogia, da chi ben l' intende, che nella superfice emisferica. Con l' aiuto poi di queste invenzioni si discende alle più particolari proposte intorno alla stessa materia » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 1360).

Si rivela ai sagaci lettori da queste parole il genio geometrico del Nardi, il quale, avuta la notizia della Regola guldiniana, rimasta per l' inventore una cosa puramente meccanica; provò una viva compiacenza in trovar che la ragion matematica così da tutti desiderata scendeva chiarissima dalle sue proprie invenzioni. Erano quelle invenzioni novelli frutti menati dall' albero antico, a piè del quale rampollava un gran principio, che il Nardi stesso chiama *Della trasformazion delle figure.* Questa trasformazione dunque, che ne' libri del Keplero e del Guldino apparve a tutti i Geometri nuova, la vide

il Nostro, in sè e nelle sue mirabili conseguenze, espressa da quel I teorema archimedeo, in cui il circolo s' insegna a trasformare in un triangolo. Così parevagli che si venisse quel teorema a svolgere in tutte le proprietà de' triangoli, dimostrate da Euclide nel VI libro Degli elementi, e perciò esclamava, in fine alla XXV veduta della II Scena, dop' averne dimostrate le feconde applicazioni: « Ora questo gran principio, cioè la I Della misura del cerchio e la sua proporzionale, che altro sono in effetto, se non la I del VI e la sua proporzionale? » (MSS. cit., pag. 329).

La Centrobrarica insomma, che i loro Autori avevano derivata da straniere sorgenti, veniva il Nardi a dimostrare com' ella scaturisse dalle stesse più sincere fonti della Geometria, sì per le linee, sì per le superfice comunque poste, e di qualunque figura, revolubili intorno all' asse. A che altro accennano gli antichi teoremi euclidei della superfice piana del circolo, e della convessa del cilindro, se non alla manifesta trasformazione di quelle stesse superfice rotonde in due rettangoli, l' uno de' quali sia costruito sulla circonferenza e sulla metà del raggio, e l' altro sulla circonferenza descritta dalla base, e sull' altezza della linea che, menata in giro alla sua parallela immobile, descrive quella cilindrica superfice?

Nè una tale trasformabilità delle superfice curve in rette si verifica solo nelle due citate proposizioni, ma in quell' altre eziandio, dice il Nardi, concernenti le superfice coniche, o de' frusti di coni. Sia la linea AB (fig. 55) revolubile intorno all' asse CD. Se si prende in E il mezzo della linea AB, e si conduce EF perpendicolare a CD, la superfice così descritta sarà eguale a quella del cilindro. Per la XVI archimedea infatti *De sphaera et cylindro* (Opera cit., pag. 38), si ha π. AB (AC + BD) $= \pi$. 2 EF $\times$ AB $=$ C^a EF $\times$ AB. Se poi la linea s' inclina fino a toccare in H l' asse di rotazione, la superfice rotata riuscirà conica, e avrà per misura, secondo la Geometria antica, $\frac{C^a\ BD \times BH}{2} = C^a\ E'F' \times BH$, che esattamente risponde con la Regola nuova. Ma ascoltiamo le parole proprie del Nardi che, nella citata Veduta XXV del suo scientifico Panorama, ci distese in poche parole, e sotto il titolo di *Teorema generale meccanico*, il primo trattato compiuto di Geometria centrobrarica.

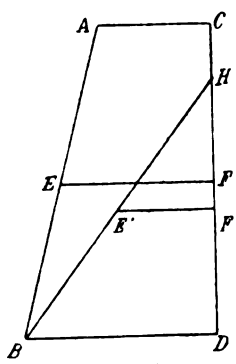


Figura 55.

« Tal Teorema, egli dice, fu proposto, per quanto intendo, senza dimostrazione, dal padre Guldino, e deducesi da certa regola del Keplero. E benchè io non abbia veduta l' Opera sua, mi vien detto nondimeno essere in sostanza questo: *Se sarà trovato il centro di gravità della linea, o figura piana da rivolgersi, moltiplicando la circonferenza, descritta secondo la intera rivoluzione dal centro di gravità, nella linea revoluta o figura piana, si produrrà la superfice descritta o la solidità del corpo.* »

« Questo teorema ha molti casi, quali tutti dal Metodo della trasforma-

zione delle figure facilmente si mostrano. E facendomi dalle linee, saranno o rette o curve: se rette, o semplici o composte: se semplici, o perpendicolari o parallele o inclinate all'asse della rivoluzione. Le perpendicolari o toccheranno o segheranno o saranno disgiunte dall'asse. »

« Se la linea perpendicolare tocchi l'asse, descriverà un cerchio, e in questo si verifica, per le cose da noi dimostrate, la proposizione. Se lo seghi, avverrà lo stesso, benchè la parte minore resti oziosa. Se sia disgiunta, descriverà una fascia circolare, in cui anche si trova, per le cose da noi dette, la verità della proposta, ma la retta parallela all'asse descriverà una superfice cilindrica, qual'è manifesto che eguaglia ad un rettangolo sotto essa linea, e sotto la periferia descritta dalla distanza dell'asse. »

« Che se la stessa retta s'inclini, mantenendo il suo centro la stessa distanza dall'asse, descriverà una porzione di conica superfice eguale alla cilindrica, il che raccogliesi dalle nostre invenzioni, e dalla XV ancora del I Della sfera e cilindro. E se inclinandosi tocchi l'asse, descriverà una superfice conica eguale, per le cose insegnate, ad un triangolo rettangolo, di cui l'altezza s'agguagli alla linea revoluta, e la base alla periferia descritta dalla perpendicolare dall'altro estremo della linea nell'asse. Adunque il rettangolo, sotto la medesima linea e sotto la metà della periferia suddetta, sarà eguale alla conica superfice. Ma questa metà vien descritta dalla perpendicolare, che congiunge l'asse al centro di gravità di essa linea, com'è palese. Se poi la medesima linea inclinandosi seghi l'asse, farannosi due superfice coniche, ove ha luogo la ragione medesima. »

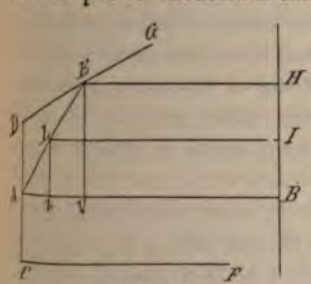


Figura 56.

« Di qui passeremo alla teoria dei casi composti. Siano le tre linee rette GD, DC, CF (fig. 56) revolute intorno all'asse HB: dico che la superfice descritta da esse è eguale ad un rettangolo contenuto sotto di esse linee, come una, e sotto la periferia descritta dalla perpendicolare, che congiunge l'asse e il centro della loro gravità. »

« Poniamo, per dare esempio di tutti i casi possibili, che la linea DG sia inclinata all'asse, e che DC sia parallela, e che CF sia perpendicolare al medesimo asse. Divisa DC egualmente in A, tirisi all'asse la perpendicolare AB, e trovisi il rettangolo MS (fig. 57) eguale alla superfice cilindrica descritta da DC, qual rettangolo abbia il lato MN eguale a DC. Adunque l'altro lato

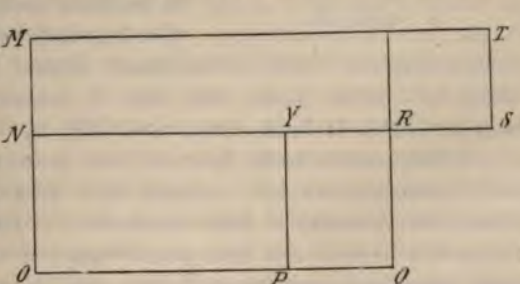


Figura 57.

MT sarà eguale alla periferia descritta da AB. Parimente, divisa DG egualmente in E (fig. 56 prec.), tirisi EH perpendicolare all'asse, e trovisi il rettangolo NP eguale alla porzione di superfice conica descritta da DG. Dunque se il lato NO, posto a dirittura con MN, s'agguagli a DG, anche OP s'agguaglierà alla periferia descritta da HE. Sia SY l'eccesso di NS sopra OP, e dividasi SY in R, sicchè RY ad RS si trovi come MN ad NO, e compiscasi il rettangolo MQ, con prodursi OP, e tirarsi RQ parallela ad MO. Adunque il rettangolo MQ s'agguaglierà ai due MS, NP, poichè eguali sono i rettangoli TR, RP. »

« Cada ora in AB perpendicolare EV e congiungansi i punti E, A, e trovato il centro comune della gravità delle rette GD, DC, sia L, da cui perpendicolare in AB cade LZ. Sarà dunque come AL ed LE, ovvero come GD a DC, così AZ a YV; ovvero RS ad RY, e però la periferia descritta da BZ, cioè da IL, sarà eguale alla retta NR, onde, moltiplicata per GD e DC come una, cioè per MO, formerà il rettangolo MQ eguale a due rettangoli MS, NP, il che bisognava dimostrare. »

« Nello stesso modo si proverà che, trovato il centro di gravità delle due GC, DC come una, e di CF, il rettangolo contenuto sotto tutte tre come una, e sotto la periferia descritta dalla perpendicolare da esso centro nell'asse, s'agguaglia alla superfice nata dalla rivoluzione di dette due linee. E quello che in tre, in tutte le altre linee in infinito, con lo stesso metodo, si proverà. »

« Passiamo alle linee curve, le quali o sono curve uniformi o difformi. Chiamo uniformi quelle, che sono curve verso la stessa parte; difformi quelle, che verso le contrarie parti. Ora le difformi si riducono, come composte, alle uniformi, onde, provata la medesima verità in queste, anche in quelle si proverà. »

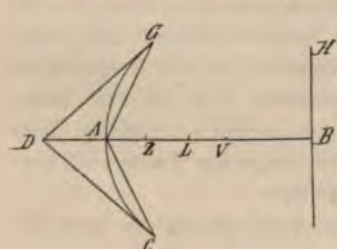


Figura 58.

« Sia dunque la curva GAC (fig. 58) da rivolgersi intorno all'asse HB, e di essa curva sia centro di gravità L. Dico che la superfice descritta dalla sua rivoluzione s'agguaglia al rettangolo sotto una eguale a GAC, e sotto la periferia descritta da LB perpendicolare in HB. Intendansi sottese al concavo di essa curva molte rette, che abbiano i medesimi termini colla curva, ed anche al convesso, nello stesso modo, altre rette si circoscrivano. E nulla importa qual posizione abbia la linea curva verso HB. »

« Ora perchè, nella figura da noi posta, accade che il concavo suo rimiri l'asse, avverrà che il centro delle inscritte linee, V, sia più verso all'asse, che il centro Z delle circoscritte, restando di mezzo il centro L della curva. E s'avverta che tutti questi centri si sono posti in una retta, perchè nulla importa il considerare l'esser sotto o sopra di essa, ma solo attendesi la distanza dell'asse. »

« Ciò avvertito, dico apparir la verità della proposta, perchè se dicessimo che la superfice descritta dalla curva non s' agguagliasse al rettangolo sotto di essa e della periferia descritta da LB, avverria che o fosse maggiore o minore. Se maggiore, ne sia determinato l' eccesso. E perchè le circoscritte rette GD, DC...., avendo i medesimi termini con la curva verso la stessa parte, sono maggiori della curva; avverrà che, moltiplicandosi le circoscrizioni delle linee rette, eccedano queste la curva di meno, che la superfice descritta da queste eccede il rettangolo sopraddetto, e così poi avverrà che il rettangolo contenuto sotto queste circoscritte, e sotto la periferia descritta da LB, fosse minore dell' altro sotto la curva, e sotto la medesima periferia, il che è assurdo, trovandosi le circoscritte più lontane dall' asse, che non è la curva, quale anche è minore di quelle. »

« La stessa maniera serve per provare che non può esser minore, e più brevemente, per le cose da noi dimostrate altrove. Concluderassi che, per mantenersi la stessa analogia delle inscritte e circoscritte rette alla curva, in ogni moltiplicazione intorno a trasformarsi in punti, anche in tal caso la proporzionale conclusione avrà luogo. » (MSS. cit., pag. 314-21).

La premeditata elezione del metodo antico degl' inscritti e dei circoscritti condusse il Nardi a dimostrare quest' ultimo teorema all' assurdo, mentre, proseguendo il metodo nuovo, avrebbe potuto dare un' assai facile dimostrazione diretta, considerando la curva, qualunque ella si fosse, come composta d' indivisibili particelle che, essendo rette, riducevano questo al caso precedente. Le linee infatti DG, DC, CF della passata figura LVI, indivisibilmente moltiplicate, purchè sempre si rimangano nel medesimo piano giacenti, sono atte a rappresentar l' andamento di qualunque specie di curva.

Ma pure, moltiplicandosi più e più le linee inscritte e circoscritte, intorno a ridurle in punti, il metodo antico, come nella quadratura del circolo, viene a riscontrarsi col nuovo, e il Nardi, nelle parole ultimamente citate, par che giusto voglia accennare a questo incontro. È perciò forse che, passando, dai rotondi generati da linee, a trattar de' rotondi generati da superfice, non si sentirebbe punto ritroso di prendere a fondamento e a principio delle sue speculazioni quel Lemma del Rocca, di cui gli avea il Torricelli dato notizia, ammirandone la bellezza. Ma pur non men bello sembrava al Nardi il Metodo della trasformazion delle figure, e tra per l' amore alle proprie invenzioni, e per rendere il processo dimostrativo uniforme, seguitò a far vedere com' anche per i solidi rotondi derivi dalla Geometria antica la Centrobrarica nuova.

Quel Metodo, che condusse il Nostro a tante nuove conclusioni, quali invano si desidera di veder distese nel libro delle *Ricercate geometriche*, ha, nelle particolari applicazioni alla Centrobrarica, come accennammo, il suo fondamento in questo teorema, che da Archimede si pone per principio alla dimensione del circolo: « Omnis circulus aequalis est triangulo rectangulo, cuius radius est par uni eorum, quae sunt circa rectum angulum, circumferentia vero basi » (Opera cit., pag. 128).

Ora è davvero, come parve al Nardi, maravigliosamente bello il modo, che offre questo archimedeo teorema, di trasformar le figure, le quali si riducono ne' più semplici casi o a rettangoli, che generano cilindri, o a triangoli, che rotati descrivono coni. Rappresenti AB (fig. 59) uno di questi rettangoli revolubile intorno al lato CB: il rotondo cilindrico nato da così fatta rivoluzione è noto aver per misura $C^o EB \times BC$ eguale, per il citato teorema archimedeo, ad $\frac{EB}{2} \times C^a EB \times BC = EB \times BC \times \frac{C^a EB}{2}$. Se ora sia G il centro di gravità del rettangolo, da cui si conduca GD perpendicolare all'asse, $\frac{C^a EB}{2}$ sarà eguale a $C^a GD$, ond'è che per tal metodo geometrico viene il solido cilindrico a trasformarsi nel parallelepipedo $EB \times BC \times C^a GD$, il quale perciò ha per base il rettangolo genitore AB, e per altezza la circonferenza descritta dal centro di gravità, come pel metodo centrobrarico.

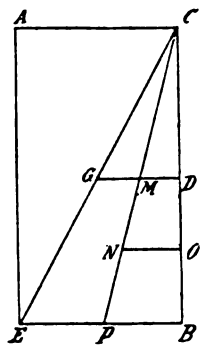


Figura 59.

Sia poi revolubile intorno al medesimo asse CB il triangolo CEB: il cono così descritto ha per misura $C^o EB \times \frac{CB}{3}$ che, per il citato principio archimedeo, è eguale ad $\frac{EB}{2} \times C^a EB \times \frac{CB}{3} = EB \times C^a GD \times \frac{CB}{3}$, mantenuta la costruzion precedente. Abbassata ora la bissettrice CP, suppongasi in N il centro di gravità del triangolo, da cui si conduca la perpendicolare NO. I triangoli simili e la posizion di quel centro, danno $3 : 2 = GD : NO = C^a GD : C^a NO$, d'onde $C^a GD = \frac{3\, C^a NO}{2}$; valore che, sostituito nella superiore misura geometrica ultimamente trovata, dà il cono trasformato nel prisma triangolare $\frac{EB \times CB}{2} \times C^a NO$, conforme alla Regola centrobrarica. Ma perchè le parole proprie del Nardi, nella loro original concisione, sono assai più efficaci, seguitiamo a trascriverle fedelmente ai nostri Lettori:

« Passiamo alle superfice rivoltate intorno ad un asse. E qui avvertisco primieramente essere stato dimostrato dal sottilissimo G. Antonio Rocca che i solidi rotondi hanno la proporzione delle figure genitrici, e delle circonferenze descritte dai centri, da che ci riscontriamo con la proposta di sopra fatta. Ma per far noi uniforme il metodo di dimostrare i prodotti delle superfice, e quelli delle linee, prenderemo il principio dai più semplici casi, proponendo un rettangolo AEBC (fig. prec.), il quale si può intendere rivolgersi intorno ad un lato o intorno ad altro asse disgiunto. Se intorno ad un lato, descrive un cilindro, ed a questo s'agguaglia, com'è facile a intendersi dalle cose da noi dimostrate, un prisma contenuto da tre rettangoli e da due triangoli laterali, anch'essi rettangoli. Ciascuno di questi trian-

goli s' agguaglia al cerchio base del cilindro, e il rettangolo, che fa angolo retto con l' altra base del prisma, è lo stesso che AEBC, ma l' altro suddetto rettangolo si contiene sotto la retta CB, e sotto la periferia descritta dal doppio di GD, posto esser GD la retta, che dal centro del rettangolo cade perpendicolare in CB. »

« Adunque è manifesto, per gli Elementi, che il solido, sotto AEBC e sotto la periferia descritta da GD, s' agguaglia al prisma. E lo stesso è vero nei parallelogrammi non rettangoli revoluti, poichè l' eccesso di uno estremo compensa il difetto dell' altro nei solidi prodotti. »

« Che se tirato sia nel rettangolo AEBC il diametro CE, e si rivolga il triangolo CEB intorno all' asse CB, descriverà un cono, che al cilindro del rettangolo ha la ragione di uno a tre. Adunque un solido sotto detto triangolo, e sotto la periferia descritta da GD, averà al cono la ragione di tre a due, quale è la medesima che quella della linea GD alla linea, che perpendicolare cade dal centro del triangolo in CB. E così le comuni regole dei solidi, nati dalla rivoluzione dei piani, avranno luogo anche in questo caso. »

« Ora se il rettangolo s' intende rivolgersi disgiunto, ma parallelo con un suo lato all' asse, descriverà un anello cilindrico, e se inclinato descriverallo conico: e qui le proporzionali cose avvengono che nelle linee revolute. Onde, supponendo di scrivere a persone perite, non m' intertengo più, e passandomene alle superfice contenute da rette più irregolarmente poste, od a curve linee, dico che, mediante la circoscrizione di rettangoli o parallelogrammi, s' otterrà l' intento. »

« E prendiamo in esempio la parabola, a cui sia circoscritto il parallelogrammo, com' anche alla usanza archimedea altri minori parallelogrammi siano inscritti e circoscritti, perchè, rivoltate tutte queste figure intorno alla base parabolica, si descriverà dal parallelogrammo un cilindro, dalla parabola un fuso, e dalle figure inscritte e circoscritte descriverannosi due solidi composti di cilindri e di anelli cilindrici. »

« La proporzione poi del cilindro, descritto dal parallelogrammo, al solido descritto dalla figura circoscritta alla parabola, o a quello descritto dalle inscritte, si troverà col metodo sopra usato esser composta della proporzione del parallelogrammo alla figura, e della linea, che dal centro va, a quella del centro di quelle, e ciò insino all' ultimo. Adunque anche il cilindro al fuso sarà nella stessa proporzione. Ora il parallelogrammo alla parabola è come 6 a 4, per le cose da noi dimostrate. E la linea dal centro suo, a quella del centro di questa, è come 5 a 4, come da Archimede si dimostra. Adunque il cilindro al fuso sarà come 30 a 16 o come 15 a 8. »

« Che se la parabola e il rettangolo si rivolgano per la cima di essa, vedrassi in un tratto essere il cilindro al solido come 5 a 4. Finalmente, se la mezza parabola si rivolge insieme col parallelogrammo, che quella comprenda intorno ad una parallela all' asse e segante la acuta parabolica; sarà nello stesso modo la proporzione dei solidi nota. Ma sono quasi impossibili le investigazioni a priori di cotali materie per il metodo antico, e bisogna

ridursi al nuovo, col quale anche a priori dimostrasi questa universalissima proposta meccanica. » (MSS. cit., pag. 321-26).

In queste ultime espressioni del Nardi si dà la dovuta importanza alla Regola centrobrarica, della quale si dice poter aversi prova a priori, ossia matematica, e non solamente fisica, com'erasi avuta dal Keplero e dal Guldino, in que' loro impropriamente chiamati teoremi. Il metodo della trasformazion delle figure aveva all'Autore offerti di quelle matematiche dimostrazioni gli esempi sopra recati, ma i centri di gravità introdottivi partecipavano ancora qualche cosa del meccanico ai nuovi processi dimostrativi, ond'è che il Nardi, il quale voleva assolutamente renderli geometrici, pensò di sostituire a quelli stessi centri di gravità il *centro della potenza*. Intendeva per questo nome significato quel che' è oggidì nel comun linguaggio dei Matematici, estendendolo a qualunque prodotto di quantità numeriche o lineari, da cui giusto vien la potenza di produr da linee superfice, e da superfice solidità di corpi. Così tornava la Meccanica centrobrarica del Guldino, per opera del Nostro, non solo, diciam così, trasposta negli orti, ma qual novello ramo inoculata nel grande albero antico della Geometria.

« Veramente maravigliosa (così proseguesi nel manoscritto l'interrotto ragionamento) sembra la suddetta Regola generalissima con la sua prova intorno alla potenza delle linee e superfice rivoltate in giro. Mancagli nondimeno il riducimento dal meccanico al geometrico, con ridurre il centro della gravità al centro della potenza. Dico centro della gravità d'una superfice il definito altre volte, ma centro della potenza dico il punto dentro alla sua superfice o suo concavo, da cui, tirata una retta perpendicolare all'asse di qualsivoglia rivoluzione descrive essa retta, con un suo estremo, una periferia eguale all'altezza di un solido, che per base abbia la superfice di un solido voltata poi in giro, ed al solido da quella superfice descritto sia eguale. »

« Il centro dunque della potenza sarà in effetto lo stesso che quello della gravità, ma sarà dato per termini geometrici. Il centro poi della figura sarà talvolta diverso da quello della potenza, poichè per esempio dirassi: nel mezzo cerchio il centro della figura è nel mezzo della sua base; nel cerchio poi e nel parallelogrammo conviene in uno l'un centro e l'altro. »

« Se finalmente vogliamo definire nelle linee il centro della potenza, diremo esser quel punto, dentro alla linea o suo concavo, da cui tirata una retta perpendicolare all'asse di qualsivoglia rivoluzione descriva essa retta con un suo estremo una periferia eguale al lato di un rettangolo, il qual rettangolo sia eguale alla superfice descritta dalla linea voltata in giro, ed abbia l'altro suo lato eguale ad essa linea. »

« Ora, quanto alla generale dimostrazione in tutti i suoi casi da noi apportata, non lasceremo d'avvertire com'ella è tutta fondata nella prima proposta della misura del cerchio, ond'è quasi un corollario suo e della sua proporzionale. Dico dunque che le line rette voltate in giro non possono descrivere se non cerchi e sue fasce, superfice coniche e cilindriche, poichè

non possono aver se non tre situazioni rispetto all' asse della rivoluzione. Agguagliato dunque ad un triangolo noto o rettangolo il cerchio in quello trasformato, agguaglieremo anco la sua fascia e settore, come parimente la superfice conica e sua parte, e la cilindrica, che è un rettangolo. Saputa poi la potenza d' una retta, si sa quella di due e quante vogliamo, poichè questo non si riduce ad altro, se non che i rettangoli uguali hanno reciproche le basi e le altezze. Dall' applicar poi, di fuori e di dentro alle curve, rette, si prova della potenza delle curvo quella che delle rette. »

« E passando alla potenza delle superfice, noi sappiamo, con la analogia della I suddetta della misura del cerchio, che un rettangolo, voltato intorno alla base o ad una parallela alla base, descrive un cilindro o un anello cilindrico, e questi s' agguagliano, trasformati, ad un prisma o parallelepipedo retto. Saputo la potenza di un rettangolo, sapremo quella di due o più, poichè ciò non si riduce ad altro, se non che i parallelepipedi uguali hanno reciproche le basi e le altezze. Quindi, passando alle inscrizioni e circoscrizioni di rettangoli o parallelogrammi alle piane figure, s' otterrà proporzionalmente lo stesso che nelle stesse linee. Tanto importa un principio grande, mentre bene applicar si sappia. Ora, questo gran principio, cioè la I della misura dal cerchio e la sua proporzionale, che altro sono in effetto, se non la I del VI e le sue proporzionali? » (MSS. cit., pag. 326-29).

A ripensar che le conseguenze di questo gran principio archimedeo, con le bellissime applicazioni di lui al modo di trasformar le figure, si dimostrarono dal Nardi nel libro delle Ricercate geometriche, e in quello delle Scene accademiche, l' uno rimasto tuttavia manoscritto e l' altro a quel che sembra perduto; si può facilmente intendere quale documento importante sia venuto a mancare alla storia della Scienza italiana. Quanto al presente proposito poi si comprenderà qual grave danno dovesse venire a risentirne la Centrobrarica, la quale seguitava a rimanere nei quattro libri del Guldino senz' alcun fandamento di Geometria. Vero è bene che il Cavalieri vi avea sufficientemente supplito, ma è pure un fatto notabilissimo che quel XIV capitolo, con tutta la III geometrica Esercitazione, furono parole in Italia gettate al vento. Gl' indivisibili avevano avuto un colpo mortale dai Dialoghi di Galileo, e perciò i seguaci del potentissimo uomo, benchè si sentissero allettati allo splendore e alla bellezza del vero, o s' astennero nonostante, come il Nardi, dal professarli, o gli professarono con riserbo, come il Torricelli e il Viviani. Nelle opere matematiche di questo si legge un tal sentimento non meno espresso, che nelle opere di quello, imperocchè, nella IX proposizione *De maximis et minimis*, dop' avere in una prima maniera dimostrato che la parabola è sesquialtera al triangolo della medesima base e della medesima altezza, così il Viviani stesso soggiunge per monito al lettore: « Ut hoc loco ex adverso indirectae antiquorum viae per duplicem positionem luce clarius pateat quantum facilitatis, brevitatis atque evidentiae nanciscatur a nova directaque methodo, *recte tamen cauteque usurpata*, acutissimi geometrae Cavalerii, per indivisibilium doctrinam, nobis amicis-

simam; ex hac alteram accipe eiusdem theorematis demonstrationem » (Florentiae 1659, pag. 35).

L'applicazione però degl' indivisibili è fatta qui, come ne' teoremi torricelliani, rispetto ai più semplici casi elementari del metodo, ma le proposizioni, in che quello stesso metodo via via si svolge, e sempre più altamente s'ingrada, sembravano ai Galileiani audacie temerarie dell' ingegno. Ad imitazione perciò del Maestro come non vollero entrar nell'alto della Geometria in VII libri, così non si curarono di leggerne il compendio nelle due prime Esercitazioni, insiem con le quali ebbe a trovarsi esclusa dalla lettura anche la III contro il Guldino.

Di qui è dato intendere come, morti il Cavalieri, il Torricelli e il Nardi, venisse della Centrobrarica, nella Scuola galileiana, a perdersi quasi ogni memoria. Ebbero gran parte in quell'oblio le difficoltà, che trovarono a penetrar fra noi i due Tomi in folio stampati a Vienna. Vedemmo come il Cavalieri stesso ne avesse avuto notizia solamente due anni da poi, che furono pubblicati, e rispondeva così al Torricelli, che con grande istanza gli avea richiesti: « Circa il libro del Guldini non posso dirle altro, se non che qua in Bologna non se ne trovano, essendo venuto solo quello che ho io, ed un altro, che fu comprato da un altro. Ma credo che a Venezia se ne troveranno, poichè di là vennero questi due. È stampato in Vienna dell'Austria nel 1640 » (MSS. Gal. Disc., XLI, fol. 161). Ma non sembra fosse rimasto in Venezia altro esemplare del libro desiderato, cosicchè forse il Torricelli non lo vide se non che assai tardi, com' è certo che non lo aveva ancora veduto il Nardi, quando scrisse le vedute della II Scena. Ventisei anni dopo par che seguitasse tuttavia fra noi la penuria, giacchè il Viviani, avendone data la commissione in Roma a Matteo Campani, questi gli rispondeva il dì 18 Gennaio 1670: « Il libro del Guldino da monsù Biagio non si trova, nè io ho potuto ancora far diligenza altrove, per la mia indisposizione » (ivi, Disc., T. CXLV, fol. 127).

Della Centrobrarica insomma, oltrepassata di alcuni anni la metà del secolo XVII, non si sapeva nulla di più da' Nostri di quel che avessero per caso sentito dire dagli altri, ond' è che giova a noi raccontare dai discorsi di chi e come si venisse a riaccendere nell' ingegno de' Matematici italiani la fiamma, rimasta spenta o sopita nelle Esercitazioni del Cavalieri, e nelle Scene del Nardi.

Ne' primi giorni di Aprile del 1656 Erasmo Bartholin, venuto a viaggiare in Italia, capitò in Padova, dov' era poco prima da Firenze giunto anche il Viviani. Incontratisi insieme i due Matematici amici, e caduto com' è naturale il discorso intorno agli amati studii, disse il Bartholin che il padre Guldin gesuita aveva, nella II parte della sua Centrobrarica, proposto senza però dimostrarlo un gran teorema universale, e soggiungeva che l'avea ricavato da un manoscritto greco di Pappo alessandrino.

La medesima notizia era venuta in quel tempo anche alle orecchie del Borelli, il quale, forse due mesi prima di diventargli così fiero e ostinato

nemico, ne dette amichevole avviso al Viviani, soggiungendo in che egli credesse consistere quel teorema guldiniano, e formulandogli ne' suoi veri e precisi termini la Regola centrobrarica.

Parve al Viviani l'annunziata verità bellissima, e tutto allora in ammirazione de' sublimi concetti di Apollonio e di Aristeo, i perduti libri de' quali si disponeva a divinare, sentì nascersi vivissimo il desiderio di ricercar quella Regola centrobrarica nelle carte greche del Matematico antico. La cosa però si rendeva assai difficile, trattandosi di un manoscritto. Poi seppe che il Bartholin era stato male informato, e che il libro, da cui si diceva aver ricavata la sua invenzione il Gesuita tedesco, correva oramai per le mani di tutti tradotto in lingua latina, e commentato dal Commandino.

Il curioso riscontro del nuovo nell' antico passò per alquanti anni inosservato, nè sapremmo noi dire chi fosse il primo, a cui occorresse di farlo. Non fu certamente il Cavalieri, in man del quale avrebbe quella nota potuto fare un bellissimo gioco, perchè, nel ritorcer le accuse contro il Guldino, lo avrebbe potuto tacciare qual plagiario di Pappo, con più acuta ferita, che dicendolo imitator del Keplero. Benchè dunque il Bartholin frantendesse, dee aver pure attinta a' suoi connazionali o ai vicini quella notizia, che, alteratasi di discorso in discorso e già penetrata in Italia, venne finalmente a scoprirsi al Viviani sotto l' aspetto del vero.

Le matematiche Collezioni erano state tradotte, come dicemmo, dal Commandino, il quale, sopraggiunto dalla morte, avendo lasciata inedita e in alcune parti imperfetta la sua versione, non si risolverono perciò gli eredi di pubblicarla, infin tanto che il duca Francesco Maria Della Rovere non venne a interporvi l' autorevole sua mediazione, ordinandone in Urbino la stampa a sue proprie spese. Il Viviani dunque si dette con gran diligenza a cercare il Volume, e nelle parole, con le quali si chiude al VII libro quella lunga erudita prefazione, parvegli aver trovato quel che cercava, riducendo all' espressa formula del Borelli l' enimmatico senso.

C' è fra le carte dello stesso Viviani (MSS. cit. Disc., T. XCVIII, fol. 161) tuttavia rimasta la copia, che di sua propria mano fece del passo di Pappo, e com' ei par che se lo volesse per più comoda meditazione sottoporre in quel foglio sott' occhio, così noi pensiamo di trascriver qui, nella sua integra fedeltà, il testo, perchè possano i nostri lettori aver più comoda e più facile intelligenza dell' arguto commento: « Perfectorum utrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, et rectarum linearum similiter ad axes ductarum a punctis, quae in ipsis gravitatis centra sunt: imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, et circumferentiarum a punctis, quae in ipsis sunt centra gravitatis, factorum. Harum circumferentiarum proportio dividitur in proportionem ductarum linearum, et earum quas continent ipsarum extrema ad axes .... angulorum .... » (Collectiones cit., pag. 252).

Quest' ultimo periodo, che per la corruzione del testo è di più difficile intelligenza, servì al Viviani di chiave per aprire il chiuso degli altri, inter-

petrandolo nella seguente guisa, e illustrando l'interpetrazione con l'apposta figura, per noi in ordine LX[a], nella quale MN, RS rappresentano due superfice qualunque, i centri di gravità delle quali A, C sien revolubili attorno all'asse BD, in distanze varie e per vario angolo di rotazione: « Harum circumferentiarum proportio dividitur in proportionem ductarum linearum AB, GD et in proportionem angulorum ABE, GDF earumdem linearum a centro gravitatis extremorum amphismatum ad axem rotationis ductarum » (MSS. T. cit., fol. 163).

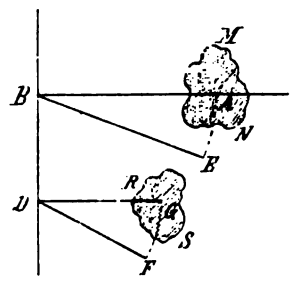


Figura 60.

L'interpretazione dall'altra parte risponde conformissima con la Regola centrobrarica, perchè, rimanendo le due superfice sempre per la medesima base ai due solidi cilindrici, o ai due prismatici, in cui vengono trasformati; le circonferenze, che ne misuran le relative altezze, tornan maggiori o minori, secondo che sono i centri di gravità A, G più o meno distanti, o per maggiore o minore angolo intorno all'asse rotati. La distinzione perciò di *perfetti* e d'*imperfetti* appella, secondo il Viviani, al grado della rotazione, la quale, se sia fatta per tutto il circolo intera, genera il rotondo perfetto, e lo genera imperfetto se, prima di ritornare in sè, il moto rotatorio si arresta. A questi poi si accomodano, secondo l'interpetre, gli altri sensi, così in questa nota autografa dichiarati:

« *Amphisma, amphismatis.* Pro hac voce amphisma intelligit fortasse Pappus omne id quod circa manentem axem circumfertur, vel circumvertitur, vel circumducitur, aut circum rotatur, vel illud sit linea in plano, in quo est axis manens, vel superficies plana figurata in plano, in quo idem axis repertur. Si linea, in ipsa circumrotatione describit superficiem rotundam, quam voco annularem. Si superficies plana, hoc est figura plana, solidum rotundum vel clausum vel apertum ad instar annuli describet. »

« Pro illa voce *ordo* intelligit forsan unumquodque horum productorum a rotantibus, nempe vel rotundum superficie annulari, vel rotundum solidum annulare clausum vel apertum. *Perfectus ordo* forsan est id quod amphismate in integra ac perfecta rotatione describitur. Nos autem dicimus superficiem annularem vel annulum. Imperfectus vero ordo, quod ab imperfecta, non integra, sed partiali, fit rotatione, et quod voco sectorem, vel superficiem annularem, vel annulum » (ibid., fol. 162).

Sarebbero così le cose per ogni verso assai bene accomodate, quando nell'ultimo trascritto periodo avesse veramente voluto esprimer Pappo quel che il Viviani v'intende, e quando, in corrispondenza alle voci greche del testo, fossero dal Commandino rese le latine *imperfectum* e *perfectum*, le quali, avendo il radicale nel verbo *perficio*, sono atte nate a significare o la cosa manca o ridotta alla sua perfezione. In qualunque modo, è il commento non indegno del divinator di Apollonio e di Aristeo, il qual divinatore, nella estrema vecchiezza ritornando indietro su queste cose con la lunga

memoria, si compiacque di essere stato egli il primo a togliere agli strani versi il velame. Un giovane studente di Firenze gli venne un giorno a propor la stereometria del pinnacolo delle due piramidi erette sulla piazza di S. Maria Novella, che parendogli assai bello e nuovo problema, si dette volentieri a sciogliérlo, servendosi della Regola centrobrarica, da lui stesso chiamata « quell' ammirando universale teorema, che assai oscuramente accennò Pappo Alessandrino, senza già dimostrarlo, ma però interpetrato da me, 50 e più anni sono corsi, ed allora anche da me provato in più modi » (MSS. Gal. Disc., T. XCII, fol. 29).

Al buon vecchio quasi ottuagenario dee però, nello scrivere quel numero 50, aver fatto fallo o la memoria o la penna, perchè da lui stesso altrove è stato scritto il giorno, in ch' ebbe della Centrobrarica dal Bartolino la prima notizia, e il mese, in ch' egli attese a esercitarsi in trovar quelle dimostrazioni, ch' eran venute a mancare in Pappo e nel Guldino, e che formavano dianzi, nella scrittura del Nostro intorno al pinnacolo delle Piramidi fiorentine, il secondo oggetto della sua compiacenza.

Cotali importanti documenti, per cui viene a precisarsi questa cronologia, e a confermarsi la storia da noi sopra accennata, si ricavano dal seguente poscritto a una lettera autografa dello stesso Viviani, e da lui diretta a Erasmo Bartholin da Padova, il dì 3 Giugno del 1656: « Non voglio mancare, ivi si legge, di dar parte a V. S. come, nello speculare alcune materie geometriche meccaniche, mi è sortito ritrovare la dimostrazione, ed anche in più modi, di un gran teorema universale, del quale tre mesi sono con V. S. mi diede notizia il signor Giovanni Alfonso Borelli, già matematico di Pisa, come proposto, ma non dimostrato dal padre Guldini gesuita nella II parte della sua Centrobrarica, e pensò che sia quel medesimo, del quale V. S. mi accennò che detto Padre aveva cavato da un manoscritto greco di Pappo, perchè, ricercando detto signor Borelli qual potess' essere quel principio del Guldini o teorema, del quale V. S. mi aveva discorso quando lei fu qua, mi rispose che credeva potess' esser questo, cioè: che rivoltandosi qualunque figura piana regolare intorno una retta linea, come asse della rivoluzione, proponeva il Guldini che il solido rotondo o annulare descritto da detta figura fosse uguale ad un cilindro, che ha per base la detta figura, e per altezza una linea uguale alla periferia descritta nella rivoluzione dal centro di gravità della detta figura, soggiungendo però che non lo dimostrava, e non sapeva che fosse stato provato nemmeno da altri. Io dunque su questo e su quel principio, del quale intenderà V. S.; lo dimostro in più modi assai belli, e più genericamente proposti, cioè di qualunque figura piana, benchè irregolare, e per ottener questo mi è convenuto trovare una mano di lemmi nuovi, e ne ho poi dedotto una quantità di altri teoremi bellissimi, oltre all' avere ancora con tale occasione speculato sopra la misura delle superfice curve con qualche acquisto, e certamente vi saria da fare un trattato molto curioso » (MSS. Gal. Disc., T. CXLII, fol. 11, 12).

L' avere inteso dal Borelli, ignaro delle Scene del Nardi e dimentico

delle Esercitazioni del Cavalieri, che il teorema guidiniano da nessuno ancora era stato dimostrato, fece nascere nel Viviani il desiderio di mettersi egli, che si credeva il primo, alla prova, e riuscitagli felicemente feconda ne dava sollecito avviso al Bartholin, perchè quel Borelli, divenutogli in questo mezzo tempo acerbissimo nemico, non avesse a vantarsi di averlo prevenuto. Il principio, su cui la dimostrazion si fondava, e che accennavasi nell' allegato poscritto, par che sia rivelato dal seguente titolo, scritto in fronte a una delle tre centrobrariche proposizioni, occorse all'Autore le prime nell' esercitarsi intorno alla ricerca dei Massimi e dei minimi elementi: « Elementum maximum, pro dimensione rotundarum superficierum et solidorum » (MSS. Gal. Disc., T. LXXXIII, fol. 112).

Informe, e a gran fatica leggibile è il citato manoscritto: i fogli son nella cucitura del volume slocati, e ne mancano alcuni, in cui dee avere il Viviani lasciata scritta la dimostrazione del primo teorema controbrarico fondamentale, concernente le superfice descritte dalla rotazione delle semplici linee. Benchè nel metodo proseguito dal Nostro si ponesse così fatto teorema per principale, come si è detto, gli dovea pure riuscir di assai facile dimostrazione, tanto più che bastava alla somma delle cose il considerar quelle linee come rette, e in qualunque modo rivolte verso l' asse. Se perpendicolari, la figura descritta è un circolo o un nastro tondo, se parallele, è una superfice cilindrica, ed è finalmente conica, se la retta revolubile è comunque inclinata. Per tutti questi tre casi la trasformazion del rotondo geometrico nel retto centrobrarico è data immediatamente dagli Elementi, e se ne sarà in poche parole spedito il Viviani come, richiamandosi agli antichi teoremi di Euclide e di Archimede, se n' era già molto prima spedito il Nardi.

Faceva a questa prima proposizione centrobrarica seguito l' altra, la quale, dal caso delle linee semplici passandosi alle linee composte, veniva dall'Autore stesso così formulata: « Si in eodem plano, in quo axis rotationis reperitur, ad alteram axis partem fuerint quotvis rectae lineae terminatae, utcumque positae, ac circa axem fiat rotatio plani, in quo assumptae rectae insunt: erit aggregatum superficierum omnium, ab ipsis rectis in rotatione descriptarum, aequale aggregato totidem rectangulorum, quorum bases sint ipsae rectae datae, altitudines vero singulae sint aequales illi peripheriae, quae a datarum rectarum communi centro gravitatis, in eadem rotatione, describitur » (ibid.).

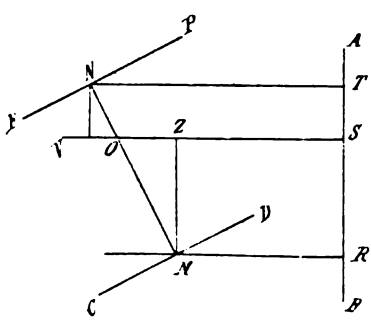


Figura 61.

Si abbiano a principio, per proceder con più facile ordine, due sole linee CD, PF (fig. 61), comunque poste rispetto all' asse AB, e, divise ambedue in mezzo nei punti M, N, sia trovato in O il loro centro, con la nota legge degli Equiponderanti, che dà ON stare ad OM, reciprocamente come CD sta a PF. Condotte, dai

tre notati punti centrali, perpendicolari all'asse le tre linee MR, OS,NT, e da M e da N abbassate le MZ, NV sopra OS, « iam, prosegue così propriamente il Viviani il suo ragionamento, cum ex hypothesi sit ut CD ad PF, ita reciproce NO ad OM, vel, in similibus triangulis NOV, MOZ, ut VO ad OZ; erit rectangulum sub PF, VO aequale rectangulo sub CD, ZO. »

« Et quoniam rectangulum sub CD in OS aequale est rectangulis sub CD in ZS vel in MR, et sub eadem CD in OZ, hoc est sub PF in ON, quod ipsi sub CD in OZ aequale modo ostendimus; addito communi rectangulo sub PF in OS, erunt duo simul rectangula sub CD in OS, et sub PF in OS aequalia tribus simul rectangulis sub CD in MR, sub PF in OV, et sub PF in OS. »

« Sed hae duo postrema rectangula conficiunt unum tantum sub PF in VS; ergo illa duo rectangula simul, sub CD in OS et sub PF in OS, aequantur duobus simul sub CD in MR, et sub PF in VS, vel in NT. »

« Sed ut sunt horum omnium rectangulorum latera OS, MR, NT, ita sunt circulares peripheriae ab ipsis lateribus tanquam radiis in rotatione descriptae; ergo et duo rectangula simul, hoc est sub CD in peripheriam a radio SO, et sub PF in eamdem peripheriam, aequalia sunt duobus simul rectangulis sub CD in peripheriam a radio RM, et sub PF in peripheriam a radio TN. »

« Sed rectangulum sub CD in peripheriam a radio RM aequale ostendimus (theor. I) superficiei descriptae a recta CD in sua rotatione, et similiter rectangulum sub PF in peripheriam a radio NT aequale esse superficiei descriptae in rotatione a recta PF; ergo eadem simul rectangula, nempe sub CD et sub PF in totidem peripherias aequales ei quae puncto O primo invento describitur, aequantur praedictis superficiebus, ab eisdem rectis CD, PF in rotatione descriptis circa axem AB, quod memento » (ibid., fol. 112, et 115).

Sian ora, così soggiunge il Viviani per la sua dimostrazione, oltre a CD e a PF, altre simili linee, come GH, IL, comunque poste esse pure rispetto all'asse, purchè giacenti nel medesimo piano, e rispondenti dalla medesima parte. Divisa anche GH in mezzo, e congiunto questo punto con O, sia Q il comun centro delle due grandezze CD, EF da una parte, e di GH dall'altra. Costruite le parti come dianzi, si giungerà per una simile via a una simile conclusione, a dimostrar cioè che l'aggregato delle superfice, descritte dalle dette tre linee nella loro simultanea rotazione, eguaglia altrettanti rettangoli aventi ciascuno una di queste linee per base, e per altezza tutti la medesima circonferenza descritta dal raggio, che dal punto Q vada, per la via più breve, a ritrovar l'asse.

Divisa similmente IL nel mezzo, e congiunto questo punto con Q, sia Y il centro di gravità, intorno a cui si equilibrano le tre grandezze da una parte con questa quarta dall'altra. Sarà facile, con lo stesso processo, il dimostrare che le superfice descritte insieme dalle quattro dette linee sono eguali ad altrettanti rettangoli, eretti su ciascuna di esse, a una altezza che,

per tutte, s' agguagli alla circonferenza descritta da quel raggio, che va dal punto Y a raggiunger l' asse.

Sien pure proposte quante altre linee si voglia, sarà sempre vera per tutte quella conclusione, che per le quattro date è dal Viviani così formulata: « Aggregatum igitur superficierum a rectis CD, EF, GH, IL in rotatione factarum, quaecumque illae sint, vel armillares, vel cilindricae vel conicae, aequale est aggregato totidem rectangulorum super easdem bases CD, EF, GH, IL, et quorum singulae altitudines sint aequales peripheriae a communi earumdem rectarum centro gravitatis Y in ipsa rotatione descriptae. Quod erat demonstrandnm » (ibid., fol. 113).

Da questa seconda proposizione, applicandovi il metodo degl' indivisibili, fa, quasi da corollario, scendere il Viviani la terza: « Rotundum solidum, a quacumque figura plana circa axem rotante genitum, aequale est cylindrico, cuius basis sit ipsa plana figura, altitudo vero aequalis sit peripheriae ab illius gravitatis centro descriptae » (ibid., fol. 114).

Sia ABC (fig. 62) quella qualunque figura piana revolubile intorno all' asse EF, e s' immagini che siano sopr' essa disegnate, a piacer nostro, e quali tutte insieme concentrate in D, innumerevoli grandezze lineari, parallele. È chiaro che verrà dal loro aggregato nella rotazione descritto l' aggregato di altrettante superfice, le quali riusciranno o cilindriche o coniche, secondo la direzione scelta e data da noi a quelle stesse linee, che l' hanno generata. « Sed aggregatum omnium simul figurarum aequidistantium ab his omnibus rectis, in rotatione descriptum, aequalem esse demonstravimus aggregato totidem rectangulorum, quorum bases sint ipsae rectae, altitudines vero singulae sint aequales peripheriae a centro D descriptae; et primum aggregatum rotundum solidum constituit, secundum vero cylindricum facit super basi ABC in altitudine circumferentiae a puncto D; ergo ipsum solidum solido ipsi cylindrico aequale est, quod erat demonstrandum » (ibid.).

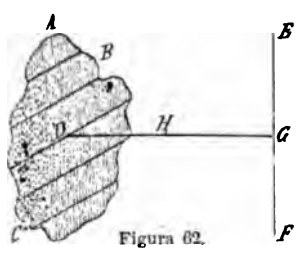


Figura 62.

Altre proposizioni centrobrariche si trovano qua e là dal Viviani dimostrate ne' suoi manoscritti, come nel tomo XCV della collezione citata, nei primi fogli del quale la dimostrazione della Regola guldiniana conducesi in altro modo da quello ora esposto, e vi si trova notato il corollario, dall' altra parte a concludersi facilissimo, che se cioè le superfice MN, RS (nella passata figura LX) son proporzionali alle distanze AB, DC « rotundae magnitudines, quae ab ipsis fient, erunt inter se ut quadrata distantiarum earum » (fol. 3 t.).

Di tutte queste proposizioni poi messe in ordine compose il Viviani un trattatello di Centrobrarica, ch' egli intendeva di preparar per le stampe. Sarebbe quel trattatello, per esser venuto il primo a sottoporre all' edifizio guldiniano il suo matematico fondamento, riuscito utilissimo all' universale, e

di particolar gloria per la scienza italiana. Ma meditando l'Autore cose forse maggiori, erasi oramai condotto all'estrema vecchiezza, senza dar nè di queste nè di quelle alcuna pubblica sodisfazione, quando un Cardinale, che aveva a sue proprie spese fatta erigere una nuova Tipografia, gli mostrò il desiderio di stampar qualche cosa delle tante scritture di lui sconosciute. Per rispondere al quale invito prese un giorno il Viviani la penna in mano, con l'intenzione di far recapitare all'Eminentissimo innominato questa lettera scritta:

« Son già molti anni che io mi trovo distese tre mie antiche operette di Geometria, l'una intitolata *De tetragonismicis*, l'altra *De centrobraricis*, divisa ciascuna in due libri, e la terza *De terebratione solidorum*, e di tutte è già gran tempo che sono intagliate le figure in bossolo già ben fatte. E perchè in questa età mia cadente di LXXIV anni e in continuo moto per le campagne, in servizio di questa serenissima Altezza, quand'io non mi trovi in letto malato, io dispero oramai di poter perfezionare molte altre di quelle, che sono abbozzate, e perciò io desidero di veder fuori almeno queste tre insieme, ma specialmente sotto il benigno patrocinio dell'Eminenza V. R.ma, mentre però si compiacesse di farmi degna di tanto onore. Queste dunque farei prontamente copiare assai ben corrette, e quando me ne desse la permissione, le invierei una per volta, insieme con le figure, affinchè V. Emin. si contentasse ancora di far qualche pregio a tali opere con i nobilissimi caratteri della sua nuova Stamperia » (MSS. cit., T. CI, fol. 124).

È scritta in fronte a questa bozza, pure autografa, la nota: *Questa lettera non la mandai e non....* cosicchè il trattatello centrobrarico del Viviani riman tuttavia un desiderio di tutti coloro, che avrebbero voluto veder qualche pubblico documento dell'importantissima opera data, prima degli stranieri, dai Matematici nostri intorno alle ammirate novità del Guldino.

CAPITOLO III.

Degli Equiponderanti

SOMMARIO

I. Della legge delle equiponderanze dimostrata col principio delle velocità virtuali. — II. Della legge delle equiponderanze dimostrata coi principii archimedei. — III. Della teoria de' momenti applicata a dimostrar la legge degli equiponderanti. — IV. Delle Bilancie di braccia eguali e delle condizioni del loro equilibrio, nel caso delle forze o parallele o convergenti al centro terrestre.

I.

Nella scienza de' centri di gravità fu detto, e si conferma dalla storia del capitolo precedente, che si compendia tutta intera la scienza meccanica, ond' è che di questa è riconosciuto solenne maestro al mondo Archimede. Come nel trattato del nostro Siracusano s' applicassero i baricentrici, a dimostrar la legge dell' equilibrio fra' pesi, s' è già scritto da noi nell' introdurre il discorso intorno alla presente parte storica, e fu mostrato allora quanto, per i matematici specialmente italiani del secolo XVI, venissero l' archimedee dottrine ad essere largamente promosse. S' accennò anco insieme ad un' altra fonte più antica, dalla quale si derivò in quel secolo non men larga vena di scienza, e come, in mezzo agli aperti dissidii, si sapessero congiungere insieme, in tacito e più fecondo connubio, gl' insegnamenti del Matematico di Siracusa con quelli del Filosofo di Stagira.

Di queste attrazioni, diciam così, e di queste repulsioni, dalle quali par che resulti la vita dell' intelletto, com' è certo che resulta la vita della materia, ci offre in proposito un notabilissimo esempio quel Leonardo da Vinci, i manoscritti del quale, che unici per avventura ci son rimasti, specchiano la mente dell' Autore e quella tutto insieme de' Matematici de' suoi tempi.

Si ripeteva da questi il principio statico del Nemorario, riducendolo a dire che il peso, applicato all'estremità di un raggio più lungo, ha maggior momento, perchè il maggior circolo volge più da presso al retto discenso; principio non voluto approvare da Leonardo per concludente, perché, attaccato il peso a un filo avvolto all'estremità del raggio per l'altro capo, benchè non faccia il suo viaggio circolare ma retto, pur si vede scendere allo stesso modo, e vincere un egual peso, che stia similmente pendulo dal raggio più corto. « Dice il Pelacane che il maggior braccio di questa bilancia (appellando alla figura disegnata in margine del foglio) cadrà più presto che il minore, perchè il suo descenso descrive il suo quarto circolo più diritto che non fa il minore, e perchè i pesi desiderano cadere perpendicolare linea. Quanto esso circolo più si torcerà, più si ritarderà il moto. La figura getta per terra questa ragione perchè il discenso de' suoi pesi non vanno per circolo; eppure cala il peso del maggiore braccio » (Ravaisson-Mollien, Manus. N.° 2038 italien de la Bibliot. nationale, Paris 1891, fol. 2 t.).

L'obiezione a dir vero avrebbe trovata una assai facile risposta nel Pelacane, e in tutti gli altri, che avevano imparato dal Nemorario a misurare la quantità della discesa, no nell'obliqua o circolare o retta, ma nella perpendicolare, alla quale dovevasi, per gl'insegnamento dello stesso Giordano, ridurre una tal discesa, o fosse il grave affisso al raggio o libero vi pendesse da un filo. Ma fu in ogni modo la proposta difficoltà giudicata da Leonardo di tanta forza, da farlo andare in cerca di un altro principio, da cui concluder la legge statica fondamentale tanto desiderata. Di questo principio dall'altra parte non si sarebbe potuto negar la verità da nessuno, che non patisse difetto o di ragione o di esperienza, consistendo insomma nell'affermar che un peso tanto è men sostenuto, quanto è più lontano dal suo sostegno. Era da ciò facile concluder la ragione perchè il peso stesso quanto è applicato al braccio della Bilancia più lungo, altrettanto abbia a moversi più veloce. « Quella cosa che fia più lontana al suo firmamento, manco da esso fia sostenuta. Essendo manco sostenuta, più fia partecipevole di sua libertà. E perchè il peso libero sempre discende, adunque quella estremità dell'asta d'essa Bilancia, che fia più distante al suo firmamento, perchè è ponderosa, più presto che alcuna parte di sè discenderà » (ivi).

La teoria vinciana prende dunque il principio da Archimede, dalle dottrine di cui si deduce che un peso è tanto men sostenuto, quanto il suo centro di gravità è più distante dal suo sostegno, ma nel passar poi a concluderne la legge della equiponderanza bisognava dire che due gravi si farebbero allora insieme equilibrio, quando l'uno e l'altro fossero disposti a scendere nel medesimo tempo. Così venivano da varie parti a riscontrarsi Archimede e Aristotile; il principio baricentrico e quello delle velocità virtuali, celebrandosi fra le due scuole discordi quel clandestino connubio, il portato del quale ebbe, sul cominciar del secolo XVII, ostetrici che lo esposero al mondo maravigliato.

Che tali, cioè ostetrici della scienza statica e non veri genitori, si fos-

sero lo Stevino, il Galileo e il Cartesio manifesto apparisce dalla storia del capitolo I di questo tomo, ond'è che, lasciando oramai di tornare indietro sopra la legittimità della origine, ci tratterremo ad esaminare il parto, rivolgendoci prima di tutto colà, dove nelle sue pagine celebrate ci fu esposto da Galileo.

Il libro, in cui il principio statico professato da Galileo fece, non la prima, ma la più solenne sua pubblica mostra fu quello dei Massimi sistemi, dove disputandosi nella Giornata seconda intorno alle resistenze, che oppongono i gravi all'essere sollevati, si conclude per l'esempio della Stadera dovere ivi i pesi resister con forza diversa da quella della semplice gravità. Or da che altro mai può scaturire questa forza ristoratrice, se non dal moto, cosicchè « la velocità del mobile meno grave compensi la gravità del mobile più grave e meno veloce? » (Alb. I, 237).

S'immagini infatti di avere a pesare una balla di lana o di seta: « il moversi lo spazio di cento dita il romano, nel tempo che la balla si muove per un sol dito, è l'istesso che il dire esser la velocità del moto del romano cento volte maggiore della velocità del moto della balla. Ora, prosegue a dire il Salviati galileiano, fermatevi bene nella fantasia come principio vero e notorio che la resistenza, che viene dalla velocità del moto, compensa quello che dipende dalla gravità di un altro mobile, sicchè in conseguenza tanto resiste all'esser frenato un mobile d'una libbra, che si muova con cento gradi di velocità, quanto un altro mobile di cento libbre, la cui velocità sia d'un grado solo » (ivi).

Le resistenze dunque non sono in semplice ragion de' pesi, ma in ragion composta delle velocità e de' pesi, ond'è che, nel caso degli equiponderanti, essendo quelle resistenze eguali, dovranno le velocità stare in reciproca proporzione degli stessi pesi. È qui dunque formulato da Galileo quel principio statico, che si disse *delle velocità virtuali*, di che trattando il Lagrange, nell'introduzione alla sua celebre *Mecanique analitique*, scriveva: « il ne paroît pas que les Geometres, qui ont précédé Galilèe, en aient eu connoissance, et je crois pourvoit en attribuer la dècouverte a cet Auteur » (Paris 1788, pag. 8).

Pare incredibile che uno Scrittore tanto grave possa aver sentenziato essere il detto principio statico rimasto ignoto ai precursori di Galileo, quando Galileo stesso lo dichiara come cosa *notissima e dimostrata da Aristotile nelle sue Questioni meccaniche* (Alb. XIII, 265). Chi poi rammemora le cose, da noi scritte nel cap. I di questo tomo, sa come di fatto il principio delle velocità virtuali, appresso ai matematici de' secoli anteriori al XVII, fosse veramente notissimo e dimostrato.

In ogni modo, professandosi tale dottrina in quel libro galileiano tanto famoso, veniva, come face, a risplendere sul moggio e a farsi perciò più scoperto segno agli applausi e alle contradizioni. Il Cartesio, fra tanti contradittori il più valido e il più infervorato di tutti, non sapendo trovar ragione di accusar come assolutamente falso il principio professato da Galileo,

lo accusava come difettoso ed incerto, proponendone un altro che riusciva, secondo lui, nella generale applicazione alle condizioni dell'equilibrio in tutte le macchine, più semplice e più sicuro. Consisteva in sostanza il principio cartesiano nel sostituire gli spazii alle velocità, rappresentandosi sotto questa forma assai seducente, che cioè tanta forza ci vuole a sollevare un peso di cento libbre all'altezza di due piedi, quanto a sollevare un peso di dugento libbre all'altezza di un piede solo. A così fatta legge volle poi dimostrar l'Autore che s'informavano tutte le macchine, nello spiegar le quali, in quel trattatello *De mechanica* pubblicato postumo, incominciava con queste parole: « Machinarum harum omnium inventio unico tantum principio innititur, quod nimirum iisdem viribus quibus pondus v. g. 100 librarum in duorum pedum altitudinem attolli potest, iisdem inquam aliud quoque 200 librarum in unius pedis altitudinem possit elevari » (Amstelodami 1704, pag. 13).

Essendo il moto delle macchine uniforme, e sempre nei moti uniformi rispondendo in egual tempo le velocità agli spazii, il principio del Cartesio non differiva adunque dal galileiano che per una semplice accidentalità della forma, e noi vedemmo come fosse una tale trasformazione fatta già, nella Meccanica aristotelica, dal Nemorario. Nonostante, per quella smania che aveva il Filosofo francese di soverchiare il nostro Italiano, si studiava di persuadere agli amici che, col mettere in conto le velocità piuttosto che gli spazii, mentre si veniva da una parte a rendere più difficile la Scienza meccanica, le si poneva dall'altra per fondamento un principio o non affatto vero o dubbioso.

Quanto alle difficoltà si compiaceva, in una Epistola al Mersenno, di averle cessate in gran parte, mettendo in considerazione due sole, invece di tre dimensioni, e faceva in ciò principalmente consistere la fina arte usata in distendere il suo statico trattatello. « Quod si celeritatis considerationem cum spatii consideratione iungere voluissem, habuissem necesse tres dimensiones virtuti isti tribuere: ut vero illam excluderem duas tantum illi tribui. Et si quid artis in ulla exigui huius *De statica* scripti parte ostendi, velim sciant me nusquam plus quam in hoc ostendisse » (Epistolae Pars I, Francof. ad Moenum 1692, pag. 229).

Il principio statico di Galileo, poi soggiunge il Cartesio stesso in un'altra sua lettera al Mersenno, non solo viene a rendere la Statica più complicata, ma che è peggio sta fondato sul falso: falso essendo che a raddoppiare una data velocità si richieda sempre una forza precisamente doppia. « Quantum vero ad id quod Galileus de Bilance et Vecte scripsit, optime quidem explicat quod ita sit, sed non cur ita sit, sicut per principium meum explico. Qui vero dicunt debuisse me cum Galileo celeritatem considerare, non vero spatium, ut machinarum rationem redderem, inter nos puto eos id temere dicere, nec quicquam in hac materia intelligere. Et quamvis clarissimum sit opus esse maiore vi ad corpus aliquod celerrime, quam lente attollendum, nihilominus falsum est vim debere exacte duplam ad duplican-

dam celeritatem, et facillimum est contrarium probare » (Epistolae Pars II, ibid., pag. 255)

Tace qui il Cartesio la facile prova, ma in un' altra epistola, indirizzata essa pure al Mersenno, dice che può dedursi dal fatto della Bilancia in equilibrio, sul piattello della quale chi getta una piccola moneta vede moversi il braccio in basso assai lentamente, ma a gettarvi una moneta doppia si osserva farsi allora la declinazione più che doppiamente sollecita. « Si bilanci in aequilibrio constitutue imposueris nummum aliquod, quod illi momentum dare possit, tum enim admodum lente deprimetur, cum contra si eiusdem istius ponderis duplum imposueris, decidet plus quam duplo citius » (ibid., pag. 320).

Le varie proporzioni di moto nella Bilancia si concludevan dunque per il Cartesio da un semplice fatto sperimentale, ond' è che venivasi male a proposito invocando la Fisica a decidere una questione di Matematica pura. Era una tal questione risoluta già da Galileo, quand' egli dimostrò « che il cadente, partendosi dalla quiete passa per tutti gl' infiniti gradi di tardità » (Alb. I, 34). La teoria così formulata doveva esser quella che venisse a informare il fatto sperimentale invocato dal Cartesio, correggendo i facili inganni che, rispetto ai moti della Bilancia, si poteva far l' occhio, ma ripudiando una certezza matematica per attenersi a una fisica fallacia, s' ostinò il Cartesio stesso a negar quel che delle velocità iniziali aveva sapientemente concluso Galileo. « Sciendum enim est, quidquid in contrarium dicant Galileus et alii nonnulli, corpora quae descendere, vel quocumque modo moveri incipiunt, non transire per omnes tarditatis gradus, sed a primo instanti aliquantam velocitatem obtinere, quae postea multum augetur » (Epistol., P. II cit., pag. 115).

Il Mersenno, a cui si dirigevano queste parole, domandava la prova di così fatta sentenza, ma perchè il Cartesio non l' aveva pronta, e conosceva forse che non sarebbe riuscito mai a trovarla, si scusava rispondendo non aver inteso di negare assolutamente che il mobile passi per tutti gl' infiniti gradi di tardità » sed vero dixi non posse id, nisi praecognita gravitatis natura, determinari » (ibid., pag. 122). Non si capiva però come mai non si potesse determinare il moto iniziale di un grave, senza preconoscere la natura della gravità, ond' è perciò che il Mersenno citava la dimostrazione di Galileo, la quale concludevasi, senz' altre prenozioni, dai principii certissimi della Geometria. Così in fatti, rappresentandosi con i lati di un triangolo gli elementi del moto, procede nella Giornata II dei Due massimi sistemi quella galileiana dimostrazione: « Essendo posto il termine A (fig. 63) come momento minimo di velocità, cioè come stato di quiete, e come primo instante del tempo susseguente AD, è manifesto che, avanti l' acquisto del grado di velocità DH fatto nel tempo AD, si è passato per altri infiniti gradi minori e minori guadagnati negli

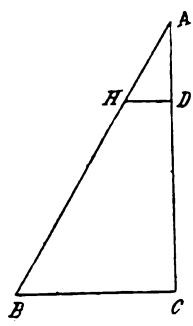


Figura 63.

infiniti instanti, che sono nel tempo DA, corrispondenti agli infiniti punti, che sono nella linea DA. Però per rappresentare la infinità dei gradi di velocità, che precedono al grado DH, bisogna intendere infinite linee sempre minori e minori, che s'intendano tirate dagli infiniti punti della linea DA parallele alla DH, la quale infinità di linee ci rappresenta in ultimo la superfice del triangolo AHD. E così intenderemo qualsivoglia spazio passato dal mobile con moto che, cominciando dalla quiete, si vadia uniformemente accelerando, aver consumato ed essersi servito di infiniti gradi di velocità crescenti conforme alle infinite linee che, cominciando dal punto A, s'intendono tirate parallele alla linea HD » (Alb. I, 252). Il Cartesio, che anche la Matematica voleva soggiacesse alle finzioni del suo cervello, così rispondeva al Mersenno per infirmare la conclusione di Galileo: « Non possum definire quà velocitate unumquodque grave descendere incipiat: quaestio enim est tantum de facto, quae pendet ex celeritate materiae subtilis. Haec autem celeritas in initio tantumdem aufert de proportione celeritatis qua corpora descendunt, quantum exiguum triangulum AHD de triangulo ABC, si supponatur linea HD repraesentare primum velocitatis momentum et BC ultimum » (Epistol., P. II cit, pag. 127).

Ma intanto che l'invidioso rivale si schermiva così d'ogni parte, per riparare ed eludere i colpi dell'avversario, non si avvedeva che alcuni altri attendevano tacitamente ad aguzzare un'arme, da cui riceverebbero, senza presente rimedio, eguale offesa i due combattenti. Sia infatti che s'equiponderino due gravi quando sono reciprocamente proporzionali alle velocità o agli spazii, di un effetto in atto s'adduceva, così da Galileo come dal Cartesio, una cagione in potenza. Non era questa volta un rivale, che faceva l'obiezione contro le professate dottrine dell'avversario, ma era un discepolo affezionato che, persuaso di difendere il vero, contradiceva al suo proprio maestro. Antonio Nardi, dop'avere in una delle sue scene dimostrate alcune verità generali appartenenti alla Statica, così soggiungeva:

« Si raccorrà che male si persuadono i Meccanici comunemente compensarsi, in una Bilancia di disuguali braccia, le velocità del moto con la grandezza del momento, onde cercano di render ragione perchè questi pesi disuguali da distanze reciprocamente disuguali pesino ugualmente. Ma ciò non è in vero cagione dell'equilibrio, perchè così discorrendo s'adduce di un effetto in atto una cagione in potenza. Il Galilei nel libro Delle galleggianti dice così: *Sia al vaso larghissimo EIDF* (fig. 64) *continuata l'angustissima canna ICAB, ed intendasi in essi infusa l'acqua sino al livello LGH, la quale in questo stato si quieterà, non senza maraviglia di alcuno, che non capirà così subito come esser possa*

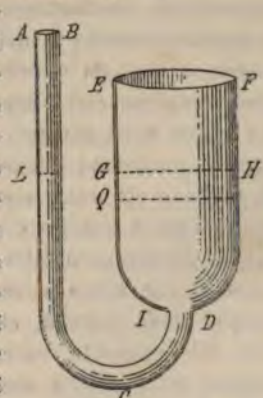


Figura 64.

che il grave carico della gran mole d'acqua GD, premendo abbasso, non sollevi e scacci la piccola quantità dell'altra contenuta dentro alla canna CL, dalla quale gli vien contesa e impedita la scesa. Ma tal maraviglia cesserà, se noi cominceremo a fingere l'acqua GD essersi abbassata solamente sino a Q, e considereremo poi ciò che averà fatto l'acqua CL, la quale per dare luogo all'altra, che si è scemata dal livello GH sino al livello Q, doverà per necessità essersi nell'istesso tempo alzata dal livello L sino in AB, e essser la salita LB tanto maggiore della scesa GQ, quant'è l'ampiezza del vaso GD maggiore della larghezza della canna LC, che insomma è quanto l'acqua GD è più della LC. Ma essendo che il momento della velocità del moto in un mobile compensa quello della gravità di un altro, qual maraviglia sarà se la velocissima salita della poca acqua CL resisterà alla tardissima scesa della molta GD? Sino a qui il mio Maestro » (MSS. Gal. Dis., T. XX, pag. 861, 62).

Avendo fin qui il Nardi repudiato il principio delle velocità virtuali, seguita nel suo discorso ad assegnar dell'equilibrio idrostatico una causa diversa, come ad una causa diversa attribuiva l'equiponderanza dei pesi nella Stadera. Abbiamo inteso già qual si fosse di questo repudio il motivo, ma ora ci rimane ad esaminar se egli fosse ragionevole e giusto.

L'obiezione non era punto nuova, come nuova non era la dottrina, e perciò il Nemorario, a cui primo fu fatta, rispondeva argutamente col dire ch'essendo la quiete il termine del moto si potevano attribuire a quella le passioni di questo. Si noti come Leonardo da Vinci esplicasse questo concetto, affermando che la pietra che cade fu prima portata in alto, e perchè accennavasi infin d'allora che i pensieri medesimi di Giordano e di Leonardo si riscontravano in Galileo, vediamo come la scienza antica avesse dalla nuova il suo più chiaro commento.

Svolgiamo le pagine, nelle quali è scritta la III Giornata, per soffermar l'attenzione colà dove il Sagredo considera che la virtù impressa al proietto, contrastando continuamente con la gravità, quando questa riman vincitrice su quella intercede la quiete, che è il termine dell'ascesa e il principio della discesa, e vuol da questo dedurne la causa dell'accelerazione del moto. Oppone Simplicio che l'arguto pensiero non è concludente e non sodisfa, se non a que' moti naturali che son preceduti da un moto violento, per cui il Sagredo medesimo domanda se può nel proietto imprimersi una virtù che sia molta o sia poca, sicchè possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anche venti o quattro o uno: ciò che avendo Simplicio affermato gli vien su quel fondamento fatta una tale risposta:

« E non meno potrà cotal virtù impressa di così poco superar la resistenza della gravità, che non l'alzi più di un dito, e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta che pareggi per l'appunto la resistenza della gravità, sicchè il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra che altro fate voi che l'imprimerli tanta virtù impellente all'insù quanta è la facoltà della

sua gravità traente in giù? E questa vostra virtù non continuate voi di conservargliela impressa, per tutto il tempo che voi la sostenete in mano? Si diminuisce ella forse per la lunga dimora, che voi la reggete? E questo sostentamento, che vieta la scesa al sasso, che importa che sia fatto più dalla vostra mano che da una tavola, o da una corda, dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete pertanto, signor Simplicio, che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga o breve o momentanea non fa differenza alcuna, sicchè il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanto appunto bastava a tenerlo in quiete » (Alb. XIII, 160).

Aveva Galileo applicato alla Statica questi suoi principii là dove, nel trattato della Scienza meccanica, volle confermare le conclusioni archimedee concernenti l' equilibrio della leva con l' invocare il principio delle velocità virtuali. « Avendo noi mostrato, egli ivi dice, come i momenti di pesi diseguali vengono pareggiati dall' essere contrariamente in distanze che abbiano la medesima proporzione di essi, non mi pare da doversi passar con silenzio un'altra congruenza di probabilità, dalla quale può essere ragionevolmente confermata la medesima verità. Perciocchè considerisi la libbra DE (fig. 65) divisa in parti diseguali nel punto A, e i pesi della medesima proporzione che hanno le distanze AD, AE, alternamente sospesi dai punti D, E. È già manifesto come l' uno contrapposerà l' altro e, conseguentemente, come, se a uno di essi fosse aggiunto un minimo momento di gravità, si moverebbe al basso inalzando l' altro. Sicchè aggiunto insensibil peso al grave P si moverà la Libbra, discendendo dal punto D verso M, e ascendendo l'altra estremità E in F. E perchè, per fare abbassare il P, ogni minima gravità accresciutali è bastante, però, non tenendo noi conto di questo insensibile, non faremo differenza dal potere un peso sostenere un altro al poterlo muovere » (Alb. XI, 95).

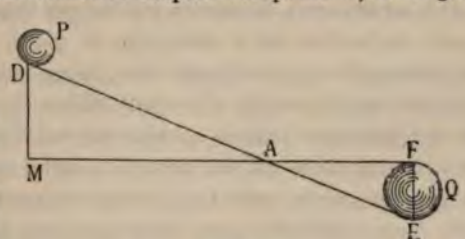


Figura 65.

Entrando dunque bene addentro ai pensieri di Galileo, i quali eran poi quelli di Giordano, di Leonardo e di tutti gli altri, che avevano accolte e illustrate le più antiche dottrine di Aristotile, si vede bene come per essi non è altro la quiete se non un moto iniziale, cosicchè venivano insomma a dar delle velocità virtuali una definizione identica a quella dei moderni, i quali dicon giusto velocità virtuale esser « celle qu'un corps en équilibre est disposé à recevoir, en cas que l'équilibre vienne à être rompu; c'est a dire la vitesse que ce corps prendroit réelllement dans le premier instant de son mouvement » (Lagrange, Mechan. anal. cit, pag. 8).

Or come mai si domanderà, essendo una tal definizione del Lagrange universalmente approvata, per avere il suo fondamento ne' più certi principii matematici, potè il Nardi, ch' era pure così studioso discepolo di Gali-

leo, metterla in dubbio, e bandir le velocità virtuali dall'ingerirsi delle statiche dimostrazioni? Soccorre facile e pronta la risposta a una tale domanda sulle labbra di coloro, che ripensano come i principii, a cui s'informa la *Mechanique analitique* del Matematico torinese erano ai tempi del Nardi, negl'insegnamenti dello stesso Galileo, o ambigui o apertamente ripudiati per falsi. Vedemmo di questa ambiguità, nel capitolo precedente, gli esempii, e insegnandosi dal Maestro non si poter trattare degl'indivisibili allo stesso modo che delle quantità finite, com'era possibile che allignasse nella sua scuola il Calcolo infinitesimale o qualcuna delle sue più feconde applicazioni? Se i moti iniziali infatti, o i primi istanti di tempo in un grave sostenuto a un braccio di leva o più lungo o più corto, son, come si conclude per la dottrina di Galileo, tutti egualmente disposti, per non ci essere un infinito o un infinitesimo maggiore o minore di un altro; com'era possibile confermare le leggi statiche col principio delle velocità virtuali? Ne sarebbe conseguito l'assurdo che un peso nella Libbra, a qualunque distanza dal sostegno serbasse sempre eguale momento.

Questi ragionamenti incominciati nella mente del Nardi s'ebbero poi a fare anche dal Torricelli e dal Viviani, i quali presero risoluzione di bandire addirittura dalla Statica il principio delle velocità virtuali. Il primo dei due commemorati Geometri infatti, proponendosi di dimostrar che due gravi posati sopra due varie obliquità di piani della medesima altezza, se sono omologamente proporzionali alle lunghezze di quegli stessi piani, hanno i momenti eguali, causò d'imitar Galileo (il quale in occasione di dimostrare un suo principio supposto aveva allora allora trovata la proporzione medesima di que' momenti col principio delle velocità virtuali) per attenersi più sicuramente a un principio affatto diverso, concludendo l'equilibrio fra i detti corpi costituiti sopra varie declività dal dimostrar che nuovamente faceva « centrum commune gravitatis eorum descendere non posse, sed in eadem semper horizontali linea, quantumlibet gravia moveantur, reperiri » (Oper. geom., Pars I cit., pag. 100).

Il Viviani poi dà del notabile fatto esempii più positivi. Nel tomo IV, parte V de' manoscritti di Galileo, son raccolte insieme e cucite alla rinfusa fettucce e frustuli di carte, nelle quali riconoscono facilmente gli esperti il carattere calligrafico, giovanile, dello stesso Viviani. Vi son notati pensieri di vario soggetto scientifico, che il diligente discepolo scriveva in fretta, come gli venivano alla memoria, e secondo ch'egli stesso diceva *ad mentem Galilei*. Nella prima faccia del foglio 26, in mezzo ad altre notarelle del più svariato argomento, alcune delle quali assai curiose, si legge: « L'impeto che ha un grave nel voler discendere è tanto, quanto è forza che basti per sostenerlo. » Ma passando poi di qui al foglio 39 la nostra attenzione è rivolta a leggere con qualche maraviglia quest'altra nota: « Pensare se è vero che per ritenere un peso serva tanta forza, quanta ne fa quello per scendere: come si farà per rimanerne sicuri? »

La prima importante notizia che di qui ricava il lettore sarebbe che Ga-

lileo stesso fosse entrato in sospetto della verità del principio statico da lui professato. Anzi, quando s'avesse a credere che fossero tutte queste note veramente scritte dal Viviani *ad mentem Galilei*, verrebbe quella prima irresoluta notizia a confermarsi nella certezza, giacchè quivi stesso, a tergo del foglio 41, leggesi un frammento di Dialogo dove, mettendosi dal Sagredo in dubbio il principio delle velocità virtuali, per esser duro ad apprendere come una cosa che non è ancora possa produrre un effetto presente, il Salviati, ossia Galileo così risponde: « V. S. ha molto ben ragione di dubitare ed io ancora, non restando ben sodisfatto di simile discorso, trovai di quietarmi per un altro verso molto semplice e speditivo. »

Questo modo più semplice e speditivo, che il Salviati passa a proporre, in sostituzion di quello delle velocità virtuali, sembra essere stato suggerito da ciò che, nella Parafrasi ai due libri archimedei *De aequiponderantibus*, dice così proemiando Guidubaldo del Monte: « Sint duo pondera A, B in aliquo vecte, A maius, B minus quorum simul ita in vecte dispositorum sit centrum gravitatis C. Sit autem sub vecte inter C, A fulcimentum in D, et quoniam pondera A, B penes C gravitatis centrum inclinantur, tunc C deorsum naturaliter movebitur ac per consequens pondus quoque B movebitur » (Pisauri 1588, pag. 2). La dimostrazione fatta nel frammento di dialogo dal Salviati è fondata sui fatti statici descritti in queste parole di Guidubaldo.

Ma è egli veramente quel frammento di dialogo fra il Sagredo e il Salviati scritto secondo l'intenzione di Galileo? La nota autografa apposta in margine dal Viviani *di questo ho l'originale* farebbe anzi credere che Galileo stesso avesse di sua propria mano distesa l'interlocuzione, e che il Viviani non avesse fatto altro che copiarla. Anche noi, avendo creduto da principio che le cose stessero propriamente così, come ci si rappresentavano, asserimmo nel Discorso preliminare a questa Storia che Galileo aveva intenzione di riformare il dialogo delle Due nuove scienze, per sostituirvi un altro principio statico diverso da quello delle velocità virtuali, ma poi, svolgendo le carte propriamente appartenenti allo zelante discepolo, scoprimmo che quella sostituzione aveva inteso di farla egli di suo proprio moto, e non per copia avutane o per desiderio espressogli dal Maestro. Il seguente documento, che noi trascriviamo qui nella sua integrità, mette in chiaro le cose nei loro più minuti particolari.

« Trovandomi un giorno, scrive di sua propria mano il Viviani, a ragionamento di varie materie con un tal Simplicio patrizio anconitano, passò questi ad interrogarmi sopra il seguente dubbio meccanico, il quale per meglio esplicare rappresenterò con alquanto di figura nel modo appresso: Sia sostenuta nel punto C (fig. 66) la Libbra di braccia disuguali, AC maggiore, CB minore:

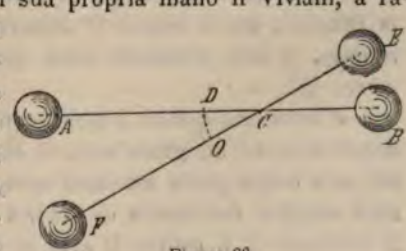


Figura 66.

cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell'estremità due pesi eguali A, B, la Libbra non resti in quiete o in equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore trasferendosi come in EF. »

« La ragione, che comunemente se ne assegna, è perchè la velocità del peso A nello scendere sarebbe maggiore della velocità del peso B, per esser la distanza CA maggiore della distanza CB, onde il mobile A, eguale quanto al peso al B, lo supera quanto al momento della velocità, e però gli prevale e scende sollevando l'altro. »

« Qui dubitasi circa il valore di tal ragione, la quale par che non abbia forza di concludere, perchè è ben vero che il momento di un grave s'accresce congiunto con velocità sopra il momento d'un grave eguale, che sia costituito in quiete, ma che, posti ambedue in quiete, cioè dove non sia neppur moto, non che velocità maggiore di un'altra, quella maggioranza, che ancora non è ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, sentendovisi veramente difficoltà notabile. »

« A così fatta istanza sovvennemi di subito rispondere, alla presenza ancora di amico caro, che fu il signor Cosimo Galilei, il quale io adduco in testimonio, in ogni caso che il Signor patrizio, scordandosi aver ricevuto da me tal risposta e credendosela propria, in qualche occasione se ne vestisse; che con molto apparente ragione S. S. Ecc.ma dubitava, non restando ancor io ben sodisfatto di tal discorso, ma che io credevo ben di poter quietarlo, con una ragione potissima, semplicissima e spedita, senza supporre altro che la prima e comunissima notizia meccanica, cioè che tutte le cose gravi vanno all'ingiù in tutte le maniere che gli vien permesso, e che quando possono scendere, benchè per minimo spazio, sempre se ne ingegnano. Per esempio, quando nella suddetta libbra AB si pongono due pesi eguali, se questa si lascerà andare liberamente, fin che non trovi intoppo, se ne calerà al centro comune delle cose gravi, mantenendo sempre il centro della sua gravità, che è il punto di mezzo D, nella retta che da esso và al centro universale, poichè un grave in tanto si muove e scende naturalmente, in quanto il suo centro di gravità può acquistare e scendere verso il centro comune. Ma se in questo moto della Libbra si opporrà un intoppo sotto il centro D, il moto si fermerà, restando la Libbra co' suoi pesi in equilibrio, non potendo il loro centro di gravità comune D calare a basso. Ma se l'intoppo si metterà fuori del centro D, come sarebbe in C, tale intoppo non fermerà la Bilancia, ma il centro D devierà dalla perpendicolare, per la quale camminava, e così scenderà come gli è permesso dal sostegno C, cioè per l'arco DO. »

« Insomma questa Libbra con i due pesi eguali nell'estremità è un corpo solo, ed un grave solo, il cui centro di gravità è il punto D, e questo solo corpo grave scenderà sempre quando e quanto potrà, e la sua scesa sarà regolata dal centro di gravità suo proprio, e quando se gli sottopone il sostegno C, il centro D cala in O, seguitando anche di moversi fino al

perpendicolo, sicchè quello che scende è tutto il corpo aggregato e composto della Libbra e suoi pesi. »

« La risposta adunque propria ed adeguata all' interrogazione perchè inclini la Libbra sospesa fuori del centro, è perchè, come quella che è una sola macchina, trovandosi qualche poco in libertà, scende e si avvicina quanto più può al centro comune di tutti i gravi, essendo massima indubitabile che, qualunque volta una macchina di uno o più gravi abbia il suo comun centro di gravità costituito in luogo, che possa per qualche parte, benchè minimo, far qualche acquisto verso il comun centro dei gravi, cioè della Terra; sempre si muova e discenda. E quando tal centro col muoversi non possa subito far qualche acquisto *deorsum*, se ne stia infallibilmente in una perpetua quiete. » (MSS, Gal. Dis., T. CXXXV, fol. 8, 9).

Ora, nel citato volume manoscritto di Galileo, trovandosi messo in forma di dialogo questo medesimo discorso, illustrato da eguale figura e con le stesse stessissime lettere di richiamo, s' ha scoperto l' inganno da quella mano propria che l' aveva tessuto. Quel giocar poi con la finzione e addimesticarsi con la menzogna, che non troverebbe in giudici severi così facile scusa, è la più giusta misura da estimar quanto fosse nel Viviani lo zelo di salvar l' onore e la gloria del suo adorato Maestro. Avrebbe voluto che fosse sotto il solo nome di lui raccolta tutta intera la scienza, la quale, per esser senza mende, fosse andata esente da qualunque censura. I manoscritti rivelano nello sviscerato Discepolo queste intenzioni, delle quali si farà a suo tempo disamina più diligente contentandoci per ora di quel frammento di dialogo, in cui poco fa c' incontrammo.

Conosceva il Viviani che qualunque dottrina avesse avuto per fondamento il principio delle quantità infinitamente piccole era in Galileo una contradizione, la quale più che altrove appariva manifesta colà, dove ne' dialoghi delle Due nuove scienze trattavasi di applicare agli equiponderanti il principio delle velocità virtuali. Finse perciò il Viviani che l' Autore avesse per sè medesimo pensato di riformare il dialogo, a quel modo ch' esibivasi dalla supposta copia, coll' intenzion d' inserirla a suo luogo nella prima ristampa. L' essersi messo intorno a ciò con tanto ardore, da non curare il pericolo certissimo di trovarsi convinto di menzogna, sarebbe fra gli altri uno de' più chiari segni che il Viviani partecipava con le idee del Nardi e del Torricelli, che fossero cioè da repudiar nella Statica le velocità virtuali, essendo il principio matematico infinitesimale, in ch' elle trovavano sicurezza, a que' tempi, immaturi a comprendere l' importanza della Geometria del Cavalieri; ambiguamente esposto da chi non l' avesse, come Galileo, apertamente negato.

E qui, presso a chiudere questo cenno di storia, la quale risale al Tartaglia, al Nemorario, e anzi molto più su, non possiamo non rammemorare ai Lettori, perchè riconoscano quanto sia alieno dal vero, il giudizio che, per essere pronunziato da un celebre Autore, fu ripetuto e tuttavia si ripete da molti. Il Lagrange dunque, dop' avere accennato a quelle velocità,

che danno virtù di moto, e sul principio delle quali si stabilì quel suo insigne analitico Libro, immediatamente soggiunge: « Pour peu qu'on examine les conditions de l'equilibre dans le levier et dans les autres machines, il est facile de reconnoître la verité de ce principe: cependant il ne paroît pas que les Geometres qui ont précédé Galilée, en aient eu connoissance, et je crois pouvoir en attribuer la decouverte à cet Auteur » (Mechan. analit. cit., pag. 8).

II.

Galileo per verità non fece mai cenno di credersi o di volersi far credere Autore della scoperta, la quale egli anzi francamente, come vedemmo, attribuisce ad Aristotile. In ogni modo però tanto *dans son traite* Della scienza meccanica, quanto *dans ses dialogues sur le mouvement,* citati dallo stesso Lagrange, le velocità virtuali non hanno se non che una parte secondaria, e s' adducono per una certa *congruenza e probabilità, dalla quale può essere ragionevolmente confermata* (Alb. XI, 95) la legge delle equiponderanze, già dall' Autore ivi dimostrata secondo il metodo di Archimede. Galileo dunque, così in principio della *Scienza meccanica,* come nel II dialogo Delle due nuove scienze, pone per principale fondamento alla statica il teorema VI *De aequiponderantibus:* « Commensurabiles magnitudines ex distantiis reciprocis, eamdem rationem habentibus quam pondera, aequiponderant » (Opera cit., pag. 165). Gli si dovrebbe intorno a ciò confermare il merito di aver resa più semplice e più generale la dimostrazione archimedea, se non fosse stato prevenuto dallo Stevino, di cui quella dello stesso Galileo è una imitazione perfetta.

Il Matematico di Bruges, nel suo libro *Des elemens de Statique,* pubblicato verso la fine del secolo XVI, dimostra in due varii modi, corrispondenti ai teoremi VI e VII di Archimede, questa sua prima e fondamentale proposizione: « De deux pesanteurs equilibres la plus pesante a telle raison a la plus legere, comme le long rayon au cort » (Ouvres mathematique, Leyde 1634, pag. 436).

Incomincia dal primo modo, che suppone i due gravi commensurabili, e invece di suppor, come fa Archimede, una linea imponderabile uniformemente gravata di pesi eguali, immagina che sia da equilibrare un solido ponderoso omogeneo e uniforme, come un prisma per esempio o un cilindro. Sia dunque ABCD (fig. 67) questo cilindro, che si suppone essere di sei libbre, uniformemente compartite per i piani EF, GH, IK, LM, NO condotti paralleli alla base, e secanti l' asse PQ ne' punti R,

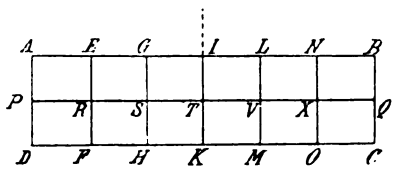


Figura 67.

S, T, V, X. Si prenda AM per il peso maggiore, che ha da equiponderare all' altro minore LC. È chiaro ch' essendo X il centro di gravità di questo, e S il centro di gravità di quello, si potranno i due pesi riguardar come bilanciati agli estremi della linea SX sostenuta in T, centro di gravità di tutto il solido, cosicchè sia TX il maggior braccio di tal Bilancia, e TS il minore.

Ora, prosegue a dir lo Stevino, « il faut demonstrer que la pesanteur majeure LD est a la moindre LC comme le long rayon TX au plus court TS » ciò che si fa dall' Autore in assai facile modo, perchè i due cilindri LD, LC, avendo basi eguali, stanno come le altezze PV, VQ, le quali stanno come 4 : 2. Ma anche TX sta a ST come due sta ad uno, ossia come 4 : 2, dunque LD : LC = TX : ST.

Se poi si vuol dividere il cilindro equilibrato in due parti incommensurate e incommensurabili, la conclusione è la medesima, come passa a dimostrar lo Stevino nel suo secondo esempio, supponendo ch' esso cilindro, rappresentato in AC (fig. 68), sia dal piano EF, parallelo alla base AD, segato in due porzioni qualunque AF, EC. Sia poi condotto l' asse GH : nei punti M, metà dello stesso GH, K metà di GI, L metà di IH saranno costituiti i centri di gravità del solido intero e della maggiore e della minor parte di lui. Poste le quali cose « il faut demonstrer que comme le corps ou pesanteur (les quels sont icy de mesme à cause de leur proportion, car comme le corps EFDA au corps EFCB ainsi la pesanteur de celuy-la a celuy-cy, d'autant que la colomne est de tout costé de pesanteur uniforme) de EFDA a EFCB, ainsi le long rayon ML au plus court MK » (ivi, pag. 437): e ciò fa l' Autore in tre articoli, che si possono compilare nel modo seguente.

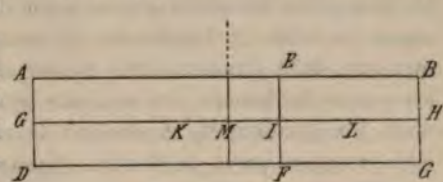


Figura 68.

Avendo i due cilindri le basi eguali saranno proporzionali alle altezze o alle loro metà, per cui avremo AF : EC = KI : IL. Se ora a MH e a MG eguali s' aggiunga KM otterremo una nuova eguaglianza HK = MG + KM, dal primo termine della quale tolto GK, e dall' altro KI, essendo le quantità tolte eguali, eguali pure saranno le rimanenti, le quali facilmente si riducono a $\frac{IH}{2}$ = IL = KM : all' una e all' altra delle quali due ultime quantità eguali aggiungendo IM s' avrà ML = KI. Così preparate le cose, un passo solo conduce all' ultima conclusione, perchè l' eguaglianza AF : EC = KI : IL, sostituitovi ML a KI, e KM ad IL, si trasforma nell' altra AF : EC = ML : KM, come dovevasi dimostrare.

« On pourroit encor, soggiunge lo Stevino, repliquer que cesta demonstration tient lieu entre les corps de matiere uniforme, et qui font ensemble una colomne, pour a quoy subvenir s'ensuit la regle generale .... » (ivi) e passa a dimostrar che vale la medesima regola anco se i corpi son disformi,

sempre equilibrandosi anch'essi allora, che i loro pesi stanno reciprocamente alle lunghezze dei raggi.

Chi ora da questi elementi di Statica dello Stevino passa a leggere dimostrato, nella Scienza meccanica di Galileo « come pesi diseguali pesino egualmente sospesi da distanze diseguali, le quali abbiano contraria proporzione di quella, che essi pesi si ritrovano avere » (Alb. XI, 92) trova i medesimi modi, variati di sì leggere accidentalità, ch'è pur forza di confessare esser questa galileiana dimostrazione, come si diceva, perfettamente imitata da quella del Matematico olandese.

Nella seconda Giornata Delle due nuove scienze si pone per fondamento alle dimostrazioni delle resistenze dei solidi, e come principio noto « quello che nelle Meccaniche si dimostra tra le passioni del Vette, che noi chiamiamo Leva, cioè che nell'uso della Leva la forza alla resistenza ha la proporzion contraria di quella, che hanno le distanze tra il sostegno e le medesime forza e resistenza » (Alb. XIII, 112). Alla qual proposta del Salviati soggiungendo Simplicio essere stato dimostrato ciò da Aristotile, il Salviati stesso risponde: « Voglio che gli concediamo il primato nel tempo, ma nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli debba per grand'intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale, dimostrata da esso negli Equiponderanti, dipendono le ragioni, non solamente della Leva, ma della maggior parte degli altri strumenti meccanici.

Si conferma di qui quel che altrove si disse che cioè il principio aristotelico delle velocità virtuali era creduto da Galileo aver minore fermezza di quell'altro posto da Archimede negli Equiponderanti, e perciò, volendo quasi lemma ai suoi nuovi teoremi ridurre alla memoria la dimostrazione di quel principio archimedeo, lo fa, Galileo, in modo tanto simile a quello prima tenuto nella Scienza meccanica, che, nelle Opere, i Fiorentini editori di queste, rimandano i lettori ai principii della sopra detta Giornata seconda Del moto.

La fama acquistata dall'Autore fece credere a tutti essere stato egli il primo a metter mano nella dimostrazione degli Equiponderanti, rendendola assai più semplice, e comprendendo in una le due proposizioni archimedee. Ma l'intento principale di Galileo era quello di cessar certe difficoltà, che egli ebbe a sentir promosse contro a sè stesso, infin da quando s'esercitava da giovane intorno ai Baricentri, da coloro i quali « non tolleravano volentieri quel doppio modo di considerare le medesime grandezze in diverse Bilance » (Alb. VI, 2).

Rappresentandoci infatti nuovamente sott'occhio la figura LXVII e riguardando le linee AD, EF, GH, ecc., come pesanti, e ordinatamente disposte sulla lunghezza della linea PQ, la Bilancia sospesa in I si risolve da Archimede in altre due Bilance, l'una sospesa in G e l'altra in N, ed era ciò che mal si tollerava dai Fiorentini oppositori di Galileo.

Nelle nuove dimostrazioni il difetto si rendeva meno sensibile, ma pur rimaneva sempre, ond'è che non valsero le sollecitudini dello stesso Galileo

e dello Stevino a quietar lo spirito degl' intolleranti. Il Mariotte, per citarne uno de' più celebri, nella seconda parte del suo *Moto delle acque*, propone un principio statico generale da applicarsi al moto de' fluidi; principio che egli insomma riduce a quello delle velocità virtuali, dicendo che allora si equilibrano due corpi quando o urtandosi o movendosi l' uno in modo da far necessariamente movere anche l' altro le velocità stanno reciprocamente alle moli. « De-la, egli dice, on prouve facilement le principe de Mechanique qui a eté mal prouvé par Archimede, par Galilee et par plusieurs Auteurs, scavoir que lorsqu'en une Balance les poids sont reciproques à leurs distances du centre de la Balance, ils font equilibre » (Oeuvres, T. II, a la Haye 1740, pag. 357).

L' Huyghens più moderatamente si contentò di dire che, nella proposizione fondamentale della Meccanica, Archimede « tacite ponit quid de quo iure aliquo possumus dubitare » (Opera varia, Vol. I, Lugd. Batav., pag. 282), e giacchè anche a lui sembrava che nè lo Stevino nè Galileo non avessero tolto affatto il difetto, s' ingegnò di salvare il principato al teorema archimedeo, tenendo nel dimostrarlo altro modo. Chiede perciò ne sia concesso a lui, come all' Autore antico, due cose; la prima: che due pesi eguali, attaccati alle estremità di due braccia di leva eguali, si fanno equilibrio, e la seconda che la Bilancia di braccia diseguali cariche d' egual peso inclina dalla parte del braccio più lungo. A questi aggiunge l' Huyghens un terzo postulato ed è che, come fu concesso ad Archimede essere imponderabile la linea, così concedasi a lui essere imponderabile il piano, che fa il medesimo officio di sostenere i pesi per l' equilibrio.

Poi prepara l' Huyghens due lemmi di tanto facile dimostrazione, che il primo si riduce a un fatto, e il secondo non si potrebbe altrimenti dimostrare che dagli assurdi, che ne conseguono. È quella prima lemmatica proposizione dall' Autore così formulata: « Si super planum horizontale, quod imponitur lineae rectae quae id dividit in duas partes, applicetur pondus, vis quam illud pondus habebit ad deflectendum planum partem versus ad quam applicatur, erit maior quam si positum sit prope dictam lineam » (ibid., pag. 283). Il secondo poi di que' lemmi si pone dall' Autore stesso sotto la seguente forma: « Si planum horizontale oneratum plurimis ponderibus maneat in aequilibrio impositum lineae rectae quae id secat in duas partes, centrum gravitatis plani sic onerati erit in ipsa linea recta » (ibid., pag. 283, 84).

Di questo e dell' altro Lemma si serve l' Huyghens per dimostrar la proposizione sua principale, così formulata: « Duo gravia commensurabilia appensa ad extremitates brachiorum Librae erunt in aequilibrio, si brachia sint in ratione reciproca gravium » (ibid., pag. 284).

Sieno i due detti gravi conmmensurabili A e B (fig. 69), e sia con essi la Libbra CE talmente disposta, che il minor braccio CD abbia al suo maggiore DE quella proporzione medesima, che ha reciprocamente il maggior peso A a B suo minore: « dico Libram esse in aequilibrio appenso A ad extremum C, et B ad extremum E, si CE sustineatur in D. »

Nel piano orizzontale, per cui passa CE, si conducano ad essa CE, perpendicolari in C e in E, le due linee KM, LG, e presa EF = CD si conducano per i punti F, D le linee GK, ML che, facendo con la Libbra CE una mezza squadra, s' intersechino in N ad angolo retto.

Così fatto, se il peso A sta a B come per esempio 9 sta a 4, si distribuiscano ad ordinati intervalli le nove parti di A sulla linea KM, e le quattro parti di B sulla linea LG, e da ciascuna porzion de' pesi così distribuiti si conducano sulla LM altrettante linee perpendicolari. Si dimostra facilmente che i pesi dell' una parte si equilibrano con quelli dell' altra intorno alla linea LM, sopra la quale si dee trovar pure il comun centro di gravità per le cose già dimostrate nel II lemma. « Sed centrum gravitatis etiam est in linea CE, quoniam evidens est planum etiam futurum in aequilibrio si in hac linea sustineatur. Erit ergo centrum gravitatis punctum commune illis duabus lineis LM, et CE, scilicet punctum D, in quo, si planum sustineatur, manet in aequilibrio. Patet ergo veritas theorematis » (ibid., pag. 286).

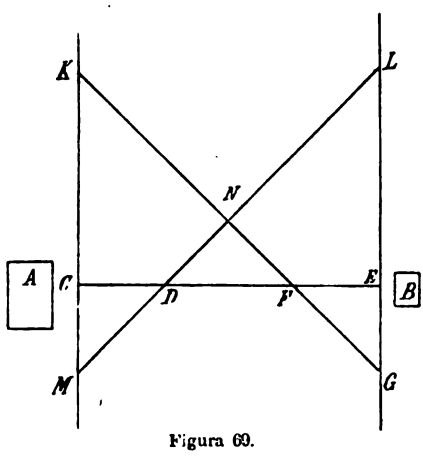


Figura 69.

La dimostrazione ugeniana, benchè così elaborata, è nonostante meno comprensiva di quella dello Stevino, non essendo applicabile se non che alle quantità commensurabili, e pur qui come là è qualche cosa che gli schifiltosi non saprebbero tollerare. Un altro Matematico non men valoroso dell' Huyghens si volle perciò provare se forse gli riusciva di contentarli, affidandosi alla maravigliosa efficacia, allora allora incominciatasi a sperimentare, del principio della composizion delle forze. Il Newton dunque nel I libro Dei principii matematici propose della legge degli Equiponderanti una nuova dimostrazione che, ridotta alla sua maggiore semplicità, procede nel modo seguente.

Sia OK (fig. 70) il minore, o OL il maggior braccio della Bilancia KL, dagli estremi L, K della quale pendano i pesi P ed A. Fatto centro in O, e con un raggio eguale ad OL, si descriva un cerchio, che tagli il filo KA nel punto D, da cui conducasi a DO la linea DC perpendicolare. Presa per misura del peso A la lunghezza della linea DC, si decomponga con

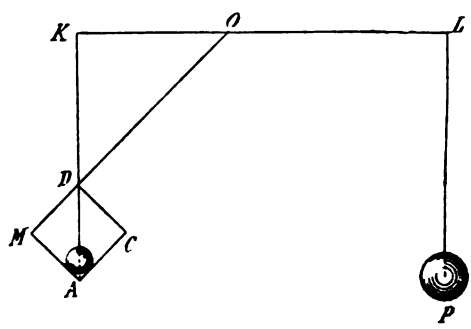


Figura 70.

la regola del parallelogrammo la forza rappresentata da essa DC nelle due forze DM, DC, quella rintuzzata dalla resistenza del centro O, e questa unica rimasta nella sua libera azione. I triangoli simili DAC, OKD danno AD : DC = OD : OK, e perciò $DC = \frac{AD \times OK}{OD}$. Ma considerando che DC trae in direzione perpendicolare al braccio di leva OD, eguale per costruzione al braccio OL, è certo che fa forza come se fosse un peso applicato in L nella direzione del filo LP, e non potrà perciò stabilirsi la macchina in equilibrio, se non a patto che sia P = DC. Ponendo perciò nel valore di essa DC superiormente determinato, A invece di AD e OL invece di OD, avremo $P = \frac{A \times OK}{OL}$ ossia A : P = OL : OK. « Pondera igitur A et P, ne conclude il Newton, quae sunt reciproce ut radii in directum positi OK et OL, idem pollebunt, et sic consistent in aequilibrio, quae est proprietas notissima Librae, Vectis et Axis in peritrochio » (Princ. mathem., T. I, Genevae 1739, pag. 28).

Si oppose anche a questa neutoniana proposizione che il dimostrar l'equilibrio nella leva diritta, col ridurla a torta ed incurva, non sembrava modo da doversi con facilità tollerare. Ma il Newton insomma usciva, così, in pubblico uno de' primi e il più autorevole di tutti nell'applicare alla Statica i principii della *Meccanica nuova,* de' quali facendo quell'uso, che poi videsi così largamente fare al Varignon, si poteva per essi dimostrar la ragion delle equiponderanze in modo, che anche gl'intolleranti vi s'avessero finalmente a quietare.

Riducendosi infatti sull'esempio del Newton i pesi a forze rappresentate da linee, abbiasi la Bilancia AB (fig. 71), nella quale sia AG il braccio minore, e GB il maggiore, tirato questo in giù dalla forza BQ, come quello è tirato dalla forza AP, ambedue fra sè parallele, come son parallele fra loro le direzioni dei liberi pesi archimedei. Applicate ai punti A, B, nella direzione di AB, due forze AM, BN eguali e contrarie e nei parallelogrammi MP, NQ, già costruiti, condotte le diagonali XA, YB, che prolungate s'incontrino in S, da cui si conduca SG parallela ad AP, dimostrarono assai facilmente i novelli Meccanici successeri del Newton che questa stessa linea SG rappresenta una forza equipollente alle due AP, BQ in reciproca ragion delle quali stanno le braccia BG, GA della Bilancia AB, nel punto G intersegata. Se dunque SG tira in direzione contraria alle due BQ, AP il sistema permarrà in equilibrio, e perciò essendo P, Q, due pesi pendoli dai fili AP, BQ, secondo il metodo archimedeo, la Bilancia stessa rimarrà per le medesime ragioni equilibrata, se

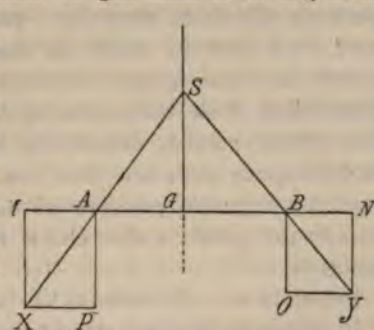


Figura 70.

nel punto G, distante da A e da B reciprocamente come i pesi ivi applicati, consiste il suo proprio sostegno.

Nella composizione dunque e nella risoluzione delle forze parallele si giudicò che avesse finalmente la teoria degli Equiponderanti ritrovata la sua più precisa dimostrazione, e le antiche difficoltà sommosse contro i seguaci di Archimede ebbero a risiedere, come risiede colui che furiosamente era insorto contro una persona al primo riconoscerla ch' ei fa sott' abito trasformato. Si voleva dire cioè che il teorema VI *De aequiponderantibus* è dimostrato da Archimede col principio della composizione e della risoluzione delle forze parallele, ond' è che i Matematici fiorentini oppositori di Galileo durarono nelle opposizioni infin tanto che, sotto il seducente abito nuovo, non riconobbero ascondersi la persona stessa del venerando Siracusano. I pesi infatti per lui son qualità astratte dalla più vile materia; sono insomma forze geometricamente commensurabili, che agiscono insieme parallele. La linea dunque GH, alla quale consideriamo ridotto il solido AC nella figura LXVIII, è sollecitata da tante forze eguali e parallele quanti sono in essa punti materiali, e saranno perciò dette forze in numero proporzionale alla lunghezza di lei. La resultante poi c' insegnano i Meccanici novelli essere equipollente alla somma di tutte le componenti (alle quali riesce parallela) applicata in M giusto mezzo della linea GH. Se sia dunque essa GH sospesa in M per un filo rimarrà in equilibrio, e in così fatto discorso, chi ben considera, si trasforma la prima petizion di Archimede: *aequalia pondera ab aequalibus distantiis aequiponderare.*

Avrebbero preteso alcuni che il postulato s' avesse a dimostrare, ma qual dimostrazione, di grazia, ne hanno fatta i moderni? Supponiamo che nella rappresentata figura LXXI, AP e AQ siano eguali, e che il punto G torni nel giusto mezzo della Bilancia AB equilibrata dalla forza SG eguale e contraria alle dette altre due: qual ragione rendono i moderni dell' equilibrio? Null' altra da quella in fuori suggerita a tutti dal senso comune, che cioè due forze eguali e contrarie si elidono a vicenda. Ora questo, che è il postulato della Meccanica moderna, è il postulato altresì della Meccanica antica, perchè, dando alla Bilancia forma di una carrucola, per la gola della quale passi una fune con due pesi eguali penduli ai capi; è manifesto che *aequalia pondera ab aequalibus distantiis aequiponderare* val precisamente quanto a dire che si fanno insieme equilibrio due forze eguali e contrarie.

Passando ora al teorema VI Degli equiponderanti, soggetto a tante e così lunghe contradizioni, sieno trasformati i pesi in forze parallele, e si vedrà facilmente, come si diceva, che il metodo di Archimede è quel medesimo tenuto da' Moderni nel risolvere e ricomporre insieme più forze parallele. Ritorniamo indietro anche un' altra volta sulla figura LXVIII, e la linea GH equilibrata in M suppongasi divisa in due differenti parti ponderose GI, IH sollecitate da tante forze parallele quanti punti materiali si comprendono in ciascuna di esse. La resultante della forza GI, eguale alla loro

somma e ad esse parallela, è applicata in K, com'è applicata in L la resultante delle forze IH. Se poi anche tali due forze così resultate si compongano con la medesima regola, tutte le potenze sollecitatrici si riducono a una sola applicata in M, punto distante da K e da L reciprocamente alle forze applicate in L e in K. Questo processo dunque è identico a quello dello Stevino e di Galileo, e come senza difetto s'approva ora dai moderni, così dovevasi allora passare agli antichi senza difetto.

Anche la Baricentrica tutta è stabilita da Archimede sul principio della composizion delle forze parallele, com'è per sè manifesto nel circolo, nel rettangolo e in tutte le altre figure, nelle quali il centro della gravità è quel medesimo del centro della grandezza, e com'è facile altresì riscontrar nel triangolo e nelle varie superficie, che ne dipendono. Nel triangolo ABC per esempio (figura LXIII addietro) le infinite linee ponderose parallele alla base possono rappresentarsi da altrettante forze applicate al mezzo di ciascuna linea, e proporzionali alla lunghezza di lei, cosicchè la composizion di tutte queste forze, dalle quali nasce la gravità del triangolo, ci darà una resultante unica applicata a un punto della bissettrice, che sia dal vertice A distante per due terzi. È apertissimo dunque che si riducono allo stesso la invenzion del baricentrico nella superfice triangolare, e la invenzion del centro delle forze parallele, che la sollecitano tutte insieme per farla o ponderar sul sostegno o libera cadere.

L'identità de' due metodi, come si riscontra nelle superficie, così è facile riscontrarla ne' solidi da quelle stesse superfice compaginati, ond'è che la Meccanica antica troverebbe nella moderna la sua più stabile conferma e la sua più sicura difesa, quando fosse vero però che venissero i pesi ben rappresentati da forze tutte in direzioni fra loro parallele. Le platoniche astrattezze archimedee furono da tutti i Matematici concordemente approvate e imitate nelle loro meccaniche dimostrazioni, infintantochè, incominciatasi sulla fine del secolo XVI a instaurare la nuova scienza, non si pensò che non eran da tenere oramai più lungamente chiuse le orecchie alle voci di colui, che si sentiva per amor del vero doversi riconoscere di quella stessa scienza primo Autore, il quale aveva sentenziato nelle sue *Questioni* essere da educar la Meccanica con matematiche contemplazioni, non disgiunte dalle questioni naturali. Volendosi perciò da' Meccanici moderni celebrar tra la Fisica e la Geometria il connubio secondo il prescritto antichissimo rito, conobbero che, tendendo i gravi al centro della Terra a cui sono uniti, non potevano le loro direzioni esser parallele ma convergenti.

Così essendo, i presidii, che si diceva aver ritrovati nella moderna l'antica scienza archimedea, vennero improvvisamente a mancarle, e s'ebbe essa stessa a veder trasformata in altra ne' suoi fondamentali teoremi e ne' suoi corollarii immediati. Come fosse tentata e divisata una tale trasformazione è ciò che noi vogliamo brevemente narrare ai lettori sui documenti, che son potuti venire alla nostra notizia.

Ne' primi giorni del Novembre dell'anno 1635, Giovanni di Beaugrand,

gentiluomo francese e studiosissimo delle Matematiche, viaggiando in Italia si diresse a Firenze con la principale intenzione di conoscere di persona il famosissimo Galileo, e di trattenersi qualche ora in ragionamento con lui. Salito infatti ad Arcetri disse, per dar qualche saggio de' suoi studii, eh' egli avea tempo fa dimostrata una proposizione affatto nuova, che cioè i gravi mutan peso, scemandolo quanto più si avvicinano al centro della Terra. Rimase Galileo sorpreso da questa notizia e mostrò vivissimo desiderio di veder come si potesse dimostrare una proposizione tanto straordinaria. Il Beaugrand, sceso in Firenze, scrisse di città una lettera, in data del dì 3 Novembre sopraddetto, la quale terminava con queste parole: « Le mando il compendio della dimostrazione, ch' io ho fatta qualche tempo fa delle proporzioni delle varie gravità d' un corpo grave secondo i suoi varii intervalli dal centro della Terra, di che parlassimo insieme nella mia ultima visita, e che mi mostrò aggradire di vederla. Sarò contentissimo che passi per il suo esame, al quale la sottometto » (Alb. X, 120).

Non ci è rimasto documento nè dell' esposto processo dimostrativo nè del giudizio, che ne fu dato: questo solo si sa che, passando il Beaugrand a Roma, Galileo scrisse raccomandandolo con gran lodi al padre Benedetto Castelli. Rimase il Castelli innamorato degli amabilissimi modi del Gentiluomo, e quanto ai discorsi, con lui tenuti in soggetto matematico, così ne scriveva il dì 30 dello stesso mese in una lettera a Galileo: « Ieri poi il congresso secondo fu lunghissimo, ed avessimo ragionamento di diverse materie. Mi raccontò diversi titoli di trattati che ha fra le mani, e in particolare mi disse che trattava delle meccaniche e de' centri di gravità, e che, dove da' passati scrittori erano considerati i pesi come discendenti paralleli, che lui li maneggiava come concorrenti nel centro della Terra, come realmente sono » (ivi, pag. 124).

Prosegue a dire il Castelli a Galileo essergli sembrata quella una sottilissima speculazione, e come ripensandoci sopra fosse rimasto confuso dalla conseguenza che sarebbe scesa necessariamente da quei principii. Tanto si sentì la mente ripiena delle nuove idee che, poco essendo una lettera scritta, se ne sfogò con l' amico e discepolo suo Antonio Nardi, ne' ragionamenti col quale espose il teorema del Beaugrand e i corollari ch' egli stesso vedeva ne sarebbero conseguiti. Ben conobbe il Nardi che, ammettendosi le direzioni dei pesi non parallele ma convergenti, mentre s' allargava il campo alla Meccanica nuova, veniva ad esser l' antica ne' suoi fondamentali principii modificata, e pensava come potesse ciò farsi, distendendo così, come si leggono nella VI Scena accademica, i suoi pensieri.

« Nel principio dei superficiali equilibrii suppone Archimede che pesi eguali da distanze eguali pesino egualmente, ma non così da diseguali. Dimandasi tal principio concedere senz' altra prova, come che il comun giudizio e l' esperienza lo manifesti, almeno nell' equidistanza della Libbra dal piano orizzontale. Ma chiunque sapesse che la dimostrazione sua pende immediatamente da un altro più universale principio, che cioè i gravi tendono

al centro loro, saprebbe anco più chiaramente le conclusioni, che da quello rampollano. »

« I gravi dunque tendere al centro è principio indubitabile per il senso, ed anco per la ragione, poichè a comporre una naturale sfera o un mondano corpo, qual'è la Terra, par necessario che ad un punto le parti sue cospirino, e per il contrario vediamo che, mentre disciorre una tal composizione si deva, tutte le parti del composto dal comun centro di essa composizione si allontanano, come nel fuoco, cioè nelle materie quali perfettamente risolvonsi, appare. Quando dunque un particolar corpo arda e disciolgasi avviene che le parti sue, dal comune loro centro allargandosi, acquistino, insieme con la rarità, leggerezza, e per trovarsi in un mezzo più di loro denso sono premute all'insù, onde proprietà del fuoco giudicasi l'andare in alto, benchè ciò da straniera cagione gli avvenga, poichè il proprio suo è di distendersi per ogni banda. Ma forse anco da straniera, oltre alla propria cagione, avviene il tendere ad un comun centro le cose gravi, di che per ora non occorre trattare. »

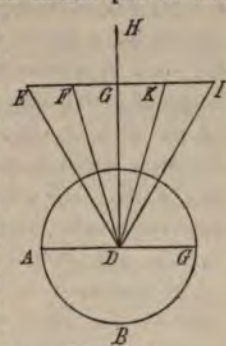


Figura 72.

« In quel cambio suppongasi il globo ABC (fig. 72) rappresentare il Globo terrestre, il cui centro D, e il diametro AC. Prendasi fuori del globo qualsivoglia punto H, onde scenda la perpendicolare HD in AC, e parallela ad AC intendasi EGI, che in G tagli DH. Di nuovo siano EGI le braccia eguali di una Bilancia: il sostegno sia H, sicchè G sia il centro dei momenti delle braccia, onde in H si rifletta il peso composto della Bilancia. »

« Basti ora sapere al Meccanico risedere nel punto D o là almeno tendere una virtù, che a sè rapisca la linea EGI, naturale o matematica che quella fingiamo, di maniera che, se ritenuta ella non fosse, s'unirebbe il punto suo G col punto D. E se li punti, che compongono al modo loro EGI, non fossero fortemente congiunti, ne seguirebbe che ciascuno di loro a dirittura si tirasse al centro, di maniera che al punto G toccherebbe il luogo D, e di mano in mano i più prossimi a G otterrebbero i luoghi più prossimi a D intorno a cui s'unirebbero. »

« Immaginiamoci dunque dal punto D partirsi le linee DE, DI, e così altre di mezzo, infinite, in EG, GI, e saranno eguali e similmente ritireranno i punti E, I verso il centro D, e lo stesso s'intenderà delle altre tutte in EG, GI, sicchè niuna di esse braccia prevaleria all'altra, poichè scambievolmente si rintuzzano i loro momenti. »

« Ma se da EG si tagli la EF, eguale ad FG, avverrà che, essendo FG minore il doppio di GI e così similmente minori le linee, che dal centro in lei terminano; cioè essendo il triangolo GDF la metà del triangolo GDI, sarà ancora il momento di quello minore il doppio del momento di questo, e perciò l'estremità I sarà tirata nel punto, in sè mobile, G verso il centro, sino a che arrivi alla linea della direzione HGD, ov'è il più vicin luogo che

possa il punto I ottener verso D, e così per il contrario verrà in alto respinta la FE. »

« Immaginiamoci dunque che la EG sia composta di diseguale spessezza di punti, di maniera che per esempio FG, la quale si pone la metà di EG, sia il doppio più densa di FE. Adunque nel caso nostro il doppio più linee o atti lineari al centro ritireranno FG, che non ritireranno GK, eguale e contrapposta a FG. Adunque di nuovo tutto il momento composto di EDG sarà sesquialtero del momento di GDI, e quindi il punto E si abbasserà, e l'altro si alzerà. Ma perchè il triangolo EDF è eguale all'altro, simile e similmente in GI, qual sia KDI, avverrà che, se tagliamo la parte FE e resti FG, si compensino i momenti, perchè EF pesa una parte di quelle di che GI o EG è due. Perciò, quando sia come la distanza GI alla distanza GF, così il momento GE al momento GI, si farà l'equilibrio. E perchè, come la distanza GI alla distanza GF, così puossi fare in infinito una distanza GI ad un'altra in GF; quindi, se dalle suddette distanze pendano come da fondamento simili pesi, o se in esse si sospendano similmente gli stessi triangoli FDE, IDG resteranno come prima compensati i momenti, poichè i pesi reciprochi informano le distanze proporzionalmente. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 853-56).

Come tutte le sue speculazioni così anche questa il Nardi comunicò al Torricelli, il quale ebbe a concluderne che « quando noi ammettiamo che i pesi nella Libbra abbiano inclinazione verso il centro della Terra, siccome naturalmente l'hanno, e non che le linee di detta inclinazione ne' pesi siano parallele fra loro, secondo che comunemente si suppone; ne seguirà che non ci sia Libbra orizzontale con braccia disuguali, e con pesi con reciproca proporzione della lunghezza delle braccia, sicchè detti pesi facciano equilibrio » (MSS. Gal. Disc., T. XL, c. 112 a t.)

Dimostra il Torricelli questa sua proposizione in due maniere, la prima delle quali consiste nel provare l'impossibilità del supposto che la Libbra stia orizzontale, « imperocchè sia, egli dice, primieramente la Libbra AB (fig. 73) ed in essa i punti A e B siano egualmente distanti dal centro della Terra E, al quale inclinano secondo le rette AE, BE. Facciasi BC a CA reciprocamente come il peso A al peso B, i quali pesi come ancora le braccia della Libbra si suppongono disuguali fra di loro ed il centro della Libbra sarà C. Dopo, si congiunga la ECD, la quale non può essere perpendicolare alla Libbra AB, perchè il triangolo isoscele AEB, sega la base AB in parti disuguali. Adunque posto che CD rappresenti la trutina, con la quale si sospende la Libbra dal suo centro, detta trutina deve direttamente guardare il centro della Terra E e non sarà la trutina perpendicolare alla Libbra, e in conseguenza la Libbra non è orizzontale. Il che ecc. » (ivi, c. 113).

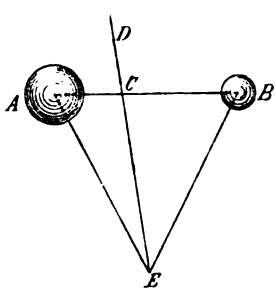


Figura 73.

Passando alla seconda maniera abbiasi la medesima Libbra AB (fig. 74) con pesi di differente gravità reciprocamente proporzionali alle braccia AC, BC, e l'uno posto a una distanza BE dal centro della Terra e l'altro a una distanza AE minore.

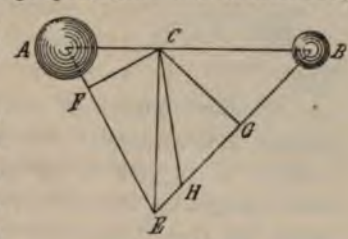


Figura 74.

« Dal centro C della Libbra si tirino, dice il Torricelli, le perpendicolari CF, CG alle linee delle inclinazioni dei pesi al centro della Terra, e si tagli BH eguale ad AE, e si giungano le CE, CH. Averà il triangolo CEB al triangolo CEA, cioè la base BC alla base CA, maggior proporzione che il triangolo CHB al medesimo triangolo CEA, cioè l'altezza CG all'altezza FG. »

« Si supponga inoltre un peso in B eguale al peso in A, e sarà il momento del peso maggiore in B al momento del peso minore, pure in B, come la mole alla mole, cioè come la mole del peso in A alla mole del peso minore in B, ovvero come BC a CA, per la costruzione. Ma il momento del medesimo peso maggiore in B al momento del suo eguale in A è come la perpendicolare CG alla perpendicolare CF, per le cose dichiarate da Giovan Batista de' Benedetti nelle sue *Speculazioni matematiche*, al trattato della Meccanica al Cap. III, ovvero IV; adunque ha maggior proporzione il momento del peso maggiore in B al momento del peso minore in B, che il medesimo momento del peso maggiore in B al momento del peso in A, e per conseguenza il momento del peso minore in B e il momento del peso in A non sono eguali e non fanno equilibrio, ma è maggiore il momento del peso in A e però si muterà la Libbra, il che si doveva provare. Onde resta provato che non ci sia Libbra di braccia ineguali, la quale stia orizzontalmente in equilibrio con i pesi, che abbiano reciproca proporzione con le braccia della medesima Libbra » (ivi, c. 113 a t.).

Queste meccaniche proposizioni son parti di un trattatello, che il Torricelli stesso preparava per risolvere finalmente un problema antico, e intorno a cui gli Autori, nel secolo XVI, avevano così lungamente e senza nulla concluderne disputato: il problema delle condizioni dell'equilibrio nelle Bilance o nella Libbra di braccia eguali. Alla questione, promossa già da Aristotile, presero fervorosa parte il Cardano, il Tartaglia e il Del Monte, che le parteciparono perciò la celebrità del loro nome, ond'è che, tra per questo e tra per la pratica importanza dello strumento così spesso invocato a geloso giudice del valor delle merci più preziose, non si vuol passar in silenzio nella Storia degli equiponderanti. Ma perchè la matematica soluzion del problema dipende in gran parte dalla teoria de' momenti, e dal più giusto modo di computarli, faremo di una tal teoria e delle applicazioni di lei a dimostrar la legge delle equiponderanze primo soggetto alla seguente parte del nostro discorso.

III.

Fu notato altrove da noi che la parola *momento* s' introdusse nel linguaggio meccanico dal Maurolico, consacrandola a significar propriamente lo sforzo di un peso *a spatio quopiam contra pendentis*. Si dee al Matematico messinese altresì la prima dimostrazione, condotta sui principii archimedei, che cioè stanno i momenti in ragion composta delle distanze e dei pesi. Se la ragion del primato però vuol concedersi quanto al linguaggio, non sarebbe da far lo stesso quanto all' assoluta sostanza della cosa significata, perchè il Nemorario, illustrando la Meccanica aristotelica, aveva già insegnato a computar quelli che si chiamaron momenti nei gravi posati sopra i loro sostegni, contro i quali fanno, secondo il sito, maggiore o minore lo sforzo computabile dal prodotto della mole per la quantità del discenso.

Nell' uno e nell' altro metodo il computo in conclusione torna allo stesso, ma in quello proseguito dal Nemorario si venivano a cansar certi difficili incontri, i quali dal Maurolico o non preveduti o non affrontati, condussero a naufragar tanti, che s' erano volentieri voluti imbarcar con lui. Volendo il diligente Raccoglitore de' Monumenti archimedei definir com' abbiasi a intendere l' equiponderar de' pesi dai loro sostegni nel compararne insieme i momenti; « gravia vero, egli dice, aeque pendere, sive aeque ponderare, dicuntur cum ab aliquo puncto appensa ita pendent, ut recta, quae gravitatum centra vel appensionum puncta coniungit, horizonti aequidistet. » (Monum. archim. cit., pag. 86).

Qui però si riguarda la leva nel caso più comune e particolare, in cui le due braccia di lei sieno disposte in linea retta, e le direzioni de' pesi o delle forze sieno ad esse braccia perpendicolari. Ma poniamo che le dette braccia sian curve o che facciano angolo fra loro: poniamo che, pur essendo rette, non sia alla loro rettitudine la direzione delle forze ortogonale: come si deve computare il momento in questi casi possibili e naturali, e in cui viene a mancar la regola insegnata dell' equidistanza dall' orizzonte della linea, che congiunge i centri di gravità de' pesi o i punti delle loro sospensioni? Il Maurolico non sa risolvere dalla mente i dubbi penosi, e perciò giova narrar da chi e come si diffondesse la benefica luce sopra questi incerti segnati sentieri.

Facendo per maggior chiarezza distinto questo passo storico in due parti, secondo che l' anomalia si riguarda nella leva o nella direzione della forza applicata, e incominciando dalla prima, diciamo che al difetto del Maurolico avrebbero ben saputo supplire i contemporanei o i predecessori che s' esercitarono in quel medesimo studio. Leonardo da Vinci, che oramai è uno dei più conosciuti, si propone a risolvere l' importante quesito nel vario sforzo

che fa, per mover la ruota, un medesimo peso attaccato in varii punti della circonferenza, e dice ch' essendo il detto peso ora attaccato per esempio in A (fig. 75), ora in B, condotte le perpendicolari AC, BD sopra la orizzontale ZQ, lo sforzo o il momento del peso in A sta allo sforzo o al momento del medesimo peso in B, come OC sta ad OD, ciò che nel potente linguaggio popolare del Nostro è così espresso: « La ruota essendo co' sua estremi egualmente distante al suo centro, tutti i pesi posti nella sua circonferenza faranno tale forza in essa, quale farebbero simili pesi posti sotto loro perpendicolare sopra la linea della egualità QZ » (Ravaisson-Mollien, Manuscr. N.° 2038 ital., Paris 1891, fol. 2 t.).

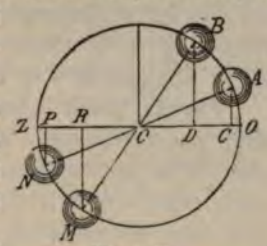


Figura 75.

Che il bel teorema non si rimanesse nella scienza di Leonardo chiuso e infecondo, ma che ne' contemporanei e ne' successori immediati fosse diffuso, ce lo attesta il Cardano, il quale nel suo I libro *De subtilitate* segue la medesima regola per computar, ne' varii punti della circonferenza, il momento vario di un peso, che si supponga attaccato a un raggio circonvolubile al centro. Sia questo centro B (fig. 76) e si supponga il peso ora collocato in C, ora in F, dai quali due punti sien condotte le CB, FP perpendicolari alla linea della direzione, ossia alla verticale AQ. Ne conclude il Cardano che il momento del peso in C è tanto maggiore del momento del medesimo peso in F, quanto CB è maggiore distanza di FP. « Manifestum est in stateris, et in his qui pondera elevant, quod quanto magis pondus a trutina eo magis grave videtur. Sed pondus in C distat a trutina quantitate BC lineae, et in F quantitate FP. Sed CB est maior FP ex XV[a] tertii Elementorum Euclidis, igitur, lance posita in C, gravius pondus videbitur quam in F » (Operum T. III, Lugduni 1663, pag. 370).

Figura 76.

È questo il metodo, che si tiene ancora per computare i momenti, derivato da Aristotile secondo gli ordini archimedei. Ma il Cardano v' aggiunse l' altra dimostrazione secondo il metodo del Nemorario, concludendo essere in C il corpo più pesante che in F, perchè in egual tempo quello si muove al centro per maggiore spazio di questo. « Ut autem cognoscamus quod C sit gravius in eo situ quam in F, necessarium est ut in aequali tempore moveatur per maius spatium versus centrum » (ibid.).

Prende per la dimostrazione il Cardano due archi FG, CE eguali, e condotte le GO, EM perpendicolari ad AQ, e le FL, CS perpondicolari a GO, SM, per gli Elementi geometrici ne conclude essere, CS ossia BM, maggiore di FL, ossia di OP. « Dum igitur Libra movetur ex C in E pondus

descendit per BM lineam, seu proprinquus centro redditur quam esset in C. Et dum movetur per spatium arcus FG descenditque per OP et BM maior est OP. Igitur, supposito etiam quod in aequali tempore transiret ex C in E et ex F in G, adhuc velocius descendit ex C quam ex F. Igitur gravius est in C quam in F » (ibid.).

Furono questi teoremi, così dal Cardano come e dal Tartaglia, dimostrati per servirsene a risolvere la questione delle Bilance, e in proposito pure di tal questione si presero ad esaminar da Guidubaldo Del Monte, il quale ebbe a notarli di errore. Non mi posso persuadere, diceva, che la ragion vera dell'essere il grave in C (nella sopra apposta figura LXXVI) più peso che in F, consista nell'esser CB maggiore di FP « cum potius signum, quam vera causa esse videatur » (Mechanicorum liber, Pisauri 1577, fol. 9 t.). Gli faceva anche ombra quel leggere nel Cardano la dimostrazione condotta col principio de' *momenti virtuali,* considerandovisi il peso che fa il suo sforzo in C, e in F « non quatenus est in C, et in F, sed quatenus a punctis C, F recedit » (ibid.). Negava assolutamente poi che il massimo peso s'acquisti dal corpo quand'è attaccato sulla circonferenza all'estremità del semidiametro orizzontale: « ostendam falsum esse pondus in C gravius esse quam in alio situ » (ibid.).

Dimostrava Guidubaldo non essere quel punto C, ma un altro che fosse al centro B più vicino, d'onde veniva a concluderne la falsità della regola del Cardano. Si faceva tutta l'efficacia della dimostrazione dipendere dal riguardar le direzioni de' pesi come convergenti al centro della Terra, e non come parallele: perchè in fatti se sia in T il detto centro, da cui si conduca CT, questa come obliqua tirerà meno della perpendicolare TV e perciò in V, avrà il grave maggior momento che in C, benchè la distanza da AQ sia minore a quel punto che a questo.

Conseguiva di qui non essere nel secondo de' due sopra commemorati teoremi del Cardano le due linee FL, CS alle PO, BM parallele, per cui, ciò negando, veniva a rovinare tutta quella cardanica dimostrazione, alle mani di coloro che la tenevan per vera « nisi fortasse dixerint haec, omnia, propter maximam a centro mundi usque ad nos distantiam, adeo insensibilem esse, ut propter insensibilitatem tanquam vera supponi possint » (ibid., fol. 15 t.).

La diritta logica del ragionamento avrebbe dovuto dunque condurre alla conclusione che i teoremi del Cardano son solamente veri nel supposto che le direzioni dei pesi, per la gran lontananza dal centro della Terra, sieno sensibilmente parallele, ma Guidubaldo vuol pronunziarne della falsità sentenza assoluta, non rimovendosi dal suo giudizio, nemmen quando egli si vede scorto da quegli stessi reputati falsi principii alla desiderata conquista del vero. « Ex ipsorum quin etiam rationibus ac falsis suppositionibus iam declaratos Librae effectus ac motus deducere ac manifestare libet, ut quanta sit veritatis efficacia appareat, quippe ex falsis etiam elucescere contendit » (ibid., fol. 25 t.). Che nella Bilancia di braccia eguali

e col punto di sospensione al di sopra, rimossa dall' orizzonte, il lato più alto abbia maggior momento lo prova anche Guidubaldo, applicandovi i teoremi del Cardano, dall' esser maggiore la distanza del centro, e maggiore la quantità del discenso, ma invece di argomentar di qui, secondo la buona Logica che non potevano non esser veri que' repudiati teoremi, dice esser tanta della verità l' efficacia ch' ella risplende anche in mezzo all' errore.

Quella logica, che nel libro *Mechanicorum*, così ragionando l' Autore, a giudizio di tutti i savii faceva difetto, s' instaurò nella scienza dal Benedetti, il quale dette autorità ai teoremi del Cardano e di Leonardo da Vinci, dimostrando nel capitolo I della sua Meccanira, dal supposto comunemente approvato delle forze parallele, che « omne pondus positum in extremitate alicuius brachii Librae maiorem aut minorem gravitatem habet, pro diversa ratione situs ipsius brachii » (Speculationum lib. cit., pag. 111); cosicchè, come passa a dimostrar nel capitolo II, la proporzione del peso, in Q (nella precedente figura LXXV) al medesimo peso in B « erit quemadmodum totius brachii OQ ad partem OD » (ibid., pag. 142). Di qui ne conclude la regola, che conferma la già insegnata da Leonardo, esser cioè la perpendicolare, condotta dal centro sulla direzione del peso, quella « quae nos ducit in cognitionem quantitatis virtutis illius » (ibid., pag. 143).

La regola di computare i momenti, quando i centri di gravità dei pesi o i loro punti di sospensione non si ritrovano sopra la medesima linea orizzontale, veniva così insegnata dal Benedetti con matematica certezza, e poniamo che non fosse in verità l' insegnamento affatto nuovo, conferì nonostante a confermar quello, che avevano detto alcuni suoi predecessori. Nessuno però, che si sappia, aveva risposto ancora a quell' altro quesito: come sia, cioè, da computare il momento, quando le forze non agiscono in direzione perpendicolare ma obliqua, come per esempio AC (fig. 77), che s' intenda applicata all' estremo braccio OA di una Libbra. Ricorrendo al principio dei moti composti riesce facilissima la risoluzione del proposto problema, perchè, presa la linea AC per la misura di tutta intera la detta forza, e costruito sopr' essa linea il rettangolo AECD, il lato AE sta per la più giusta misura della virtù che rimane.

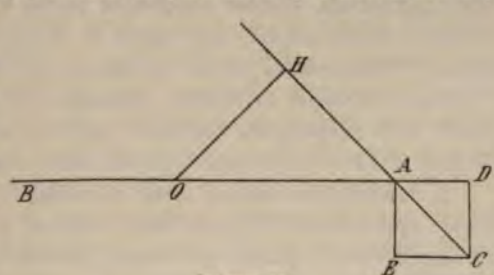


Figura 77.

Quando però quel modo di risolvere un moto in due non era fra' Meccanici in uso, il determinar con matematica certezza quanto, dal tirare obliquo, rimetta del suo intero valore una forza, era problema superiore all' arte di un comunale geometra, e nonostante quel Benedetti, che aveva insegnato a computar le distanze, qualunque fosse il punto della sospensione, insegna ora a conputar, dovunque ella sia diretta, la intensità che rimane alla forza,

e dice « debere deprehendi a perpendicularibus, quae a centro Librae ad lineas inclinationis exiliunt » (ibid.).

Secondo una tal regola dunque, prolungata la AC, e da O condotta al OH perpendicolare sopra questo prolungamento, se con AO si rappresenta tutto il valor della forza, OH è la misura giusta di quel che in lei rimane di attivo, ciò che fa esatto riscontro con la regola desunta dalla risoluzione del moto, essendo che i triangoli simili AEC, OHA danno AC : AE = OA : OH.

Nella instaurazion della scienza, felicemente avvenuta sui principii del secolo XVII, si trovarono dunque fra gl'insegnamenti del Benedetti le regole più sicure per computare i momenti, e veniva, così, a rendersi possibile il promovere o il correggere i falli de' teoremi più antichi. Il Cartesio per verità, preferendo di misurar gli spazii nella quantità delle discese verticali, a modo del Nemorario e del Tartaglia, piuttosto che considerare i moti più o men veloci negli archi dei cerchi; non sentì nè il bisogno nè l'utilità delle regole insegnate dal Matematico nostro veneziano, ma Galileo ne ricavò gran profitto, e deve alla loro sapiente applicazione se la sua Scienza meccanica s'avvantaggia da molte parti sopra quella di Guidubaldo.

Il fondamento a quella Scienza meccanica, com'apparisce da ciò che se n'è detto addietro a varie occasioni, è posto da Galileo nella teoria dei momenti, ch'egli, quasi con le medesime parole del Maurolico, definisce « quell'impeto di andare al basso, composto di gravità, posizione o altro, dal che possa essere tal propensione cagionata » (Alb. XI, 90). Mentre però il Maurolico non aveva considerato quella posizione, se non che nel caso più comune e particolare de' centri di gravità o delle sospensioni in una medesima linea orizzontale, Galileo contempla anche il caso che quegli stessi centri si trovino a varie altezze, per essere le braccia della Bilancia o incurve o angolari, e rammemora perciò la Regola del Benedetti ai lettori, avvertendoli « come le distanze si devono misurare con linee perpendicolari, le quali dal punto della sospensione caschino sopra le rette, che dai centri della gravità de' pesi si tirano al centro comune delle cose gravi » (ivi, pag. 91).

Il fondamento statico scelto da Galileo era senza dubbio d'assai più generale applicazione di quell'altro, volutosi preferir dal Cartesio, ma riusciva all'intelligenza alquanto più duro, essendo più facilmente disposta a conceder che un corpo tanto maggior momento acquisti quanto più scende, di quel che non sia a conceder che un simile corpo, tanto acquisti maggior gravità quanto più si dilunga dal centro della sua sospensione. Vedemmo gli sforzi che, incominciando da Aristotile, fecero per rivelare il mistero i Matematici antichi, e i Moderni pure avrebbero desiderato che Galileo avesse fatto lo stesso. La questione è vero era più filosofica che matematica, ma perchè sentivasi che, se non utile, adornare la scienza di così fatte speculazioni sarebbe stato almen bello; qualcuno della Scuola galileiana si provò, non diciam di supplire al difetto, ma di esplicare in altra forma e di ridurre più direttamente alla Statica alcuni concetti del Maestro.

Noi vogliamo rammemorare ai Lettori in tal proposito i pensieri di An-

tonio Nardi, il quale, dopo aver, nel passo poco addietro, addotto, insegnato a computare i momenti dal composto di tutte insieme le linee radiose di forza appuntate da una parte nel centro terrestre, e dall' altra in tutte le particelle materiali della Bilancia; e dop' avere osservato che, inclinandosi essa Bilancia, vanno i momenti di lei dall' infinito a terminare nel zero, soggiunge quanto appresso:

« Poichè, sebbene il peso è lo stesso, la forza nondimeno è divisa, onde stanno insieme il pesar più e il forzar meno, e per il contrario ancora. Di più, se alcuno prenda qualche bacchetta, e in un ginocchio piegar la voglia, proverà diverso effetto se verso il mezzo o se verso un estremo la forzi, poichè in questo caso meno piegherà con egual virtù la più corta, che la più lunga parte di essa bacchetta. Quindi raccor devesi che, facendosi la forza secondo la profondità di essa bacchetta, più resiste la stessa profondità all' impeto, quale informa la minore, che a quello che informa la maggior lunghezza, poichè maggiore ragione ha a quella che a questa. Quindi è palese che l' atto e l' impeto, siccome corpo non è, così occupa senza tener luogo tutto un corpo, e si moltiplica in esso così, che maggiore è nel maggiore che nel minor soggetto, quando però uguale la sua cagione si fosse. E se un soggetto fosse privo d' ogni momento ed atto più si moverebbe da uguale impeto, mentre grande, che mentre piccolo il soggetto fosse, il che un paradosso parrebbe, se l' esperienza non l' approvasse, anco nelle cose che straniero momento ottengono. »

« Di già è noto che con la stessa forza più lontano lanciamo una mediocre palla di sasso, che una galla o un grano di arena. Dicono alcuni che la galla e il grano di arena non ponno romper l' aria, ma questa è semplicità, poichè per il solo romper l' aria si deve attendere la solidità del corpo, qual' è la galla o il grano di arena, e se questi corpi non romponla, viene, non per difetto della solidità loro, ma per incapacità di ricever l' impeto, nata o per la piccolezza o per la rarità, che alla piccolezza riducesi, del soggetto, a che concorre l' aria, per quella parte che risguarda il più o meno veloce rompersi, e massime dai minimi leggeri e cadenti corpi. »

« Quest' altra esperienza anco mirabilmente conferma il parer nostro, poichè di due travi disuguali di lunghezza, ma uguali in grossezza, mentre galleggiano placidamente nell' acqua, si spingerà e si tirerà più validamente la più lunga da forze eguali e parallele al piano dell' orizzonte, che non si farà la più corta. Ma in aria, non così sempre avverrà, poichè il momento dalle cose intorno al centro impressoli non è più pareggiato dall' ambiente, onde talvolta accaderà che la forza straniera impressali sia molto minore della gravità sua. Ma se due forze eccedano due diseguali solidi, e non affetti da altro sensibil momento, farassi proporzionalmente maggiore effetto nel maggiore, il che vedesi nelle bombarde e negli schioppi. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 857, 58).

Illustrare, così come faceva il Nardi, la teoria de' momenti nell' astruso concetto delle forze incorporee, che misteriosamente si moltiplicano a pro-

porzione della quantità della materia, era non bello solo, ma necessario, specialmente a que' tempi, ne' quali si voleva stabilir la scienza sopra più fermi principii, e infonderle un vigor nuovo di vita. Il fondamonto naturale però era da ritrovar nella Matematica, ma benchè avesso Galileo trattato co' momenti molta parte della Scienza meccanica, misurandoli dal prodotto del peso per la distanza, la matematica dimostrazione nulladimeno di questo fondamental teorema, fecondissimo di tanti corollarii, era quella che, ne' primi decennii del secolo XVII, quando ancora non era nemmen conosciuto il trattato del Maurolico, più vivamente da tutti si desiderava.

Alla fine del terzo di quei decennii quel che di Meccanica aveva pubblicamente insegnato Galileo si riduceva ne' dialoghi Dei due massimi Sistemi, nel secondo dei quali, avendo asserito il Salviati che due momenti si eguagliano allora insieme quando si eguagliano i prodotti delle velocità per i pesi, il Sagredo così gli domanda: « Ma credete voi che la velocità ristori per l'appunto la gravità? cioè che tanto sia il momento e la forza di un mobile v. g. di quattro libbre di peso, quanto quella di un di cento, qualunque volte quello avesse cento gradi di velocità, e questo quattro gradi solamente? » (Alb. I, 237). Il che voleva dire in altre parole: credete voi che i momenti stiano veramente in ragion composta delle velocità e dei pesi? A che risponde il Salviati: « Certo sì, come io vi potrei con molte esperienze provare » (ivi), fra le quali molte esperienze sceglie quella notissima della stadera, nella quale veramente si vede che la maggior velocità del piccolo romano compensa il legger moto della gravissima balla.

Ma questo era insomma un rendere più ardente la sete, che già ne aveva accesa Archimede, a cui, domandandosi perchè due pesi eguali equiponderino da due eguali distanze, rispondeva con più ragione di Galilao, rimandando i curiosi alla disciplina delle esperienze volgari. Il progresso di tanti secoli esigeva con più diritto matematiche dimostrazioni, e giacchè lo stesso Galileo non aveva corrisposto al comun desiderio, pensò di supplirvi opportunamente uno de' suoi primi discepoli, Niccolò Aggiunti. Egli, precorrendo di quasi un mezzo secolo al Mariotte ed altri Matematici, avea tentato una più generale dimostrazione delle leggi dei momenti, riducendoli così a quella che, in qualunque condizion del mobile, o stabilmente sospeso o liberamente mosso, ebbe proprio nome di *quantità di moto*. Abbiamo detto che tentò di fare quel che certamente avrebbe messo ad effetto, se così giovane non l'avesse alla scienza rapito la morte. Ma quel che in ogni modo può respigolarsi dalle informi carte lasciate da lui, in quella parte che fu senza dubbio scritta fra l'anno 1632 e il 1635, basta per farci argomentare a qual maggior grado di perfezione sarebbe giunta la scienza del moto infino da' suoi principii, se la Fisica di Galileo avesse avuto il conforto della Geometria dell'Aggiunti.

Il valoroso giovane precursore del Mariotte e del Borelli, nelle sparse pagine del suo trattato, primaticcio frutto di quella, che poi si chiamò da Galileo Scienza nuova, incominciò dal definire i modi e le sperimentate leggi, secondo le quali i corpi in moto operano la percossa.

« La percossa del grave, egli dice, che discendendo percote l'addimanderemo *percossa naturale*. *Percossa violenta* intenderemo quella del grave, che ascendendo percote. *Percossa media* diremo quella del grave, che movendosi orizzontalmente percote. *Percossa composta* diremo quella di quel grave, il cui moto naturale è accelerato da motore estrinseco, e con tal moto accelerato percota. »

« La percossa opera con la velocità e con la copia della materia, in cui s'imprime detta velocità, e però se caderanno dalla medesima altezza due gravi disuguali dell'istessa materia, come due palle di ferro disuguali, le loro percosse saranno disuguali, e maggiore sarà la percossa della maggior palla, benchè ambedue discendano con la medesima velocità » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 95).

Ora questo, che sembrava essere approvato dall'esperienza, si voleva dall'Aggiunti confermare con la teoria, dimostrando che i momenti, o più in generale le quantità di moto, son matematicamente proporzionali al prodotto delle velocità per le quantità della materia. La proposizione era quella stessa XXVII dimostrata quarant'anni dopo nel trattato *De vi percussionis*, e come ivi il Borelli la conclude dalle due proposizioni precedenti, così avrebbe voluto fare l'Aggiunti, proponendosi di dimostrar come, essendo le moli eguali, i momenti stanno in ragione delle velocità, ed essendo le velocità uguali stanno essi momenti in diretta ragion delle moli.

La prima di queste proposizioni non si trova a suo luogo, e invece se ne legge nel manoscritto un'altra, che potrebbesi dire un corollario di lei, se non fosse una falsità manifesta o una di quelle arguzie delle quali si trova nelle speculazioni dell'Aggiunti più di un esempio. La detta proposizione, che tiene nel citato manoscritto il luogo della prima, è così formulata: « Anco la sola velocità senza il peso opera ed ha momento » (ivi a tergo). Aveva Aristotile sentenziato « che senza l'inerenza del suo soggetto non può nè essere nè anco immaginarsi alcun movimento » sentenza che, ripetuta da Simplio nel II dialogo Dei due massimi sistemi, è dal Sagredo ivi approvata per vera. Volle nonostante l'Aggiunti, così argutamente discorrendo, contradire al giudizio di Aristotile e di Galileo, ciò che avrebbe avuto il diritto di fare, quando non avesse contradetto insieme alla ragion matematica, perchè se una delle quantità componenti il momento è zero, dee necessariamente il momento stessa ridursi a zero:

« Che la velocità, senza il peso, operi ed abbia forza, è manifesto nei venti, i quali, non essendo altro che aria mossa nell'aria (perchè un grave in un mezzo ugualmente grave in specie ad esso, come dimostra Archimede, non ha peso alcuno in detto mezzo) adunque tutta la forza del vento nasce dalla sola velocità, con la quale si muove l'aria. È ancora manifesto nelle percosse violente perchè, facendosi la percossa violenta dal grave all'insù, ed essendo l'inclinazione del grave all'ingiù, l'effetto dunque della percossa non può nascere dal peso, cioè dalla propensione all'ingiù, ma sì bene dalla velocità impressagli all'insù. È finalmente questo stesso manife-

sto nella percossa media, ovvero orizzontale, nella quale, movendosi il grave parallelo all' orizzonte, l'effetto che resulta da tal movimento non verrà dal suo peso, cioè dalla sua inclinazione al centro, ma dall'impulso laterale ovvero orizzontale, al quale il peso ovver moto all' ingiù non osta, ma neanco opera nè coopera » (ivi).

La proposizione II, che immediatamente segue, è così formulata: « La medesima volocità, nelle maggiori e minori quantità di materia, opera più o meno potentemente, secondo la proporzione della materia » (ivi a tergo). Vi si doveva intendere premessa la dimostrazione di un lemma, che si legge altrove nel manoscritto, e che risponde alla proposizione XXXVII del I libro maurolicano *De momentis:* « Gravia ab aequis spatiis pendentia sunt momentis proportionalia » (Monum. archim. cit., pag. 103); proposizione dataci dall'Aggiunti sotto quest' altra forma: « Due gravi della medesima materia omogenea, attaccati nell' istesso punto della Bilancia, hanno i loro momenti proporzionali alle moli » (MSS. cit., fol. 100).

Supponesi, per le cose da dimostrare, essersi già previamente dimostrato ch' essendo le distanze reciproche alle moli i momenti sono eguali, ciò che in via analitica conduce ora noi in due passi alla conclusione, perchè, chiamate D d le distanze, M m le moli, Q q i momenti, essere DM $=$ dm val quanto dire Q $=$ q, e dall' equazione Q : q $=$ DM : dm, se D $=$ d, si conclude immediatamente l' annunziato teorema. Ma l'Aggiunti per le antiche vie lunghe così procede:

« Nella Bilancia AB (fig. 78), il cui centro sia C, pendano dal medesimo punto M li due gravi I, G, dico ecc. Come sta la mole G alla mole I, così stia la distanza CB alla distanza CM, e la distanza DC facciasi eguale a CM. Poi attacchisi in B il peso K, eguale ad I, ed in D il peso F eguale a G. Perchè le distanze son reciproche alle moli, il momento di K è uguale al momento di F, cioè al momento di G, essendo G ed F pesi eguali in distanze eguali. Ma il momento di K al momento di I ha la proporzione della distanza BC alla distanza CM, cioè della mole G alla mole I: adunque ancora il momento di G al momento di I ha la proporzione della mole C alla mole I, il che dovevamo dimostrare » (ivi a tergo).

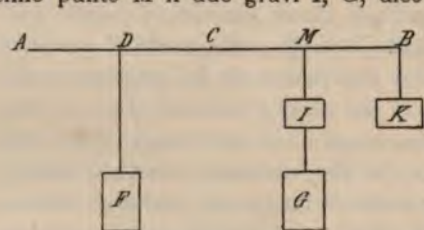


Figura 78.

Ciò premesso, passa l'Aggiunti a dimostrare che, se saranno due solidi B, A (fig. 79) mobili di uguali velocità nell'orizzonte CD, fatti della stessa materia ma disuguale, il momento dell'uno al momento del-

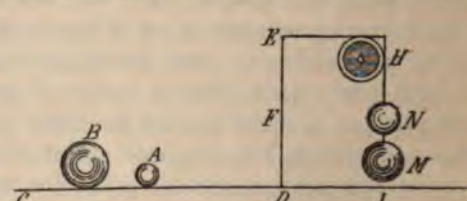


Figura 79.

l'altro sta come la quantità della materia dell' uno alla quantità della materia dell'altro. « Imperocchè, egli dice, alzisi nel punto D la linea DE perpendicolare all' orizzonte, e detta linea intendasi come una leva convertibile intorno al punto fisso F, preso nel mezzo di essa. Di poi alzisi dal punto E la linea EH, la quale, passando per la girella volubile intorno al punto K, discenda perpendicolarmente in I. Dopo, intendansi attaccati alla linea HI due gravi N, M dell' istessa materia, i quali siano di figura simile ed eguali alli solidi A, B, l' uno all' uno e l' altro all' altro, e la loro velocità nella perpendicolare HI sia uguale alla velocità delli A, B nella linea CD. Adunque, per l' assioma, la forza e momento dell' uno sarà uguale al momento e forza dell' altro a sè uguale. Posto dunque che N sia uguale ad A, se il mobile A farà forza in D, perchè la linea EH vien tirata dalla forza del grave N è come se N fosse attaccato in E, e facesse la medesima forza per la linea EH, ch' egli fa per la linea CI. Ma le distanze FE, FD sono eguali, e la velocità e quantità della materia è uguale nell' uno e nell' altro mobile, dunque il momento del grave N pendente nella linea HI appunto sarà uguale al momento del mobile A posto in D, e per l' istessa ragione la forza o momento del grave M pendente dalla linea HI sarà uguale al momento del mobile B, che faccia forza in D. E perciò come stanno fra loro i momenti de' gravi M, N, così tra di loro stanno i momenti de' mobili B, A. Ma perchè li gravi M, N son dell' istessa materia, e pendenti dal medesimo punto, sarà il momento di M al momento di N come la mole M alla mole N. Adunque anco il momento di B al momento di A starà come la mole M alla mole N, cioè come la mole di B alla mole di A, essendo l' una eguale all' una e l' altra all' altra » (ivi, fol. 96).

Sopra questa dimostrazione troverà forse da ridir qualche cosa chi ha fatto l' abito oramai ai metodi nuovi, ma era pure conforme al nostro istituto il dimostrare per qualche esempio qual si fosse l' incerto e faticoso esercizio dell' ali, prima che potesse il pensiero spiegar, come ora noi lo vediamo, per l' aria il suo libero volo. In ogni modo concludendo l' Aggiunti dalle sue proposizioni che le quantità di moto stanno in ragion composta delle velocità e delle moli, e che perciò, stando queste velocità e queste moli in reciproca ragione fra loro, esse quantità sono eguali, veniva a sostituire un principio universale di Meccanica a quello che il Mariotte diceva essere stato mal provato da Archimede e da Galileo.

Giovanni Wallis, sopra questo principio universale dell' ugualità dei momenti, fondò nel 1670 l' edifizio della sua Statica, applicando alle macchine principali le leggi della Libbra. Scrisse intorno a questa, nella I parte del suo trattato *De motu*, un libro particolare, la XII proposizion del quale si espone così in sè e ne' suoi corollarii: « Si idem sit Librae centrum atque centrum motus, quae ex illa libera pendent gravia, aut etiam alias directe vel subsunt vel incumbunt, in ea ratione ponderant, seu gravant sua respectiva brachia, caeteris paribus, quae ex rationibus ponderum et distantiarum punctorum applicationis a communi Librae et motus centro compo-

nitur. Adeoque, si distantiae sint aequales, in ratione ponderum; si pondera sint aequalia, in ratione distantiarum; si vel utraque sint aequalia vel sint reciproce proportionalia, aequiponderant. »

« Idem intellige de viribus aliis, nempe in ea ratione movendo pollent quae componitur ex rationibus virium et distantiarum a communi centro motus et Librae, sive quod huius instar est, quibus directe applicantur vires » (Londini 1670, pag. 82).

Così fatti principii s'applicavano ugualmente bene, qualunque relazione avessero fra loro le braccia della Libbra, propostasi innanzi alla mente come oggetto di matematica contemplazione. Ma quando questa Libbra mentale veniva a scendere a' suoi pratici esercizii, e a farsi perciò materiata, s'ebbe a riconoscere un intestino conflitto fra la teoria e l'esperienza, specialmente in quella Bilancia di braccia eguali intorno agli effetti della quale tenevano aperti gli occhi i compratori delle merci preziose, sollecitando la scienza a suggerir la ragione e il modo di assicurarsi dal pericolo delle frodi. Le sollecite cure, ch'essa scienza volentieri si prese, perchè si regolassero con equa lance i contratti, sono antichissime e meritevoli di una pagina propria nella storia delle Equiponderanze; pagina che noi ora vogliamo spiegar sotto gli occhi dei nostri Lettori, dop'aver detto della regola de' momenti dall'ignorar la quale o dal professarla dipendono in gran parte. come si diceva sulla fine dell'altra parte di questo discorso, alle speculazioni che passiamo a narrare o i corti voli o i provvidi avvedimenti.

IV.

Aristotile incomincia dalle Bilance le sue Meccaniche questioni, a risolver le quali accenna essere stato consigliato dal dovere dl scoprir le frodi, che andavano macchinando i venditori di porpora, ora col non mettere nel giusto mezzo lo sparto, ora coll'aggiungere all'uno o all'altro bacino pezzetti di piombo o barbe e nodi di legno: « ligni enim gravior illa est pars in qua est radix: nodus vero radix quaedam est » (Operum, T. XI cit., fol. 30). La ragione del quanto e del come così facendo defraudavano i detti e simili altri venditori si notò che non seppe il Filosofo dedurla da' suoi veri principii, cosicchè da capo cominciando le censure, i baldanzosi avversarii, senza voler risparmiar nulla, le condussero fino in fondo. Diremo di queste censure poi per trattenerci ora intorno alla seconda meccanica questione, che non si potè nè anch'essa liberar da censure nuove e più forti.

« Cur, domanda Aristotile sempre in proposito delle Bilance di braccia eguali, siquidem sursum fuerit spartum, quando deorsum lato pondere quispiam id amovet rursum ascendit Libra: si autem deorsum constitutum fuerit non ascendit sed manet? » (ibid.). Sia la Bilancia BC (fig. 80) per il suo mezzo D superiormente sospesa in A: perchè abbassata a forza da C

in E, rimossa appena la mano, torna da questa forzata nella prima sua posizion naturale? E risponde Aristotile, supposto che sia ADM il perpendicolo: « quia DH maior est dimidio » (ibid.) e perciò dal suo stesso maggior peso è quella maggior parte costretta a scendere nuovamente in basso.

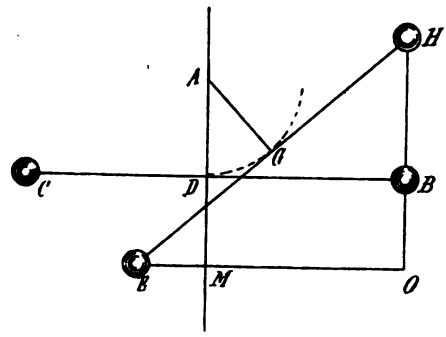


Figura 80.

Tutt' altrimenti avviene, prosegue a dire il Filosofo, quando il punto di sospensione sia sotto alla Bilancia CN come per esempio in M (fig. 81) perchè rimovendo essa Bilancia in OR, se sia MD il perpendicolo, « plus dimidio fit Librae quae deorsum est pars DO, quam quod perpendiculum secet: quapropter non ascendit; elevata enim pars levior est: ablato igitur onere, necesse est manere » (ibid. ad tergum).

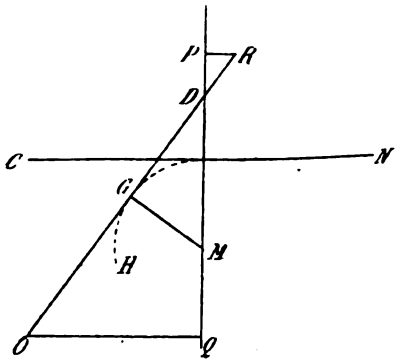


Figura 81.

Fra' primi e più conosciuti promotori di Aristotile, nel secolo XVI, Niccolò Tartaglia illustrò, nell' una e nell' altra parte della Questione i concetti del Filosofo, e solo si compiacque di aver dato della prima « ragione alquanto più chiara et miglior figura » (Quesiti e invenzioni cit., fol. 79 a t.). La seconda parte della proposta aristotelica ha da queste precise parole la più piena conferma e il più spiegato commento: « Per essere adunque la elevata parte DR di menor quantità della inclinata OD, viene a esser più debole, ovver men potente di lei, e però non è atta nè sofficiente a poterla urtare e sforzare a farla ascendere al suo primo loco in C, come fece nella passata, anzi quella resterà così inclinata al basso e la retenerà lei così in aere elevata » (ivi, fol. 80).

Così Aristotile però come il Tartaglia peccano nel risolvere la Questione, commettendo nella prima parte improprietà, e nella seconda un patentissimo errore. Guidubaldo del Monte si potè salvare dall' uno e dall' altro fallo, dimostrando la sua II e III proposizione *De libra* col principio de' centri di gravità, i quali, secondo che riescon sotto o sopra al punto della sospensione, rendono alla macchina e al corpo o stabile o no l' equilibrio.

Nella detta proposizione II, che corrisponde al primo caso della Questione aristotelica, considera Guidubaldo che, rimossa la Libbra, il centro di gravità D nella precedente figura LXXX s' è dovuto trasferire in G fuori

del perpendicolo, « et quoniam AG horizzonti non est perpendicularis, magnitudo ex ponderibus E, H composita in hoc situ minime persistet, sed deorsum, secundum eius centrum gravitatis G, per circumferentiam GD movebitur, donec AG horizonti fiat perpendicularis, scilicet donec AG in AD redeat » (Mechanic. lib., Pisauri 1677, fol. 4). La nuova dimostrazione, movendo da principii più sicuri, è più propria di quella di Aristotile e più precisa, perchè, mentre la ragion del Filosofo si faceva principalmente dipendere dal peso delle braccia della Bilancia, quella di Guidubaldo astrae da questa material condizione, ed è perciò applicabile al caso, in cui secondo gl' istituti archimedei si considerino i pesi sostenuti da leve imponderabili.

Quanto al secondo caso della detta Question meccanica lo stesso Guidubaldo, nella proposizione sua III, sempre scorto da quella fida regola baricentrica, corregge il gravissimo errore di Aristotile, inconsideratamente ripetuto, come udimmo, dal Tartaglia: e perciocchè, rimossa la Bilancia in OR, nell' antecedente figura LXXXI, il centro di gravità s' è dovuto trasferire in G, e GM perciò non più riesce perpendicolare all' orizzonte « magnitudo, dunque di qui ne conclude, ex O, R ponderibus composita, in hoc situ *minime manebit,* sed secundum eius gravitatis centrum G deorsum per circumferentiam GH movebitur » (ibid., fol. 5).

È ora una così fatta conclusione manifestamente contraria a quella di Aristotile, il quale aveva detto nel sopra allegato testo che, rimossa la Bilancia dal sito suo orizzontale, ivi *necesse est manere.* Notabile è a questo proposito che Guidubaldo, invece di reclamare contro l' errore scoperto, si lusinghi di ridurre i falsi sensi del Filosofo alle più chiare espressioni del vero. « Aristotelis quoque ratio hic perspicua erit: si enim punctum D (nella preposta figura LXXXI) ubi OR, DM se invicem secant; erit DO maior DR, et quoniam DM perpendiculum, secundum ipsum Aristotilem, Libram OR in partes inaequales dividit, et maior pars est versus O, hoc est DO: Libra OR ex parte O deorsum movebitur, cum id quod plus est deorsum feratur » (ibid., fol. 25 ad t.).

Si può facilmente concedere, supposto che la ponderosità della Bilancia resulti non da' pesi soli ma e dalle braccia, che la ragion di Aristotile sia da questo commento resa fin qui perspicua: ma quel che segue benchè Guidubaldo non faccia vista, e non sospetti che se n' abbiano ad avvedere i sagaci lettori, la rende apertamente contradittoria, perchè mentre là nelle Questioni meccaniche si diceva che, rimosso in O (nella passata fig. LXXXI) lo strumento, *necesse est ibi manere,* qui, nel libro *Mechanicorum,* si soggiunge così, descrivendo con tutta la più desiderabile precisione le condizioni e gli effetti degl' instabili equilibrii: « Similiter ex dictis quoque eliciemus Libram OR, centrum habens infra libram, quo magis a situ CN distabit velocius moveri. Centrum enim gravitatis G, quo magis a puncto D distat, eo velocius pondus ex O, R ponderibus Libraque OR compositum movebitur, donec angulus CGO rectus evadat: adhuc insuper velocius movebitur quo Libram a centro D magis distabit » (ibid.).

La riverenza, o forse più veramente il timore di non avere a scandalizzare o provocarsi l' odio degli adoratori del Nume, consigliò a Guidubaldo la prudenza di questa logica, ma il Benedetti, senza tante paure e senza tanti riguardi, disse a chi lo voleva sapere che Aristotile, nella seconda parte della sua seconda meccanica Questione, « toto coelo aberrat, quia necessarium est ut Libra omnino cadat » (Specul. liber cit., pag. 154).

Procedendo con la medesima libertà in esaminar la prima parte della Questione, tutt' altro che commentare ossequiosamente il testo, come fa Guidubaldo, argutamente il Benedetti notava che, non deducendola dalla generalità de' principii, non poteva risolvere Aristotile la sua stessa propostasi questione, che con certe sue difettose ragioni. Causa, diceva, del tornare dalla posizion violenta alla naturale la Libbra, « non solum est maior quantitas ponderis brachiorum, quae iam praetergressa est ultra verticalem lineam, sed etiam est longitudo brachii elevati, quae ultra verticalem lineam reperitur, unde eius extremi pondus redditur gravius in proportione » (ibid.): ciò che mostrasi dal Benedetti stesso anche più evidente, abbassando dal punto H, nella figura LXXX, la verticale HQ, e da E conducendo la orizzontale EQ, per esser dalla differenza delle due linee EM, MQ esattamente misurata la differenza dei due momenti.

Voleva così confermare il Matematico veneziano l' utilità della Regola delle distanze dal perpendicolo, per risolvere con precisione sicura questa e altre simili statiche questioni, e perchè vedemmo non essere, a mezzo il secolo XVI, quella Regola nuova, si potrebbe congetturare che, in ridurre a maggior precisione e in correggere i primi aristotelici quesiti dall' errore, non fossero stati nè Guidubaldo nè il Benedetti stesso dei primi. Vengono ora le congetture a ridursi a certezza di fatti, per le Note di Leonardo da Vinci, in una delle quali si legge: « La Bilancia di braccia e pesi eguali, rimossa dal sito della egualità, farà braccia e pesi ineguali, onde necessità la costringe a racquistare la perduta egualità di braccia e di pesi. Provasi per la II di questo, e si prova, perchè il peso più alto è più remoto dal centro del circonvolubile, che il peso più basso, e pertanto ha più debole sostentamento, onde più facilmente discende e leva in alto la opposta parte del peso congiunto allo estremo del braccio minore » (Manuscr. E cit., fol. 59). Ora, perchè la distanza del peso H, nella solita figura LXXX, dal circonvolubile, ossia da qualunque punto della linea verticale, è MQ, e la distanza del peso E è manifestamente EM, veniva dunque la prima parte della Questione seconda di Aristotile risoluta da Leonardo, prima che dal Benedetti, con la maggior possibile precisione, applicandovi la Regola dei momenti.

Nè la seconda parte della medesima Questione, che si proponeva dal gran Maestro della Meccanica a tutti gli studiosi di allora, poteva passare alla scienza di Leonardo inosservata. Così infatti si legge in quest' altra sua Nota, tenendo, nel computar la varietà dei momenti la stessa regola seguita di sopra: « Quanto lo estremo della superiore parte della Bilancia s' avvi-

cina più alla linea perpendicolare, che non fa lo estremo della parte inferiore, tanto più lungo e ponderoso si troverà il braccio inferiore che il superiore, essendo l'asse d'egual qualità » (Manuscr. Ash. N.° 2038, Paris 1891, fol. 3). Tornando dunque indietro alla figura LXXXI, prolungata la perpendicolare da una parte e dall'altra, e da essa, con le linee RP, OQ, misurate le distanze di R, e di O, dice Leonardo, esser di tanto maggior momento O, di R, quanto è più lunga la distanza OQ della distanza PR, com'era per ripeter poi, sulla costruzione medesima, il Benedetti.

Nella ora letta Nota il manoscritto vinciano non si spiega più avanti, nè noi ci siamo abbattuti a leggere altrove qual si fosse l'opinione di Leonardo intorno allo stato o al moto della Bilancia OR, se cioè la si rimanga a quel modo inclinata, come, con Aristotile, diceva il Tartaglia, o s'ella seguiti a scendere infino a capovolgersi perpendicolare, come dalle teorie dei centri di gravità ebbe a concluderne Guidubaldo. Noi siamo certi che anche Leonardo, leggendo il testo, deve aver come il Benedetti esclamato che il Filosofo *toto coelo aberrat*, ed è la nostra certezza fondata nel saper che lo stesso Leonardo aveva benissimo divisate le condizioni del vario equilibrio, il quale può allora solamente, diceva, essere stabile « quando il centro di gravità di ciascuno peso sospeso si stabilisca sotto il suo sostentacolo » (Manuscr. B cit., fol. 18 a tergo). Quando dunque il centro di gravità riman sopra al sostentacolo stesso, come in quel secondo caso della Bilancia, non può essere in essa alcuna stabilità, e perciò tutt'altro che rimanere seguiterà, sempre più precipitando, la sua discesa.

Fra le Questioni, promosse da Aristotile intorno all'equilibrio delle Bilance di braccia eguali, se n'agitava, infino dagli stessi tempi di Leonardo da Vinci, un'altra, lasciata dal Filosofo addietro, e in proposito della quale finge Niccolò Tartaglia di avere avuto col signore ambasciator di Mendoza il seguente colloquio: « *Signor ambasciator*. Ma se ben me aricordo voi dicesti anchora, nel principio del nostro ragionamento, che Aristotile pretermette over tace una questione sopra delle dette Libre, di non puoca importantia, over speculatione: hor ditime che question è questa. *Nicolò*. Se vostra Signoria ben se aricorda della sua seconda questione, in questa ivi interrogatamente adimanda et consequentemente dimostra perchè causa, quando chel sparto sera di sopra della Libra, et che luno di brazzi di quella da qualche peso sia portato over spinto a basso, remosso che sia over levato via quel tal peso, la detta Libra di nuovo reascende e ritorna al suo primo luoco. Et sel detto sparto è di sotto della detta Libra, et che medesimamente luno di suoi brazzi sia da qualche peso pur portato over spinto a basso, remosso, over levado che sia via quel tal peso, la detta Libra non riascende nè ritorna al suo primo luoco, come che fu nellaltra positione, ma rimane di sotto cioè a basso. Hor dico che lui pretermette over tace unaltra questione, che in questo luoco se convegnaria, di molta maggior speculatione di cadauna delle sopradette, la qual question è questa: Perchè causa, quando chel sparto è precisamente in essa Libra, e che lun di brazzi di quella sia

da qualche peso portato, over urtado a basso, remosso, over levado che sia via quel tal peso, la detta Libra di nuovo reascende al suo primo luoco, si come che fa anchora quella che ha il sparto di sopra da lei » (Quesiti et inventioni cit., fol. 79).

La questione, che qui Niccolò proponeva all'Ambasciator come nuova, era stata messa in campo tre secoli avanti da Giordano Nemorario, il quale formulava così la seconda delle sue XIII proposizioni *De ponderibus:* « Cum fuerit aequilibris aequalis, aequis ponderibus appensis, ab aequalitate non recedet: et si ab aequidistantia separetur, ad aequalitatis situm revertetur » (Editio cit., pag. 9).

Dimostrava il Matematico tedesco questa sua proposizione con la varietà dei momenti, computati nella quantità del discenso verticale, secondo il suo proprio instituto, cecamente seguito, come accennavano le sopra citate parole, dal Tartaglia, il quale non seppe avvedersi che, sebben fosse quella istituita regola giusta, veniva nonostante al caso male applicata. Intorno a ciò i Matematici precedenti dovevano avere avuto qualche controversia, come apparisce dalle Note di Leonardo, il quale non si poteva persuadere della verità della proposizion di Giordano, a quel modo che facevano tanti altri a' suoi tempi, sull'autorità del Maestro. Il popolano di Vinci, educatosi l'ingegno fuor della Scuola, seguitava piuttosto l'infallibile autorità della Geometria, ta quale gli ragionava che, se la Libbra è di braccia e di pesi eguali, sospesa nel suo centro di gravità, deve in qualunque posizione rimanere equilibrata, sempre serbando, i pesi, eguali i loro momenti.

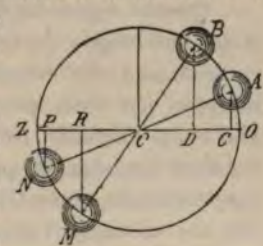


Figura 82.

La dimostrazione era chiara, computando con la regola delle distanze orizzontali dal circonvolubile quegli stessi momenti, perchè rimossa la Libbra ZQ (fig. 82) in BM, per esempio, o in AN, essendo i momenti B $\times$ OD con M $\times$ OR, e A $\times$ OC con N $\times$ OP esattamente eguali, dee lì dove fu lasciata rimanere in perfetto equilibrio. La teoria dall'altra parte veniva a Leonardo confermata dall'esperienza della ruota o del cerchio girato intorno al suo polo.

Per dimostrare poi più chiaramente la cosa, in un tempo solo, con le ragioni e coi fatti, immaginava Leonardo di avere una tavoletta di basi rettangolari, esattamente impolata nel suo centro di gravità e di figura, e così sotto, il titolo *Sperientia della Bilancia*, scriveva: « Questa Bilancia resterà dove tu la lasci, come fa il cerchio intorno al suo polo. Per tutte le ragioni dette questa Bilancia non si moverà dal suo sito, avendo rispetto al centro del mondo » (Manuscr. G cit., fol. 78 a tergo). Poi, per dichiarar meglio il suo pensiero, ch'egli accenna di aver notato anche altrove; sotto l'ultima di queste righe soggiunge:

« Se la ponderazione della Bilancia sarà fatta in polo vicino al punto matematico, che si fa centro della gravità della Bilancia; allora le braccia eguali della Bilancia resteranno in quella obliquità, che la mano dell'uomo

la lascerà. Provasi, perchè la linee BD (fig. 83), nel mezzo della quale è situato il centro matematico della Bilancia, divide la quantità della Bilancia nelli due triangoli BCD, DBE, li quali sono infra loro simili e eguali in figura e in peso, sol si variano nella situazione. Ma per tal variazione non si variano li pesi dalla linea centrale del polo BD, perchè l'angolo superiore C del triangolo BCD è tanto remoto dalla linea centrale BD, quanto si sia l'angolo E, come mostra la linea EP, e perchè è provato non dare noia da essere più alto l'un peso che l'altro, cioè l'angolo C che l'angolo E » (ivi).

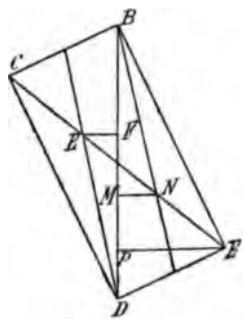


Figura 83.

Ma per far la dimostrazione anche più precisa riduceva Leonardo tutto il peso de' due triangoli eguali ne' loro centri di gravità N, E, d'onde condotte le NM, EF perpendicolari alla linea centrale BD, si rende manifesto che, rimanendo fra loro in qualunque posizione l'egualità dei due triangoli rettangoli BMN, EFD, anche le distanze EF, MN si serbano in qualunque modo fra loro eguali. Ciò che laconicamente disse Leonardo in queste parole sottoscritte alle precedenti: « Noi abbiamo concluso che tal Bilancia non avrà moto, essendo il suo centro matematico in mezzo a tutti li oppositi pesi fra loro eguali » (ivi).

Questo riguardar le cose sotto vario aspetto, come ci rivelano le addotte Note, per meglio certificarsi di aver veduto il vero, è indizio manifeste delle contradizioni che dovette patire Leonardo dai seguaci del Nemorario, i quali uscirono poi dalle private disputazioni in pubblico nelle Opere del Tartaglia e del Cardano. Nell'ottavo libro dei Quesiti il primo de' due detti Matematici dimostra la proposizione II di Giordano concludendola, come Giordano stesso, dalla inegualità dei momenti virtuali che, rimossa la Bilancia dalla orizzontale, sollecitano la caduta de' due pesi.

Sia la Bilancia orizzontale AB (fig. 84) rimossa in DC: vuol dimostrare il Tartaglia che ivi non rimarrà, perchè il peso D avendo maggior momento di C, viene a ridurla in basso. Che il momento di D sia veramente maggiore di C lo prova, perchè avendo a scendere per eguale spazio, come per esempio D in E, e C in F, D acquista maggiore quantità del descenso essendo IH maggiore di GF.

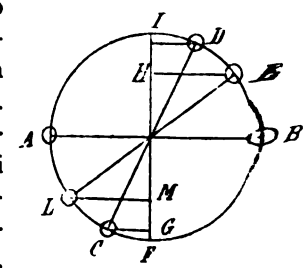


Figura 84.

« Dico che il corpo B, scrive il Tartaglia, stante quel nel punto D viene a esser più grave, secondo il sito, del corpo A, stante quello in ponto C, perchè il decenso del detto corpo B dal ponto D nel ponto E è più retto del decenso del corpo A dal ponto C nel ponto F, per la seconda parte della quarta petitione, perchè capisse più della linea della diretione, cioè che nel discendere il detto corpo B dal ponto D nel ponto E, lui capisse over

piglia della linea della diretione la parte IH, ed il corpo A, nel discendere dal ponto C nel ponto F, lui caperia della detta linea della diretione la parte GF. E perchè la parte IH è maggiore della linea over parte CF, per la 17ª diffinizione, più obliquo sarà il decenso dal ponto C al ponto F di quello dal ponto D al ponto E. Onde, per la seconda parte della quarta petitione, il corpo B in tal positione sarà più grave secondo il sito del corpo A..... E però al detto corpo B farà reascendere il detto corpo A al ponto A, suo primo et condecente luoco, et lui medesimamente discendarà nel ponto B, pur suo primo et condecente luoco, cioè nel sito della egualità. nel qual sito li detti dui corpi se trovarano egualmente gravi secondo el sito, et perchè sono anchora simplicemente egualmente gravi se conservarano nel detto luoco » (fol. 89 a tergo).

Fu detto da alcuni, e ripetuto da molti, che il Cardano sentì anch'egli, degli effetti della Bilancia rimossa dalla orizzontale, come il Nemorario commentato da queste parole del Tartaglia. Ma nel libro I *De subtilitate*, che è il luogo propriamente citato da costoro, si conclude intorno alla seconda Question meccanica di Aristotile con dire che non è ciò dimostrato da Giordano, nè inteso. Consisteva quel discorso nel provare che in F (fig. 85) il peso della Bilancia CD è men grave che in C, per la giusta ragione della ineguaglità dei momenti, così misurati dalle distanze FP, CB, come dai discensi OP, BM, e dopo questo soggiunge: « Ex hoc autem demonstratur quod dicit Philosophus quod, si aequalia sint pondera in F et C, Libra tamen sponte redit ad situm CD, ubi trutina sit AB. Nec hoc demonstrat Jordanus nec intellexit » (Op. T. III cit., pag. 369).

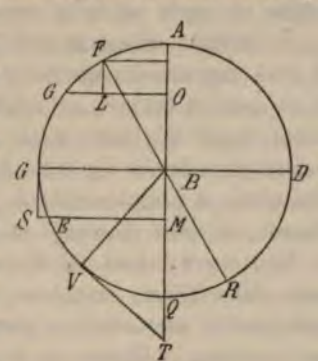


Figura 85.

È chiaro dunque di qui che il discorso del Cardano tendeva a ritrovar la vera ragion matematica della prima parte della seconda Questione aristotelica, relativa alle condizioni dell'equilibrio nella Bilancia sospesa dalla parte di sopra. Passa poi a trattare dell'altro caso, quando cioè il sostegno rimanga al disotto, e dice che, abbassatosi il peso in R, « non solum non revertitur ad situm CD, imo magis R descendit versus Q, et F ascendit versus A, ut experimento patet. Hoc etiam Jordanus non demonstravit » (ibid.).

Ed è vero che Giordano non lo dimostrò, perchè non era il suo intento, ma è curioso che si dica essere stato ciò dimostrato da Aristotile, il quale, come udimmo dalla lettura del testo, avea asserito tutto il contrario da quel che il Cardano stesso diceva essere per esperienza manifesto. Non si sa poi dove si legga il nuovo principio statico attribuito al Filosofo che cioè il maggiore angolo, fatto dalla trutina con le braccia, renda maggiore da quella parte il peso della Bilancia. « Aristotiles dicit hoc contingere quum trutina est supra Libram, quia angulus QBF metae maior est angulo QBR. Et si-

militer, quum trutina fuerit QB, erit meta AB, et tunc angulus BBA maior erit angulo FBA. Sed maior angulus reddit gravius pondus, igitur, dum trutina superius est, F erit gravius R, ideo F trahet Libram versus C; et, dum fuerit inferius, R erit gravius quam F, ideo trahet Libram versus Q » (ibid.).

Aristotile aveva detto invece che R *necesse est manere*, e avea detto contro la ragion matematica e contro l'esperienza. Ma se fa bene il Cardano a gettare un velo sulle vergogne del Padre, non era però necessario il far mendace vista al mondo che quel velo posticcio fosse l'abito proprio e naturale. Avrebbe in qualunque modo fatto assai meglio a difendere la verità, senza accettazion di persona; ciò che l'avrebbe fatto meno ligio ad Aristotile, e più giusto con Giordano, la seconda proposizion del quale fu lui che non la dimostrò e non la intese. Fra quelle cardaniche speculazioni infatti non si trova nemmeno un cenno dell'equilibrio della Bilancia, non sospesa nè sopra nè sotto, ma nel suo proprio centro.

Il Cardano insomma e il Tartaglia, l'uno fedel seguace del Nemorario e l'altro capriccioso interpetre di Aristotile, sono gli esemplari de' matematici di poco anteriori, co' quali ebbe Leonardo le sue controversie, decise oramai, sopra le riferite cose, nel giudizio de' nostri matematici Lettori. Ma la risoluzion finale dipende da considerazioni un poco più sottili, per dir delle quali, a complemento di questa storia, ci convien ritornare indietro ai colloqui, ch'ebbe Giovanni di Beugrand in Roma con Benedetto Castelli.

Dop'avere inteso dal Matematico francese che i corpi, avvicinandosi al centro della Terra, diventano sempre men gravi, maravigliato il Nostro di quella novità incominciò a pensare fra sè alle strane conseguenze, una delle quali, scriveva a Galileo pochi giorni di poi, è questa: « che io non so più dove sia il centro di gravità di una sfera, poichè, intesa segata la sfera in due parti eguali da un piano orizzontale, essendo la parte che è verso il centro più vicina al centro della Terra, che non è l'altro emisfero; sarà ancora meno grave, e dovendo il centro di gravità del composto di tutti e due gli emisferi essere nella linea che congiunge il loro centro di gravità, e in quel punto di essa, che la divide in modo che la parte che tocca al minor peso, alla parte che tocca al maggior peso abbia la proporzione reciproca che ha il maggior peso al minore; è manifesto che il centro di gravità di tutta la sfera non può essere nel centro di magnitudine, come si pensa che sia. »

« Ma quello che accresce in me la maraviglia è che, portando la medesima sfera più verso il centro della Terra, si van continuamente mutando le proporzioni delle distanze dei due emisferi, e così il centro della gravità del composto dei due emisferi si anderà sempre mutando, nè mai si potrà determinare il centro di gravità di una sfera, senza la relazione della lontananza dei centri di gravità dei due emisferi dal centro della Terra. » (Alb. X, 121, 22).

Avendo comunicato poi il Castelli così fatti pensieri, che gli passavano per la mente, al Nardi, questi, dop'aver riformata la Statica archimedea,

come si vide, raccolse dal suo discorso alcuni quesiti e corollari importanti, dai quali dovea dipendere quella final risoluzione del problema della Bilancia, che poco fa si diceva. Se i pesi variano, ragionava fra sè esso Nardi, secondo le distanze dal centro terrestre, non è dunque il primo postulato di Archimede. *Petimus aequalia pondera ab aequalibus distantiis aequiponderare*, vero assolutamente, ma nel solo caso che la Bilancia stia orizzontale. E qui gli si riduceva alla memoria la seconda proposizion di Giordano, l'enunciato della quale aveva fin allora, come Leonardo, creduto falso, ma che ora vedeva esser salvo, non già dalle ragioni addotte dallo stesso Giordano, ma perchè il peso sollevato, essendo più distante dal centro della Terra, è più grave, e dee far perciò tornare la Bilancia alla prima sua posizione orizzontale, benchè l'eccessiva distanza da noi a quell'infimo centro ne impedisca di vederne con gli occhi l'effetto. Che poi i corpi pesino tanto più, quanto da quello stesso centro del mondo son più distanti, come il Beaugrand aveva detto al Castelli, sembrava al Nardi molto probabile: sembrava probabile cioè che intorno al centro della Terra, mantenessero i corpi la ragion medesima di egualità, che intorno al centro della Bilancia, nella quale pure si osserva che tanto son più pesi quanto son più lontani.

Di questi pensieri ci lasciò il Nardi stesso scritta la memoria dopo il discorso, altrove da noi disteso, e nel quale, riguardando le forze convergenti, presentava sotto un nuovo punto di vista gli antichi teoremi archimedei. « Molti e importanti quesiti e corollari, egli dice, dal presente discorso si potrebbero fare e raccorre, onde per esempio cercherassi se pesi eguali, disegualmente rimossi dal centro, pesin disegualmente, e se più pesino i più lontani. Quando ciò sia vero, non sarà assolutamente vera la prima domanda di Archimede. Pare certamente probabile che, se il punto G (fig. 86) s'intenda trasportato nel centro D, mantenghino i pesi in E e in I le stesse ragioni di egualità in detto centro che fuori, e così il piccolo lontano contrappeserà al grande vicino, là dove nel centro D mancheranno in tutto di momento i gravi, che ivi si quietano. Scorgesi di qui che vera saria l'opinione di quelli, i quali volevano che la linea EI, non parallela ad AC per qualche violenza, dovesse, tolta tal violenza, ritornar parallela, ma la ragione di ciò essi ad altro non molto felicemente riferivano. È ben vero che ad essi conveniva asserire, concordemente con tutti quelli i quali la stessa opinione approvavano, che la lontananza dal centro così eccessiva impedisce tal effetto, non altrimenti che impedisce all'occhio il veder l'inclinazione delle due linee, che dagli estremi della Bilancia concorrono prodotte nel centro. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 873).

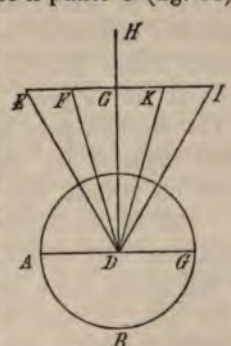


Figura 86.

Apparisce da questo documento che i pensieri del Beaugrand e del Castelli vennero a ridestare le controversie intorno all'equilibrio della Bilancia, nella quale sieno collocati i centri delle grandezze; pensieri e controversie

che il Nardi comunicò al Torricelli, in sul punto ch' era questi per dimostrare i venti modi varii di quadrar la Parabola. Le rumorose novità venivano a mettere qualche scrupolo in que' torricelliani teoremi, che l'Autore avea condotti secondo gl' instituti archimedei, seguiti anche da Galileo, ma non curando così fatte sottigliezze, reputate inutili e inefficaci, mantenne, per le medesime ragioni di Leonardo che, o fossero i pesi più alti o più bassi nella Libbra, o fosse essa Libbra orizzontale o inclinata, s' equiponderino le gravità, quand' hanno reciproca ragione alle distanze, o quand' esse gravità sono eguali e sono appese a distanze parimente eguali. Fra i supposti infatti premessi al trattato *De dimensione parabolae* pose in VI luogo anche questo: « Aequalia gravia ex aequalibus distantiis aequiponderant, sive Libra ad horizontem parallela fuerit sive inclinata; et gravia eandem reciproce rationem habentia quam distantiae aequiponderant, sive Libra sit ad horizontem parallela sive inclinata » (Opera geom. cit., P. II, pag. 13, 14).

Benchè dunque, poco prima del 1644, avesse il Torricelli deliberato di badare a sè e non si divagar la mente nelle sottilità propostegli dal Nardi, e nelle altrui controversie (maluimus rei nostrae servire quam aliorum controversiae demonstrationem accommodare), venne però presto il tempo che s' ebbe a trovar messo su quelle stesse vie, a grande industria scansate, e a compiacer del buon termine a cui si vide condotto. La più efficace occasione di quel ravviarsi colà, dove le speculazioni dello stesso Nardi gli aveano accennato, fu questa che ora diremo.

Il Cartesio, per applicare alle macchine quello ch' egli chiamava suo nuovo principio statico, aveva, in poche parole francesi, disteso un trattatello, che andò lungamente attorno manoscritto, pubblicato postumo nell' originale, e poi dal Poisson, insieme con altre operette del medesimo Autore, nel 1704 in Amterdam tradotto in latino. Il Mersenno mandò cotesto manoscritto meccanico al Torricelli, il quale non intendendo il francese se ne faceva tradur qualche cosa al Viviani, che ne prese in tale occasione copia, inserita poi ne' primi fogli del Tomo CXI dei Discepoli di Galileo. Il titolo è *Les Mechaniques,* poco sotto al quale si legge: « *Mechanice prima principia explicat* des engins, par l'aide des quels on peut, avec petite force, lever un tardeau fort pesant » (fol. 1).

Nell' ultimo capitoletto, ch' è il VI, *Du Levier,* dop' aver dimostrate le condizioni dell' equilibrio nello strumento, riguardando le forze naturali che lo sollecitano come convergenti al centro del mondo, l'Autore così conclude: « De quoy on peut resondre toutes les difficultes de la Balance nestre, qu'n point indivisibile, ainsy que iay suppose pour le Levier, si les bras sont pendues de part et d'autre, celuy qui sera le plus bas se doit tousiours trovuer le plus pesant, en sorte que le centre de la gravité n'est pas.... et immoble en casque corps, ainsy que l'avoient supposé les ancines, ce que personne encore, que ie sathe, n'a remarqué (ivi, fol. 5 a tergo).

Ora al significato di queste parole s' ebbe facilmente a risovvenire il Torricelli delle speculazioni del Nardi, con le quali e co' pensieri medesimi

del Castelli si riscontravano queste vantate novità cartesiane. Incominciò a dubitare allora se a introdur così fatte novità nella scienza fosse stato primo il Beaugrand o il Cartesio, quando un giorno gli occorse di tornare a svolgere il libro *Mecanicorum* di Guidubaldo del Monte. Si levò dalla meditazione di quelle pagine maravigliato che i suoi maestri Galileo, e il padre don Benedetto, avessero potuto credere al Beaugrand, che si vantava di essere stato il primo, dopo tutti i passati scrittori (Alb. X, 121) a maneggiare i pesi, non come paralleli ma come convergenti, mentre Guidubaldo, cinquant'ott'anni prima che venisse a insegnarla un Francese, aveva dato ag' Italiani, e a chiunque fosse piaciuto di ascoltarla, questa lezione:

« In quocunque enim situ pondus aliquod constituatur, si naturalem eius ad propium locum motionem spectemus, cum recta ad eum suapte natura moveatur, supposita totius universi figura eiusmodi erit: ut semper spatium, per quod naturaliter movetur, rationem habere videatur lineae a circumferentia ad centrum productae. Non igitur naturales descensus recti cuiuslibet soluti ponderis per lineas fieri possunt inter se parallelas. cum omnes in centrum mundi conveniant » (Editio cit., fol. 15 a t.). E come così convenienti avea riguardate quelle direzioni de' pesi nel trattare ivi *De libra*, mettendosi in mezzo a quelle controversie, dalle quali s'era fin allora astenuto il Torricelli, ma che ora tornavano ad allettarlo, perchè avea scoperto in Italia il maestro a quel Cartesio e a quel Beugrand, ch'eran venuti a farsi maestri di novità agl' Italiani e al mondo.

Guidubaldo dunque propugnava, come Leonardo da Vinci, l'opinione dell'equilibrio indifferente della Bilancia, contro la proposizione di Giordano e contro il quesito del Tartaglia, scoprendo la fallacia, che s'ascondeva nel loro discorso; fallacia, che egli diceva consistere nel riguardar, per le premesse, i pesi come liberi, e nel riguardarli poi come congiunti, venendo alla conclusione. Con la loro stessa regola di computare i momenti, soggiungeva l'arguto censore, si dimostra che l'equilibrio non è nella Bilancia di Giordano stabile ma indifferente, perchè, mentre il peso D (nella retro apposta figura LXXXIV) discende per l'arco DE, il peso C riascende per un arco eguale CL, e son pure eguali MG, HI, quantità dell'ascesa e del descenso. « Qualis ergo erit propensio unius ad motum deorsum, talis etiam erit resistentia alterius ad motum sursum; resistentia scilicet violentiae ponderis in C in ascensu naturali potentiae ponderis in D in descensu contra nitendo opponitur, cum sit ipsi aequalis, quo enim pondus in D naturali potentia deorsum velocius descendit, eo tardius in C violenter ascendit, quare neutrum ipsorum alteri praeponderabit, cum ab aequali non proveniat actio. Non igitur pondus in D pondus in C sursum movebit » (ibid., fol. 18 a t.).

Così veniva bene confutato, co' suoi proprii argomenti, il Tartaglia, il quale aveva dimostrato dover esser maggiore il momento del peso più alto, e che perciò era necessario tornasse la Bilancia a stabilirsi nel suo primo equilibrio, mentre sanamente applicando quella regola ne conseguiva dover essa Bilancia anzi rimanere, serbando, in qualunque posizione i pesi eguali

i momenti. Avrebbe così Guidubaldo raggiunto, per le medesime vie di Leonardo l'intento, ma perchè non stimava, come vedemmo, quella regola di computare i momenti per buona, cercò altro modo alle sue dimostrazioni. Mentre così cercava, conformando il discorso agli effetti della Natura, che fa convergere i pesi al centro del mondo, s'abbattè a dover concluderne una verità inaspettata, ehe cioè nello scendere la Bilancia s'aggrava.

Siano D, E (fig. 87) i due pesi intorno al centro C, e posto in S il centro della Terra siano DS, ES le loro direzioni: « quare, si ut rei veritas est, ponderis descensus magis minusve obliquus dicetur secundum recessum et accessum ad spatia per lineas DS, ES designata, iuxta naturales ipsorum ad propria loca lationes, conspicuum est minus obliquum esse descensum ipsius E per EG, quam ipsius D, per DA.... quare in E pondus magis gravitabit quam in D, quod est penitus oppositum eius, quod ipsi ostendere conati sunt » (ibi, fol. 19 a t.).

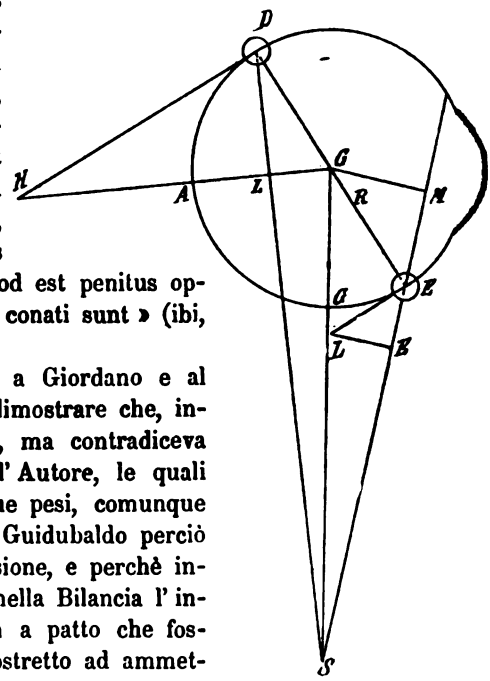


Figura 87.

La conclusione contradiceva a Giordano e al Tartaglia, i quali avevano voluto dimostrare che, invece il peso in E è meno grave, ma contradiceva altresì alle intenzioni stesse dell'Autore, le quali erano quelle di provar che i due pesi, comunque volti, serbano eguali i momenti. Guidubaldo perciò ebbe a rifiutar quella sua conclusione, e perchè insomma non era possibile salvar nella Bilancia l'indifferenza dell'equilibrio, se non a patto che fossero le forze parallele, si trovò costretto ad ammettere il supposto antico di Archimede e di Leonardo. Disse che, quando i pesi D, E son liberi di secondar gli effetti della Natura, le direzioni son convergenti, ma che son parallele, quando si trovano nello strumento artificiosamente congiunti. « Insurgent autem fortasse contra nos: si igitur, dicent, pondus in E gravius est pondere in D, Libra DE in hoc situ minime persistet, quod equidem tueri proposuimus, sed in EG movebitur. Quibus respondemus plurimum referre sive consideremus pondera quatenus sunt invicem disiuncta, sive quatenus sunt sibi invicem connexa: alia est enim ratio ponderis in E sine connexione ponderis in D, alia vero eiusdem alteri ponderi connexa, ita ut alterum sine altero moveri non possit, nam ponderis in E, quatenus est sine alterius ponderis connexione, rectus naturalis descensus est per lineam ES; quatenus vero connexum est ponderi in D, eius naturalis descensus non erit amplius per lineam ES, sed per lineam CS parallelam » (ibid.).

Ebbe facilmente il Torricelli a scoprire il paralogismo di questo discorso, perchè anche stando i due pesi connessi dovevano essere le loro forze concorrenti, e perciò il peso in E doveva, per le ragioni di Guidubaldo, cioè per la varietà della discesa, essere in qualunque modo il più grave. Se non che mancava a determinarsi la quantità, e nell'uno e nell'altro peso, la proporzione di quella discesa, ciò che sarebbesi potuto fare, conducendo ne' punti E, D al cerchio due tangenti, come fu da questa stessa figura del Nostro, suggerito al Cartesio, ma il Torricelli, ricordandosi del Benedetti, seguì la più spedita via segnatagli da lui.

In un luogo delle sue Meccaniche, da noi citato di sopra, dop'avere insegnato il Matematico veneziano che la regola per determinar la quantità di una forza obliquamente diretta, rispetto alla ortogonale, era quella di condur dal centro una perpendicolare alla direzione, soggiunge: « Hinc quoque corollarium quoque sequetur quod, quanto propinqius erit centrum Librae centro regionis elementaris, tantum quoque minus erit grave » (Specul. lib. cit., pag. 143).

Dal caso della Bilancia orizzontale, qui contemplato dal Benedetti, passa il Torricelli ad applicare il teorema al caso della Bilancia inclinata, e non solamente conferma la conclusione di Guidubaldo, che cioè il peso in E è più grave che in D, ma dimostra in qual proporzione sia l'un peso minore dell'altro, preparandosi a ciò fare le vie con questo Lemma: Abbiasi il triangolo ABC (fig. 88), in cui sia il lato AB minore del lato BC, e sia BD bissettrice. Conducansi dal punto D, ai detti lati, DF e DE perpendicolari; sarà AB × DF = BC × ED; ossia AB : BC = ED : DF.

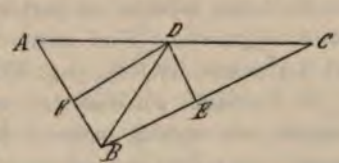


Figura 88.

« Ora posto, dice il Torricelli, che B figuri il centro, ed AC una Libbra di braccia eguali, con due pesi eguali nelle estremità A, C, i cui momenti o gravità son misurate dalle perpendicolari DF, DE, siccome dichiara Giov. Battista de' Benedetti nel suo libro Delle speculazioni matematiche, capitolo III ovvero IV; ne segue che il momento del peso in A, al momento del peso in C, sia reciprocamente come la retta BC alla retta AB, cioè reciprocamente come la distanza dei pesi dal centro della Terra. E di qui abbiamo, non solamente che il peso più vicino al centro, mentre è nella Libbra, pesa più del meno vicino, ma sappiamo ancora in qual proporzione più pesa » (MSS. Gal. Disc., T. XL, fol. 112).

Abbiamo voluto citar piuttosto il passo manoscritto, che quello pubblicato dal Grandi nelle note a Galileo (Alb. XIV, 121), non solo perchè la pubblicazione di lui, in alcune parti infedele, nuoce alla chiarezza, ma perchè, seguitando a leggere nello stesso manoscritto, trovasi dal Torricelli, con la considerazione delle forze centrali, risoluto più sottilmente che possa desiderarsi il problema meccanico da Aristotile proposto nella sua prima Questione. Il Tartaglia ne discorse a lungo nel VII libro de' suoi Quesiti, accu-

sando di falso il detto del Filosofo, che cioè le Bilanee di braccia più lung siano più diligenti, e fa ivi notare che, per quella maggior diligenza, si el gono anzi dagli orefici i piccoli Saggiatori. Conclude il suo lungo disco con dire che, essendo le Bilance più piccole più esenti dalle passioni de materia, rispondono perciò meglio alle intenzioni del Geometra, secondo quali hanno eguale mobilità così le lunghe braccia come le corte « per ogni sorte di peso, posto in qualsivoglia sorte di Libra, farà inclinar que de continuo, per fino a tanto che quella sia gionta all'ultimo over più ba luoco, che quella inclinar si possa » (fol. 77 a tergo).

Ma questo si verifica nel caso della Bilancia *folle*, ch'è il più tem vizio dello strumento, e i Saggiatori non per questo son agili, *perchè se accostano over approprinquano alle parti della Libra ideale*, ma p chè la loro leggerezza conferisce a fare avvicinar più che sia possibile centro di gravità al punto di appoggio, cosicchè, senz'andar ne' difetti d l'equilibrio indifferente, ne partecipano de' vantaggi.

Il Benedetti perciò correggeva Aristotile con altre ragioni dedotte da natura del Vette, perchè, in due Bilance solamente differenti per la lu ghezza delle braccia, il peso è nel braccio più lungo più ponderoso, « hac de causa movebit ad partem inferiorem maiori cum agilitate brachiu multo magis etiam illud ipsum deprimet, idest maiorem etiam angulum ciet » (Specul. lib. cit., pag. 153).

Il Torricelli poi dimostrò, come necesaria conseguenza delle forze co vergenti, che appena inclinata la Bilancia dal suo preponderante questo cresce il momento con proporzion maggiore nel braccio più lungo, che più corto, e di qui la ragion vera dei vantaggi da Aristotile predicati. « In tre (così ripigliasi nel manoscritto torricelliano il costrutto che si lasciò sopra interrotto) possiamo dedurne un'altra verità, che non si cammina c la medesima proporzione nella Libbra gran e nella piccola sempre. »

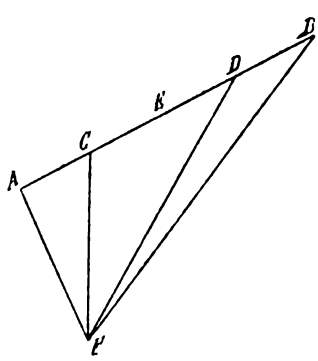


Figura 89.

« Sia una Libbra AB (fig. 89) ed u minore CD, il cui centro comune sia in ambedue con braccia eguali e con pesi egu e l'estremità F rappresenti il centro de Terra, al quale tendono naturalmente i p per linee non parallele, ma convergenti in E perchè il peso A al peso B ha, secondo suo momento, la proporzione reciproca di ad FA, ed il momento del peso C al momen del peso D è come la DF alla CF, e la alla CF ha maggior ragione che la DF a medesima FC (suppongo che la Libbra sia totalmente obliqua, che il pu A sia il più vicino al centro F e poi il punto C, e poi E e poi D e B sia più lontano) ed essendo FC maggiore di FA, sarà per conseguenza mo maggiore la ragione di BF ad FA, che di DF a FC; cioè maggiore ragio

del momento di A rispetto al momento del peso B, che del peso C al peso D. »

« E questa speculazione ci fa intendere un segreto vantaggio, che ha la Libbra grande sopra la piccola, nel mostrare la inegualità di due pesi, che stiano appesi alle estremità di quella Libbra. Imperocchè, sebbene stando in equilibrio, o diciamo in sito orizzontale, le due Libbre, la maggiore e la minore, non cammina la proporzione della maggior proporzione de' momenti nella Libbra maggiore che nella minore; tuttavia, ponendosi che un peso sia maggiore dell' altro, il maggiore rimove la Libbra dal sito orizzontale, ed indi acquista il maggior peso molto maggior momento nella Libbra grande che nella piccola, siccome si è dimostrato di sopra, ed in conseguenza ci mostra più apertamente l' inegualità. Nelle Libbre però materiali nel punto dell' equilibrio nasce un certo ritardamento dal tocco che si fa, il quale impedisce più la Libbra maggiore che la minore » (fol. 112).

Avendo più sopra mostrato qual si fosse l' origine di queste speculazioni del Torricelli, giova soggiunger che un' origine simile dovettero aver le speculazioni del Cartesio, a cui aveva riferito il Mersenno le conclusioni dello stesso Torricelli, e il modo da lui tenuto in computare i momenti nella Bilancia considerate le forze come dirette al centro della Terra. « Quantum ad id quod de Bilance scribis, rispondeva Renato all'amico, in eorum sum sententia qui dicunt pondera esse in aequilibrio, quando sunt in ratione reciproca linearum perpendicularium, quae ducuntur a centro Librae in lineas rectas, quae extremitates brachiorum centro Terrae connectunt » (Epist., T. II cit., pag. 93). E fu in questa sentenza condotto e in essa confermato da un ragionamento, simile a quello, a cui il Torricelli aveva nel *Mechanicorum liber* ritrovato, come si disse, il principio. Riduciamoci perciò alla memoria il discorso, in cui dianzi dimostravasi da Guidubaldo che il più basso peso nella Bilancia prepondera al più alto, e rappresentiamoci nuovamente sott' occhio l' iconismo illustrativo (fig. 90). Diceva che il peso in E ha la discesa più retta del peso D, perchè l' angolo SEG è più acuto di SDA e ciò dee naturalmente aver suggerito al Cartesio l' uso delle due tangenti, che venivano così a rappresentargli i due pesi come posati sopra due piani, in cui le Meccaniche avevano insegnato già a computar, fra la gravezza assoluta e la relativa, la proporzion del momento.

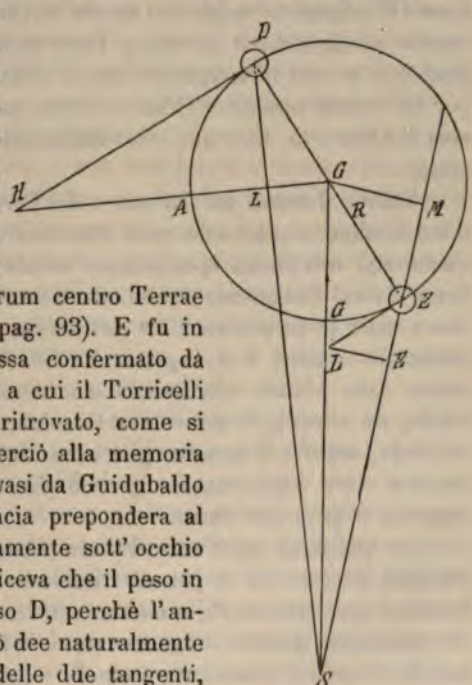


Figura 90.

Non altrimenti infatti da questo primo avvio procede, nell'epist. LXXVIII della I parte, quella cartesiana dimostrazione, nella quale si dice essere la gravità relativa del peso D all'assoluta come il perpendicolo DI sta al piano inclinato DH, e allo stesso modo essere le due gravità di E come EF sta ad EL. Ma perchè CM è stata condotta perpendicolare a MS, i triangoli simili ELF, CEM daranno EF : EL = CM : CE. Simili parimente essendo i due triangoli DHI, DIC si avrà per essi DI : DH = IC : DC. Ond'è che, se siano i pesi assolutamente eguali, ossia se EL = DH, avendo la Bilancia le due braccia CE, DC uguali, le due dette ragioni si ridurranno in quest'una EF : DI = CM : IC. Ora prosegue a dimostrare il Cartesio, in modo simile a quello del Torricelli, che CM : IC = DS : ES. « Pondus autem, quod est in E, se habet ad pondus, quod est in D, ut CM : IC, ergo ut DS : ES. Unde liquet centrum gravitatis duorum ponderum D, E, simul iunctorum per lineam DE, non esse in puncto C, sed inter C et E, ex. gr. in puncto R, in quod suppono cadere lineam illam, quae dividit angulum DSE in duas aequales partes. Hoc enim posito, notum est in Geometria lineam DR esse ad RE ut DS ad ES, ita ut debeant pondera in D et E sustineri a puncto R, ut in aequilibrio maneant in eo in quo sunt loco. Verum, si supponatur linea DE aliquanto magis aut minus inclinata super horizontem, aut si supponantur pondera haec in alia a Terra distantia, oportebit illa ab alio puncto sustineri ut sint in aequilibrio, et sic illorum centrum gravitatis non est semper in eodem puncto » (Fancof. 1692, pag. 226, 27). E così quel che asseriva l'Autore in fine alle sue *Mechaniques* è matematicamente qui dimostrato.

Veniva dunque dal Cartesio e dal Torricelli, per queste loro matematiche dimostrazioni, confermato quel che contro Giordano e il Tartaglia aveva da quella sua meccanica speculazione concluso già Guidubaldo, ond'è che sembrava aversi finalmente decisa, da tre così grandi autorità nella scienza, la causa della II proposizion *De ponderibus*, rimasta accusata di falsità nel suo enunciato e nelle sue ragioni. La Bilancia di braccia e di pesi eguali, rimossa dalla natural sua posizione orizzontale, non rimane, come diceva Leonardo, nè ritorna, come voleva Giordano: non indifferente anzi nè stabile, ma folle, seguita a scender giù infin tanto che non si posi nel perpendicolo, tirata e vinta dalla maggior gravità che, avvicinandosi al centro della Terra, acquista il peso più basso.

La questione però non era semplicemente matematica, e pur come matematica pareva che si potesse risolvere in diversa maniera, perchè, rimanendo i pesi orizzontali, scemano com'avea concluso il Benedetti, tanto più di momento, quanto il centro della Bilancia s'avvicina più al centro del mondo: mentre, rimanendo immobile essa Bilancia e sol variandosi intorno a lei la posizione de' pesi, questi, quanto son men lontani dal comun centro dei gravi, tanto più crescono, come dalla regola del Benedetti stesso resulta, i loro momenti.

Sembrerebbe dunque che si dovesse ricavar la legge dal primo fatto,

in cui tutta la macchina si muove, o non dal secondo, in cui si move sola una parte, e che ne sia perciò da concludere aver la gravità diretta, e non reciproca ragione delle distanze. Si volle nonostante il Torricelli tener fermo a questa seconda, perchè s'accomodava con una sua certa idea singolare, che cioè fosse natura propria dei gravi quella, non di tendere, ma di rifuggire dal centro. Sarebbe perciò quella comunemente chiamata gravità da dir piuttosto leggerezza, intorno alla quale scrisse due eloquenti lezioni, coll'intendimento di dimostrare agli Accademici fiorentini « non esser possibile che gli elementi vadano al centro, primieramente perchè non possono arrivarvi, e secondariamente perchè arrivandovi sarebbe un distruggere sè medesimi » (Lezioni accad., Milano 1823, pag. 148). Quanto più dunque si dilungano i corpi dal centro della Terra tanto più, secondo il Torricelli, entrando nella loro propria region naturale, divengono leggeri, ossia scemano di quel momento che violentemente trattenevali in basso.

Il Cartesio, incerto intorno al modo di definir le cose secondo il suo proprio sistema, giacchè Guidubaldo l'avea condotto a concluder che le gravità stanno in reciproca ragione delle distanze, si studiava di confortare le matematiche dimostrazioni con l'esperienze, osservando i grossi uccelli « ut grues, ciconias etc. multo facilius volare in altiore aere quam inferius » (Epist. LXXIII cit., pag. 215), non per altro, diceva, che per ritrovarsi colassù più leggeri, e lo stesso notava de' così detti aquiloni o cervi volanti. Nulla ha però maggiore efficacia a confermarlo in quella sua opinione di un'esperienza eseguita dal suo amico Mersenno, il quale, avendo fatto tirar verso il zenit palle da gran cannoni, e non vedendole tornare a basso, domandava maravigliato dove fassero andate, e a lui rispondeva il Cartesio che dovevano esser lassù divenute tanto leggere, da andar disperse com'al vento le foglie. « Denique, si experimentum illud quod a teipso factum fuisse mihi significasti, et de quo alii etiam nonnulli scripserunt, verum sit, nempe globos maiorum tormentorum versus zenith recta explosorum non recidere, colligere licet ictus eos in tantam altitudinem ferri, atque a Terrae centro adeo elongari, ut omnem suam gravitatem inde deperdant » (ibid.).

Queste, francamente parlando, son puerili semplicità, come quegli del Torricelli, trattenendosi sulla superfice e nell'interno della Terra, si direbbero filosofi capricci se, pigliando dalla luce, dal calore e dal suono gli esempii (Lez. cit., pag. 147), non avessero le leggi della loro diffusione potuto portare a concluder, per gli spazii celesti, direttamente la legge neutoniana della gravitazion de' pianeti in reciproca ragion de' quadrati delle distanze dai loro centri attrattivi. Questionandosi però de' corpi componenti questa bassa regione elementare, sembrava a molti, che più sanamente ragionavano sull'andare di Antonio Nardi, assai ragionevole che intorno al centro della Terra serbassero i pesi proporzioni simili a quelle, che si vedono osservare intorno al centro della Bilancia.

Il concetto delle forze attrattive, che venivasi a chiarir sempre meglio, pigliava ardore dagli inavvertiti spiriti aristotelici, i quali avevano pronun-

ziato essere nel centro della Libbra un' attrazion simile a quella, che si diceva avere il centro della Terra. E perciò, come ammetteva il Filosofo essere a proporzione delle distanze men sostenuto il peso nell' artificiale strumento; così sembrava ragionevole che dovesse avvenir nella macchina naturale, ossia nella Terra, in cui pure si avveri che, tanto più crescano i pesi di momento, quanto più si dilungano dal centro. Il Castelli e il Viviani fra' nostri furono di questo sentimento, e ne dettero dimostrazione, il primo in appendice a una lettera a Galileo (Alb. X, 125-27), e il secondo in un suo foglio manoscritto pubblicato dal padre Grandi (Alb. XIV, 120). Sostenne questa opinione in Francia il Fermat, contro validi oppositori, e la professarono molti altri, fra' quali più autorevole di tutti fu il Newton, che formulava così, ne' *Principii matematici*, la proposizione IX del III libro: « Gravitatem, pergendo a superficiebus planetarum, deorsum decrescere in ratione distantiarum a centro quam proxime » (Genevae 1742, pag. 53); proposizione, che viene ad essere dimostrata dalla LXXIII del I libro, supposto che serbi in sè da per tutto uguale densità la materia componente il pianeta.

Se così è, dopo tante vicende fortunose, la proposizion di Giordano è salva, almeno nel suo pronunziato. La Bilancia violentemente rimossa si ristabilisce nel suo primo equilibrio orizzontale, perchè il peso che riman sopra acquista maggior momento, non già dalla maggior rettitudine della discesa nel cerchio, ma dalla maggior distanza che, rispetto al peso di sotto, lo separa dal centro della regione elementare.

Se tutte le acque scendessero ai fiumi, la loro ubertà sarebbe proporzionale alle piogge, e così avverrebbe del fiume della scienza, se tutte le speculazioni entrassero nell' aperto alveo, che mena e regola la corrente. Ma come molte acque rimangono stagnanti o vanno per sotterranei rigagnoli disperse, così avvien delle idee, di che ci porgono un singolare esempio le cose fin qui discorse, essendo che tanto lavorio di mente, fatto da quegli insigni matematici intorno alle proprietà della Bilancia, o si rimanesse nei manoscritti o si riducesse in libri, non per tempo venuti alla luce. Di qui è che questa parte della scienza degli equilibrii, verso l' anno 1667, era si può dire a quel punto, in cui l' avea lasciata, quasi un secolo prima, Guidubaldo del Monte.

Geminiano Montanari infatti, professore nello studio di Bologna, dettava in quell' anno a' suoi scolari una lezione intorno agli effetti delle Bilance, dimostrati in sette matematiche proposizioni, nelle quali si concludeva dover essere una Libbra, che abbia il punto di sospensione nel centro, in condizione di equilibrio indifferente. E benchè fosse questa, come si sa, l' opinione di Guidubaldo, teneva nonostante il Montanari in approvarla altro modo, ch' era quello di far vedere com' avendo in qualunque posizione l' un peso e l' altro egual distanza dalla verticale, condotta per il punto del circonvolubile, hanno perciò eguali i momenti, secondo il ragionamento stesso che avea fatto due secoli prima Leonardo da Vinci.

L' anno dopo che fu dettata questa lezione, l' autografo della quale è

inserito dal foglio 128-31 del tomo XIX de' Manoscritti del Cimento, Donato Rossetti pubblicava in Firenze le sue *Dimostrazioni fisico-matematiche delle VII proposizioni*, nella II delle quali, con principii statici che avevano l'apparenza di nuovi, si tornava a discorrere degli effetti delle Bilance, proponendosi a risolvere il problema sotto questa forma: « Si pigli una Bilancia, che abbia uguali le braccia, all'estremità delle quali si appendino i pesi uguali, e si costituisca inclinata all'orizzonte: si fermi, e dopo si lassi in sua libertà. L'esperienza insegna che in tal sito non si fermi, ma che si porti con le braccia parallele all'orizzonte. Cercasi la causa di tal movimento » (pag. 9).

Se bastasse la sola considerazione dei centri di gravità, dovrebbe la Bilancia, dice il Rossetti, rimanere, ma perchè il fatto dimostra che ritorna, è da ricercar di ciò la ragione in qualche altra cosa diversa, dipendente da questo, ch'egli vuole gli sia concesso, che cioè « un corpo prema e graviti sopra un altro, non solo per il proprio momento, ma ancora per tutto il momento degli altri corpi, che uno sopra l'altro l'aggravano » (ivi, pag. 4). Ammesso questo, poi soggiunge, « se ne deduce, levati gl'impedimenti, che ogni settore di globo sarà sempre in peso assoluto eguale ad un altro settore a sè medesimamente eguale » (ivi).

Se ora siano GD, ND, LD (fig. 91) tre linee, che s'appuntano nel centro della Terra D, facendo gli angoli GDN, NDL eguali, e sia la Bilancia EF sospesa nel suo centro di gravità in C, supposte le due braccia CE, CF eguali e i pesi in E e in F eguali, rimarrà EF nella perfetta linea orizzontale, perchè il settore GDN, avendo capacità uguale a quella del settore NDL, vengono EC, e CF ugualmente premute dall'una parte e dall'altra.

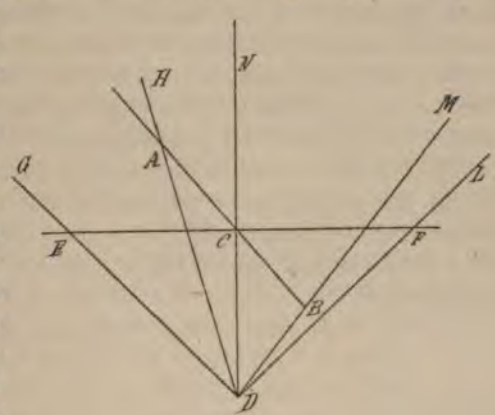


Figura 91.

Ma s'inclini la Bilancia, e si lasci nella posizione AB: il peso A serba tuttavia il momento medesimo del peso B, ma i settori HDN, NDM sono disuguali e perciò, aggiungendo quegli uguali momenti a questi disuguali settori, si farebbe contro la causa degli equilibrii. « Adunque non può la Bilancia stessa, ne conclude il Rossetti, fermarsi in questa inclinazion di settori, uno maggiore dell'altro, ed è necessario che si riduca all'orizzontale EF, nel qual posto solo aggiunge i suoi momenti uguali ai momenti uguali degli uguali settori NDL, NDG » (ivi, pag. 16).

Entrato il Rossetti, per via specialmente della spiegazione de' fenomeni di capillarità, in gare letterarie col Montanari, questi pubblicò in Bologna

nel 1669, sotto il nome del suo discepolo Ottavio Finetti, un libro apologetico col titolo di *Prostasi fisico-matematica*, dove, dopo la stampa della sopra commemorata Lezione *Degli effetti delle bilance*, si facevano alcune considerazioni intorno a ciò che degli equilibrii aveva nella II delle sue proposizioni dimostrato lo stesso Rossetti. Si diceva che se CB ha maggior momento di AC dee necessariamente seguitare a scendere, e non a risalire all' orizzonte, e quanto all' efficacia de' centri di gravità e all' esperienza, da cui la speculazione pigliava il fondamento, così si diceva:

« È manifesto che il signor Rossetti s' inganna in credere che, quando un corpo è sospeso per il centro di gravità sua, non resti in ogni sito equilibrato, il che nel suo caso succederebbe sempre, purchè li tre punti dell' asse e degli estremi fossero in una linea retta a capello. Ma il fatto sta che niuna Bilancia buona ha questi tre punti in linea retta, ma bensì quello di mezzo è d' alquanto superiore agli altri due, onde da ciò nascono gli effetti considerati. E se il signor Rossetti, nel fare l' esperienze sue, avesse bene avvertito alla vera struttura delle Bilance, non avrebbe ricercato infino al centro della Terra la cagione di quegli effetti » (pag. 42).

Erano il Montanari e il Rossetti stati ascritti all'Accademia del Cimento, in quell' ultimo periodo che seguitava a presiederla, già fatto cardinale, il principe Leopoldo, il quale volle sentire intorno a quelle controversie delle Bilance il giudizio del Viviani. Rispose questi che il Montanari, come fisico matematico, ragionava bene, perchè, attendendo alla smisurata distanza che è dalla superfice al centro della Terra, si possono le direzioni dei pesi riguardar come parallele, e perciò, se il punto di sospensione è nel centro o vicinissimo al centro, la Bilancia è in condizione di equilibrio indifferente, com' è confermato dalla più facile esperienza. Ma l' esperienza del Rossetti diceva liberamente essere una fallacia, perche, se rimosso uno de' pesi la vedeva tornare all' orizzonte, non poteva esser per altro, se non che per aversi il punto di sospensione costituito più in alto del centro. Notava inoltre che s' introducevano da lui le direzioni convergenti fuor di proposito, perch' essendo il più basso peso il più grave ne doveva seguire un effetto contrario.

Restava così confermata l' accusa del Montanari, che cioè il Rossetti non aveva bene avvertito alla vera struttura delle Bilance, e il Viviani stesso ebbe in questa occasione a fare esperienza del difetto che, di queste cognizioni intorno al principio delle equiponderanze, era in parecchi altri a quei tempi, come si mostrerà dal seguente fatto, col quale siam per chiudere nella nostra Storia questo episodio.

Aveva posto più volte mente il Viviani a quell' ondeggiare, che fanno le Bilance prima di ristabilirsi in equilibrio, e il lungo ago gli si rappresentava nella viva immaginazione qual persona folle e ubriaca. Gli venne di qui il pensiero di quella macchinetta spettacolosa che, senza conoscerne l' inventore, si descrive in quasi tutti i trattati di Fisica, per dar l' esempio e mostrar la ragione dell' equilibrio stabile ne' corpi sospesi; esempio rappre-

sentato in un fantoccio, con due contrappesi in una mano e nell'altra, che posato sulla punta di un piè, su qualunque sostegno, va balenando qua e là nè casca mai. Di contro all'abbozzato disegno scriveva il Viviani stesso di sua propria mano in un foglio: « Tutto il segreto dentro la figuretta ondeggiante sul bilico senza mai cadere, bench'ella non sia collegata col sostegno, ma solamente vi posi colla punta, sta che il centro di gravità del composto si trova sempre sotto il punto del sostegno » (MSS. Gal. Disc., T. CXLIII, fol. 64). Era il segreto stesso tanto tempo prima scoperto da Leonardo da Vinci: *il centro di ciascuno peso sospeso ci stabilisce sotto il suo sostentacolo,* eppure Giuseppe Ferroni, valoroso fisico e matematico, discepolo del Viviani, veduta con sua gran maraviglia in Bologna, dov'era allora professore nel collegio dei gesuiti, una di quelle figurine ondeggianti in casa Cospi, non seppe, con tutta la sua scienza nè con quella de' suoi colleghi, rendersi la ragione di quel fatto spettacoloso.

« Ho visto in casa del marchese Cospi, perciò scriveva al Viviani, una statuetta di legno di un Maestro, la quale, tenendo in mano un'asta rigida con due contrappesi, ed avendo nel piede una punta ferrata di trottola, posta su un candeliere di legno, su quello si gira, facendo molti ondeggiamenti, come se volesse cadere, ma però sempre si mantiene in piedi. Io pensai che questo equilibrio nascesse dal centro della gravità, qual fosse nella punta di ferro, che le serve di polo per raggirarsi, ma conobbi di aver fallito, perchè, avendo provato a sospendere la statuetta da detta punta di ferro, non stava equilibrata, ma prevalevano i contrappesi. Onde mi sono immaginato vi sia dentro qualche artifizio di argento vivo, quale scorra in que' tanti ondeggiamenti per l'asta de' contrappesi. So questa invenzione esser venuta di Firenza, onde la stimo parto dell'ingegno di V. S. illustrissima. Sono sommamente bramoso di saperne l'arcano, onde fo ricorso alla sua gentilezza, pregandola si compiaccia di spiegarmelo. » (MSS. Gal. Disc., T. CXLVI, fol. 281).

Il Viviani compiacque al discepolo e all'amico, ma è notabile che si servisse per la spiegazione di un esempio men naturale di quello delle Bilance, e che volesse sostituire alla dottrina de' centri di gravità, di così facile applicazione ne' comuni strumenti da pesare, le più complicate teorie de' centri di oscillazione dei pendoli. Il Ferroni in ogni modo vedeva come si potesse far dipendere il segreto da più alti principii de' vulgari, e così rispondeva, per significare la sua gratitudine alla liberalità del Maestro:

« Mi è stata graditissima la sua spiegazione, la quale ho notificata ad alcuni di questi lettori di Filosofia, e perchè mi domandano la sua lettera, io per sodisfare a tutti in un colpo ho risoluto di far venire in collegio, di casa del bali Cospi, il fantoccio barcollante, e farlo vedere a tutta questa nostra numerosa scolaresca, che pochissimi di loro l'hanno veduto, e con quella occasione farvi sopra l'eruditissima spiegazione della sua lettera. Servirommi della sua similitudine molto calzante del vaso cupo dondolante sulla punta di un coltello, sulla schiena superiore del qual vaso s'inchiodasse un

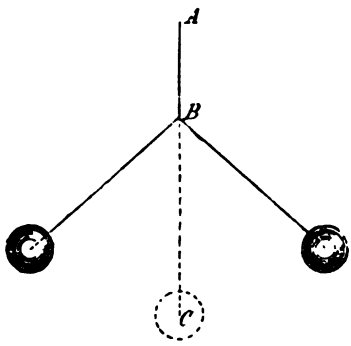


Figura 92.

fantoccio. Conforme i suoi inseg
ridurrò la macchina al pendolo,
più facile intelligenza degli scolar
durrò al pendolo composto di ast
ABC (fig. 92), la di cui asta BC,
al B centro del moto, se si divari
due aste de' contrappesi del fantoc
collante, farebbe sulla punta B l
riore asta BA quegli ondeggiame
fa la macchinetta ammirata » (ivi, l

CAPITOLO IV.

Delle Macchine

SOMMARIO

I. Della natura delle Macchine e del modo di operar del Vette, dell'Asse nella ruota, e delle Taglie; del Cuneo e della Vite. — II. Delle proporzioni tra la resistenza, e la potenza necessaria a sollevare i gravi, per via dei piani inclinati. — III. Delle censure di Alessandro Marchetti sopra i teoremi di Galileo e del Torricelli del momento dei gravi su i piani inclinati: della eterodossia meccanica di Giovan Francesco Vanni, e delle difficoltà, che trovarono in confutarla i Galileiani. — IV. Delle confutazioni speculate dai Matematici stranieri, e della questione intorno alla composizion dei momenti, proposta in Roma per rispondere ai sofismi del Vanni: degli errori di Luc'Antonio Porzio confutati dal Grandi.

I.

A definir l'essere e le proprietà naturali di quegli ingegni ritrovati dall' arte e dall' industria dell' uomo ora per isgravarsi, ora per esercitar più facilmente le forze nel maneggio dei pesi, giova ripensare a quegli atti, che comunemente si fanno, e che, sebben passino inavvertiti dal volgo, il Filosofo nonostante piglia per fondamento alle sue speculazioni. Chiunque vuol dalle sue spalle deporre qualche cosa, che gliele aveva aggravate con faticosa molestia, o la getta a posar per terra o l'attacca a qualche mensola. Il piano suolo dunque direttamente, e gli oggetti fermati in esso e sopr'esso elevati son le macchine più naturali, che i primi uomini ebbero a trovar negli aperti campi, e ne' rami degli alberi sporgenti. L'essenza poi di coteste macchine, che la Natura spontanea offeriva agli affaticati, si vede non in altro insomma consistere che nell' uso dei sostegni.

I corpi però, così ben sostenuti, si rimanevano tuttavia immobili, e a colui, che, per suo desiderio o per suo bisogno, gli avesse voluti traslocare,

conveniva riprenderseli nuovamente di là, dove aveagli o posati o sospesi, riaggravandosi di tutta quella prima deposta fatica le braccia e gli omeri. Il non poter sempre durare una tal fatica, e il desiderio innato di alleggerirla affinò l'industria, e suggerì i primi esercizi dell'arte. Dovett'essere il più ovvio di questi suggerimenti quello di traslocare il pesante corpo posato in piano col rotolarlo, ciò che serviva bene, quando si voleva mettere da una parte piuttosto che da un'altra, ma non già, quando fosse stato bisogno di sollevarlo più in alto. S'ebbe a sperimentare anzi che, dove là bastava una piccolissima forza, qui era invece necessità di mettercela tutta. Doveva esservi dunque, tra questo massimo e quel minimo, una via di mezzo, ed era ciò appunto che si cercava, perchè ben riconoscendo non esser possibile a sollevare un peso senza fatica, nè potendo per natura scansarla, si cercava l'arte di alleggerirla o di ridurla almen tale, che si potesse durare.

S'aprì da questi desiderii la mente, la quale intese che, a rotolare il grave sul piano, ci voleva piccolissima forza, perchè rimaneva tutto sul suo sostegno, e che a sollevarlo ce ne bisognava grandissima, perchè nulla oramai più gli serviva di appoggio. Bene essendosi di qui compresa la ragion della maggiore e della minore difficoltà del moto, suggerì l'arte che quello si cercava si sarebbe facilmente potuto ritrovare col far sì che il grave, se non tutto, fosse almeno sostenuto dalla macchina in parte, e si lasciasse il resto alle forze del motore.

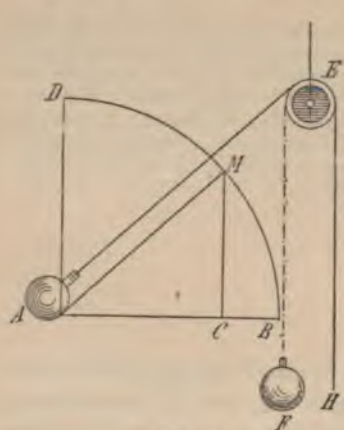


Figura 93.

S'otteneva l'intento con l'inclinare più o meno il piano sull'orizzonte, e secondo quella maggiore o minore inclinazione si compartivano, fra la potenza e la resistenza, le virtù a talento dell'arte. Sia AB (fig. 93) il piano e AD il perpendicolo: a rotolare un grave sopra AB richiedesi piccolissima, anzi nessuna forza, se fosse possibile rimovere ogni sorta d'impedimenti, perchè la macchina resiste per sè a tutto il peso. Ma a sollevar quello stesso grave per AD, si richiede tutta intera la forza necessaria, perchè la macchina nulla ne sostenta. Fra B e D son segnate infinite le vie di mezzo, e quanto più si sale, tanto meno resiste la macchina al peso, e più perciò ne rilascia alle forze del motore.

Figura 94.

Dal piano passando alla mensola, o di qualunque sia forma e comunque sia posto, al fulcro, ebbe l'arte a essere scorta da esperienze simili e da simili ragionamenti, quando volle provarsi a sollevare i pesi, esercitandovi attorno la Leva. Sia in C (fig. 94) ad essa Leva il fulcro, e sia in B col-

locato il peso: facilissime esperienze dimostrarono che, facendosi forza in A a una distanza da C eguale a quella di B, si durava fatica quanto a tenere il peso in mano, o quanto a riprenderlo dalla mensola, dove s'era attaccato, e rimetterselo sulle braccia. Ritirando però B verso C si sentiva alleviare via via la fatica, infin tanto che, giunto in C, non ci voleva forza di nulla. S'ebbe anche di qui perciò a riconoscere che fra il tutto e il nulla v'erano le vie di mezzo, la ragion delle quali dipendeva dalla maggiore o minor distanza dal sostegno, secondo la qual distanza si potevano a piacer dell'arte compartire, fra la potenza e la resistenza, i respettivi momenti. Quanto più debole si sentiva il motore, tanto più studiavasi di caricarsi di men peso per sè, e di lasciarlo piuttosto sul sostegno, pigliando giusta regola dalle distanze, giacchè l'esperienza gli avea insegnato che tanto più resiste la macchina, quanto ha il peso più vicino al centro del moto, e tanto men fatica si dura, quanto gli si resiste di più lontano.

La Leva e il Piano inclinato sono i due esemplari, a cui s'informano, e da cui dipendono le altre macchine conosciute e descritte dalla scienza ne' suoi trattati, giacchè derivano dalla prima l'Asse in peritrochio e il Polispasto, e dalla seconda il Cuneo e la Coclea. Que' Filosofi perciò, che al sopra detto modo ragionavano, investigarono l'intima costituzione di tutt'e sei le potenze meccaniche, e facilmente ne riconobbero le proprietà nelle ragioni e negli usi.

Fruga i nostri Lettori la curiosità di sapere se fossero que' Filosofi, o gli antichi del tempo di Archimede, o i moderni del tempo di Galileo, per dar sodisfazione alla qual curiosità rispondiamo essere stati coloro, che più espressamente riducevano le virtù delle macchine al sostegno, Filosofi sconosciuti di que' tempi di mezzo, ne' quali speculava Leonardo da Vinci. Il fondamento statico di Lui, come si riferì nella prima parte del precedente discorso, è riposto nel principio notissimo che *quella cosa, che fia più lontana dal suo firmamento, manco da esso fia sostenuta*, d'onde se ne concludono le leggi dell'equilibrio tra la potenza e la resistenza dei gravi sospesi. Quanto ai gravi posati sui piani, vedemmo nel capitolo primo di questo Tomo come Leonardo, immaginando di aver la ruota di un carro, che si muova su per un'erta, determinasse con geometrica precisione quel che va del peso al sostegno, e quel che rimane a tirare alle forze dell'uomo o del cavallo.

Investigata così la natura delle macchine nelle sue ragioni, era facile secondo la verità a comprenderne gli usi, imperocchè s'immagini di aver, nella passata figura XCIII, qualche corpo pesante A, il quale si voglia, servendosi del piano inclinato, sollevare a un'altezza possibile alle nostre forze. Sia quello scelto piano AM, e sopr'esso tirisi il grave, per mezzo della fune AE, che passi in E, per la gola della puleggia ivi affissa. Giunto A in M è scorsa tanto di fune EH, quanto è la lunghezza AM, e s'è così conseguito l'intento. Volendosene ora esaminare il modo, si troverà che, se avessimo avuto forza pari alla resistenza, e nè perciò bisogno alcuno di macchina, sa-

rebbesi il peso A potuto sollevare in quel medesimo atto e tempo all' altezza AD, com' è facile a intendere immaginando che A, invece di posar sul piano pendesse libero in F della puleggia. Ma intanto, benchè siasi fatt' uso della macchina, è tanto piccola l' altezza CM, a cui siamo giunti, quanto piccola era la forza applicata.

Le medesime proporzioni si osservano nella Leva, perchè, posto per esempio il peso in D (nella figura XCIV poco addietro rappresentata) e a una maggior distanza dal fulcro applicata in A la potenza, se avessimo avuto forze sufficienti si sarebbe, senza altr' uso di macchina, nel medesimo atto e nel medesimo tempo, sollevato il peso infino in E, mentre non siam riusciti a portarlo più su che in F, a un' altezza tanto minore di E, quanto le nostre facoltà si trovarono inferiori al bisogno. Non è dunque vero, s' ebbe a concluderne di qui, che per gli strumenti meccanici s' avvalorin le forze, e che se ne moltiplichi l' effetto, vedendosi secondo i meriti, nè più nè meno, retribuita la più giusta mercede. Sicchè insomma, bene esaminate le cose, si trovò non ci prestar le macchine altro servizio, che di render, quantunque piccole, efficaci le nostre forze e, non avendo a dispor del tutto, potere almeno renderne fruttuosa una parte.

Tale è il luminoso concetto che investe le Meccaniche di Leonardo, ma che negli Autori succeduti a lui apparisce alquanto meno sincero. Aveva Guidubaldo fatto notare che « quo pondus facilius movetur, eo quoque tempus maius esse; quo vero difficilius, eo minus esse » (Mechanic. lib. cit., fol. 105 a t.), e Galileo faceva da questo fatto dipendere la natura degli strumenti meccanici, e la ragione de' loro effetti, « perchè, avendo noi scarsità di forza e non di tempo » (Alb. XI, 36), supplisce con l' abbondanza di questo la macchina al difetto di quella. S' ebbe di qui a formulare il meccanico aforismo: *quel che s' acquista in forza si perde in tempo,* ciò che dai ragionamenti riferiti di sopra non appare assolutamente vero, essendosene tutt' altrimenti concluso che nulla s' acquista di forza e nulla si perde di tempo. Quell' aforismo, che certamente non s' avvera nè nel Piano inclinato nè nella Leva, Guidubaldo lo applicò alla Troclea, all' Asse nella ruota e alla Vite, d' onde è facile a comprendersi che la considerazione del tempo, non sovvien dall' essenza della macchina, ma dal particolar modo com' è disposta, che, senza nulla variar degli organi, permette di ripetere e di continuare i primi intrapresi esercizi. Il Peritrochio infatti è una Leva continua, com' è un piano continuo la Coclea: e la Taglia stessa è una fune continuamente tesa.

La natura delle Macchine sembra dunque essere stata assai meglio definita da Leonardo, che non da Guidubaldo o da Galileo, ond' è facile aspettarsi che dovesse avere il primo qualche vantaggio sugli altri due, anche nell' investigarne la ragion degli effetti. Quanto al Piano che, secondo il concetto dello stesso Leonardo, è la Macchina essenziale, e a cui si riduce infine la stessa Leva; quel vantaggio apparisce dalle cose dette nel capitolo I di questo Tomo assai manifesto, e si farebbe manifesto altresì per le altre macchine secondarie, se fosse qui o altrove, nella nostra Storia, luogo a trattar

di proposito della Scienza meccanica di Leonardo da Vinci. Si vedrà nonostante nel seguente compendioso discorso ricorrerne più di un esempio.

Richiederebbe l' ordine logico che si facesse primo il piano, e le due Macchine che ne dipendono, naturale soggetto a quel discorso, e che si venisse poi a dir della Leva e delle altre due Macchine, che pur da essa derivano. Ma non può la storia degli svolgimenti del pensiero adattarsi all' ordine di un trattato, che suppone il pensiero stesso già svolto. Ciò necessariamente conduce a far ultimo quel ch' era primo, e ci consiglia a cominciar dal Vette, e dagli strumenti che hanno forma di lui.

Quando il punto di sospensione è nel mezzo, si applicano immediatamente al Vette le leggi delle equiponderanze, delle quali Aristotile pose i principii, e Archimede poi ne dettò al mondo geometrica dimostrazione. Si poteva però disporre lo strumento in altri due modi, o ponendo il peso tra la potenza e il sostegno, o la potenza fra il sostegno e il peso. Di questi due nuovi generi di Leva non si trova fatta chiara distinzione appresso agli Antichi, benchè la XXIX Questione aristotelica proponga a considerare un esempio, che imitasi così spesso ne' manuali esercizi. Perchè, domanda il Filosofo, trasportandosi un peso pendente da un legno, posato coll' estremità sulle spalle a due uomini, si senton questi egualmente aggravati, se il peso è nel mezzo, ma, se riman da una parte, se ne sente più addosso il più vicino? Forse perchè, risponde, il legno è un Vette, il peso è il fulcro, e un degli uomini fa da potenza e l' altro da resistenza? « An quoniam Vectis quidem lignum efficitur, pondus vero hypomochlion, qui autem proprior est ponderi ex iis qui illud gestant, id quod movetur, alter vero portantium quod movet » (Operum, T. XI cit., fol. 38).

La questione in sostanza era ben risoluta, se non che, per non trasfigurar di troppo la natura delle cose, giovava lasciare al peso rappresentar la propria qualità di resistenza; a uno degli uomini il fulcro, e all' altro il motore. Così veniva ben distinto il secondo genere di Leva, che poi, come Aristotile insomma fa, si riduce alle medesime leggi del primo. La distinzion chiara però della nuova forma e le ragioni della trasformazione s' incominciarono a dimostrar dai Meccanici del secolo XV, ma non apparvero forse prima alla luce, che ne' libri del Benedetti e di Guidubaldo del Monte. Questi, come lemma preparatorio al suo trattatello *De trochlea*, considerò, nelle proposizioni II e III *De vecte*, gli altri due modi di usar lo strumento, diversi dall' ordinario descritto da Archimede, e, nel caso che sia il peso nel mezzo, dimostrò in due maniere che la potenza e la resistenza hanno ragion reciproca delle distanze dal fulcro. Galileo imitò Guidubaldo, alla seconda maniera del quale s' accosta la dimostrazione che, nella *Scienza meccanica*, vien proposta per lemma al capitolo *Delle taglie* (Alb. XI, 104, 5).

Tengono i due Autori il medesimo modo, tenuto già da Leonardo, ma egli è più agile e, in quella sua naturale semplicità, più elegante di loro. Sia AD (fig. 95) una Leva di primo genere col ful-

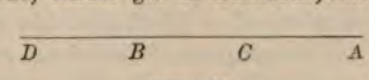


Figura 95.

cro in C, e co' pesi A, D in equilibrio, secondo la nota proporzione D : A = AC : CD. Si trasporti A in B, in distanza eguale dal centro: non verrà per questo alterata in nulla quella prima equiponderanza, la ragion della quale, posta BC invece di CA, e B invece di A, sarà espressa in quest'altra forma D : B = BC : CD. Nella seconda maniera di Guidubaldo, e in quella che imitò da lui Galileo, si riducono le lunghe parole a questo breve discorso, che si legge scritto così in una Nota di Leonardo:

« Se la lieva è doppia della contrallieva, tanto fa al motore avere il peso in mezzo alla lieva, quanto nel termine della contrallieva. Provasi, e sia CD la lieva, CA la contrallieva, la quale è per la metà d'essa lieva. E se il peso sarà applicato nel mezzo della lieva in B, allora tanto ne sentirà il sito C, quanto ne sente D, perchè le distanze CB, e DB, ch'el sostengono, sono uguali, e per la nona di questo libro tal fia la proporzione de' pesi, che sente li sostentacoli del peso da lor sostenuto, qual'è quella delle distanze, che hanno li centri de' sostentacoli dal centro del grave sospeso. Adunque è concluso che C, D sostentacoli si caricano ugualmente di B peso. Oltre a di questo, se il peso B fia trasmutato tanto al di là del fine della lieva, quanto era di qua, il motore D sentirà tanto peso del grave trasmutato, quanto esso si sentissi di prima. Provasi: CD lieva del motore D è doppia alla contrallieva del mobile A, adunque D motore sente la metà del mobile, come sentire solea, quando esso mobile era in B, e così è concluso il nostro intento » (Manuscr. G cit., fol. 63).

Riman qui Leonardo nel solo modo di dimostrare superiore a Guidubaldo, ma altrove, ciò che più importa, lo vince, quando sia per inusitati sentieri da giungere alla scoperta del vero. Le proposizioni VIII e IX *De vecte* son manifestamente false, e farebbe gran maraviglia che non avessero l'esperienze fatto ravveder de' suoi errori l'Autore, se avesse saputo il modo di applicare all'estremo braccio della leva inclinata la giusta direzione della potenza. « Sit vectis AB (fig. 96), egli dice, horizonti aequidistans, cuius fulcimentum C, pondus autem BD, eiusdem vero gravitatis centrum sit supra vectem uhi H, sitque potentia sustinens in A. Moveatur deinde Vectis AB in EF, sitque pondus motum in FG: dico primum minorem potentiam E sustinere pondus FG, vecte EF, quam potentia in A pondus BD, vecte AB.... Sit deinde vectis in QR, et pondus in QS, cuius centrum gravitatis sit O: dico maiorem requiri potentiam in R ad sustinendum pondus QS, quam in A, ad pondus BD » (Mechanic., lib. cit., fol. 44, 45).

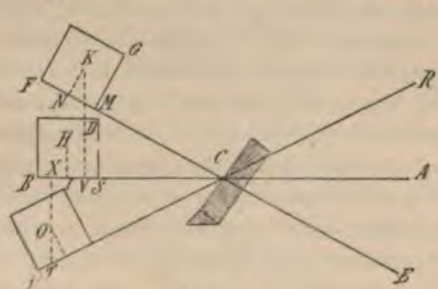


Figura 96.

La ragione di questi asserti la fa Guidubaldo dipendere dalle intersezioni delle perpendicolari condotte sulle Leve dai centri di gravità dei pesi,

le quali perpendicolari, nel peso orizzontale BD, precidono il braccio di leva in I, ma nel peso sollevato in FG lo precidono in M più vicino, e nel peso abbassato in QI lo precidono in T, più lontano dal fulcro di quel che non sia I. Da questa varietà di distanze, così misurate, conclude Guidubaldo la varietà dei momenti, ma Leonardo, seguendo in ciò la regola vera, ch' era quella di porre i pesi *sotto la loro perpendicolare sopra la linea della ugualità*, se questa linea della ugualità è AB, abbassate sopr' essa, dai due centri K, O, le perpendicolari KY, TX, avrebbe sicuramente detto essere CY e CX, e non CM e CT le distanze dal centro, per le quali s' ha, rispetto a CI, da misurare la varietà del momento che subisce il peso o più alto o più basso. Si sarebbe di qui facilmente scoperta la fallacia, che s' ascondeva nel discorso, per cui concludevasi da Guidubaldo dover essere in QI il grave più ponderoso, quando non gli fosse in più diritto e sicuro modo rivelato il vero dall' esperienza, come doveva essergli occorso nel trattar dell' Asse nel peritrochio.

Di questa macchina non lasciarono gli Antichi altro documento, da quel che si legge nell' ottavo libro delle Collezioni di Pappo, dove il Matematico alessandrino si limita a descrivere brevemente gli organi, chiamando asse il cilindro, intorno a cui s' avvolge la fune che ha da tirare il peso, timpano la ruota attraversata nel suo centro dall' asse, e scitale dall' ufficio le leve confitte sulla circonferenza della stessa ruota, le quali valgono per noi quanto a dire manubrii. Rimase perciò ai moderni l' ufficio di dare scienza dell' arte, e Guidubaldo del Monte, fra' primi e più conosciuti, dimostrò questa facile proposizione: « Potentia pondus sustinens Axe in peritrochio ad pondus, eamdem habet proportionem, quam semidiameter Axis ad semidiametrum tympani, una cum scytala » (Mechan., lib. cit., fol. 107).

Le difficoltà cominciarono quando, costituendosi la potenza in un altro peso, la scitala usciva fuori della sua prima posizione orizzontale. Vennero allora l' esperienze a far veder chiaramente che quella stessa potenza variava il momento, e Guidubaldo, applicandovi la regola de' centri di gravità, riuscì a dimostrare il fatto e la causa, ma non le giuste proporzioni di una tal variazione. Quelle esperienze però, più giudiziosamente consultate che nelle proposizioni VIII e IX *De vecte*, rivelarono all' Autore il vero, almeno in una sua parte più rilevante, ponendo mente alla differenza che passa, quando si fa l' equilibrio della macchina vincere a un peso morto, o a una potenza animata, come son le mani e le braccia dell' uomo. In questo caso, o tirando l' un manubrio o l' altro, la fatica è sempre la stessa, perchè la forza non è diretta secondo il perpendicolo, ma secondo la circonferenza. « Tunc eademmedet potentia, vel in F vel in T constituta, idem pondus sustinere poterit, cum semper, in cuiuscumque extremitate scytalae ponatur, ab eodem centro aequidistans fuerit, ac secundum eamdem circumferentiam ab eodem centro aequaliter semper distantem propensionem habeat. Neque enim, sicuti pondus, proprio nutu magis in centrum ferri exoptat quam circulariter moveri, cum utrumque seu quemlibet alium motum nullo prorsus

respiciat discrimine. Propterea non eodem modo res se habet, sive pondera, sive animatae potentiae iisdem locis, eodem munere obeundo, fuerint constitutae » (ibid., fol. 109).

Galileo, dietro i documenti che s' avevano oramai studiando nelle Meccaniche del Benedetti, illustrò e ridusse a matematica precisione il concetto di Guidubaldo, che cioè « se nella medesima circonferenza fosse applicata forza animata, la quale avesse momento di far impeto per tutti i versi, potria far l' effetio, costituita in qualsivoglia luogo di detta circonferenza, tirando non al basso, ma in traverso secondo la contingente » (Alb. XI, 101), perch' essendo la tangente perpendicolare al raggio serba, per le cose dimostrate dal Benedetti, tutta intera la sua potenza. Si riduce in conclusione a queste e a poche altre semplici considerazioni quel che, esplicando e di più facili parole ornando il trattato di Guidubaldo, trovò da aggiungere Galileo nella scienza meccanica dell' Asse nella ruota. Ma passando alle Taglie non promove proprio di nulla la scienza del suo predecessore, fedelmente e in tutto seguitata da lui, benchè fosse facile a riconoscerla in sè così difettosa.

La seconda proposizione *De trochlea*, nel libro di Guidubaldo, è così formulata: « Si funis orbiculo trochleae ponderi alligatae circumducatur, altero eius extremo alicubi religato, altero vero a potentia pondus sustinente apprehenso, erit potentia ponderis subdupla » (fol. 64 t.). Figurata in BCD (fig. 97) la rotella, dall' asse E dalla quale penda il peso A, sostenuto dalle funi FB, GD, una delle quali sia fissa in F e sia all' altra applicata la potenza, dimostra Guidubaldo quella sua proposizione, conducendo il diametro DB, in cui vede rappresentarsi una Leva di secondo genere col sostegno in B, colla resistenza posta nel mezzo E, e con la potenza applicata in D, la quale, per le cose dimostrate *De vecte*, dee stare al peso come BE a BD o come uno sta a due.

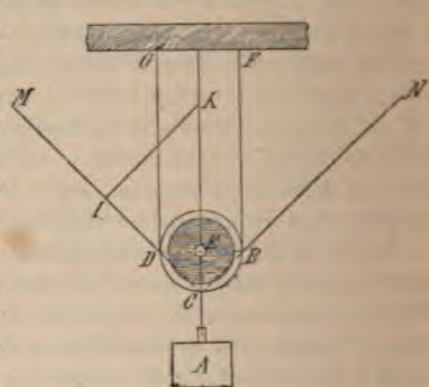


Figura 97.

Galileo, avendo anch' egli premessa per servir di lemma, come dicemmo, la dimostrazione delle condizioni dell' equilibrio nella Leva di secondo genere, l' applica, ad imitazione di Guidubaldo, alla girella sostenuta da due funi, e poi soggiunge: « Abbiamo fin qui esplicato come, col mezzo della Taglia, si possa duplicar la forza. Resta che, con maggior brevità che sia possibile, dimostriamo il modo di crescerla secondo qual si voglia moltiplicità, e prima parleremo della moltiplicità secondo i numeri pari, e poi impari, e per dimostrar come si possa aumentare la forza in proporzione quadrupla, proporremo la seguente speculazione, come lemma delle cose seguenti » (Alb. XI, 108, 9).

Il lemma, che passa a dimostrar Galileo, è la proposizione VI formulata così da Guidubaldo: « Sint duo vectes AB, CD (fig. 98) bifariam divisi in E, F, quorum fulcimenta sint in B, D; sitque pondus G in E, F utrique vecti appensum, ita ut ex utroque aequaliter ponderet, duaeque sint potentiae in A, C aequales pondus sustinentes; dico unamquamque potentiam in A, C subquadruplam esse ponderis G » (Mechan., lib. cit., fol. 70). La facile dimostrazione è uguale nell'uno e nell'altro Autore, com'è uguale l'applicazione che da ambedue se ne fa, quando una girella di sopra sostiene altre due girelle di sotto, i diametri delle quali fanno l'ufficio, e seguon perciò le leggi statiche de' due vetti proposti. Provasi con analogo discorso che, se i vetti son tre, la potenza è un sesto, se son quattro, è un ottavo del peso, « atque ita deinceps in infinitum » (ibid.).

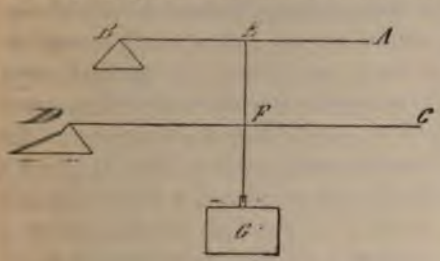


Figura 98.

« Passando ora, dice Galileo, alla dichiarazione del modo di moltiplicare la forza secondo i numeri dispari, e facendo principio dalla proporzione tripla, prima metteremo avanti la presente speculazione, come che dalla sua intelligenza dipenda tutto il presente negozio » (Alb. XI, 111). La speculazione consiste nella proposizione IV da Guidubaldo così formulata: « Sit vectis AB (nella precedente figura) cuius fulcimentum sit B, qui bifariam dividatur in E, sitque pondus G in E appensum, duaeque sint potentiae aequales in E, A pondus G sustinentes: dico unamquamque potentiam in E, A ponderis G subtriplam esse (Mechan.. lib. cit., fol. 67 a t.).

Serve anche questa proposizione ad ambedue gli Autori di lemma a dimostrar che la potenza è un terzo della resistenza, quando alla girella inferiore, da cui pende il peso, ne sovrasti una superiore congiuntale per una corda, un capo della quale sia fermato alla stessa girella inferiore, e sia all'altro applicata la virtù motrice. Con ragioni analoghe a queste si dimostra da Guidubaldo il modo e la ragione di ridurre a un quinto, a un settimo, a un nono, e così di seguito la forza applicata alla fune, rispetto a quella, che assolutamente bisognerebbe per sollevare senz'altra macchina il peso. È poi sollecito di far notare in corollarii che si deducono via via dalle dimostrate proposizioni, come al diminuir della forza corrisponde sempre una lunghezza maggiore nel viaggio; cosicchè non si riduce essa forza per esempio alla metà, o a un terzo, senza ch'ella non abbia contrariamente a percorrere il doppio o il triplo dello spazio. In conformità di che Galileo, dopo aver dimostrato il modo e le ragioni di ridur per le Taglie a metà la fatica soggiunge: « E qui, come negli altri strumenti s'è fatto e ne' seguenti si farà, non passeremo senza considerazione come il viaggio, che fa la forza, venga ad essere doppio del movimento del peso » (Alb. XI, 107).

Il Cartesio, descrivendo nelle sue Meccaniche le proprietà della Troclea,

faceva notar, come cosa nuova e importante, che le virtù della macchina non nascono dalla Troclea in sè stessa, ma dalla fune, la quale, avvolta solamente di sotto, se la potenza tira in su, o di sotto e di sopra, se si vuol farla tirare in giù, percorre uno spazio doppio di quello, che nello stesso tempo si percorre dal peso. « Observandum quoque est vires illas non a Trochlea proficisci, sed tantummodo a funis motu illius, qui ponderi est motus duplo » (Editio cit, pag. 15). In una delle sue Epistole poi diceva essere una sciocchezza quella di Guidubaldo, che riduceva la Troclea alla natura del Vette. « In Trochea autem ineptum mihi videtur Vectem quaerere, quod, si bene memini, Guidonis Ubaldi figmentum est » (Epist., P. II cit., pag. 93).

L'accusa insolente è stata oramai giudicata dai Matematici moderni, i quali, benchè considerino più volentieri le tensioni delle funi, non credono però che sia ridicolo il riconoscere nella Troclea le virtù stesse del Vette. Più giudiziosa dunque di quella del Cartesio sembrerà a tutti la deliberazione presa da un nostro Italiano, se non precursore certamente contemporaneo al Filosofo francese, il qual nostro Autore, intendendo che sia la potenza applicata alle funi, pensava di avere a dimostrar le proposizioni delle Taglie meglio di Guidubaldo.

Niccolò Aggiunti sanamente ragionava non poter essere le virtù, dove manchi la natura del Vette, la quale par che essenzialmente sia posta nel sostegno. « Se il peso G, egli dice (nella precedente figura XCVIII), sarà sostenuto dalle forze A, C, il sostegno in B sosterrà quel che avanza a dette forze, perchè il sostegno B non fa forza in su ma solo ritien che la leva, dalla parte B, non si muova in giù. Sicchè, quando le sole forze A, C fossero bastanti a sostenere il peso G (come sempre avvien nelle Taglie) il sostegno non opera cosa alcuna » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 91).

Persuaso dunque che debba esser così, come la mente gli ragionava, che cioè nelle taglie operino solamente le forze applicate alle funi, a dimostrare il particolar modo di così fatta operazione s'apparecchiava l'Aggiunti il seguente teorema: « Sia la superfice parallelogramma o rettangola AB (fig. 99) orizzontale, ed in essa sia la linea ED, che divida nel mezzo FB, AI, ed essa ancora sia divisa in mezzo col punto C, dal quale ereggasi la CH perpendicolare al piano AB. Intendasi la detta linea ED mobile intorno al punto C, come una bilancia di braccia uguali, ed al moto di essa intendasi conseguentemente mobile la superfice AB. Intendansi poi diste-

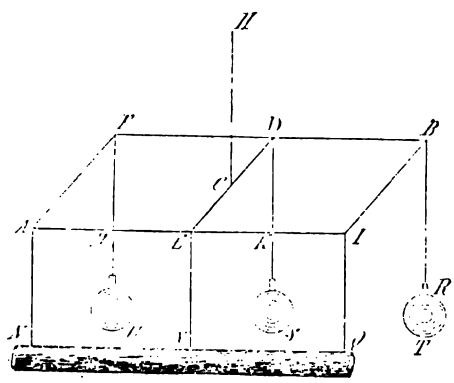


Figura 99.

secondo le linee equidistanti AF, ED, IB, le corde NAFM, XEDK, QIBR, e dalla parte AI penda attaccato il cilindro grave NQ, il quale sia sospeso da tutt'e tre le corde in sito orizzontale e parallelo alla AI. Dall'altra parte della FB pendano, dai tre capi delle corde, i tre gravi U, S, T eguali in mole e in peso ciascuno a ciascuno, e tra tutti e tre di egual peso che il cilindro NQ. »

« Essendo dunque i tre gravi pendenti, come se fossero attaccati co' loro centri di gravità ugualmente distanti l'un dall'altro, dunque, per la V di Archimede, il centro della gravezza composta di tutti e tre sarà nel punto D, sicchè tutto il peso di tutti e tre gravita massimamente in D, esercitando l'istessa gravità, attaccati ne' punti F, D, B, come se tutti e tre fossero attaccati in D, e così il cilindro NQ è come se fosse attaccato solamente in E, e l'istesso peso sente la libbra ED, quando il cilindro pende dai punti A, E, I, come quando pende da E solamente. »

« Essendo dunque in questo modo pesi uguali attaccati in distanze uguali dalla libbra ED, si farà l'equilibrio, e la colonna equipondererà alli tre pesi. Ma i tre pesi attaccati in F, D, B gravitano a parte, come appesi tutti insieme al punto D, e la colonna sospesa come prima in A, E, I gravita come sospesa solamente dal punto E; dunque anco in questo stato il peso S non può se non sostenere del peso NQ, attaccato in egual distanza a quella d'onde egli stesso è sospeso; non può dico sostenere se non quella parte, che sarà uguale a lui medesimo. Ma il peso di esso è una terza parte del cilindro NQ, per il supposto, ponendo tutti e tre eguali a tutto NQ, adunque il peso S sostiene la terza parte del peso NQ. Adunque le rimanenti due terze parti son sostenute dalli pesi U, T. Ma questi sono tra loro uguali, e costituiti nel medesimo modo rispetto alla libbra ED, dunque sostengono ugualmente, e però anch'essi sostengono una terza parte del cilindro » (ivi).

Seguita a questa proposizione un corollario, in cui dichiara l'Autore la sua intenzione di applicare i dimostrati principii alle Taglie. « Dal che raccogliesi, egli dice, che se, invece delli tre pesi pendenti ed eguali, s'intenderanno applicate tre forze eguali, una per una alle corde NA, XE, QI, che per appunto sostenessero il grave NQ orizzontalmente; ciascuna di queste forze è uguale alla terza parte del peso sostenuto. Di qui, s'io non erro, dimostrerò meglio del signor marchese Guidubaldo le proposizioni delle Taglie, considerando nelle corde che sostengono il peso essere applicate forze eguali tra di loro. La qual considerazione sarà verissima, perchè finalmente la sola forza, ch'è posta nel capo della corda che s'avvolge alle girelle, è quella che tien per tutto tirata la corda, e che si va per tutto insinuando in essa, come a suo luogo dichiareremo, e dimostreremo le proposizioni delle Taglie, senza considerare in esse i sostegni, come fa Guidubaldo, i quali non pare che vi abbiano luogo » (ivi, fol. 90).

La meccanica delle Taglie veniva, per così fatte considerazioni, ridotta alla sua perfezione, raggiuntasi assai presto in Italia por opera di Guidubaldo e dell'Aggiunti. Ma sulla fine del secolo XV si comprendevano insieme

le speculazioni dei due Autori dai Matematici di quei tempi, che gli avevano preceduti, com' apparisce dai documenti rimastici ne' manoscritti di Leonardo da Vinci. Riconoscendo anche nelle Taglie la natura propria a tutte le macchine, facevano consistere la loro essenzial virtù nel sostegno, il quale in questo caso è la mensola che sostenta il peso, non immediatamente, ma mediante un filo o una fune a cui si attacca. Riprendendosi in mano cotesto filo, si veniva a riprendere anche tutta insieme la prima deposta fatica, ma, sperimentando e ragionando a quel modo che facevasi dianzi intorno al Piano e alla Leva, s' ebbe a riconoscere facilmente che si poteva esercitar, non avendola tutta, una forza parziale coll' incaricarsi di una parte del peso, rilasciandone a sostenere alla mensola il resto. Così, supposto che sia GF nella precedente figura 97, una mensola, alla quale sieno attaccati i due capi G, F della corda GCF, che infilata in una puleggia o in un anello sostenga il peso A di sotto, lasciando fermo il capo F e solo prendendo l' altro capo G in mano, si sentirà questa alleggerita della metà dello sforzo.

Facilissimo era poi trovar modo di far sostenere alla mensola qualunque altra parte del peso maggiore della metà, col moltiplicar, per mezzo di una traversa ferma di sopra, alle corde i punti di appoggio, e per mezzo di un' altra traversa di sotto i punti di attacco. S' immagini infatti di aver fermata in ACB (fig. 100) la traversa AB, la quale possa nella sua lunghezza dar luogo a più punti di appoggio, e da quel di mezzo C penda la corda CD, alla quale sia in D legata la traversa EF, che sostiene il peso G nel suo mezzo. Presi i quattro punti di appoggio O, M, N, I e P, H, L, K respettivi punti di attacco delle corde OP, MH, NL, IK, è facile intendere come sciolta la CD le quattro che la suppliscono sostengano ciascuna la quarta parte di tutto il peso, cosicchè se il capo della fune O sia sostenuto dal braccio di un uomo, questo, per sostenere il grave pendente, non ha da far che sola una quarta parte dello sforzo. E perchè si può a piacere moltiplicare il numero delle corde, s' intende come si può a piacere incaricarsi di qualunque piccolo peso, lasciandone tutto il resto al sostegno.

Figura 100.

Andava però così bene il discorso, quando si trattava di sostenere, ma trattandosi di movere, non era questo lo strumento adattato al bisogno. Volevano essere le funi, non fisse, ma scorrevoli, e comunicantisi la forza l' una all' altra, ciò che facilmente s' otteneva, fissando ne' punti R, S, T, U altrettante girelle, sulle quali scorrendo, si continuasse una fune dall' uno all' altro suo estremo.

Era questa la natura delle Taglie, che rappresentavasi nelle speculazioni di Leonardo, il quale, ritraendo nel suo modo di dimostrare il modo

stesso come gli s' eran venuti a svolgere nella mente i pensieri, quasi sempre disegna disposte come nella figura C le carrucole, che hanno a servir d' esempio alle sue proposizioni. Veniva così benissimo a riconoscersi lo strumento in ciò che ha di comune con le altre macchine, che pigliano la loro virtù dai sostegni, e in ciò che gli è proprio, e lo rende una macchina particolare, per l' uso che vi si fa delle funi, le quali, avendo ugual tensione nell' equilibrio, una piccola forza, che sopraggiungasi alla potenza, *tutte le vince*, dice Leonardo stesso nel suo potente linguaggio, *e tutte le muove*. L' espressione è resa dall' Aggiunti in quelle parole, poco dianzi citate, nelle quali diceva che *la sola forza, posta nel capo della corda che s' avvolge alle girelle, è quella che tien per tutto tirata la corda, e che si va per tutto insinuando in essa.*

Era dunque bisogno venisse dimostrato che la forza s' insinua in tutta la lunghezza della fune? Senza dubbio: e se Galileo ne trattò in modo fisico, fu l' Aggiunti il primo a darne matematica dimostrazione, com' apparisce da ciò che si legge nel capitolo V del nostro II Tomo a pag. 215. Sembra che rimanesse intorno a ciò ingannato, a principio, anche Leonardo, ma poi si persuase del vero così espresso in una Nota, da noi anche altrove trascritta: *Ogni gravità sospesa è tutta per tutta la lunghezza della corda, che la sostiene, ed è tutta in ogni parte di quella.* D' ond' è facile intendere come, seguitando a correre l' errore, che cioè non per tutta la lunghezza si diffonda nella fune la forza uguale, non poteva Guidubaldo professare il principio così semplice delle tensioni, a cui supplì con la ragion certissima del Vette. Non era questo dunque un commettere errore, e tanto meno, come impudentemente volle dire il Cartesio, uno scorrere in ridicolezze, ma piuttosto era un difetto inevitabile a una scienza, alla quale era rotto il filo delle più prossime tradizioni, e che, rimasta alle forze di un uomo solo, rendeva inevitabili altri e maggiori difetti. Nel *Liber mechanicorum* del nostro Urbinate si suppon sempre, in qualunque disposizione di Taglie, che le funi tirino fra loro parallele, ciò che non sempre nella pratica si avvera, e benchè fosse facile sperimentare che quella perpendicolar direzion delle forze tornava più vantaggiosa, la necessità nonostante portava a dover tirare spesso in direzione obliqua.

In questo caso l' esperienza stessa mostrava che le relazioni fra la resistenza e la potenza variavano, al variarsi l' angolo dell' obliquità, ma con qual ordine si facesse una tal variazione non era facile a Guidubaldo il dimostrarlo, nè a Galileo, i quali perciò non vollero nemmen tentare l' arduo problema. Al difetto, in cui lasciarono i due Matematici la scienza, aveva come vedemmo largamente supplito Leonardo, il quale, con la regola della composizion delle forze, facendo rappresentare il peso alla diagonale, determinava la tension delle funi a proporzione de' due lati opposti nel parallelogrammo. Veniva così, un secolo e mezzo prima del Varignon, ridotta alla sua più desiderabile perfezione la teoria delle Taglie, e nella fune gravata da pesi, ridotta alle più certe leggi della Statica, s' incominciò a riconoscere

una delle più usate e più importanti macchine elementari, sconosciuta a Pappo e agli altri matematici antichi. Quella Meccanica dunque che, sui principii del secolo XVIII, si volle dire novella, era nel XVI già bene adulta, e con proprio nome fra le sorelle scienze distinta.

Simeone Stevino, raccogliendo e sponendo al pubblico le tradizioni, fino allora rimaste nelle private scuole e nei manoscritti, dette a quella scienza il nome di *Spartostatica, ou de l'Art ponderaire par Cordages*. La macchina funicolare ha secondo l'Autore, come tutti gli altri meccanici strumenti, le sue statiche e certissime leggi, le quali dipendono da un principio, che si suppone verissimo e noto, e che, non avendo perciò altro bisogno che di essere spiegato, si risolve in tanti distinti corollarii. Nel III si suppone di avere un peso colonnare AB (fig. 101) sostenuto, per il suo centro di gravità C, da due forze, una diretta secondo CD, e l'altra secondo CE. Dato il peso della colonna, il quale agisce secondo la perpendicolare CI, e dati gli angoli DCI, ECI, si vuol determinare il grado della forza, che s'ha da fare in D e in E, per sostenere il grave sospeso. A far ciò, rappresentando la lunghezza della linea CI la gravezza totale, si conduca dal punto I la IH parallela a CE, « comme CI a CH, dice lo Stevino, ainsi le poids de la colomne entiere au poids qui avient en D. Et de mesme maniere trouvera-on le poids, qui advient in E, en menant de I jusques a CE la ligne IK parallele a DC, et disant: comme l'elevation droite CI a l'elevation oblique CK, ainsi lo poids de la colomne au poids qui advient sur E » (Oeuvres mathem. cit., pag. 505).

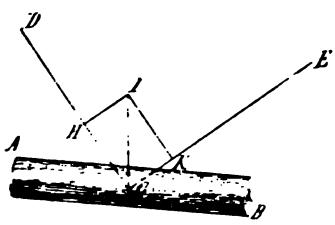


Figura 101.

Qui poi osserva l'Autore ch'essendo sempre CK = HI non è necessario descrivere tutto intero il parallelogrammo, avendosi gli elementi che bisognano a risolvere il problema dal triangolo IHC, « avec le quel on dira: comme CI a CH, ainsi le poids de la colomne au poids qui advient sur D. D'avantage CI a IH ainsi le poids de la colomne au poids, qui advient sur E. Derechef comme CH a HI, ainsi le poids, qui advient sur D. au poids qui advient sur E » (ivi). Nel corollario V s'applicano i medesimi principii, e la medesima regola che ne deriva, al caso che AB riducasi in un peso sferoideo infilato e pendolo da una fune, ai due capi della quale gli sforzi necessarii per far la debita resistenza son tuttavia proporzionali ai lati del triangolo, che insiste sulla perpendicolare, presa per misura dello stesso peso assoluto.

Precede la Spartostatica nelle Meccaniche dello Stevino a un altro trattato, che ha pure un distinto nome di *Trocheologia*, nella prefazione alla quale il Matematico del conte Maurizio di Naussau così dice: « Apres que Son Excellence eust leu un livre intitulé *Delle fortificazioni di Bernaiuto Lorini*, et illec veu un traité touchant les poulies, et ce seulement

par elevations perpendiculaires a l'horizon, par le moyen des forces attirantes du haut en bas directement, ce qui n'arrive pas tousiours en la practique, il a esté quant et quant desidereux de scavoir la proprieté d'icelles, qui est necessaire pour scavoir quelle force est requise, pour elever quelque pesanteur » (ivi, pag. 509). Per soddisfare al qual desiderio dice lo Stevino di aver dato mano a scrivere la sua Trocheologia, la quale avrebbe potuto risparmiare al Varignon un secolo dopo quella sua *Memoire sur les poulies*, ch' ebbe qual cosa nuova chi l' ammirò e chi la contraddisse.

Applicando dunque il vecchio Matematico di Bruges alle tensioni delle funi oblique nella Troclea la regola del parallelogrammo delle forze, insegnata già nella Spartostatica al V corollario, immagina che siano CN, MC (fig. 97 a pag. 220) le direzioni delle forze, che sostengono il grave A pendente dalla puleggia, e dice che, prolungate quelle direzioni, si debbono incontrare in C in un medesimo punto della perpendicolare KC, sopra la quale determinato un punto K, e da esso condotta la KI parallela a NC, il desiderato quesito delle relazioni che passano fra le potenze M, N e la resistenza A è sciolto dalle seguenti equazioni: KC : KI : IC = A : N : M. « Comme ces 3 lignes l'une a l'autre KC, KI, IG, ainsi les pesanteurs de A, qui eschoit sur CN, qui eschoit en M » (ivi, pag. 510).

Si disse che in questa Spartostatica steviniana si raccoglievano le erranti tradizioni di una scienza anteriore, e della quale non ci è noto altro documento dai manoscritti di Leonardo, che la coltivò, non per consolarsene semplicemente l'ingegno meditativo, ma per consultarla utilmente nelle pratiche applicazioni, di che ci offron le Taglie un importantissimo esempio. Essendo la potenza, che ha da vincere e da movere tutte le funi, le braccia degli operai, che ne tirano a stratte il capo, si dubitava se in quelle stratte si venisse a fare troppo gran violenza al sostegno, intorno a che ripensando Leonardo si propose a sciogliere il seguente « *Quesito delli pesi che discendono.* Domandasi se delli pesi, che discendono in fra le carrucole, se dan di sè più o men peso alli poli delle Taglie nel discendere, che nello stare fermi » (Manuscr. G cit, fol. 17 a tergo).

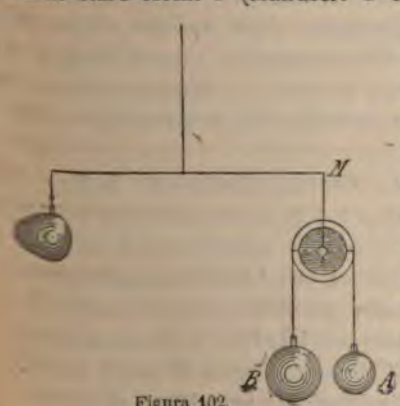


Figura 102.

Per dar di ciò la desiderata risoluzione, s' applicò Leonardo stesso a fare una esperienza bellissima, più semplice, e meglio accomodata alle speculazioni di alcuni matematici moderni, di quel che non fossero le due secchie nella bilancia descritta da Galileo (Alb. XIII, 309) per misurare la forza della percossa. « Il peso grave che libero discende, così Leonardo formula la sua proposizione, non dà di sè peso ad alcuno sostentacolo. Provasi: A (fig. 102) è uno, e B due; seguita che M sostiene solamente due, perchè l' eccesso

che ha 2 B sopra uno, è uno, il quale uno, non avendo chi il sostenga in A, discende libero. Adunque non ha sostantacolo, e non avendo sostentacolo, non li è proibito il moto. Adunque M stremo della Bilancia non sente tale eccesso, perchè chi cade non è sostenuto » (ivi, fol. 13 a t.).

Confermavano sempre più questi fatti sperimentali Leonardo nell'opinione che pigliassero le Taglie virtù di movere dalle funi, e che non si riducessero perciò se non che dalla lontana alla natura del Vette, della quale così strettamente partecipa l'Asse nella rota. Appartengono, comunque sia, ambedue i detti strumenti all'ordine di quelle macchine, che sostengono per sospensione dentro un'area assai circoscritta del piano, a cui si riducono insomma esse Macchine tutte, come a elemento primario, e le varie acclività del quale son che danno ora maggiore, ora minore virtù di movere al Cuneo e alla Vite. Le leggi statiche di questi principali organi motori furono, com' apparisce dall' ottavo libro di Pappo, dagli antichi poco ben conosciute, e dovendosi ora narrar da noi come e quando venissero i moderni ad averne la desiderata notizia, si dovrebbe incominciare dal Piano inclinato. Da lui anzi, come da principal fondamento meccanico, avrebbe dovuto movere il nostro discorso, ma le ragioni che ce ne sviarono allora ci consigliano a non ridurci in via, se non che dopo aver detto di quel poco, che dallo stesso piano inclinato distingue nell' òperare il Cuneo e la Vite.

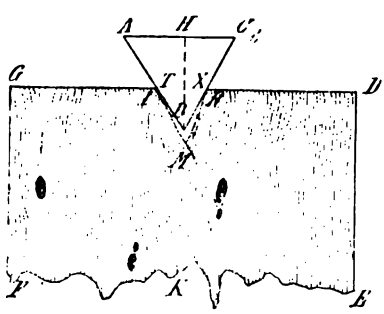


Figura 103.

Aristotile, nella sua XVII Questione meccanica ridusse le virtù del Cuneo a quelle del Vette, così dicendo: « Sit Cuneus ubi ABC (fig. 103), quod vero cuneo scinditur DEFG : Vectis igitur fit ipsa AB, pondus vero ipsius B inferior pars, hypomochlion autem DG, huic autem contrarius vectis BC. Percussa igitur AC, utroque illorum utitur vecte: scindit enim ipsum B » (Operum, T. XI cit., fol. 33 a tergo). Nè altro par che s'aggiungesse dagli Antichi a dichiarar meglio la natura, e a spiegar gli effetti dello strumento, giacchè Pappo, limitandosi a darne al solito una brevissima descrizione, fa notar solamente così in generale che « quanto Cunei angulus minor est, tanto facilius agit » (Collectiones mathem. cit., pag. 486).

Guidubaldo fra' moderni è de' primi, che siasi studiato di cogliere da varii aspetti la versatile natura del Cuneo, e dop' avere accennato all' opinion di Aristotile soggiunge sembrargli assai più conveniente il ridurre il modo dell' operare dello strumento a quello di una Leva di secondo genere, cosicchè, se sia ABC il Cuneo, come nella precedente figura, e GDEF il corpo da scindersi verso le duo opposte parti IG, RD. « IG movebitur a puncto I vecte AB, cuius fulcimentum B. Punctum enim I tangit pondus, et instrumenta movent per contactum. Similiter RD movebitur ab R vecte

CB, cuius fulcimentum B, et uterque vectis utrique resistit in B, ita ut potius fulcimenti vice fungalur, quam movendi ponderis, qnod ipsum hoc quoque modo manifestum erit » (Mechanic. lib. cit., fol. 113).

Parve anche al Benedetti, acutamente esaminando la Questione aristotelica, che i due lati del Cuneo operassero a modo di una Leva, non di primo genere, com' avea detto il Filosofo, ma di secondo, se non che disponeva al motore al mobile e all' ipomoclio, diversamente da Guidubaldo, i luoghi e gli ufficii, sembrando in verità poco probabile il costituire in B il fulcro che, aprendosigli innanzi il corpo scindibile, rimane per lo più libero da qualunque contatto. Considerando poi l' acuto Matematico veneziano che la forza dalla testa del Cuneo si diffonde ne' punti I, R, applicò quivi la potenza, in M, termine della parte scissa, costitui la resistenza, e nelle parti scindibili, che immediatamente succedono, suppose l' ipomoclio. « Oportet nunc imaginari duos Vectes in hunc modum ut puncta I, R ligni sint loco extremi ipsius Vectis, et T, X loco virtutis applicatae, et resistentia circa punctum M, et pars K, quasi immediata post M versus extremitatem FE ligni, sit loco hypomochlii. Hinc fiet ut quanto longiores erunt lineae IMK, et RMK tanto quoque facilius virtutes T, X impellent I, R » (Specul., lib. cit., pag. 162).

Guidubaldo però fu forse il primo, che riguardasse il Cuneo sotto un altro aspetto, in quanto cioè le parti del corpo scindibile strisciano sopra i lati insinuantisi come sopra due piani inclinati. « Quoniam autem totus Cuneus scindendo movetur, possumus idcirco eumdem alio quoque modo considerare, videlicet dum ingreditur id quod scinditur nihil aliud esse nisi pondus supra planum horizonti inclinatum movere » (Mechan., lib. cit., fol. 113, 14). Condotta da B ad AC la BH perpendicolare, osserva che il moto del Cuneo si fa nella direzione BH, e il moto delle parti scindibili nella direzione GD, cosicchè, quando esso Cuneo sia entrato tutto, s' è la potenza mossa quanto BH, e la resistenza quanto AC, d' onde immediatamente ne conclude: « quo minor est angulus eo facilius movet ac scindit » (ibid., fol. 115 a t.).

Il Cartesio poi considerò il Cuneo propriamente così, com' è rappresentato nelle relazioni fra il motore e il mobile da quel Guidone Ubaldo, sulla scienza del quale volle versare il ridicolo: « Facultas Cunei ABC, dice nel cap. III Delle meccaniche, per se nunc facile intelligitur ex illis, quae de Plano inclinato iamiam dicta sunt. Vis enim, qua deorsum pellitur, ita se movet, ut, cum propellat secundum lineam BH (nell' ultima nostra figura) et lignum aliudve corpus scindendum non hiscit, vel quoque sarcina quam attollit non elevatur, nisi iuxta lineam AC, ita ut vis qua Cuneus pellitur seu deprimitur eamdem habere debeat rationem ad ligni huius vel sarcinae resistentiam, quam habet linea AC ad lineam BH » (editio cit., pag. 17).

La meccanica del Cuneo così, come dal Cartesio, dopo Guidubaldo, vien divisata, riuscirebbe semplicissima, ma i Matematici posteriori, meglio esaminando il fatto, v' ebbero a ritrovare un tal complicato concorso di cause, da disperar di venirne a capo, e, anche invocando quella taumaturga ope-

razione della composizion delle forze, quel che insomma seppero dirne riducesi a questo: Incominciatasi a far la scissione per esempio di un legno dai punti, dove le parti scisse contrastano con i lati del Cuneo, si alzino sopr' essi lati due perpendicolari, le quali, supponendosi il triangono VV'T (fig. 104) isoscele, s' incontreranno in un medesimo punto H della bissettrice TT'. Presa poi sopra questa una lunghezza PH a rappresentare la forza insinuatrice, si prolunghino le due dette perpendicolari in R', R, e costruiscasi il parallelogrammo, in cui anche si tiri la diagonale R'R, che intersechi in I l'altra diagonale PH. Dai triangoli simili RIH, TT'V, R'IP si avranno queste due equazioni $HI = HR \frac{T'V}{TV}$, $IP = HR' \frac{V'T'}{TV}$, le quali sommate insieme, e, per essere come s' è detto il Cuneo isoscele, posto $HR = HR'$, e $T'V + T'V' = VV'$, saranno $HI + IP = HR \frac{VV'}{TV}$. E perchè $HI + IP = HP$, che s' è detto rappresentar la potenza, se ne conclude dunque di qui dover esser questa stessa potenza, alla resistenza HR, come VV', che è la testa del Cuneo, a TV, che è uno de' suoi lati.

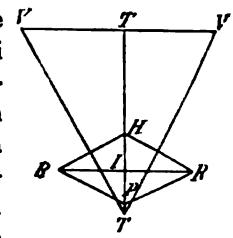


Figura 104.

Al Cuneo ridusse Pappo la Vite, la quale niente altro è per lui « quam assumptus Cuneus expers percussionis » (Collect. cit., pag. 486). Guidubaldo ripetè la sentenza medesima fra' moderni, ma perchè il Cuneo si riduce per lui al Piano inclinato, così dunque riducesi anche la Vite, com' egli stesso dimostra nella II *De Cochlea* così proposta: « Si fuerit Cochlea helices habens aequales, dico has nihil aliud esse praeter planum horizonti inclinatum circa cylindrum revolutum » (Mechan., lib. cit., fol. 124).

Le leggi statiche però del piano elicale, essendo quelle medesime del piano svolto, se ne rimette intorno a ciò il Nostro a quello, che nelle Matematiche collezioni era stato insegnato da Pappo. « Quomodo autem hoc ad Libram reducatur manifestum est ex nona octavi libri eiusdem Pappi » (ibid., fol. 124 a tergo). Da questa IX proposizione del Matematico alessandrino incomincia la storia del Piano inclinato, che è poi la storia stessa della Coclea, a narrar la quale distintamente si riserba, per quella prima dignità meccanica, la seguente seconda parte del nostro discorso.

II.

È quella nona proposizione, alla quale rimanda Guidubaldo i lettori desiderosi d' intendere in che modo si riducano le ragioni del Piano inclinato a quelle della Libbra, così, nell' ottavo libro delle Collezioni matematiche, formulata: « Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti paral-

lelo, et altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficiat, invenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur » (Editio cit., pag. 458). Nel testo greco, e nella versione del Commandino che abbiamo sott' occhio, si costruisce dall' Autore il problema e si risolve, ma non dispiacerà ai nostri Lettori che si sostituisca al discorso di lui quello di un suo studioso, più chiaro e più spedito, e che piglia accidentalmente importanza, per essere stato fatto da uno sconosciuto fiorentino discepolo di Galileo.

Cosimo Noferi lasciò fra' suoi manoscritti un compendio e un commento alle Meccaniche di Pappo, alle quali si pone per principio e per fondamento la proposizione nona sopra accennata, ridotta a quest' altra semplice e chiarissima forma: « *Pappi* De Mechanica *propositio I.* Potentia C (fig. 105) moveat pondus A in plano horizontali NM: quaeritur quae potentia movebit idem pondus A in plano inclinato secundum angulum HMN. Tangat planum HM circulus GLX ad ipsum erectus, et iuncta EL, quae erit perpendicularis, ducatur EH parallela plani NM, et ab L mittatur perpendicularis LF, et fiat ut GF ad FE, ita pondus A ad pondus B, et potentia C ad potentiam D. Dico potentias ambas D, C movere pondus A per planum HM. »

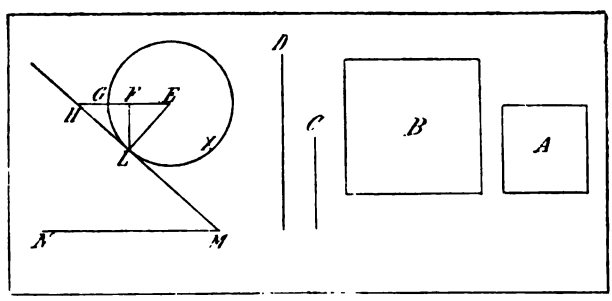


Figura 105.

« Quia ergo ut GF ad FE, ita A ad B, ergo, suspensis his ponderibus in E, A, et in G, B, aequiponderabunt fulcimento F, tamquam nixo plano horizontali. Sed pondus A movebatur a potentia C in plano NM, ergo in plano HM movebitur ab utrisque potentiis D, C » (MSS. Gal. Disc., T. VII, fol. 39 a tergo).

Il trovare uno de' più immediati discepoli, e uno de' più prossimi precursori di Galileo a trattenersi tuttavia intorno ai paralogismi di Pappo, ci fa ripensare alla sterilità della Scuola alessandrina, in comparazione con la Pitagorica rinvigorita di novella gioventù da Giordano Nemorario, e da' seguaci di lui così validamente promossa. Appartiene al numero di questi seguaci Leonardo da Vinci, ne' manoscritti del quale la statica del Piano inclinato vien ridotta a quella maggior perfezione, che si possa desiderare dai Matematici odierni. Così fatte dimostrate verità, che nel lontano e riposto campo, dove noi le vediam rifiorire, par che riposino in pace solitaria, si educarono sotto l' aperto cielo contrastate da coloro, che preferivano le lucerne e le serre alla luce e ai tiepori del sole. Pochi uscirono vittoriosi dalla lotta, ceme Leonardo, e son cotesti pochi a noi sconosciuti, ma quegli altri che, verso la metà del secolo XVI, lasciarono nelle pubbliche carte impressa

della loro mente l'effige, si vedono uscir fuori dal combattimento con l'abito lacerato, o rimasto sozzo nel cader nella polvere e nello strisciar per il fango. Il Cardano e il Tartaglia sono i due più famosi fra costoro, e il campo, dove ebbero a combattere, a risorgere e a ricadere, è smisurato, ma noi ci proponiamo qui di restringer quella misura a un punto, che è quel segnato, dove si diceva dianzi, nelle Collezioni di Pappo.

Difficile, prima del Commandino, la lettura del testo greco, il Matematico d'Alessandria non era saputo. E dall'altra parte le XIII Proposizioni del Nemorario, dove si dimostravan le leggi delle discese rette e oblique dei gravi, incoravano una dolce speranza nei promotori d'aver facile a risolvere il famoso problema della proporzion del peso di una sfera pendula al discendente per un piano acclive. Il Cardano nell'*Opus novum* proponeva giusto in tal forma la questione: « Proportionem ponderis sphaerae pendentis ad descendentem per acclive planum invenire » (Operum, T. IV cit., pag. 496). E si credeva di avere a ritrovar la desiderata verità con un discorso di questa fatta: Per mover la sfera nel piano orizzontale non ci vuol forza di nulla, ma per sollevarla nel perpendicolo ci bisogna una forza, che sia uguale a tutto il peso. Fra il tutto e il nulla sono le vie di mezzo, per comparar le quali si doveva cercare un termine di confronto. Il Cardano, che s'era così avviato bene, a questo punto incespica, e invece di pigliar per termine di confronto la discesa verticale, fatta in un dato tempo dalla sfera libera cadente, come pareva che suggerissero gl'insegnamenti del Nemorario, prese la rettitudine dell'angolo, che la discesa fa con l'orizzontale, cosicchè insomma, nel risolvere il problema, gli vennero scambiati gli angoli con i seni. Ecco qual'è la forma propria e la conclusione del suo ragionamento:

« Sit sphaera aequalis ponderi G (fig. 106) in puncto B, quae debeat trahi super BE acclive planum BO ad perpendiculum plani BF. Quia ergo in BO movetur a quantitate modica, ut per dicta superuis, erit per communem animi sententiam, vis quae movebit G per BO nulla; per dicta vero G movebitur ad F semper a costanti vi aequali G, et per BE a costanti vi aequali K, sicut per BD a costanti vi aequali H. Ergo, per ultimam petitionem, cum termini servent quoad partem eamdem rationem singuli per se et motum per BO sit a nulla vi, erit proportio G ad K velut proportio vis, quae movet per BF ad vim quae movet per BE, et velut anguli per EBO facti ad angulum EBO. Et ita vis, qua movet sphaeram per BF, et est, ut dictum est, G, ad vim, quae movet per BD, et est K, est ex supposito, ut FBO ad DBO. Igitur proportio difficultatis motus per BD, ad idem per BO, est veluti H ad K, quod erat demonstrandum » (ibid.).

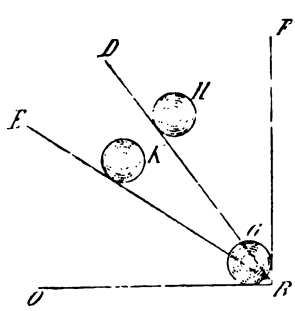


Figura 106.

Questo cardanico teorema, che cioè la gravità assoluta sta alla relativ

nel piano inclinato come l'angolo retto sta all'angolo fatto con l'orizzonte dallo stesso piano, doveva esser quello comunemente dimostrato dai Matematici contemporanei, e dai predecessori, male deducendolo dai principii statici del Nemorario. Imperocchè si dovevano, secondo que' principii, computare i momenti per la discesa virtuale del grave nel diretto, ossia per i seni e non per gli angoli delle inclinazioni. S'era Leonardo ben saputo deliberare da questo errore, a cui poi, insieme con la volgar turba dei Matematici, rimase preso anco il Cardano, ma il Tartaglia, esercitandosi intorno alle XIII proposizioni *De ponderibus*, e ragionando intorno ad esse a dovere, fu condotto alla conclusion vera, che si desiderava, e fu il primo a dar pubblica dimostrazione delle leggi dell'equilibrio de' gravi, in atto di scendere lungo i piani inclinati. Di quelle giovanili esercitazioni lasciò il Matematico bresciano memoria in un opuscolo, intitolato *Jordani opusculum* De ponderositate *Nicolai Tartaleae studio correctum,* pubblicato postumo, com'altrove si disse, nel 1565 in Venezia. In cotesto opuscolo la questione X è così proposta: « Si per diversarum obliquitatum vias duo pondera descendant, fiantque declinationum et ponderum una proportio, eodem ordine sumpta, una erit utriusque virtus in declinando » (fol. 7). E nel risolverla ch'e' fa è sollecito di avvertire i Lettori, ch'egli è venuto a salvare dal comune naufragio, come, trattando di declinazioni, non intende di quelle degli angoli, ma delle linee o de' seni: « dico non angulorum, sed linearum usque ad aequidistantem resecationem, in qua aequaliter sumunt de directo » (ibid.).

Le giovanili esercitazioni *De ponderositate* furono poi dal medesimo Tartaglia più ampiamente svolte, e in più piacevole forma ridotte fra' *Quesiti*, nel IX libro de' quali la XV proposizione così procede in dialogo, fra Nicolò e il signor don Diego ambasciator cesareo in Venezia. « *Nicolò.* Se dui corpi gravi descendano per vie de diverse obliquità, et che la proportione delle declinationi delle due vie e della gravità de detti corpi sia fatta una medesima, tolta per el medesimo ordine; anchora la virtù de luno e laltro de detti dui corpi gravi, in el descendere, sarà una medesima. *Ambasciator.* Questa propositione mi par bella e però datime anchora un essempio chiaro, acciò che meglio mi piaccia. *Nicolò.* Sia la linea ABC (fig. 107) equidistante al horizonte et sopra di quella sia perpendicolarmente eretta la linea BD, et dal ponto D descendano de qua et de la le due vie over linee DA et DC et sia la DC di maggior obliquità. Per la proportione adunque delle lor declinationi, non dico delli lor angoli ma delle linee per fin alla equidistante resecatione, in la quale equalmente summono del diretto. Sia adunque la lettera F supposta per un corpo grave, posto sopra la linea DC, et un altro la lettera H sopra la linea DA, et sia la

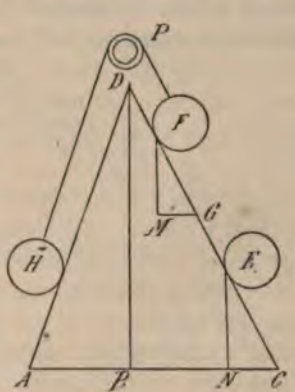


Figura 107.

proporzione della semplice gravità del corpo F alla semplice gravità del corpo H sì come quella della DC alla DA: dico li detti dui corpi gravi essere in tai siti over luochi di una medesima virtù over potentia » (Ediz. cit., fol. 97).

La promessa dimostrazione si conclude dalla proposizion precedente così annunziata: « La equalità della declinatione è una medesima equalità de peso » (ivi, fol. 96 a tergo), e da Leonardo, come si riferì altrove: « li pesi eguali mantengono le gravità eguali nelle obliquità eguali » (MSS. E, fol. 58). Il Tartaglia lo dimostra assai facilmente dai professati principii perchè, posto il medesimo peso ora in E ora F, sul medesimo declivio DC, scendendo per tratti uguali EC, FG, si accosta ugualmente al comùn centro dei gravi, essendo i due diretti FM, EN eguali, e perciò serbano sempre eguali i momenti. « Adunque il detto corpo ponderoso si essendo nel ponto F come nel ponto E in quantità over decensi equali capirà equalmente del diretto, sarà di una medesima gravità in qual si voglia di quelli » (Quesiti cit., fol. 97). Di qui scende immediatamante che le due obliquità DC, DA, prendendo ugualmente del diretto DB, debbono le gravità E, H, star come le quantità delle respettive discese, ossia come DC ad AD, ed è tanto la conclusione, come si diceva, immediata e diretta, che, volendosi provare il Tartaglia a dimostrarla, non sa trovare altri termini, che quelli della riduzione agli assurdi. Nonostante, dop' essere stato pazientemente don Diego ad ascoltare, ebbe a dire verso Nicolò, che aveva appena allora finito il suo discorso: « Questa è stata una bella speculatione et me e piaciuta assai » (ivi, fol. 97 a tergo).

Piacque poi il teorema anche a Simeone Stevino, il quale, dato mano a costruire quella nuova Bilancia, trovò che veramente i fatti rispondevano alle speculazioni, perchè legate le due sfere H, F a un filo, scorrevole sulla puleggia P, se le gravità di esse sfere son proporzionali *per il medesimo ordine*, come diceva il Tartaglia, ai lati del triangolo DC, DA, si fanno insieme equilibrio. Allettato il Matematico di Bruges da un' invenzione, che nella sua semplicità ebbe a ritrovar tanto bella, si mise dietro amorosamente ad accarezzarla, e gli riuscì di aggiungerle nuova bellezza, ch' egli stesso poi descrisse così nel teorema XI della sua Statica:

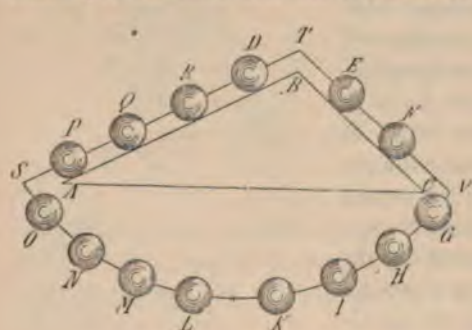


Figura 108.

« Soit accomodé a l'entour du triangle ABC (fig. 108) un entour de 14 globes egaux en pesanteur, en grandeur, et equidistans comme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne passant par leurs centres, ainsi qu'ils puissent tourner sur leurs subdits centres, et qu'il y puisse avoir 2 globes sur le coste BC, et 4 sur BA: alors, comme ligne a ligne, ainsi le

nombre des globes au nombre des globes. Qui aussi en S, T, V soyent trois poincts fermes, dessus lesquels la ligne ou le filet puisse couler, et que les deux parties au dessus dei triangle soyent paralleles aux costez d'iceluy AB, BC, tellement que le tout puisse torner librement, et dans accrochement, sur les dists costez AB, BC. »

« Si la pouvoir des poids D, R, Q, P n'estoit egal au pouvoir des deux globes E, F, l'un coste sera plus pesant que l'autre, donc, s'il est possible, que les 4 D, R, Q, P soyent plus pesans que les deux, E, F. Mais les 4 O, N, M, L sont egaux aux 4 G, H, I, K, parquoy le coste des 8 globes D, R, Q, P, O, N, M, L sera plus pesant selon leur disposition, que non pas les 6 E, F, G, H, I, K. Et puisque la partie plus pesante emporte la plus legere, les 8 globes descenderont, et les autres 6 monteront. »

« Qui il soit ainsi donc et que D vienne ou O est presentement, et ainsi des aûtres. Voire que E, F, G, H viennent ou sont maintenant P, Q, R, D, aussi I, K ou sont maintenant E, F. Ce neont moins l'entour des globes aura la mesma disposition qu'auparavant, et par mesme raison les 8 globes aurent le dessus en pesanteur, et en tombant feront revenir 8 autres en leurs places, et ainsi ce mouvement n'auroit aucunne fin, ce qui est absurde. »

« Et de mesme sera la demonstration de l'autre costé. La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L sera en equilibre avec la partie E, F, G, H, I, K. Qui si on oste des deux costez les pesanteurs egales, et qui ont mesme desposition, comme sont les 4 globes O, N, M, L d'une part, et les 4 G, H, I, K d'autre part; les 4 restans D, R, Q, P seront et demeureront en equilibre avec le 2 E, F, parquoy E aura un pouvoir duble au pouvoir de D. Comme donc le costé BA 2 au costé BC 1, ainsi le pouvoir de E au pouvoir de D » (Oeuvres mathem. cit., pag. 448).

Tanto in questa dimostrazione sperimentale dello Stevino, quanto nel teorema del Tartaglia, la conclusione si verifica, anche quando uno de' lati del triangolo è verticale, essendo anzi questo stesso lato verticale la misura immediata e diretta della discesa. Ma lo Stevino stesso credè bene di doverne avvertire i Lettori con questo corollario: « Soit mantenant l'un des costez du triangle comme BD, qui est moitie du l'autre AB, perpendiculaire a AC come cy joignant, le globe D, qui est double a G sera encor en equilibre avec E, car, comme le coste AB a BC, ainsi le globe D au globe E » (ivi).

Il Lagrange, nell' introduzione alla sua Meccanica analitica, volle in particolar modo rammemorare ai matematici de' suoi tempi questa dimostrazion dello Stevino « parce qu'elle, ei dice, est tres-ingenieuse, et qu'elte est d'ailleurs peu connue » (Editio cit., pag. 5). Sarebbe stata nonostante questa meritevole commemorazione del Matematico italiano assai più efficace, se non avesse lasciato di avvertir che l'olandese Autor *Des elemens de Statique* suppone già noto il teorema del Tartaglia, senza il quale tutte le ingegnose eleganze sarebbero rimaste una veste senza persona, o per più pro-

prio dire una fisica fuor di luogo in quel libro di matematica. Cosicchè insomma non intende lo Stevino di dimostrare, ma di confermare con una bella esperienza la bellissima *speculatione* del nostro Matematico di Brescia.

Pietro Herigon, per rendere quella intenzione più sincera e più manifesta, fece alla dimostrazione fisica precedere la matematica, componendo insieme e riducendo a più compendiosa semplicità il teorema del Tartaglia e l'esperienza dello Stevino. Nel trattatello di Meccanica, compreso nel III Tomo del *Corso matematico*, la proposizione VIII è così formulata: « Si recta, a vertice trianguli ad basim ducta, sit perpendicularis horizonti, pondera super lateribus trianguli, habentia eamdem proportionem quam latera, aequiponderant » (Paris 1644, pag. 300).

Sia D (fig. 109) il grave sul piano AC equilibrato dall'altro grave G, che libero scende lungo CB. Presa AE = CB, l'ascesa virtuale del primo sarà EF, e la discesa del secondo nel medesimo tempo sarà CB, e deve, per i principii statici professati dal Tartaglia, aversi D : G = CB : EF = AC : AE, ossia CB, per costruzione. « Hinc perspicuum est, dice propriamente l'Herigonio, pondus D ad pondus, quo in lineam CB gravitat, habere eamdem proportionem quam AC ad CB » (ibid.).

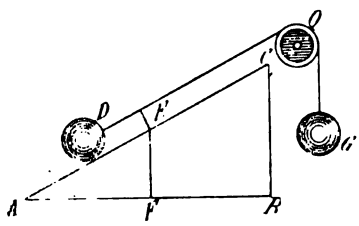


Figura 109.

A confermar coi fatti, e a render di più facile intelligenza la meccanica proposizion con gli esempii, il parigino Compilator della scienza matematica universale di allora, così soggiunge: « Si pondera habentia eamdem proportionem, quam habent trianguli, non essent situ aequilibra, sequeretur fieri posse motum continuum circa triangulum. Atqui hoc est absurdum, cum Natura nihil suscipiat quod non exequatur, igitur, pondera, habentia eamdem proportionem quam latera trianguli, sunt situ aequilibra » (ibid., pag. 303). Il moto continuo che ne seguiredbe lo dimostra l'Herigonio a modo dello Stevino, se non che trasforma i globi infilati in un tubo pieno d'acqua, disposto come si rappresentavan dianzi quegli stessi quattordici globi nella figura steviniana. Il liquido dunque, per non incorrere nell'assurdità del moto perpetuo, dee essere in A e in C in equilibrio, ossia debbono essere ivi le due pressioni uguali. « Cum igitur aqua tubi non perpetuo moveatur, necesse est potentiam descensus aquae tubi AB esse aequalem potentiae descensus tubi BC, quod erat demonstrandum » (ibid., pag. 305).

Queste tradizioni della scienza non fu solo l'Herigonio a raccoglierle, ma lo imitarono anche altri di que' tempi, fra quali si gloria di essere stato il primo Claudio Beriguardi. Nella terza parte de' suoi *Circoli pisani*, circolo VI, confessa che della discesa dei gravi trattarono accuratamente Galileo e il Torricelli, ma soggiunge ch' egli stesso aveva concluso quelle medesime verità da altri principii « XX annis antequam illi de ea re quidquam vulgassent » (Patavii 1660, pag. 307). Non dice però, come sarebbe stato

giusto dovere, che quei principii erano stati posti, e pubblicamente professati più di altri vent'anni avanti, e descrive quale speculazione sua propria l'esperienza dello Stevino, che cioè sei globi uguali infilati son necessarii per fare equilibrio a due altri simili globi, se i lati del triangolo su cui riposano stanno come tre a uno. Soggiunge, cosa dall'altra parte assai ovvia a sovvenire in mente a ciascuno, e notata già come si vide da Leonardo, e un secolo dopo dall'Herigonio, che si dimostrerebbe lo stesso, quando fosse il triangolo un tubo pieno di acqua o d'argento vivo.

Così fatte esperienze variabili in tante guise erano tutte una bella conferma del teorema del Tartaglia che, sebben sotto altra forma, compariva in sostanza un secolo dopo nella statica del Cartesio. Il famoso principio infatti che tanta forza ci vuole a sollevare un peso di due libbre all'altezza di un braccio, quanto un peso di una libbra sola all'altezza di due braccia, si riduce, come altrove avvertimmo, a dire che sono i momenti uguali, quando s'uguagliano i prodotti dei descensi retti per le loro respettive moli, d'ond'ebbe il Tartaglia a concluder la sua bella speculazione, a quel modo che poi fece il Cartesio, perchè, rivolgendo lo sguardo sulla figura CIX, è facile vedere che la scesa verticale del peso G è uguale ad AC, e l'ascesa di D è uguale a BC, e perciò dall'essere $D \times CD = G \times AC$ ne viene $D : G = AC : CB$, cioè, dice lo stesso Cartesio, « minor vis requiritur ad pondus D, iuxta lineam AC trahendum, quam secundum lineam CB; hoc est, si AC sit dupla lineae CB, vis tantum dimidia requiritur » (Epist., Pars. I cit., pag. 212).

La riduzione del principio cartesiano a quello, che ne concluse il Tartaglia dai principii del Nemorario, fu efficacemente espressa da Giovanni Wallis nella sua VIII proposizione *De motuum declivivitate*, dove dimostra che i momenti si compongono della ragion delle altezze e delle moli. « Cum enim ea ratione plus ponderant gravia, caeteris paribus, qua sunt maioris ponderis, quoque plus descenditur; ea ratione ponderabunt utriusque ratione habita qua pollent eorum, secundum utramque considerationem, descensus ascensusve, hoc est ea quae ex ponderum et altitudinum rationibus componitur » (De motu cit., pag. 39). E lo prova con l'esempio della Leva e del Piano inclinato, dove si vede che i due gravi D e G, nella solita figura ultimamente rappresentata, si equiponderano, quando stanno i loro pesi reciprocamente come le quantità dell'ascesa e della discesa virtuale. Conclude poi di qui la XXI proposizione, che dice: « Grave ponderat, pro varia ascensuum descensuumve obliquitate, in ratione rectorum sinuum inclinationis ad horizontem, sive complementi obliquitatis » (ibid., pag. 54).

Tale essendo l'ubertà del frutto raccolto dai seguaci della Scuola peripatetica, sterili sembreranno al confronto gli studii di chi, in grazia del Commandino, potè tutti vedere in Pappo misurati i progressi della Scuola alessandrina. Dopo le Meccaniche di Guidubaldo il primo pubblico documento in proposito s'ha dalla Filosofia magnetica di Niccolò Cabeo, il quale invoca le leggi statiche della discesa dei gravi ne' piani inclinati a risolvere un que-

sito, che gli si propone intorno alla perpetuità del moto, possibile ad ottenersi dalle virtù perpetuamente attrattive del magnete. S' applica perciò ad esaminar diligentemente la proposizione IX dell' ottavo libro delle matematiche Collezioni, e facilmente si avvede che l' assunto preso dall' Autore, per concluder la sua proposizione, era falso, perchè, per movere il peso nell' orizzonte, tutt' altro che bisognarvi maggior forza che a moverlo su per l' acclivio, non ci vuol anzi forza di nulla, come, per i teoremi del Cardano e del Benedetti, era a tutti oramai notissimo. Fa notare di più il Cabeo l' assurdo, che conseguirebbe manifestissimo dalle posizioni di Pappo, perchè, se nella figura CV, la potenza P deve stare al peso E come EF ad FG, « si HM accedat ad perpendicularem, requireretur potentia maxima, et, si sit omnino perpendicularis, infinita, quod est impossibile » (Coloniae 1629, pag. 342). Se nell' equazione infatti $P = \frac{E \times EF}{FG}$, FG riducesi a zero, dovrebbe tornar P uguale all' infinito.

Perchè dunque da un principio falso non poteva conseguirne il vero, propone il Cabeo una soluzion del problema diversa da quella di Pappo, e perchè insomma non si trattava d' altro, che di trovar la forza necessaria a far risalire il grave sopra l' acclività del piano HM, considera questa forza applicata in I all' estremità di una leva di secondo genere, che abbia in F o in L il fulcro, e in E la resistenza. Le note leggi del Vette, applicate al piano inclinato, davano dunque risoluto il problema col far come FI ad FE, così il peso alla potenza, che ha da sollevarlo. Che se questa ragione non piace « quia vere etiam ipsa suas habet difficultates, donec exactius examinetur, hanc aliam habeto » (ibid., pag. 343), ma la nuova, che si propone, sembra andare anche più lontana dal vero, per raggiungere il quale sarebbe allo stesso Cabeo stato meglio deliberarsi affatto dalla costruzione, e dalla geometrica dimostrazione di Pappo.

Così giudiziosamente avea fatto Galileo, a cui sortì perciò di dare il primo la ragion del piano inclinato, derivandola dai principii della Scuola alessandrina che, reputata da lui unica legittima, gli fece ingiustamente dire, nell' accingersi a trattar delle proporzioni dei moti di un medesimo mobile sopra diversi piani inclinati, che quella era questione « a Philosophis nullis, quod sciam, pertractata » (Alb. XI, 56). Consiste la nuova dimostrazione nel trapassar, dai gravi sostenuti dal braccio di una Libbra, a considerarli come sostenuti dalla resistenza di un piano, appropriando a questo le note condizioni dell' equilibrio di quella. Se dal braccio AB di una Leva (fig. 110) penda in B un peso, questo eserciterà il suo momento totale, mentre esso braccio rimanga in AB livellato. Ma se inclinisi in AC, il momento parziale di C, rispetto al totale in B, sarà, secondo il noto teorema del Benedetti, come la porzione AD, precisa dalla perpendicola CD, a

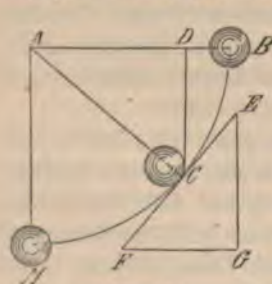


Figura 110.

tutta intera la AB. Se s'immagini ora nel punto C essere applicato un piano EF, perpendicolare ad AC, tanto fa al grave a pendere dal braccio della Leva, quanto a riposare sul piano, per scendere lungo il quale esercita ugual momento che lungo l'arco del cerchio. Dunque anche il momento parziale di C, posato sul piano EF, sarà al momento totale come AD ad AC, ossia AB, e come EG sta ad EF, per la similitudine dei triangoli. « Però concluderemo, scrive Galileo, questa universal proposizione col dire: sopra il piano la forza al peso avere la medesima proporzione che la perpendicolare, dal termine del piano tirata all'orizzonte, alla lunghezza di esso piano » (ivi, pag. 118).

Correva attorno questa galileiana dimostrazione manoscritta, prima dell'anno 1615, sotto il nome del Vieta, cosa creduta da molti, come dal Baliani (Alb. XVI, 105) anche in Italia, ma benchè più seducente era nondimeno più lubrica di quella del Tartaglia. Attribuisce Alessandro Marchetti a questa lubricità, della quale vedremo nella seguente parte del nostro discorso gli esempii, l'aver Galileo tenuto altro modo nell'aggiunta postuma al terzo dialogo Delle due nuove scienze. Ivi, come lo stesso Tartaglia, suggeritogli forse dall'Herigonio, di cui siam certi aver esso Galileo fra' suoi libri il Corso matematico (Alb. X, 211, 28); dimostra esser due gravi congiunti insieme in equilibrio, quando le ascese e le discese virtuali nel perpendicolo stanno reciprocamente fra loro come i pesi. « Mentrechè dunque il grave D (nella passata figura CIX) movendosi da A in C, resiste solo nel salire lo spazio perpendicolare CB, ma che l'altro G scende a perpendicolo, necessariamente quanto tutto lo spazio AC, e che tal proporzione di salita e scesa si mantiene sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto dei detti mobili, per esser collegati insieme; possiamo assertivamente affermare che, quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete tra essi mobili, i momenti, le velocità o le lor propensioni al moto, cioè gli spazii che da loro si passerebbero nel medesimo tempo, devon rispondere reciprocamente alle loro gravità » (Alb. XIII, 176). Posto il qual principio, professato dal Tartaglia, la conclusione era necessariamente la medesima, cosicchè il teorema del Matematico di Brescia aveva un secolo dopo dal Fiorentino la sua più solenne conferma.

Era venuto però in quel tempo il Nardi a mettere scrupolo intorno alle discese, e alle velocità virtuali, invocando il logicale assioma che *a posse ad esse non valet illatio*, nè parendo ragionevole il trattar di una cosa da farsi, come se fosse già fatta. Persuaso anche il Torricelli che dalle propensioni al moto non si potesse ragionevolmente argomentare al moto, ebbe a cercare altro principio così formulato: « Duo gravia simul coniuncta ex se moveri non posse, nisi centrum commune gravitatis ipsorum descendat » (Op. geom., P. I cit., pag. 99); principio che si trovò opportuno a dimostrare il teorema del Tartaglia, e fecondo di altre bellissime conseguenze.

Se sopra i due piani CM, CN (fig. 111) diversamente inclinati, e insistenti sulla medesima orizzontale MN, sien posati due corpi tali, che i loro pesi stiano come le linee CM, CN, bilanciati insieme poseranno in equilibrio,

ossia non avranno motivo d'andar nè in su nè in giù. « Ostendemus enim centrum commune gravitatis eorum descendere non posse, sed in eadem semper horizontali linea, quantumlibet gravia moveantur, reperiri » (ivi, pag. 100). Suppongasi infatti che non rimangano i due corpi bilanciati, ma che l'uno risalga da A in E, mentre l'altro scende da B in D, per egual tratto. Si farebbe ciò manifestamente senza motivo, perchè il centro di gravità ch'essendo in A e in B costituiti i due corpi si trova sopra la linea orizzontale AB, nella nuova posizione E, D in essa linea orizzontale rimane, ciò che si dimostra dal Torricelli così con la sua solita facilità elegante. Si ha per supposizione E : D = AC : CB. E da E condotta EF parallela a CB, AC : CB = AE : EF = BD : EF = GD : EG. Ma se E e D stanno reciprocamente come GD a EG il loro comun centro di gravità è in G, ch'è pure un punto della orizzontale AB niente più alto o più basso del primo, e perciò la Bilancia, nelle condizioni supposte, è in stato d'equilibrio indifferente.

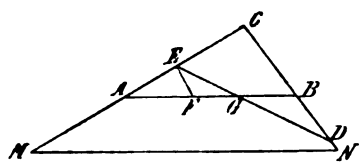


Figura 111.

Se fosse il lato CB a perpendicolo, il peso B graviterebbe lungh'esso col suo momento totale, e dal general teorema ora dimostrato ne conseguirebbe immediatamente che « momentum totale gravis ad momentum, quod habet in plano inclinato, est ut longitudo ipsius plani inclinati ad perpendiculum (ibid., pag. 101). Il Torricelli però ne fa una dimostrazione distinta, per condur la quale, entrato oramai in diffidanza del principio delle velocità virtuali, è costretto di tornare agl'istituti meccanici di Galileo, concludendo dalla statica della Libbra quella del piano inclinato, col processo medesimo, che s'illustrava dianzi dalla CX figura.

Fu l'esempio del Torricelli efficacissimo sopra la Scuola galileiana, dalla quale, banditisi i moti potenziali, non rimaneva altro modo per comparare i momenti da quello in fuori di misurarli dalle gravità attuali, esercitate sul braccio orizzontale e inclinato della Leva. Il Borelli volle dare alla dimostrazione una forma nuova, costruendola nella seguente maniera. Sia TFR (fig. 112) una Leva angolare col braccio TF parallelo all'orizzonte, e con l'altro eguale FR comunque sollevato, e abbia in F essa Leva il suo fulcro. Sopra T e sopra R si alzino in ciascun de' due bracci le perpendicolari, che prolungate s'incontreranno in D, come pure s'incontreranno in E i prolungamenti di TF e di DR, venendosi così a disegnare il triangolo rettangolo DTE, dal funicolo TDR teso lungo il qual triangolo, sian congiunti due pesi, uno pendulo in T, e l'altro posato in R sul declivio del piano DE e si vogliano determinare le condizioni del loro equilibrio.

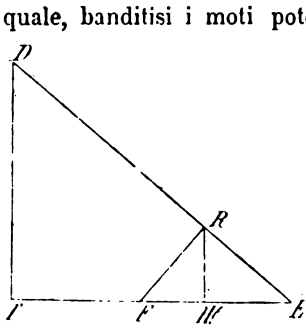


Figura 112.

Tanto essendo al grave R il venir sostenuto dal piano DE, quanto da

braccio FR, e al grave T il pendere dal funicolo DT o dal braccio FT, le richieste condizioni dell' equilibrio saranno, nell' uno e nell' altro caso, le stesse. Ma per le note leggi della Leva, abbassata la perpendicolare RH, si ha che R sta a T come TF, ossia FR, sta ad FH. « Et quia, per concluder con le parole medesime del Borelli, similia sunt duo triangula FRH et DTE, latera sunt proportionalia, nempe FR ad FH erit ut ED ad DT, et proinde pondus R ad T erit ut ED ad DT » (De motu anim., P. I, Romae 1688, pag. 121).

Anche il Viviani, in uno de' suoi primi esercizii, aguzzò l' ingegno per concluder dalla statica della Leva, in qualche altro modo, la proposizione da lui stesso così formulata: « Il momento totale del grave al momento ch' egli ha, essendo posato sopra un piano obliquo, ha quella proporzione che la lunghezza del detto piano inclinato al suo perpendicolo. »

« Sia la lunghezza CI (fig. 113) parallela al piano dell' orizzonte, dal cui estremo C penda obliquamente, secondo qualunque inclinazione, il piano CB, il cui perpendicolo BL, e sopra qualsivoglia parte D del detto piano CB si posi il grave A, ritenuto dal piano DM attaccato al piano CB: dico il momento totale del grave A, al momento ch' egli ha posato sopra il piano inclinato CB, avere quella proporzione che ha la lunghezza del piano CB al suo perpendicolo BL. »

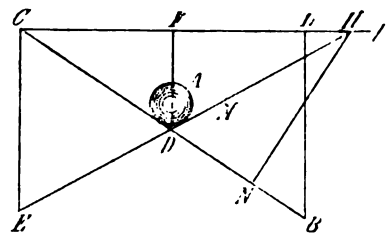


Figura 113.

« Cada dall' estremo C la perpendicolare CE, uguale a CD, e giungasi ED, e si prolunghi. E perchè l' angolo CED è uguale all' angolo CDE, sarà CED minore d' un retto, e perciò la ED prodotta concorrerà con CI. Concorra per esempio in H, e sia H centro della Libbra, il cui braccio HC. È manifesto che il grave A, posato sopra MD, farà forza per scendere obliquamente verso DM, e però farà forza allo ingiù contro il braccio della Libbra CH. Tanto dunque sarà il momento, con che il grave A spinge l' ostacolo CD, quanto è il momento, con cui sforza ad abbassarsi il braccio della Libbra CH. Ma rispetto alla Libbra il momento del grave A posato in C al momento del medesimo posato in D ha quella proporzione che la distanza CH alla distanza FH, dunque il momento del grave A, posato in C, cioè il momento totale, a quello ch' egli ha pesato in D verso DM, è come la CH alla FH, e perciò come la CE alla DF, cioè come la CD alla DF, e perciò come la CB alla BL, il che dovevasi dimostrare » (MSS. Cim., T. XXXIV, fol. 207, 8).

Dicemmo che questo trapassar dalle leggi dell' equilibrio nella leva alle proporzioni del moto sui piani inclinati, di che dette forse Galileo i primi esempii, benchè seducente era lubrico, com'ebbe il Viviani stesso a sperimentar nell' eleggere a questa sua dimostrazione i mezzi termini, i quali manifestamente contengono una fallacia. Perchè se il grave A fa forza di abbassare

la Libbra nella direzione CD, il suo momento comparato con quello, che egli ha nella direzione CE, non sta come CH ad HF, ma ad HN condotta da H perpendicolare sopra CB, secondo la regola insegnata dal Benedetti. Di una tal costruzione fa gran maraviglia che non si servissero, e che non ne conoscessero l'importanza que' sagaci galileiani, perchè riducendosi a quella, che si usa per decompor le forze, avrebbe potuto condur per una via diretta e sicura a concluder l'intento. Dalla similitudine infatti de' triangoli HNC, CLB si sarebbe immediatamente dedotto che HC sta ad HN, ossia la forza diretta alla obliqua, o com' altrimenti vuol dirsi il momento totale nel perpendicolo al parziale sul piano inclinato, come BC sta a BL.

Dev' essersi però il Viviani facilmente accorto di quella sua fallacia, quand' egli, primo nella Scuola galileiana imparò a decomporre il momento totale ne' due parziali, l' un de' quali s' esercita contro, e l' altro lungo il piano inclinato; ciò che, passatosi fin allora senza considerazione, costituiva quella lubricità, che si diceva essere per tornare pericolosa a chi, argomentando dalla Libbra, avesse voluto imitare gli esempii di Galileo.

Nell' aggiunta postuma alla terza giornata Delle due nuove scienze si accennava al fecondo principio, di cui disse bene il Lagrange: « il paruit que Galilee n'a pas connu toute l'importance » (Mechan. anal. cit., pag. 8), considerando nel triangolo BEF (fig. 114) « il moto del mobile, per esempio all' insù da B in E, esser composto del trasversale orizzontale BF, e del perpendicolare FE, ed essendo che, quanto all' orizzontale, nessuna è la resistenza del medesimo all' esser mosso, non facendo con tal moto perdita alcuna, nemmeno acquisto, in riguardo della propria distanza dal comun centro delle cose gravi, che nell' orizzonte si conserva sempre l' istessa; resta la resistenza esser solamente rispetto al dover salire la perpendicolare FE » (Alb. XIII, 176). Ma il Torricelli, nel corollario alla proposizione II *De motu gravium*, proponendosi di risolvere il problema di Pappo, che per i falli di Guidubaldo e del Cabeo dice esser divenuto a quei tempi famoso, faceva una costruzione e un ragionamento, da cui potevasi facilmente concludere la quantità, in che il momento totale di un grave si comparte sul piano ne' suoi momenti parziali. Rappresenti, egli dice, la verticale BC quello stesso momento totale, e dalla sua estremità C si abbassi la CD perpendicolare all' obliqua BE: il segmento BD misura la potenza necessaria a ritenere il grave sopra il declivio, ed è così manifestamente ne' suoi veri termini risoluto il problema famoso.

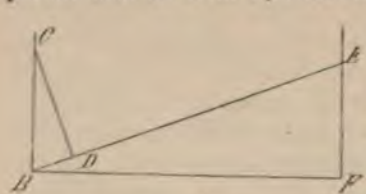


Figura 114.

Ne' lati BC, BD del triangolo CBD s' hanno dunque prefigurati il momento totale nel perpendicolo, e il momento della discesa lungo il declivio: or che altro può essere il terzo lato CD, che retto insiste sopr' esso declivio, se non che la misura, con cui il grave scendendo preme sul suo sostegno? Le proporzioni dunque de' moti, in che si risolve la gravità totale, son

date dalla similitudine de' due triangoli BCD, EBF, dalla quale concludesi immediatamente che, rappresentando, l'ipotenusa BE essa gravità totale, i due cateti danno la misura giusta delle due gravità parziali, la verticale EF rappresentando l'impeto dello scendere, e la orizzontale la pressione esercitata dal grave sul piano che gli soggiace.

Sarebbe la similitudine de' due detti triangoli potuta valer di matematica dimostrazione, per chi avesse avuto dimestichezza con la regola di decomporre i momenti, come ve l'aveva Leonardo da Vinci, nelle Note del quale si trovano con sicurezza proposti tutti que' teoremi che, negletti da Galileo e dal Torricelli, si diceva, e or ora lo vedremo, essere stato il primo a dimostrarli laboriosamente il Viviani. « Il grave uniforme, così annunzia Leonardo la sua proposizione, che discende per obliquo divide il suo peso in due varii aspetti. Provasi, e sia AB (fig. 115) mobile situato per la obliquità ABC: dico che il peso del grave AB comparte la sua gravità per due aspetti: cioè per la linea BC e per la linea BM (perpendicolare a BC) » (Manuscr. G cit., fol. 75). La dimostrazione, per la quale rimanda Leonardo al suo trattato di Statica, a cui era ormai dal Nemorario consacrato il titolo di *Libro dei pesi*, si doveva concludere immediatamente dalla costruzion del triangolo delle forze,

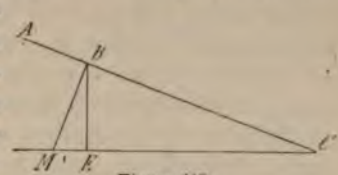


Figura 115.

di cui rivelasi in quest'altra Nota tutta l'arte e la scienza: « Il grave, che non pesa inverso il centro del mondo, sempre pesa in due o più lochi. Provasi, e sia il grave AB, il quale non pesa per la linea centrale BE, adunque pesa alli due sostentacoli BC, BM » (ivi, fol. 76 a tergo), i quali due sostentacoli fanno equilibrio all'impeto discensivo del grave e al gravitativo di lui sul piano inclinato, secondo la proporzionale misura delle loro lunghezze lineari BE, EC, presa la BC per misura dell'impeto totale.

Se l'angolo BCM è semiretto le due linee BE, EC tornano uguali, ciò che vuol dir compartirsi in quel caso il momento totale ugualmente ne' due parziali; corollario che Leonardo stesso prometteva avrebbe concluso dalla proposizion principale in quel Libro, dove egli aveva intenzione di dimostrarla. « Il perchè e 'l quanto è maggiore il peso più all'uno che all'altro aspetto, e che obliquità fia quella che comparte due pesi per egual parte, sarà detto nel libro *Delli pesi* » (ivi, fol. 75).

Il Viviani, in maneggiar queste regole poco esperto, nè fidandosi d'altra scorta che di quella di Galileo, riuscì alle medesime conclusioni di Leonardo, ma quanto più laboriosamente si giudicherà dai nostri Lettori, alla pubblica notizia dei quali rendiamo la seguente scrittura, viva immagine di una pupilla, che al primo trasparir di mezzo alle nuvole un raggio chiaro di luce, si volge a lui per accoglierlo con letizia desiderosa. In un angolo del foglio 16 del Tomo CXIII dei Discepoli di Galileo leggesi così scritto dal Viviani di propria mano: « Questa corrisponde a quella del Galileo, che prova che l'impeto composto di due moti equabili, perpendicolare ed oriz-

zontale, è uguale in potenza a tutt' e due: Credo che il momento totale sia uguale in potenza al momento gravitativo, e al momento discensivo insieme presi. Così è veramente, e lo provo qui sotto, dopo la quarta di queste mie seguenti proposizioni. »

« *Proposizione I.* Il momento totale di un grave, al momento discensivo sopra un piano, sta come il piano inclinato alla elevazione del medesimo piano. »

« Poichè, quando il peso A al C (fig. 116) sta come l'inclinata BA alla BC perpendicolare, i pesi hanno momento uguale di discendere. Ma C esercita il suo momento totale, dunque C è la misura del momento discensivo di A per BA. Ma il totale di A al totale di C sta come A a C, e si è dimostrato che il totale di C è il medesimo che il discensivo di A; dunque il totale di A al discensivo del medesimo sopra BA sta come la AB, piano inclinato, alla BC perpendicolare, che è la sua elevazione. »

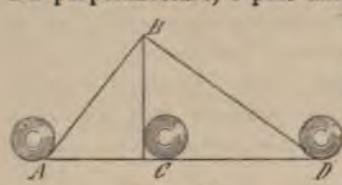


Figura 116.

« *Proposizione II.* Il momento discensivo di un grave per un piano, al discensivo del medesimo sopra altro piano, sta in proporzione reciprocamente de' medesimi piani. »

« Sia altro piano BD, e sia un grave D uguale all'A. Sarà il discensivo di A per BA, al totale di A, cioè di D, come CB a BA, per l'antecedente, ed il totale di D, al discensivo di D per BD, come DB a BC, per la medesima antecedente. Adunque *ex aequo*, per la perturbata, il discensivo di A per BA, al discensivo di D cioè del medesimo A per BD, starà come BD a BA. »

« *Proposizione III.* Il momento discensivo di un grave per un piano inclinato, al gravitativo sopra il medesimo piano, sta come la elevazione del piano alla orizzontale. »

« Se i due piani BA, AF (fig. 117) fanno angolo retto in A, è chiaro che il momento discensivo di un grave, posto in A, che tocchi tutt' e due i piani, cioè che il discensivo per BA è il medesimo del gravitativo sulla FA, ed il discensivo della FA è il medesimo del gravitativo sulla BA. Stante questo, e quanto di là, cioè posto che il grave A al C stia come il piano AB al perpendicolare BC, tirata per B la BE perpendicolare a BA, cioè parallela ad AF, è chiaro che il momento discensivo di un grave E, uguale allo A, per BE, è uguale al discensivo dello A per FA, essendo ugualmente inclinato l'uno che l'altro, cioè il gravitativo di A sopra FA, per la precedente riflessione, ossia il discensivo di A per BA, al discensivo di E per BE, sta come la BE alla BA, per la II. Adunque il discensivo di A per BA al gravitativo di A sopra BA, starà come la EB alla BA, cioè come la BC, perpendicolare all'orizzonte, alla CA orizzontale. »

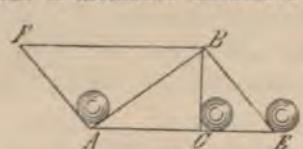


Figura 117.

« *Corollario.* Quando l' angolo dell' inclinazione sarà mezzo retto, allora il discensivo di un grave sarà uguale al gravitativo, perchè la perpendicolare torna uguale alla orizzontale. »

« *Proposizione IV.* Il momento totale di un grave, al momento gravitativo del medesimo sopra un piano inclinato, sta come il piano inclinato alla orizzontale. »

« *Positis iisdem*, il totale di A al discensivo di A per BA, sta come la AB alla BC, per la I, e il discensivo di A per BA, al gravitativo di A sopra BA, sta come la BC alla CA per la III. Adunque *ex aequo* il totale di A al gravitativo del medesimo sopra BA stanno come BA ad AC. »

« *Corollario.* Onde se il momento totale di un grave come A si porrà che sia misurato per esempio dal piano inclinato AB, il momento descensivo del medesimo per detto piano sarà misurato dalla BC, ed il gravitativo dalla AC, per la I e per la III di questo foglio. Ma la AB, è in potenza uguale alle BC, AC, adunque il momento totale di un grave è sempre uguale al momento gravitativo, di esso sopra un piano col momento discensivo per il medesimo piano. »

« *Proposizione V.* Che i momenti discensivi di un grave per diverse inclinazioni di piani stiano come i seni retti delle elevazioni de' medesimi piani, si dimostra da Galileo e dal Torricelli nel corollario della III *De motu gravium*. Ma che i momenti gravitativi di un grave, sopra diverse inclinazioni di piani, siano come i seni retti degli angoli de' complementi delle elevazioni de' medesimi piani, così dalla nostra precedente si deduce; »

« Poichè il momento gravitativo di A sopra AC, (fig. 118) al suo totale momento, sta come la DC alla CA, per la precedente, ed il totale di A, cioè di B, che è uguale ad A, al gravitativo di B sopra BC, sta come la CA, cioè come la CB alla CE, per la medesima; adunque *ex aequo* il gravitativo di A sopra AC, al gravitativo del medesimo A sopra BC, starà come CD a CE, che sono i seni retti de' complementi degli angoli delle elevazioni ACE, BCE. »

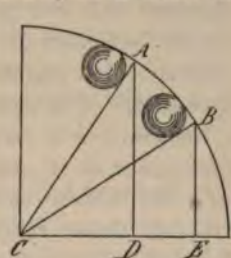


Figura 118.

« *Corollario.* Di qui si ricava che nelle inclinazioni, che *aequaliter distant a semicirculo*, sempre il gravitativo sopra un piano è uguale al discensivo per l' altro, e il discensivo al gravitativo, perchè il seno retto dell' uno è uguale al seno del complemento dell' altro » (ivi, fol. 16, 17).

III.

Con le cinque proposizioni dal Viviani, al modo ora esposto dimostrate, veniva la Statica del piano inclinato, nella scuola galileiana, a ridursi alla sua perfezione, e perchè doveva sopr' essa posarsi il fondamento a tutto l' edi-

fizio meccanico, giovarono provvidamente a confermarla da una parte le sottili disamine, e le temerarie contradizioni dall' altra. Alessandro Marchetti mandava fuori in Firenze nel 1669 un trattato *De resistentia solidorum*, a cui poneva per fondamento un principio « quo nullum aliud fortasse firmius in mechanicis reperias unquam » (pag. XI) e che solo, senz' altra macchina, dice essergli stato sufficiente a sollevar la mole, ch' egli veniva a mettere in pubblica mostra. Quel fondamento, al dir del macchinatore, frutto di meditazioni alte e profonde, consisteva nella proposizione *Momenta gravium proportionem habent compositam ex proportionibus ponderum et longitudinum* (ivi) che, felicemente occorsagli a dimostrare, ebbe a fargli menare il vanto di una grande scoperta. Comunicata a Lorenzo Bellini, amico suo e collega nello studio pisano, la novità preziosa, « suscipit ipse hilari vultu, favet utrique nostrum fortuna, ostendimus ambo, diversa tamen ratiocinatione, quam deinde nobis invicem exibemus » (ivi).

La iattanza desta in noi una gran maraviglia, la quale di poco si diminuisce, anche ripensando alle condizioni di quei tempi, perchè, sebbene sia vero che non erano ancora nel 1669 pubblicate le proposizioni del Maurolico nè quelle dell' Aggiunti, e che i trattati, in cui il Barrow e il Wallis applicavano alla statica le teoria de' momenti non potessero essere al Marchetti e al Bellini ancora noti; nota era al mondo scientifico la borelliana proposizione XXVII *De vi percussionis*, e più noto che mai, nella proposizione XVIII *De dimensione Parabolae* il Lemma geometrico del Rocca invocato dal Torricelli. In ogni modo la vantata scoperta del nuovo fondamento meccanico sembra a noi una puerilità, perchè la proposizion che i momenti si compongono delle distanze e delle moli si conclude immediatamente dal supposto che due pesi uguali e ugualmente distanti dal sostegno si fanno insieme equilibrio o, come si vuol dire, hanno uguale il momento, il quale chiamato M è espresso dalla formula $M = P \times D$, intendendosi per P il peso, e per D la distanza. Per un altro peso p, e per un' altra distanza d, il momento m è parimenti espresso da $m = p \times d$ e queste due equazioni contengono in sè dimostrata la proposizion del Marchetti, con i suoi corollarii che essendo uguali le distanze i momenti stanno come i pesi, e che, se essi pesi stanno reciprocamente come le distanze, i momenti sono uguali: corollarii supposti per veri dallo stesso Marchetti, e sopra i quali ei conduce nel seguente modo la sua dimostrazione.

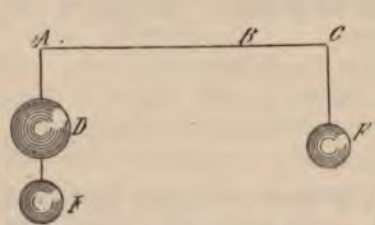


Figura 119.

Se dagli estremi della Libbra AC (fig. 119) sostenuta in B, pendano in equilibrio le moli E, F, si avrà per i principii archimedei $F : E = AB : BC$. Intendasi appesa all' estremo A una terza mole D: sarà per la ragione identica $D : F = D : F$, $D \times F : F \times E = AB \times D : BC \times F$. Ma i momenti M.° D, M.° E, supposti i pesi D, E attaccati ai medesimi punti della Libbra,

stanno come le moli D, E, e il momento di E è uguale al momento di F, dunque $M^o D : M^o F = AB \times D : BC \times F$, « momentum scilicet D ad E, hoc est F in composita est proportione ex rationibus D ad F et AB ad BC » (ibid., pag. 2).

Il Bellini usò un artificio simile per dimostrare la sua proposizione, « Momenta inaequalium facultatum, ab inaequalibus longitudinibus pendentium, sunt in ratione composita ponderum et longitudinum » (Opera omnia, P. II, Venetiis 1703, pag. 88), e fu perciò chiamato dal Marchetti a partecipare al merito di aver gettato quelle *Fondamenta universae scientiae de motu*, con le quali si pretendeva di dar fermezza all' edifizio meccanico del Torricelli e di Galileo. Nel 1674 usciva in Pisa, col detto titolo prosuntuoso, un libricciolo di poche paginette in 24°, nella prefazione al quale così diceva il Marchetti rivolgendosi al suo lettore: « Causam huius inscriptionis statim intelliges, agnosces enim hisce inniti, non ea solum quae primus omnium circa eiusmodi subiectum excogitavit maximus, admirabilis ac toto orbe celeberrimus Galileus, sed et quae rursus illis addidit eximius vir Evangelista Torricellius, aliique insignes huius saeculi Mathematici, immo et innumera propemodum, quae in diem alii etiam moliri possunt. Fecit haec memoratus Galileus, et, dicam libere id quod sentio, non satis firme, quod vel ex eo evinci potest quia, in posthuma editione suorum operum, ipse novis ratiociniis ea fulcire conatus est. Idipsum fecerat Torricellius, aliique etiam tentarunt, sed quorum nullus, nisi mea me opinio fallat, exacte praestitit, omnes namque satis quidem probabiliter ratiocinati sunt, sed necessarias, et quales decuit vere geometricas, demonstrationes nemo exhibuit. An tales itaque ego exhibuerim tu ipse iudica » (pag. 6).

Galileo e il Torricelli, in queste parole rimproverati, avrebbero potuto rispondere al petulante discepolo che avevano molto bene considerate le cose, dette quali egli si vanta di essere stato il primo; e noi in altra occasione trascriveremo a giustificarli i teoremi, che lasciarono ambedue manoscritti, per dimostrar che i momenti stanno in ragion composta delle distanze e dei pesi, non con intenzione di applicarli ai piani inclinati, ma alle resistenze dei solidi allo spezzarsi.

La prima vera geometrica dimostrazione che, secondo il Marchetti, non fu, tale quale si conveniva, esibita dal Torricelli, è questa: che pesi uguali, sopra uguali piani variamente inclinati, hanno i momenti proporzionali ai perpendicoli. La proposta, ch' è la III torricelllana *De motu*, dovrebbe a rigore di geometria essere dimostrata così, come il Marchetti stesso voleva insegnare a fare ai due celeberrimi esimii maestri, nella prefazione al suo libricciolo commemorati. Sia il grave sferico G, col centro in H, posato ora sul piano AC (fig. 120) e ora sul mededesimo piano, ma abbassatosi da CE in DF. Tirate in ciascuna figura da H le verticali HN, e dai punti di contatto I, K

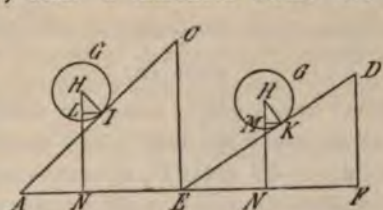


Figura 120.

le orizzontali IL, KM, le due coppie di triangoli simili IHL, CAE, e KMH, DEF danno le due proporzioni LI : IH = EC : CA, KH : KM = ED : DF, e perciò LI : KM = EC : DF. Ma perchè LI sta ad MK come il momento di G sopra AC sta al momento del medesimo peso sopra ED, « ergo momentum ponderis G supra CA, ad momentum eiusdem ponderis supra DE, in eadem est proportione, in qua CE est ad DF » (ibid., pag. 11, 12).

La solita macchina, operatrice dei primi maravigliosi effetti in sollevar la mole *De resistentia solidorum*, è che gioca qui nelle mani dell'Autore, per raddirizzare e confermare il teorema torricelliano de' momenti dei gravi sopra i piani inclinati, la dimostrazion del quale è, come apertamente si vede, conclusa dal principio già dimostrato che stanno essi momenti in ragion composta delle distanze e dei pesi. Galileo e il Torricelli, tutto attribuendo l'impeto del discendere ai pesi, non badarono alle distanze, e non fecero perciò distinzione fra l'essere il centro di gravità nel piano o sopra il piano, nel primo dei quali due casi il grave come, se pendesse dal centro della Libbra, non esercita momento propriamente detto, mentre nel secondo caso è come se pendesse da un braccio della stessa Libbra. Così, nei due sopra addotti esempii, altro è avere la sfera G il centro di gravità in I o in K nel piano, altro è averlo in H sopra il piano, non sentendo nel primo caso altr' impeto che quello della discesa naturale obliqua, ed esercitando nel secondo un vero e proprio momento, misurabile dal prodotto del peso G per la distanza IL o MK.

Il Marchetti però non sta a richiamar l'attenzione sopra questo esame particolare, lasciandone la cura a un giovane suo discepolo, Giuseppe Vanni, che nel 1688 pubblicava in Firenze sua patria una esercitazione meccanica *De' momenti de' gravi sopra a' piani*. Ivi « mi maraviglio bene, egli dice, e non so per qual destino, che ancor quel grand' uomo d' Evangelista Torricelli, nella seconda proposizione del primo libro Dei moti, per altro certa, parlando dei gravi similmente posti si servisse d' una dimostrazione, nella quale due cose egli afferma che non mi paiono vere. Dice in primo luogo che, se il peso A (fig. 121) al peso D sta come AB a BC, il momento del peso A è uguale al momento del peso D, ciò che nè è vero, nè si deduce com' egli afferma dalla sua precedente. Perciocchè nella prima considera i pesi co' centri delle lor gravità nel piano, cioè posti, come s'è definito, nel piano, e nella seconda gli pone sopra il piano, cosa che varia di gran lunga i momenti: anzi nel primo caso i gravi, come noi dimostreremo, non hanno momento alcuno, e nel secondo il più delle volte l'esercitano. Secondariamente pronunzia che il momento del grave C, al momento del grave D, sta come la mole alla mole, essendosi dimostrato, nella seconda di questo, aver proporzion composta della mole alla mole, e della distanza alla distanza » (pag. 37, 38).

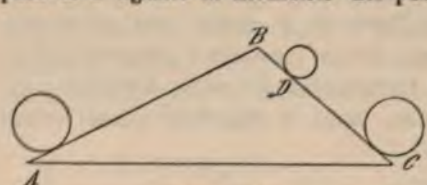


Figura 121.

Queste non son però altro che sottigliezze di effetti, dipendenti dalla particolar figura del corpo disposto a scendere ora strisciando, ora rivolgendosi in sè stesso o ruzzolando, e Galileo e il Torricelli non sempre usano la parola momento in senso proprio, come lo definì il Maurolico, ma lo fanno più spesso sinonimo d'impeto o di, qualunque egli sia, conato al moto, il quale impeto o conato totale, non variandosi in un medesimo mobile per variar di posizione o di figura, anche gl'impeti parziali rimangon gli stessi, e perciò la questione è lasciata a decidere al principio della composizion delle forze, di bene altra efficacia della macchina dei momenti costruita dal Marchetti e dal Vanni.

Se di quella sicurissima regola di decomporre le forze avesse saputo far uso Vitale Giordano, si sarebbe facilmente ravveduto della insussistenza delle sue obiezioni contro il lemma della proposizione II del Torricelli, e le sue nubi « quae videntur obscuritatis nescio quid ac dubii praecedentis theorematis conclusioni offundere » (Fundam. doctrinae motus, Romae 1688, pag. 1) gli si sarebbero d'un tratto dissipate dalla mente, perchè il momento totale del peso sostenuto orizzontalmente dal braccio della Libbra si decompone sul piano in due, uno, che solo rimane attivo, e l'altro che si rintuzza dalla resistenza del piano. Ma il Giordano che non sapeva vedere in che modo e in qual precisa quantità le parti rispondessero al tutto, perciò oppose che non può il momento del peso, sostenuto dal solo vette, essere il medesimo di quello sostenuto tutt'insieme dal vette e dal declivio, sopra il quale egli scende.

Dall'aver dunque trascurata la regola dei moti composti, e non quella dei momenti, dipendeva la lubricità della prima galileiana dimostrazione, fedelmente imitata dal Torricelli, il quale, se non si fosse contentato di dir così in generale che il grave è in parte abbandonato al proprio impeto, e in parte è sostenuto dal piano obliquo; non avrebbe dato al Giordano, messosi su per quel lubrico, occasione di cader così tante volte com'egli fece. Maravigliosa perciò apparirà, anco da questa parte, la scienza di Leonardo da Vinci, che fra tanti insidiosi agguati procede sicura, e che ora dà sodisfazione al Marchetti, dimostrando come lui la proposizione del grave sferico ruzzolante con la regola dei momenti; ora dà sodisfazione al Vanni, considerando il grave che non ruzzola, ma che striscia sul piano, e pure, in mezzo alte variate cause accidentali, mostra essere una medesima la verità dell'effetto. Cotesta sua sicurezza vedemmo nascere dall'aver saputo compartire la gravità per due aspetti, ciò che, non essendosi saputo fare nè da Galileo nè dal Torricelli, provocò prima i restauri del Marchetti inutili e inefficaci, e poi la famosa demolizione della Statica antica, tentata dal gesuita lucchese Giovan Francesco Vanni.

Antonio Magliabecchi, bibliotecario del granduca di Firenze, mandò un giorno del 1684 a cotesto Gesuita lucchese, che allora insegnava in Roma, il libricciolo del Marchetti Dei fondamenti della scienza universale del moto, dove leggendo il Vanni che Galileo e il Torricelli avevano dimostrata la

proposizion dei momenti sopra i piani inclinati, *non satis firme*, prese ardir di soggiungere ch'era affatto impossibile dar fermezza a ciò che non sussiste. Pochi giorni dopo andava attorno per Roma un foglietto in 24° di quattro sole paginette stampate, la prima delle quali portava scritto in fronte: « Specimen libri De momentis gravium, Auctore I. F. V. lucensi, ad illustrissimum et eruditissimum D. Antonium Magliabechium Sereniss. M. D. Etruriae Bibliothecarium. » Poi subito sotto si rivolgeva l'Autore allo stesso Magliabecchi, per annunziargli che la intenzion della sua breve scrittura era quella di dimostrar come la proposizione che il momento totale sta al parziale sul piano, reciprocamente come il piano stesso sta al perpendicolo, creduta da Galileo, dal Torricelli e da tanti altri esimi Matematici vera, era una falsità manifesta. Il ragionamento procedeva così, come noi compendiosamente lo ridurremo da ciò che leggesi nel citato foglietto volante.

Sia il piano inclinato XNC (fig. 122) di cui si prolunghi la base orizzontale NC della quantità CO, uguale ad XN, e sopra O eretto il perpendicolo ZO, uguale a NC, s'appoggi l'altro piano ZC, che farà per la costruzione l'angolo XCZ retto, dentro il quale s'immagini posato il grave sferico IFH. Il peso totale si compartirà ugualmente nelle due direzioni FI, IH, condotte dal centro I ai punti di contatto, e perciò perpendicolari ai due piani tangenti. Chiamati ora M.T il momento totale, M.XC, M.ZC i momenti parziali sopra i piani XC, ZC, si dovrebbe, secondo il teorema dimostrato da Galileo e dal Torricelli, avere le due proporzioni M.T:M.XC=XC:XN, M.T:M.ZC =XC:NC, le quali composte darebbero M.T:M.XC+M.ZC=XC:XN+NC; cioè, dice il Vanni, « momentum totale ad momenta partialia, simul sumpta, est ut hypothenuse XC ad latera XN, et NC, in directum posita eiusdem trianguli XNC. Atqui hypothenusa XC non est aequalis lateribus XN, NC, sed est illis minor, ergo, si totale momentum ad partialia sit ut XC ad XN et NC, momentum totale non aequatur, sed est minus momentis partialibus simul sumptis. Ergo momentum totale, ad momentum super plano declivi XC, non est ut longitudo plani XC ad perpendiculum XN » (Romae 1684, pag. 3).

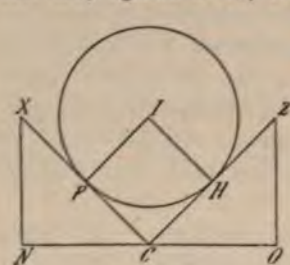


Figura 122.

È indicibile la confusione che venne a mettere in tutto il mondo matematico questo argomento del Vanni, in cui ora, a noi che abbiamo dimestichezza col parallelogrammo delle forze, è tanto facile scoprire il paralogismo. Ma non era allora così: l'arguto oppositore concludeva contro la proposizione di Galileo da un principio insegnato dallo stesso Galileo, che cioè « si aliquod mobile duplici motu aequabili moveatur, nempe horizontali et perpendiculari, impetus, seu momentum lationis ex utroque motu compositae, erit potentia aequalis ambobus momentis priorum motum » (Alb. XIII, 234). Questa galileiana risponde alla XLI *De vi percussionis*, dove il Borelli avverte che il moto resultante per XC (nella precedente

figura CXXII) è uguale alla somma dei due componenti, fatti per la orizzontale NC e per la verticale XN, non in lunghezza, ma solamente in potenza. « Hic vero XC non est aequalis longitudine, set potentia tantum, motibus XN et NC, propter angulum rectum » (Bononiae 1667, pag. 85).

Il Borelli, dietro gl' insegnamenti di Galileo, s' illudeva con le potenze che producono i quadrati *propter angulum rectum:* era chiaro però che si trattava di forze, la potenza delle quali non può consistere in altro che nello spingere un grave in un dato tempo per uno spazio determinato, ond' è che, secondo esso Borelli, si misura quella stessa potenza dal prodotto della velocità motrice per la quantità di materia mossa. Siano al peso, rappresentato in C nell' ultima figura, applicate due forze, una delle quali abbia virtù di trasportarlo equabilmente in un minuto secondo da C in N, per la orizzontale, e l' altra di sollevarlo da N in X, nello stesso tempo, per la verticale: saranno quelle due potenze come le velocità, o come gli spazii passati, ossia come le lunghezze NC, XN, e sarà pure come la lunghezza XC la resultante de' due moti composti, o il tutto rispetto alle sue parti. Se dunque queste, sommate insieme, debbono uguagliarsi a quella, come dimostravano Galileo e il Borelli, essere la potenza XC uguale alla somma delle due potenze NC e XN non voleva altro dire, fuor di ogni altra ambage, se non ch' essere l' ipotenusa uguale alla somma de' due cateti. Ma perchè questo è manifestamente falso, e a un tal passo inevitabilmente conduce il supposto che il momento totale stia al parziale come il piano sta al perpendicolo, dunque concludeva il Vanni quel supposto teorema non può esser vero.

Sembrava gli si dovesse da tutti rispondere esser piuttosto falso che il momento totale debba equivalere alla somma dei due parziali, ma illudeva così il male applicato assioma che il tutto è uguale alle parti, e sopra i più prevaleva così grande l' autorità di Galileo, che non si vollero in generale ascoltar le ragioni, con le quali il Mersenno si studiava di ridurre al vero le menti. Com' è possibile, diceva nella prefazione alla sua Meccanica, che un martello, sceso con la velocità XC, faccia ugual percossa su C a quella di un altro, che scenda con la velocità XN + NC, tanto più grande, se è vero che sia tanto maggior l' impeto di un corpo, quanto va più veloce? Che dunque il moto per XC sia uguale alla somma dei moti per XN e NC « est ex mente Galilei pag. 250 Dialogorum, quod tamen minime verum esse videtur » (Parisiis 1644).

Aveva il Vanni insomma proposto a sciogliere ai Matematici sbigottiti questo dilemma: o è falso il teorema del moto per l' ipotenusa composto dei due per i cateti, come si dimostra da Galileo nella IV giornata Delle due nuove scienze, o è falso l' altro teorema della proporzion dei momenti di un medesimo grave nel declivio e nel perpendicolo, com' è da Galileo stesso ivi dimostrato nell' aggiunta postuma alla III Giornata. L' audace oppositore, approvando quello per vero, ripudiò questo come falso e, ritornando indietro un secolo e mezzo a intromettersi nella questione fra il Tartaglia e il Cardano, ripetè con costui che il peso nel perpendicolo sta al peso nel piano

p. Vanni, non si compartiscono i due momenti sopra le loro ipotenuse in modo, che uniti si eguaglino al momento totale, ma sempre saranno maggiori di quello, siccome li due lati del triangolo rettangolo avanzano l'ipotenusa. Ora il Padre doveva dimostrare che li due suddetti momenti non possono esser maggiori del momento totale, per aver poi luogo la sua conseguenza. Dirà il Padre che questo è noto *lumine naturae*, ma con sua licenza non par così, quando tanti grandi uomini, non solo non l'hanno conosciuto per tale, ma ne hanno dimostrato il contrario, che nell'unione dei triangoli, per lo scambievole impedimento, cessano li momenti per l'inclinata, e totalmente il peso si riduce sopra le basi NC, CO della figura del Padre. »

« Prego V. S. Ill.ma a restar servito che questo giudizio, qualunque egli sia, resti fra noi, perchè non vorrei briga con costoro, i quali, benchè siano amici infruttuosi, son però nemici efficaci » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXII, fol. 77).

Se fosse, senza alcuna paura delle gesuitesche inimicizie, proceduto il Monfort avanti, forse avrebbe risoluta la questione ne' suoi veri termini, ma mettendo dubbii intorno al II teorema del IV Dialogo del moto, sarebbe venuto ad attaccar briga tutt' insieme co' gesuiti e coi galileiani, i quali, messi in grande imbarazzo dal dilemma del Vanni, non potevan far altro che confermare il vero, senza saper scoprire la fallacia nei ragionamenti, che volevano dargli apparenza di falso.

La mattina del dì 28 Aprile 1685 il Viviani riceveva da Roma una lettera, dove un tal Girolamo Pollini gli scriveva, fra le altre, queste parole: « Coll' occasione che ieri l'altro mi fu dato un foglietto da un mio amico stampato, che io gli mando copiato, di un certo Francesco Spoleti di Lucignano, dottore di medicina, quale adesso si ritrova in Venezia, ho volsuto cercare l'origine per il quale fu stampato, ed ieri appunto trovai il p. Giovan Francesco Vanni lucchese, gesuita nel Collegio romano, che mi donò il presente foglietto stampato da lui, che io gl' invio (lo *Specimen*, che tien luogo de' fogli 69, 70 nel Tomo CXLVII de' *Discepoli* fra i manoscritti del Viviani) il quale padre mi disse di vantaggio che il dottissimo Galileo e il Torricelli si sono molto ingannati nel dimostrare le sue proposizioni, particolarmente *De vecte*, e che esso ha una dottrina contraria ad essi, quale mi mostrò manoscritta, quale per il tempo così breve, diss' egli, non volse che si leggesse, ma solo qualche proposizione, dicendo che fra poco l'avrebbe stampata, avendo la licenza di poterla stampare. »

« Prego la bontà di V. S. Ecc.ma di riflettere alla proposta del padre Gesuito, ed alla risposta dello Spoleti, dicendo esso Gesuito che lo Spoleti non abbia arrivato al fondo della proposizione di detto Padre, ma che esso prova bene, ma non conclude alcuna cosa contro la propria proposizione » (MSS. Gal. Disc., T. CXLVI, fol. 276).

Il foglietto dello Spoleti, che noi leggiamo fra i manoscritti del Viviani copiato dal Pollini, s' intitolava *De momento gravis in plano inclinato, di-*

cato Christinae Succorum Reginae a Francisco Spoleti lucignanensi. In una prefazioncella prometteva l'Autore ai lettori avrebbe a loro provato, con metodo nuovo, che il momento del grave sul piano obliquo sta al suo momento totale come il perpendicolo all'ipotenusa « non solum ad hanc firmandam doctrinam, verum etiam ut falsitatis arguam propositionem nuper editam Romae a Mathematico lucensi, qui hac in re hallucinatos ait excellentissimos Magistros, censetque momenta gravis in duobus planis inclinatis, simul sumpta, esse aequalia suo momento totali, quod falsum ostendam » (MSS. Gal., T. CXLVI, fol. 277).

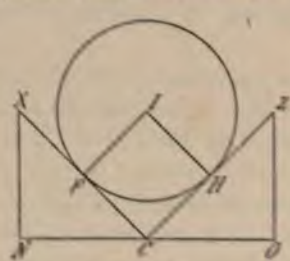


Figura 124.

Applicando infatti le formule generali ai numeri, suppone lo Spoleti essere NCO (fig. 124) sette ulne, delle quali NC = ZO ne contenga tre, e CO = NX ne contenga quattro. Calcolati poi convenientemente co' logaritmi gli elementi trigonometrici in questione, conclude: « Hinc patet momenta sphaerae I in planis inclinatis XC, ZC simul sumpta ad suum momentum totale non esse ut 1 ad 1, sicut Mathematicus lucensis volebat, sed ut 7 ad 5, nempe ut verticalis XN et verticalis ZO (eguale alla orizzontale NC) ad hypothenusam XC, quod erat ostendendum » (ivi, fol. 279).

Questo numerico esempio dello Spoleti confermava senza dubbio il teorema di Galileo e del Tartaglia, ma aveva ragione il Vanni a dire che non concludeva alcuna cosa contro il suo argomento, perchè, per far ciò, sarebbe convenuto provare come mai il tutto non debba essere eguale alle parti, contro l'assioma, e contro il teorema II dimostrato da Galileo nella sua IV giornata Del moto. Un Galileiano perciò non poteva far altro che ostinarsi a mantenere il vero contro i liberi sofismi, come presso a poco fa colui che la mente combattuta riposa nell'evidenza dei fatti. S'attenne a questo partito un altro Gesuita, ch'ebbe educato l'ingegno a una scuola diversa da quella del Vanni, il fiorentino Giuseppe Ferroni, il quale scriveva così da Siena il dì 9 Luglio 1687 al suo amato maestro Vincenzio Viviani:

« Il mio scolare, dottor Pier Antonio Morozzi, com'Ella avrà potuto conoscere, è un angelo d'ingegno e di costumi, ed io ho pensato di fargli onore con fargli stampare a suo nome, senza mentovarmi, un problema. Ripensando qual problema dar gli potessi, mi è sovvenuto il foglio volante del p. Domenico (così) Vanni lucchese Del momento dei gravi discendenti sopra i piani inclinati, e della sua Esegesi, ove, con discorsi filosofici che non hanno alcuno odore di Geometria, pretende di gettare a terra la dottrina *De motu* del nostro gran maestro Galileo, e di stampare un foglio volante in risposta. Egli mena troppa gallorìa, vedendo che nium risponde alla sua obiezione. Penso rispondere, e con sua buona licenzia valermi dei moti equipollenti, come V. S. Ill.ma m'insegnò in Firenze, e soggiungere per i momenti dei gravi una dimostrazione, presa in parte da alcuni manoscritti del p. Egi-

dio Gottignes, ma da me variata in gran parte, e accomodata al mio intento. Ma perchè in Geometria non mi fido di me, la mando qui a V. S. Ill.ma, acciò mi faccia grazia di esaminarla, e vedere se sta a martello, e quando pur vi stia mi faccia grazia di motterla in più chiarezza, ed in miglior lume. Non ardirei incomodarla di tanto, se non sapessi che l'amore di V. S. Ill.ma verso il nostro riverito maestro Galileo gli fosse per addolcire la noia » (MSS. Gal. Disc., T. CXLVII, fol. 19).

La proposizione meccanica inclusa in questa lettera del Ferroni veniva così formulata: « Potentia, pondus sustinens in plano inclnato AC (fig. 125), ad potentiam idem pondus sustinendum in perpendiculari CE, seu momentum gravis in plano inclinato, ad momantum absolutum, est reciproce ut perpendicularis CE ad inclinatam AC » (ivi, fol. 20). La dimostrazione si allunga e si raggira per i più elementari teoremi euclidei, ma si spedisce in sostanza in poche parole, considerando HIL come una leva angolare col fulcro in I, con la potenza applicata in H, in direzione parallela ad AC, e con la resistenza in L, cosicchè si avrà, per le notissime leggi archimedee, che sta la detta potenza alla sua respettiva resistenza come IL sta ad IH, o, per la similitudine de' triangoli, come CE sta ad AC.

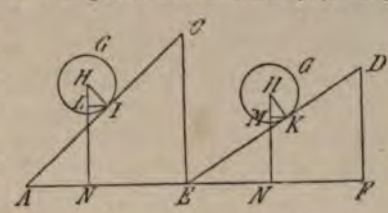


Figura 125.

Il proposito manifestato dal Ferroni di valersi dei moti equipollenti, insegnatigli dal Viviani nelle cinque sopra riferite proposizioni, sarebbe riuscito efficacissimo per soggiunger, dopo la verità conclusa dalla leva angolare, al Vanni una risposta, quando si fosse però quella equipollenza intesa a dovere. Ma perchè vi si manteneva salva la falsa dottrina galileiana, che il momento per l'ipotenusa fosse uguale in potenza alla somma de' momenti per i cateti, era impossibile al Ferroni e al Viviani, e a qualunque altro di quella setta, il rispondere in modo che non ripetesse il Vanni stesso a loro quel che avea detto allo Spoleti, che cioè ragionavano bene, ma che contro il suo argomento non concludevano niente. Di qui è che lo zelo del Viviani, rinfocolato da tanti, se ce ne fosse stato bisogno, che si rivolgevano a lui, s'ebbe a rimanere inerte in difender da questa parte l'onor del suo Nume, e sopportare in pace i sacrileghi insulti, e lasciar menar galloria a chi vedeva fuggirglisi innanzi i paurosi. Anche lo zelante Discepolo, ritirato in disparte, mentre si faceva attorno così grande schiamazzo, meditava fra sè, e poi scriveva così di rincontro a una figura, che rammentava quella del Vanni: « Il grave A (fig. 126) posato su due piani inclinati BC, BD violenta sull'uno e sull'altro, e compartisce il suo peso

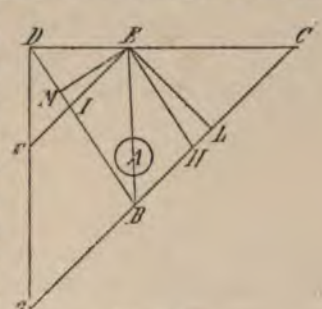


Figura 126.

o momento parte sul piano BC, e parte sul BD. Cerca con che proporzione sian divisi questi momenti in differenti inclinazioni di piano, e variandosi l'angolo DBC da acuto a retto e da retto a ottuso » (MSS. Gal. Disc., T. CXIII, fol. 30 a tergo).

Non molto tempo dopo lasciava così in un altro foglio il Viviani stesso abbozzato quel che cercando aveva trovato: « Sia la sfera A, nella medesima figura, che posi nell'angolo de' due piani DB, BC. e sia DC orizzontale, BE perpendicolare, e DG parallela ad EB, ed EF a CB. Dico il momento gravitativo di A sopra CB, al gravitativo sopra DB, stare come DE ad EF, *vel ad BG, vel ut EH ad EI parallelae ipsis planis, vel ut EL ad EM perpendiculares iisdem planis,* cioè come i seni retti de' complementi delle inclinazioni de' piani. »

« Poichè il gravitativo sopra BC al totale sta come EC a CB, ovvero come DE ad EF, ed il totale, al gravitativo sopra DB, sta come BD a DE; così *ex aequo in ratione perturbata,* come il gravitativo sopra BC, al gravitativo sopra DB, così la DB alla EF. Ma EF è uguale a GB, però il gravitativo al gravitativo sta come DB a BG, ovvero EH ad HB *vel ad EI. Sed duetis perpendicularibus EL, EM, triangula EHL, EIM fiunt similia, et propterea, ut EH ad EI, ita EL ad EM, quae sunt sinus recti complementarum angulorum ECB, EDB elevationum* » (ivi, fol. 18).

Ecco messa così dallo stesso Viviani a partito la dottrina dei moti equipollenti, ma quale argomento somministrava per rispondere al Vanni? Nuovo era senza dubbio e bello il meccanico teorema che le pressioni si compartono sui due piani proporzionalmente ai coseni degli angoli delle elevazioni, ma qual'è la terza linea che rappresenta la pressione totale, proporzionalmente comparabile con le due trovate pressioni parziali? Noi sappiamo essere quella terza linea la EB, diagonale del parallelogrammo EIBH, ma il Viviani avversava questa dottrina, reputandola falsa, perchè, non essendo l'angolo EIB retto, non potevano i moti per EI e per IB essere eguali a quello fatto per EB, che non è ipotenusa, come EI e IB non sono cateti; nè perciò alla potenza di quella si può dire uguale la somma delle potenze di questi. Essendo però così, come Galileo insegnava nel teorema II Dei proietti, ben comprendeva il Viviani che, tutt'altro che confutare, anzi si confermava l'obiezione del Vanni, per cui a risolverla, tentando altra via, disputavasi intanto in Roma intorno al modo di computare i momenti. Non vuol di quelle dispute passarsi la nostra Storia, ma prima di dir di loro giova veder quel che se ne pensasse in proposito dai Matematici stranieri.

IV.

Aveva il Vanni stesso mandato il suo *Specimen* agli eruditi di Lipsia, che lo inserirono ne' loro atti di Novembre dell'anno 1684, con la risposta, nella quale, benchè si affermasse non essere assurdo che i momenti

parziali sommati insieme eccedano il momento totale del globo posato sui due piani, la dimostrazione nonostante che se ne dava non era quella proprio che faceva al caso; ond'è che parve a molti si confermasse, invece di rispondere all'obiezione. Furono di questo parere due grandi uomini Gotifredo Leibniz e Iacopo Bernoulli, che cercavan perciò di dar sodisfazione ai curiosi, e di rassicurare la scienza in altri modi. Come però vi riuscissero, si vedrà da quel che ora diremo.

Nel 1685 gli eruditi di Lipsia accoglievano nei loro atti una scrittura del Leibniz, che s'intitolava: *Demonstratio geometrica Regulae, apud staticos receptae, de momentis gravium in planis inclinatis, nuper in dubium vocatae, et solutio casus elegantis, in Actis nov. 1684, pag. 512, propositi, De globo duobus planis angulum rectum facientibus simul incumbente, quantum unumquodque planorum prematur determinans.* (Opera omnia, T. III, Genevae 1768, pag. 176). Incomincia ivi l'Autore dal confermar la verità contradetta dal Vanni, dimostrando che due corpi son allora insieme in perfetto equilibrio, quando le loro gravità son proporzionali alle lunghezze dei piani, e lo fa servendosi del medesimo principio, e ragionando allo stesso modo, che aveva fatto, nella proposizione sua I *De motu gravium*, il Torricelli. Il non farsi motto di un uomo, e di un trattato, nella Scienza meccanica tanto celebre, dette occasione di maraviglia a molti, i quali s'avranno tanto più a maravigliare di ciò che ora diremo.

Speditosi di quella torricelliana dimostrazione, il Leibniz passa a risolvere il caso proposto dal Vanni, prendendo per suo primo e principale argomento il principio che due sono i momenti esercitati dal grave sul piano inclinato. « Statim autem patet (quod etiam ab admodum R. P. Kochanskio, in actis Junii 1685, recte notatum video) globum in plano aliquo inclinato duplex exercere momentum; unum quod decliviter descendere tendit, alterum quo planum declive premit, quae duo simul obsolutum, seu totale gravis momentum constituunt » (ibid.). Cotesti due momenti erano stati, come vedemmo, designati coi nomi di *momento discensivo* e di *momento gravitativo* sul piano dal Viviani, il quale aveva altresì dimostrato, nelle sue Cinque proposizioni, il primo stare al totale come XN ad XC (nella fig. 127), ed il secondo, al medesimo momento totale, star come NC alla stessa XC. Il Leibniz invece, persuaso che questo momento gravitativo sia la differenza che passa fra il totale e il discensivo, lo fa proporzionale a XC-XN. « Itaque, in nostro casu, ob duas causas, planum alterutrum, ut XFC, a globo I premi intelligitur: prima est quod globus I, descendere tendens in plani XFC, linea FC, momento quod sit ad totale ut XN ad XC, quemadmodum demonstravimus, aget reliquo, quod erit ad totale ut XC-XN ad XC, in ipsum planum declive XFC, a quo sustentatur » (ibid., pag. 176, 77).

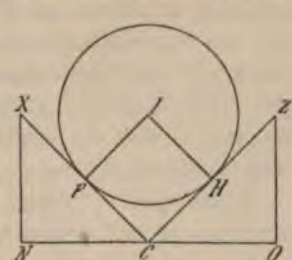


Figura 127.

L'errore, di cui pare incredibile non si dovesse avvedere un tale e tanto Matematico, era stato, com'abbiamo letto, insegnato già negli Atti lipsiensi dal padre Kochanski, che anzi il Leibniz altamente loda, e affettuosamente ringrazia come colui « qui viam iam tum designavit, cui recte insistendo, ad determinationem pressionis cuiuscumque plani perveniri poterat » (ibid., pag. 178). Ma perchè il Kochanski era discepolo, e promotore degl'insegnamenti del nostro piacentino Paolo Casati, par che il Leibniz abbia voluto eleggere i due Gesuiti a maestri.

In quel medesimo anno 1684, in cui il padre Vanni spacciava in Roma il suo foglietto volante, uscivano in Lione gli otto libri della Meccanica del Casati. Nel cap. XV del I libro, proponendosi l'Autore di trattar dell'equilibrio de' corpi sospesi da una o più funi, offriva il primo esempio di così fatti problemi che, risoluti già francamente da Leonardo e dallo Stevino, erano dalla nuova scuola, per la troppa facilità, reputati fallaci. Penda il grave A (fig. 128) dalle due funi AB, AC, fisse ne' punti B e C. Considera il Casati separatamente i due sforzi, e prima, nel funicolo AC, risolve il momento totale in due, uno libero e l'altro impedito. Per il teorema galileiano secondo De' proietti, dice che, se il momento totale è AC, il libero é AE, ma l'impedito non può essere altro che la differenza tra questi due, la quale essendo PC, dunque il grave A sforza da questa parte la fune con due momenti uguali ad AP + PC. Similmente, dall'altra parte, essendo AD = AQ il momento libero, e QB l'impedito, il grave farà forza sulla fune con momento uguale ad AQ + BQ, intantochè, se fossero i due funicoli di ugual lunghezza, la somma dei quattro momenti riuscirebbe doppia a quella di tutto il peso. Conobbe a questo punto il Casati che il suo ragionamento lo avea condotto a un assurdo, e benchè non avesse saputo scoprire ascondersi la fallacia in ciò principalmente che i due momenti impediti non son proporzionali alle differenze PC, QB, ma sì veramente alle perpendicolari CE, DB; una inspirazione venutagli dalle tradizioni, rimaste nell'Herigonio intercise, gli fece provvidamente corregger l'errore, costruendo su' due lati AR = AD, e AG = AE il parallelogrammo RG, e dicendo che a questi due momenti parziali s'attempera il totale rappresentato dalla diagonale AN dello stesso parallelogrammo.

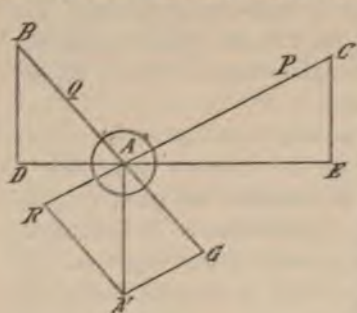


Figura 128.

S'accorgono i Lettori che questa, aperta anche più largamente dal Casati, come or ora vedremo, era la vera via regia, da condursi a risolvere il paralogismo del Vanni, ma a correr per essa il Leibniz non s'era bene ancora accomodato i calzari. Come il Kochaski aveva imparato di qui a misurare il momento gravitativo sul piano inclinato; così il Leibniz stesso trasformò facilmente questa costruzione in modo, che BA, AC rappresentassero,

non due funi, ma due piani, e la sfera A, dianzi pendula, s'immaginò rinchiusa dentro l'angolo BAC, come ritenutavi fra due sponde.

Procedendo il Matematico tedesco con un ragionamento similissimo a quello del nostro Piacentino, s'ebbe a incontrar nel medesimo assurdo, che cioè i quattro momenti parziali tornavan doppi al totale, a che, come trovò il Nostro rimedio applicandovi la Regola del parallelogrammo delle forze, sostituì lo Straniero, che di quella diffidava, un'altra Regola, da lui detta *Degli alternativi*, che consisteva insomma nel ridurre un caso di Meccanica alle condizioni di un gioco d'azzardo. « Verum, cum quatuor premendi causis simul sumptis bis integretur momentum totale; patet illas, sic absolute sumptas, non esse compatibiles, nec *cumulative* sed, ut post dicam, tantum *elective*, sive *alternative* componendas, alioqui effectus globi in plano maior esset momento globi totalis absoluti. Cum vero manifestum sit duas semper causas in quolibet plano, aequali ratione, in considerationem venire debere, nec tamen integras retineri posse; adhibenda est *Regula alternativorum*, quae in iure accrescendi, in aestimatione aleae ludentium, eiusque casibus locum habet, hoc est utriusque momenti sumendum est dimidium, seu, quod eodem redit, medium inter ipsa aritmeticum, sive dimidium summae ex ambobus » (ibid., pag. 178). Così, conclude il Leibniz, è tolta quella difficoltà, che avea fatto arretrare e rivolgere altrove il Casati (di cui però, come del Torricelli, non si fa il minimo cenno) perchè la metà della somma, presa secondo la proposta regola metafisica, riduce uguali al totale i quattro designati momenti parziali.

Non erano, sull'esempio del Leibniz, disposti gli altri Matematici ad approvare la Regola del parallelogrammo, ch'era quasi la pietra del paragone, per scoprir che quello del Vanni era peltro; ma è pur notabile come Jacopo Bernoulli vi si riducesse molto d'appresso, e giungesse perciò il primo a dar, con qualche matematica ragionevolezza, alla famosa difficoltà la risposta desiderata, la quale, sotto il mese di Febbraio del 1686, s'inserì con questo titolo a pag. 96 negli Atti degli eruditi di Lipsia: « Jacobi Bernoulli solutio difficultatis contra propositionem quamdam mechanicam aut. J. F. V. lucensi proposita 1685. »

Si raccolse poi questa scrittura fra le opere dell'Autore, pubblicate nel 1744 in Ginevra, dove, da pag. 245-47 del I Tomo, si trascrive lo *Specimen* del Vanni, insieme con la breve censura fatta da un Matematico, a nome dell'Accademia, in tal modo però che parve al Bernoulli non risolvere l'obiezione. Diceva quel matematico Censore esser possibile che i momenti sui piani si compongano insieme, da eccedere il momento del grave assoluto, e lo provava supponendo che uno di essi piani, per esempio AC (fig. 129) fosse verticale, nel qual caso « utique momenta in ambobus planis in unum addita non possunt aequari uni ex ipsimet, totum parti, quod tamen, secundum obiicientis sententiam,

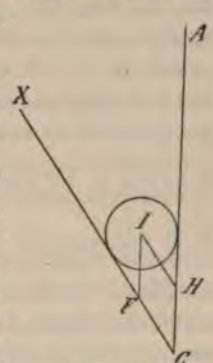


Figura 129.

fieri deberet: momentum enim in plano verticali utique est ipsum momentum gravis absolutum » (pag. 247).

Il Bernoulli giustamente negava che il momento nel piano verticale AC fosse assoluto, perchè la direzione IH gli riesce obliqua, come riesce obliqua la direzione IF all'altro piano XC, cosicchè, nè in questo nè in quello, il momento è propriamente tutto, ma è diminuito, e potrebbe dire alcuno perciò che, sebben nel tutto i due momenti eccedano il momento del grave assoluto, diminuiti nonostante lo possono eguagliare « quod Authorem obiectionis in sua potius opinione confirmaret » (ivi, pag. 249).

Dovendosi dunque cercare altrove, nell'argomento del Vanni, la frode, crede il Bernoulli di averla scoperta in ciò che si confondono insieme dall'oppositore il peso e il momento del peso. Son queste due cose ben assai differenti, come si vede, egli dice, per esempio nel Vette, in cui, benchè il peso rimanga il medesimo, cresce o scema nonostante il momento, secondo che maggiore o minore è la lunghezza del braccio. Così pure, secondo le varie inclinazioni, cresce o scema il peso, con cui preme un grave il piano sottoposto, nè difficile è, soggiunge lo stesso Bernoulli, a determinarne il momento, attendendo a ciò che accade, quando scendono, il corpo, e il piano tutt'a un tempo che lo sostiene.

Figura 130.

Se il sostegno è orizzontale come K (fig. 130), e la scesa è per un tratto verticale, come KL, a voler che il grave non sia abbandonato dal suo sostegno, bisogna che corrano ambedue ugualmente veloci. Altrimenti però avviene se il corpo è sostenuto da due piani, come XC, ZC (fig. 131) perchè, mentre il globo I per esempio scende equabilmente da I in L, per lo spazio IL = CP, il piano XC è sceso in QP per uno spazio, misurato dalla linea brevissima CQ, ond'è che, stando i momenti come le velocità, e come gli spazii, il momento sopra XC, che significheremo con M.XC, è alla metà del peso P del globo come CP a CQ. In pari modo $M.ZC : \frac{P}{2} = CP : CR$. E di qui, essendo CR = CQ, $P = \frac{(M.XC + M.ZC)}{CP} CQ$, ossia $M.XC + M.ZC : P = CP : CQ$. « Adeoque momentum globi super utroque plano, simul sumptum, est ad totum ipsius ponderis, seu ad momentum absolutum, ut CP ad CQ. Est vero CP maior CQ, igitur momentum ec. quod erat demonstrandum » (ibid., pag. 249).

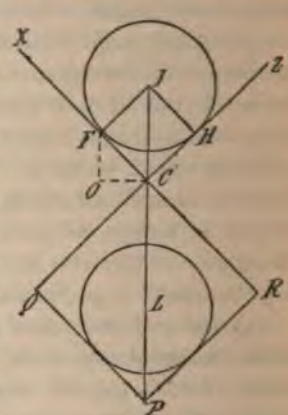


Figura 131.

Il Viviani trascrisse di sua propria mano questa scrittura del Bernoulli,

che si trova inserita ne' fogli 77, 78 del tomo CXXXII de' Discepoli di Galileo, dove alla figura sono apposte in lapis le linee da noi punteggiate, e in margine, con una crocellina per segno di richiamo, all' ultima ragione scritta CP : AQ è soggiunto : « vel ut IC ad IF, vel ut FC ad CO » e ciò vorrebbe dire che la somma dei momenti parziali di tanto eccede il totale, di quanto il totale stesso eccede il solo momento gravitativo.

A rispondere alla nostra curiosità di saper qual giudizio facesse di questa bernulliana soluzione il Viviani, non abbiamo altro argomento che la trascritta postilla, ma possiamo congetturare che non gli sodisfacesse, come quella che portava a concludere contro i principii di Galileo, ai quali non era possibile in ogni modo ridurre l' osservazione che così faceva il Bernoulli stesso in un suo corollario: « Concludimus, quo acutiorem angulum ambo plana constituunt, eo magis, et quo obtusiorem eo minus momenta partialia excessura esse momentum totale, ratione rectae CP ad CQ; illo casu existente maiore, hoc minore, donec tandem apertura anguli tanta fiat, ut ambo plana coalescant in unum horizontalem, quo facto, coincident quoque CQ et CR cum CP, sustinebitque planum non nisi ipsum momentum globi absolutum » (ibid., pag. 250).

Nella meccanica del Casati avrebbero potuto, questo teorema e questo corollario del Bernoulli, trovare il loro pieno e più chiaro commento, intendendo che la sopra allegata figura CXXVIII rappresenti in AB e in AC due piani inclinati, nell' angolo fatto dai quali, posato il globo A, vien questo sollecitato da due momenti, l' uno per AG e l' altro per AR, che si compongono insieme nella diagonale AN del parallelogrammo. Nè sarebbe da così fatta costruzione immediatamente resultato che la somma dei momenti, nei due piani, sta al momento totale come AG + AR, ossia AG + GN, sta ad AN, qualunque poi si fosse l' angolo BAC.

Aveva il Casati, come accennammo, presentita in questa conclusione la difficoltà stessa del Vanni, la quale egli risolse, unico e primo, un anno avanti che fosse fatta, con le sue vere e proprie ragioni. Com' è possibile, così gli passò per la mente la prima ombra del dubbio, che, dovendo essere il tutto eguale alle parti, sia una così fatta e necessaria uguaglianza rappresentata dalle linee AG + GN, e dalla AN, se questa evidentemente è minore di quelle? Poi trovò che doveva di necessità esser così, perchè i due moti si elidono, o, come s' era espresso Giovan Marco Marci, matematico di Praga, nel suo libro *De proportione motus*, si contrariano, ed elidendosi e contrariandosi diminuiscono il loro effetto : or come potrebbero, diminuendo, ragguagliarsi, se non fossero originariamente maggiori?

Che poi la terribile difficoltà trovi, in questa semplicissima ragion delle collisioni, la sua risposta, lo spiega il Casati stesso richiamando l' attenzione sul parallelogrammo delle forze, in cui si vede, egli dice, che la resultante è maggiore, quanto minore è l' angolo, e al contrario, avvicinandosi in quel caso le componenti alla concorrenza, e in questo all' apposizione. « Qua in re plurimum interest quam invicem habeant inclinationem directiones mo-

tuum in diversa abeuntium: quo enim acutiorem angulum constituunt, eo longius provehitur mobile, ut, AB, AC (fig. 132) in acutum angulum coeuntibus, mobile ex A in D venit, quo vero obtusior fuerit angulus, eo etiam brevius est iter ipsius mobilis .... ut ipsa motuum natura postulat, qui nimirum sibi invicem magis adversantur, magisque in diversa abeunt, se magis elidunt » (Mechanic., libri cit., pag. 103, 4).

Figura 132.

Se il Bernoulli dunque costrinse il Vanni a ricredersi in forza di una matematica dimostrazione, non facile ad arrivarsi da tutti, e non sfuggevole a tutte le cavillazioni; lo avea il Casati già convinto con ragioni tanto semplici e chiare, da non riluttarvi, se non chi patisse difetto di senso comune, o avesse la mente stravolta da pregiudizii, com' avvenne a que' Matematici romani, i quali s' accennava dianzi essere entrati in disputa intorno al modo di computare i momenti.

Vitale Giordano, pubblicando in Roma nel 1687 una sua dissertazione sopra questo argomento, dop' aver nell' avvertenza detto al Lettore essere il fine del suo discorso quello di rispondere all' Autor dell' Esegesi fisico matematica *De momentis gravium*, soggiunge: « Existimavit quidam non modo subtilem Anonymi doctrinam hoc sophismate laborare, quod in ea componantur momenta gravium per additionem, cum sint revera componenda per multiplicationem, verum etiam Isaacum Barrow ac R. P. Casatum sibi adstipulari. » Aveva il Casati, nel sopra citato capitolo della sua Meccanica, scritto queste precise parole: « Re autem ipsa quod ex iis componitur momentum, non ex ipsorum momentorum additione conflatur, sed ex ipsis temperatur » (pag. 103). Se dunque non per addizione, vollero concluderne i disputanti, per moltiplicazione si compongono i momenti, non badando a quel che di più importante era negli insegnamenti del Matematico piacentino, il quale, dopo avere affermato che il momento della resultante non è uguale alla somma delle componenti, soggiunge *sed ex ipsis temperatur*, andando nella diagonale del parallelogrammo.

Il Giordano, pregato da' suoi scolari, *tota ferme Europa longe dissitis*, a volere, in grazia loro e per utilità della Repubblica letteraria, pronunziare la sua sentenza, dimostrò, benchè con falsi teoremi, che non si potevano per moltiplicazione comporre i momenti, e che in tale assurdo non incorse il Casati, per le opere del quale attentamente leggendo, « nusquam inveni verbum quod eo spectet, ut momenta gravium componantur per multiplicationem » (Dissert. cit., pag. 4): quel che però più importava non seppe nemmen egli, il Giordano, come gli altri, intendere il significato del temperarsi i momenti nella diagonale del parallelogrammo, nè prevalersi perciò di quella dottrina, unica efficace a rispondere ai paralogismi del Vanni, che era il fine del discorso, scritto dal professore nell' Archiginnasio romano.

Ebbe ancora a indugiare questa risposta infin verso alla fine del secolo,

quando l'autorità del Newton, e le insistenze del Varignon riuscirono finalmente a persuadere i Matematici di ciò, che avevano praticato Leonardo, lo Stevino e altri pochi, in così eletto modo però che il Casati stimò essere a tutti notissima la Regola del parallelogrammo. « Notum omnibus est motum, qui ex AB et AC (nella precedente figura) componitur, non fieri ex earum additione, sed temperari ad lineam AD, quae dimetiens est parallelogrammi, quod ex earumdem linearum AB, AC longitudine, ac mutua inclinatione, formam desumit » (Mech., pag. 103).

Veniva di qui, contro la seconda proposizione meccanica del IV dialogo di Galileo, solennemente confermata quella sentenza di condanna, pronunziata già dal Mersenno, e il dilemma famoso del Vanni, intorno a cui sudarono inutilmente un Leibniz e un Viviani, si sapeva sciogliere oramai da chiunque avesse nelle scuole matematiche appresi i primi elementi.

Mentre che i Matematici si travagliavano così affannosamente, come apparisce dai fatti narrati, per salvar la verità del teorema, dimostrato già dal Tartaglia, contro chi veniva nella Meccanica a rinnovellare gli errori del Cardano; s'insorgeva con altri sofismi a turbar la pace della scienza, preso ardire dall'esempio del Vanni. Il Cartesianismo, dominante nella Scuola fisico-matematica napoletana, suggerì a Luc'Antonio Porzio una nuova costruzione meccanica, riguardando i perpendicoli non paralleli, come comunemente si fa, ma quali sono in realtà convergenti al centro terrestre, secondo che il Cartesio stesso sempre scrupolosamente osserva nel descriver gli effetti delle Macchine. Essendo così, non è vero, diceva il Porzio, ciò che insegna il Maestro che, se cioè CA (fig. 133) è doppia di CB, per far salire il peso sul piano ci voglia la metà della forza, necessaria a ritirarlo in su per il perpendicolo, perchè, sottilmente ragionando, quella proporzion tra la forza e il peso trovasi alquanto diversa da quella, che nelle sue Meccaniche assegna il Cartesio. Il ragionamento era tale qual si può argomentare dalla seguente nota dell'Autore:

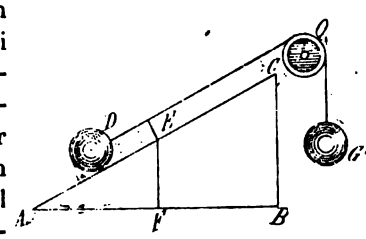


Figura 133.

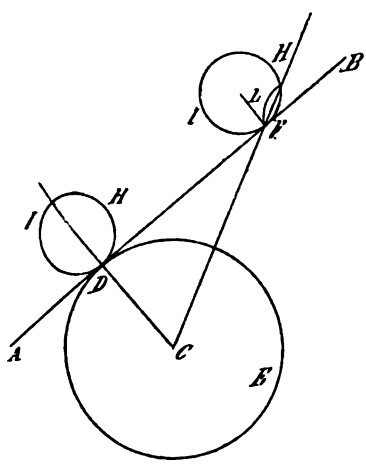


Figura 134.

« Nel piano, secante o tangente la Terra DCE (fig. 134), sia AB secante o tangente un cerchio massimo, alla quale, dal centro C, si tiri la perpendicolare CD. Egli è manifesto che, se altra sfera I sia collocata sopra varii punti del piano già detto, e in modo che sempre AB sia tangente di un certo cerchio massimo III, quando questa

sfera sarà collocata sopra il punto D, la linea CD prolungata dividerà il cerchio massimo IH in due parti uguali, e se il cerchio avesse gravità si dovrebbe fare equilibrio tra i segmenti eguali. Quando ella sarà sopra il punto F, la linea CF prolungata segherà il cerchio massimo IH in parti diseguali, e se i segmenti diseguali fossero gravi non si potrebbero tra loro fare equilibrio, lo che agevolmente si dimostra. E da ciò facilmente ancora si può provare che, se per un piano caggia una sfera grave, sempre in dato punto una sua porzione contrasterà e ripugnerà alla caduta, ma non sarà ella bastevole a far l'equilibrio in quel punto. Qual porzione, mentre scende la sfera, sempre si fa vie più e più grande, finchè, giunta la sfera al punto D, cesserà per la linea AB l'impeto di gravità, imperocchè in D la metà della sfera appunto contrasterà, e ripugnerà ad ogni moto, che di qua e di là dal punto D potesse fare la sfera, cioè in D si fa l'equilibrio sulla linea AB » (Opera omnia, T. II, Neapoli 1736, pag. 233, 34).

Da queste considerazioni ebbe il Porzio a concluderne che la sfera IHF, posata sul piano inclinato AB, venendo a esser segata dal perpendicolo CFH nelle parti disuguali HIL, HLF, avrà tant' impeto di scendere quant' è l'eccesso dell' una parte sull' altra, perchè il menisco HLFH riman sostenuto dal perpendicolo stesso, che lo attraversa per il centro, lasciando alla sua libera caduta il resto. Di qui il teorema del Tartaglia, per più di un secolo approvatosi da tanti insigni Matematici di tutto il mondo, veniva dal Porzio, nella sua proposizione XIII *De motu corporum*, così riformato: « Pondus absolutum datae sphaerae uniformis insistentis dato puncto plani, quod appellant inclinatum, ad eiusdem gravitatem relativam, quam dicunt, sive partialem; minorem habet rationem ea, quam longitudo dati plani habet ad perpendiculum » (Op., T. cit., pag. 137).

Aveva anche l'obiezione del Porzio senza dubbio qualche cosa di seducente, perchè pareva non si potesse negare essere il solo menisco HLFH la parte sostenuta del peso. Per scoprire però la frode conveniva dimostrare la vera direzione del fulcro, ciò che riusciva assai difficile a chi non avesse uso del parallelogrammo. Di qui è che inutilmente, in una sua Epistola divulgata in Roma, vi si provò Vitale Giordano, il quale a quello del Porzio sostituì un altro più grave errore, volutosi matematicamente dimostrar da lui nel *Fondamentum doctrinae motus gravium*, dove, dopo di aver nella VII proposizione asserito. « Pondus totale gravis, ad momentum quod habet in plano declivi, est ut longitudo ipsius plani declivis ad perpendiculum » (Romae 1688, pag. 38), passa a provar, nelle proposizioni seguenti, che può il peso totale, al momento nel piano, ora aver maggiore, e ora minor proporzione del declivio al perpendicolo.

Non mancarono alcuni della scuola del Marchetti, i quali ebbero a notare che il vizio, nei ragionamenti del Giordano, consisteva nel paragonare il peso, espresso da una linea, col momento, espresso da un rettangolo; ma infatti tanta poca sicurtà dagli errori e tanta incertezza nel rispondere alle obiezioni da null' altro dipendeva, che dal non si saper risolvere i quesiti,

applicandovi il principio della composizion delle forze. Nei primi anni del secolo XVIII incominciò quel principio a divulgarsi nei Matematici, e Guido Grandi potè, con la sua Epistola mathematica *De momentis gravium in planis inclinatis*, ravviar la scienza ne' suoi retti sentieri.

Bisognava dimostrar contro il Porzio che la direzione del fulcro, da cui è sostenuto il grave sul piano inclinato, si dee prender secondo il perpendicolo condotto dal centro di gravità sul piano, e non al centro terrestre. Per far ciò premette il Grandi per lemma alla sua dimostrazione il principio della composizion delle forze, le quali essendo due, come AB, AC (nella passata figura CXXXII) sollecitanti il punto A in quelle due direzioni, dice, *id quod, notissimum est*, essere allora quel punto in equilibrio, quando una terza forza AH, uguale alla diagonale AD del parallelogrammo, tiri in verso contrario.

Ciò premesso, abbiasi la sfera grave K (fig. 135) sollecitata da due forze, l' una KQ nella direzion della gravità naturale, e l' altra KR diretta secondo la fune PK, che fa forza alla stessa sfera, affinchè la non debba cadere. Perchè dunque ella potesse ivi rimanere in equilibrio, bisognerebbe applicare in K una terza forza, uguale e contraria alla diagonale KM del parallelogrammo. Ma questa forza è sostituita dalla resistenza del piano AB, dunque il piano è premuto nella direzione, e con forza proporzionale alla linea KM, la quale gli è perpendicolare. « Quare, così propriamente il Grandi conclude, cum haec sit plano perpendicularis ad contactum, demonstratum erit actionem sustinentis plani iuxta dictam perpendicularem exerceri » (Lucae 1711, pag. 25).

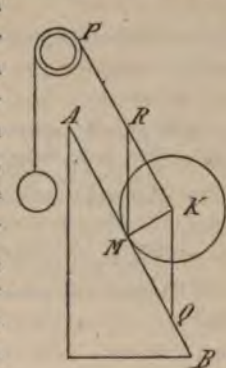


Figura 135.

Ma co' Matematici del secolo XVIII fece la scienza tali progressi, da non temere oramai più di così fatte contradizioni, ond' è che sopra questo statico fondamento venne a confermarsi sempre più la Dinamica, della quale è tempo che si cominci la storia.

CAPITOLO V.

Delle libere cadute dei gravi

SOMMARIO

I. Della legge di Aristotile che le velocità dei cadenti son proporzionali ai pesi, e come prima si trovasse quella legge contraria alle esperienze, e poi si dimostrasse contraria alla ragione, e si verificasse finalmente che tutti i corpi nel vuoto scendono ugualmente veloci. — II. Delle cause acceleratrici del moto, e come Galileo fosse il primo a concluder la legge matematica di un tale acceleramento dai principii del Benedetti. — III. Della forza d'inerzia applicata ai moti naturali, e delle leggi dei moti accelerati geometricamente dimostrate da Galileo e dal Baliani. — IV. Dei pretendenti e dei contradittori di Galileo, e come si confermassero, per l'esperienze del Riccioli e per i teoremi dell'Huyghens, le leggi galileiane dei gravi cadenti.

I.

Dagl'insegnamenti aristotelici ebbero le due parti, in che distinguesi la Scienza del moto, variamente efficaci gl'impulsi, perchè, mentre la Statica era giunta per questi alla sua quasi total perfezione, la Dinamica, dopo pochi passi fatti a gran pena, rimanevasi tuttavia implicata in gravissimi errori. Le varietà della fortuna si parteciparono dalle prime speculazioni del Maestro a quelle de' lontani e numerosi suoi discendenti, un poco senza dubbio per vizioso contagio, e un poco perchè così portava il naturale andamento delle cose. Del quale andamento chi volesse mettersi a ricercare i principii gli troverebbe facilmente in ciò, che Aristotile poneva per fondamento alla Statica la Geometria, e alla Dinamica invece dava nuove leggi, non ricavate dai fatti naturali, ma dalle più infelici arguzie del filosofico ingegno.

I libri, che s'intitolano *Physicorum*, son quelli principalmente, in cui il Filosofo lascia alle sue arguzie più libero il freno, e proponendosi, nel

quarto dei detti fisici libri, di contradire agli Autori, che lo avevano preceduto e che ammettevano l'esistenza del vacuo, come quello ch'è necessario a intendere le osservate passioni del moto; impone capricciosamente alla Natura sì fatte leggi, da ridurla in ogni modo a concludere i suoi proprii argomenti. Consisteva uno de' così fatti argomenti nel provar che, dandosi il vacuo, non sarebbe possibile il moto locale, perchè dovrebbe la traslazione farsi in un istante, mentre il moto stesso non è che una successione causata dall'impulso, e regolata dalla maggiore o minore resistenza del mezzo. La ragione poi di una tal resistenza è, secondo il Filosofo, che và un corpo tanto più o meno veloce quanto è più raro o più denso il mezzo, dentro al quale si muove. « Sit enim B, egli dice nel 70° testo del IV libro, quidem aqua, D vero aer: quanto ergo subtilior est aer aqua, et incorporalior, tanto citius A per D movebitur quam per B. Habet ergo eandem rationem secundum quam distat aer ab aqua, velocitas ad velocitatem » (Operum, T. IV, Venetiis 1560, fol. 129 ad t.). Ma nel vuoto la rarità è infinita, dunque anche la velocità ivi dentro è infinita.

Da quest'altra argomentazione si rivela anche meglio la temerità dell'ingegno, che vuol ridurre le leggi della Natura alle sue proprie ragioni. Dall'ammettere il vacuo, diceva, ne conseguirebbe in ogni modo che le velocità di qualunque peso fossero uguali, ma questo è impossibile, dunque il vacuo non può darsi. Le prove di una tale impossibilità poi le desumeva il Filosofo dai fatti, per i quali non ha dubbio di affermar che manifestamente si vede essere le velocità sempre proporzionali ai pesi. « Videmus corpora, quae sunt magis ponderosa, sive gravia sive levia, cum fuerint in aliis dispositionibus in capitulo figurae, eodem modo moveri in aequali loco velocius secundum proportiones eorum ad invicem. Ergo sequitur ut talis sit dispositio eorum in vacuo etiam. Sed hoc est impossibile, quoniam non potest aliquis dicere qua de causa expellitur in eo velocius, quoniam hoc in plano est necessarium. Quod enim est fortius velocius dividit illud: illud enim quod movetur aut illud quod cedit, aut per suam figuram dividit, aut per suum pondus. A quo sequitur ut motus omnium corporum sit aequalis in velocitate, quod est impossibile » (ibid., fol. 135 ad t.).

Stabilite così dal Filosofo le due leggi della caduta dei gravi, quali sono: che vanno per varii mezzi le velocità alle rarezze proporzionali, e che, in un medesimo mezzo, hanno esse velocità la proporzion diretta dei pesi, si approvarono cecamente da tutti infintanto che, risorto nel secolo XV Archimede, i fatti che, conforme alle verità naturali, si dimostrano da lui nel trattato Delle galleggianti, non vennero provvidamente a fare almeno in parte ravvedere gl'illusi. S'ebbe allora con gran maraviglia a notare un manifesto errore nella fondamentale dottrina del Filosofo, il quale insegnava essere ne' corpi una leggerezza positiva, e che ciascuno pesava nel suo proprio elemento. Resultava invece dai teoremi archimedei niente altro essere la leggerezza che una certa diminuzione della gravità assoluta, la quale fa risalire un corpo, non per naturale attività, ma per la patita circumpulsione del

mezzo. Galileo, in alcune sue esercitazioni preparatorie ai trattati Del moto, applicava direttamente a illustrar questi effetti della gravità positiva i teoremi archimedei (Opere, ediz. naz., T. I, Firenze 1890, pag. 346-52, 363-66) e più di un mezzo secolo dopo istituivano gli Accademici del Cimento due belle esperienze, *per provar che non v'è leggerezza positiva* (Saggi di naturali esper., Firenze 1841, pag. 131-35). Ma erano gli ostinati Peripatetici a que' tempi oramai ridotti a sì pochi, che sembrano quelle descrizioni quasi lussureggiare nel libro de' nostri Fisici fiorentini. L'opera di costoro era incominciata già infino da Leonardo, e la proseguirono valorosamente il Cardano, il Tartaglia, il Benedetti, dai quali tutti ammettevasi, contro il Filosofo, quasi senza contradizione, che l'aria nell'aria, come l'acqua nell'acqua, non pesi.

Le medesime benefiche istituzioni archimedee avevano altresì fatti destri gl'ingegni a scoprir, nel primo de' riferiti argomenti di Aristotile, le fallacie, delle quali ebbe non difficilmente a persuadersi quello stesso Simplicio galileiano, a cui diceva il Salviati « che quando fosse vero che l'istesso mobile in mezzi di differente sottilità e rarità, ed insomma di diversa cedenza, quali per esempio son l'acqua e l'aria, si movesse con velocità nell'aria maggiore che nell'acqua, secondo la proporzione della rarità dell'aria a quella dell'acqua; ne seguirebbe che ogni mobile, che scendesse per aria, scenderebbe anco nell'acqua. Il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell'aria che nell'acqua, non pur non discendono, ma sormontano all'insù » (Alb. XIII, 68).

Del secondo aristotelico argomento si dimostra pure da Galileo la falsità in più luoghi delle sue Opere, con lunghi ragionamenti, che si compendiano in questa breve nota, ritrovata da noi manoscritta: « Contempletur quod quemadmodum gravia omnia supra horizonte quiescunt, licet maxima vel minima; ita in linaeis inclinatis eadem velocitate moventur, quemadmodum et in ipso quoque perpendiculo, quod bonum erit demonstrare dicendo quod, si gravius velocius, sequeretur quod gravius tardius, iunctis gravibus inaequalibus. »

« Movebuntur autem eadem celeritate, non solum gravia inaequalia et homogenea sed et eterogenea, ut lignum et plumbum. Cum enim antea ostensum fuerit magna et parva homogenea aequaliter moveri, dicas: sit B sphaera lignea, et A plumbea, adeo magna, ut cum in medio habeat cavitatem pro B, sit tamen gravior quam sphaera solida lignea ipsi A aequalis, ita ut per adversarium velocius moveatur quam B. Ergo, si in cavitate illa ponatur B, tardius movebitur A, quam cum erat levior, quod est absurdum. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 147).

Ma forse, meglio di qualunque più sottil ragionamento, veniva la fallacia del Filosofo scoperta dalle giornaliere esperienze dei domestici più abietti, quando gettano dalle finestre la spazzatura, le varietà degli oggetti raccolti nella quale si vedono quasi a un tempo cadere a terra, se non gli turbi o non gli dissipi il vento. All'aristotelica sentenza nonostante, che cioè

siano le velocità proporzionali alle grandezze, dava grande apparenza di verità la Statica, confondendosi facilmente i pesi con i momenti, i quali son senza dubbio, nelle macchine, proporzionali alle velocità o alle distanze.

Benchè per tutto il secolo XVI, come vedremo, si persistesse dannosamente dai Matematici in questo errore, nonostante i primi nuovi seguaci di Archimede incominciarono a dubitar, nel secolo avanti, che, come s' era in altre parti manifestamente scoperto l' errore, così fosse almen qualche cosa d' improprio in quest' altra sentenza del Filosofo, nella quale francamente si pronunziava essere le velocità proporzionali alle grandezze. Le più triviali esperienze, come si faceva dianzi osservare, contradicevano a quel *videmus* del Maestro, perchè invece gli occhi facevan vedere a tutti molto diversamente. Si vollero perciò istituire in proposito esperienze più diligenti, e noi narrammo quelle fatte da Leonardo da Vinci, il quale n' ebbe sentenziosamente a concludere il fatto che *due palle di una medesima materia, che una sia il doppio peso dell' altra, cadendo in un tempo da una medesima altezza, non cadrà prima altrettanto tempo la maggiore che la minore.*

A chi prima udì pronunziare una tal sicura sentenza, tanto aliena dalle prevalenti opinioni, parve quasi vedere un lampo abbagliante sotto un cielo nuvoloso, ma erano i nuvoli già dissipati dal rinascente Sole archimedeo, verso cui non fu Leonardo solo a rivolgere gli occhi. Hanno molti creduto così, ma sarebbe da dire improvvido il benefizio della Natura, se al sopravvenire i tiepori di una nuova primavera facesse, anche in remota selva ed incolta, aprire un fiore solo e allegare un sol frutto. Non mancarono eruditi, i quali accennarono a un Bellaso, a un Michele Varrone o a qualcun altro, ma il Libri notò e trascrisse un documento, dal quale apparisce essersi, intorno al fatto della caduta dei gravi, scoperto l' errore aristotelico anche da altri Filosofi contemporanei a Leonardo.

È quel documento ricavato da certe *Questioni sull' Alchimia* scritte, infino dal 1544, da Benedetto Varchi, ma che videro solamente nel 1827 in Firenze la luce, per solo fine di condir forse con questo tanti altri insipidi testi di lingua. Il Libri pone il Varchi nel numero di Giovanni Rucellai, poeta naturalista delle api, di Bernardino Baldi, cronista dei Matematici antichi, e di Bernardo Bontalenti, architettore di macchine maravigliose, dicendo dello Storico fiorentino « qui etudie avec soin la chute des graves » (Histoire des Mathem., T. III cit., pag. 199) e accennando a un passo delle Lezioni di lui, stampate in Firenze da Filippo Giunti nel 1590, per mostrar che l'Autore ben conobbe « l' influence de le couleur des surfaces sur l' absorption des rayons calorifiques » (ivi). Dee essere il passo, a cui il Libri accenna, senza dubbio quello che è così scritto nella lezion *Dei colori*, unica di fisico argomento: « E chi non l' ha veduto non crederebbe o malagevolmente che un pezzo di cristallo ardesse tutti gli altri colori, dal bianco in fuori » (pag. 259).

Il giudizio però, che dette intorno al Varchi come scienziato il Libri, è assai diverso da quello di Galileo, dalla bocca del quale lo raccolse, e così

ne serbò memoria in una Nota il Viviani: « Il Varchi dice quel che non intende, e però non intende quel che dice » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 26). Sembra a noi che ambedue i giudici vadano negli eccessi, perchè, sebbene sia vero che il Varchi non abbia nè qualità nè meriti di scienziato, sentì nonostante gusto della scienza, che desideroso raccolse da coloro, i quali potevano insegnargliela o ne' libri o a viva voce, e seppe scegliere con libertà quelle opinioni, che gli parvero più vere, come dimostrò nel fatto della caduta dei gravi, intorno a che non studiò con senno, come dice il Libri, ma con senno approvò i resultati delle esperienze altrui, e il giudizio di quei pochi, i quali dicevano esser quella, come tutte le altre verità naturali, da apprender, non dai libri di Aristotile, ma dalla osservazione dei fatti. « E sebbene, egli scrive, il costume dei Filosofi moderni è di creder sempre e non provar mai tutto quello che si trova scritto ne' buoni Autori, e massimamente in Aristotile, non è però che non fosse e più sicuro e più dilettevole fare altrimenti, e discendere qualche volta alle sperienze in alcune cose, come v. g. nel movimento delle cose gravi, nella qual cosa e Aristotile e tutti li altri Filosofi, senza mai dubitarne, hanno creduto e affermato che, quanto una cosa sia più grave, tanto più tosto discende, il che la prova dimostra non esser vero. E se io non temessi d'allontanarmi troppo dalla proposta materia mi distenderei più lungamente in provare questa opinione, della quale ho trovato alcuni altri, e massimamente il reverendo padre (non men detto Filosofo che buon Teologo) fra Francesco Beato, metafisico di Pisa, e messer Luca Ghini, medico e semplicista singolarissimo, oltre la grande, non solamente cognizione, ma pratica dei Minerali tutti quanti, secondo che a me parve, quando gli udii da lui pubblicamente nello Studio di Bologna » (*Alchimia* cit., pag. 54).

Se dunque il Ghini e il Beato erano già convinti della falsità che, quanto una cosa è più grave, tanto più tosto discenda, per prove fatte quand'era il Varchi ancora giovane studente; convien dir che fossero le loro esperienze o contemporanee o di poco posteriori a quelle di Leonardo, il quale aveva insomma concluso esser l'errore aristotelico solamente accidentale, e nò nella sostanza, perchè se due gravi omogenei e uniformi, benchè di vario peso, dispongansi così che trovino cadendo resistenza uguale nel mezzo, si vedranno, diceva, andar con velocità proporzionali alle potenze, cosicchè *quella cosa che più pesa, essendo libera, più presto cade.*

Correva dunque, sui principii del secolo XVI, l'opinione fra i più liberi ingegni che fossero solo da attribuire alle resistenze del mezzo le anomalie osservate nella legge aristotelica, ond'è che, sperimentando i più da piccole altezze, e osservando che fra due corpi cadenti di vario peso, ma uniformi e omogenei, le differenze del tempo sono insensibili, argutamente introducendo gli effetti dell'elasticità dell'aria, pensarono di conciliar la seducente dottrina del Filosofo coi fatti sperimentali apertamente contarii, dicendo che le resistenze opposte ai cadenti dal mezzo son direttamente proporzionali ai pesi. Il Cardano dette forma scientifica a questo pensiero nella

proposizione CX del suo *Opus novum*, che così formulava: « Si duae sphaerae ex eadem materia descendant in aere, eodem temporis momento ad planum veniunt » (Operum, T. IV cit., pag. 515).

Piacque l'ingegnosa cardanica dimostrazione, e s'introdusse nella scienza di coloro, i quali professavano, in sul finir del secolo, i più liberi e i più creduti sani principii di Filosofia naturale. Son fra questi più insigni professori da annoverare il Moleto e il Benedetti, il primo dei quali dettava dalla cattedra padovana, a cui sarebbe per succedere Galileo, alcune lezioni di Meccanica, che avevan per uno de' principali argomenti a trattar della caduta dei gravi, secondo le più accurate osservazioni dei fatti. Per poi meglio divulgar le nuove dottrine pensò il Moleto stesso di dare a loro forma di dialogo, e finse, per salvarsi dall'ira peripatetica, che uscissero così fatte novità di bocca a un gran personaggio, a un Principe reale, che sta l'Autore ascoltando ossequioso, benchè non punto stupidamente ne approvi ogni detto. Son dunque gl'interlocutori *P*, che vuol dire il Principe, e *A*, ossia l'Autore: e perchè crediamo che sia un tale importantissimo documento alla maggior parte dei nostri Lettori ignoto, pensiamo di trascrivere intanto, dall'Appendice ai Manoscritti galileiani, questo primo passo, che concerne le velocità, secondo le quali si muovono, attraverso a qualche resistenza del mezzo, i varii gravi:

« *P.* — Or il grave, movendosi naturalmente, può muoversi con maggiore e con minore velocità rispetto al mezzo, poichè per un mezzo più sottile si muove con maggior velocità, e per un mezzo più crasso con meno. Il che tutto può V. S. intenderlo benissimo con le cose che si muovono all'ingiù per l'acqua, e con quelle per l'aria. Laddove, se V. S. piglierà una profondità d'acqua di cento passi, e vi lascerà andare un grave, ed osserverà il tempo che consumerà a toccare il fondo, e noteralla da parte, e di nuovo piglierà un'altezza di cento passi parimente e vi lascerà andare un grave del peso, sostanza e figura dell'altro, e terrà conto del tempo, che consumerà nel venire a basso; troverà questo tempo essere molto minore dell'altro. »

« *A.* — Perchè vuole V. A. che il grave sia della stessa sostanza, peso e figura dell'altro? »

« *P.* — Per levar le cagioni da dubitare. »

« *A.* — E che dubbio può esserci intorno a questo? »

« *P.* — Grandissimo, perciocchè Aristotile ha dato cagione da dubitare, dicendo che per uno stesso mezzo la velocità delle cose, che si muovono per movimento naturale, essendo della stessa natura e figura, è siccome le potenze loro. Cioè, se dalla cima di un'alta torre noi lasceremo venir giù due palle, l'una di piombo di venti libbre, e l'altra parimenti di piombo d'una libbra, che il movimento della maggiore sarà venti volte più veloce di quello della minore. »

« *A.* — Questo mi pare assai ragionevole, anzi, quando mi fosse domandato per principio, lo concederei. »

P. — Vossignoria s'ingannerebbe: anzi vengono tutti in uno stesso tempo, e di ciò se n'è fatta la prova, non una volta, ma molte. E v'è di più che una palla di legno, o più o men grande d'una di piombo, lasciata venir giù d'una stessa altezza, nello stesso tempo con quella di piombo, discendono e trovano la terra o il suolo nello stesso momento di tempo. »

« *A.* — Se l'A. V. non mi dicesse di averne fatta la prova io nol crederei; e come si può salvare Aristotile? »

« *P.* — Molti si sono sforzati di salvarlo diversamente, ma infatti mal si può salvare. Anzi, per dire a V. S. il tutto, io credei un giorno di aver trovato il modo di salvarlo, ma poi, pensando meglio al fatto, così non fu. »

« *A.* — Tuttavia non può essere che non sia ingegnoso ed arguto, e perciò l'A. V. sia servita a dirlo. »

« *P.* — Per compiacerla lo dirò, ma prima dichiarerò alcuni principii che mi bisognano. È chiara cosa appresso che quanto più un grave si muove per proprio movimento, come il sasso col discendere, tanto più venghi velocitandosi; laddove chi presupponesse uno spazio infinito, infinita sarebbe per quello la velocità del grave. Se dunque presupponessimo che nel concavo della Luna fosse un grandissimo sasso, prima che fosse nella superfice della terra si sarebbe fatto di movimento molto veloce. Può di questa velocità V. S. certificarsene, oltre l'autorità dei Filosofi, in questo modo. Potrà pigliare una palla o di sasso o di piombo o di ferro o d'altra materia grave, e lasciar venir giù questa palla da due diverse altezze, la quale percota in due resistenti d'egual natura, e vedrà che quella, che verrà dal luogo più alto, farà maggiore effetto nel resistente, che quella che verrà dalla minore altezza: e non essendo la stessa cosa cresciuta di peso, adunque converrà dire il maggiore effetto venir dalla maggiore velocità. Appresso stante a questo principio, se noi faremo d'una stessa altezza venire due palle di disuguale grandezza, e siano della stessa materia, è manifesto che la maggiore nello stesso resistente farà maggiore effetto che la minore. Adunque sarà venuta con maggiore velocità che la minore: adunque non si muovono con egual velocità, che è quello che si vuole. »

« *A.* — Ho inteso la ragione di V. A. ed in vero par che possa salvare Aristotile, nè saprei per ora trovarvi l'inganno, se non vi pensassi su. »

« *P.* — L'inganno è facile da scoprire, poichè la maggior percossa della maggior palla non nasce dalla velocità del movimento, essendo che il senso osserva essere il movimento eguale, ma nasce dal peso, il che si può provare così. Lasciamo venir da alto, e da due diverse distanze due palle della medesima materia, ma di disugual peso, e venga la minore dalla maggiore altezza, la quale ecceda la minore nel triplo o nel quadruplo, e facciamo che la minore di due once venghi da un'altezza di cento passi, e la maggiore di due o tre libbre venghi non più da alto, che da quattro o cinque passi: qual crede V. S. che nello stesso resistente farà maggiore effetto e percossa? »

« *A.* — E chi dubita che la maggiore, e così dimostra l'esperienza? »

« *P.* — E ciò di dove è se non dal maggior peso? e con tutto ciò con maggior velocità discende la minore, poichè da maggiore altezza viene. Essi poi sforzato Girolomo Cardano, nel libro suo *Delle proporzioni*, di mostrare che due palle di disegual grandezza, messe in pari altezza, sieno per venir giù nello stesso tempo. Ma, perchè la dimostrazione sua non mi piace interamente, io lascio di dirla a V. S. »

« *A.* — Anzi voglio supplicare V. A. che me la dica, per vedere l'errore d'un uomo così famoso. »

« *P.* — Io non voglio dire che sia errore, ma ho solo detto che non mi piace, e dirolla per sodisfare a V. S. Egli dice: sieno due palle, A maggiore, e B minore (fig 136) ed il diametro di A sia di tre palmi v. g. o qual altra misura si voglia, e quello di B uno della stessa misura, e sieno della medesima materia, e sieno mosse con egual distanza da CD, il quale sia il piano dove sieno per dare. Dico che, lasciate andare nello stesso tempo, che parimente nello stesso tempo daranno nel piano CD, poichè il diametro del corpo A è triplo al diametro del corpo B. Adunque il corpo A al corpo B sarà come 27 a uno, poichè le sfere hanno la proporzione fra di loro che i cubi de' loro diametri, per l'ultima del XII di Euclide. Adunque la gravità di A alla gravità di B è come di 27 a uno. Ma perchè ogni peso, nel discender suo, condensa l'aria in quel grado, ch' egli pesa, come l'aria sotto A è 27 volte più densa che l'aria sotto B, però il peso A, avendo da passare aria più densa, forza è che più peni nel discender suo. Adunque, essendo la proporzione di A a B come 27 a uno, e tale essendo la potenza di A a B, seguirebbe che, quando non avesse impedimento, che si dovesse movere nella velocità di 27 a uno. Ora, l'impedimento di A all'impedimento di B è come 27 a uno; adunque uguale è l'impedimento alla potenza, e però seguirà che il movimento loro debba essere in egual tempo. »

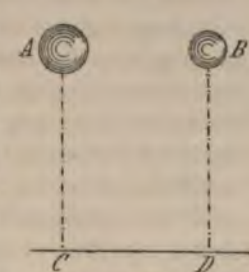


Figura 136.

« *A.* — Se il Cardano la mette così facile e chiara, come V. A. l'ha detto, a me pare una bella dimostrazione, nè saprei, per quel ch'io me ne intenda, dire se non che fosse interamente e per ogni parte bella. »

« *P.* — A me piace più, adesso che l'ho detta a V. S., che quando la lessi appresso dell'Autore. E quel che a me non piaceva era quella densità, perchè non son ben capace che l'aria si condensi secondo il peso. Che si condensi ancora si potrebbe dubitare. Ma concedendo che l'aria si condensi, e si condensi secondo il peso, la dimostrazione corre benissimo, ed è bella e ingegnosa. Quanto al condensarsi dell'aria molti par che lo concedano, e particolarmente nelle cose de' movimenti, perchè, quando non si concedesse tal condensazione, saremmo sforzati a concedere il vacuo, cosa tanto odiosa alla Natura, la quale più presto comporta che le cose gravi ascendano, che ammettere quello. »

« *A.* — E come potrà V. A. mostrare che la Natura ammette piutt sto che le cose gravi ascendano, che il vacuo? »

« *P.* — In molti modi potrei mostrarlo a V. S., ma poichè questo n è il suo luogo, però sarà bene soprassedere alquanto. » (Opusc. scientifi T. II, fol. 3-6).

Della bella proposizion del Cardano, così chiaramente espostaci da S Altezza in questo dialogo del Moleto, dette il Benedetti dimostrazione n meno bella, nel cap. XI delle sue *Disputazioni*. Per provar ivi che « co pora, licet inaequalia, eiusdem materiae et figurae, si resistentias habueri ponderibus proportionales, aequaliter movebuntur » (Specul. cit., pag. 175 immagina di avere un corpo sferico omogeneo, la gravità del quale raccol nel suo centro gli partecipi nel cadere un certo grado d' impulso, ugua a quello che risentirebbe una Bilancia nel suo centro, a distanze eguali d quale fossero sospesi due altri corpi sferici, che pesassero ciascuno la me del maggiore. La cosa è chiara per sè, dice il Benedetti, perchè i cor tanto pesano separati, quanto congiunti, ed essendosi supposto che le re stenze tornino ad essi pesi proporzionali, è dunque vero quel che si dicev che cioè i due corpi « tam separata quam coniuncta candem velocitate retinerent » (ibid.).

Non si comprende però come si possa questa conciliare con la prop sizion precedente « quod in vacuo corpora eiusdem materiae aequali vel citate moverentur » (ibid., pag. 174), che si dimostra dal Benedetti in mo simile a quello di dianzi, osservando che nel vuoto tanto il centro di gr vità del peso congiunto, quanto il centro della Bilancia nelle due metà s parate, sentendo uguale impulso, e non avendo nulla che impedisca a lo il moto, debbono andare ugualmente veloci; perchè da ciò che dimostra l'A tore stesso nel cap. XI ne sarebbe stato da concluder piuttosto che si d vrebbe nel vuoto la legge aristotelica esattamente verificare; vi si dovreb cioè vedere le velocità tanto varie, quanto varie ai cadenti son le grandez

La mente del Matematico veneziano non sembra a noi che serbi, i torno a questo punto, la sua ordinaria serenità: si direbbe anzi addirittu ch' ella sta affannosamente fluttuante fra l'errore antico e la verità nuo perchè, mentre nel libro *De resolutione omnium Euclidis problematum* p che vi si trovi per la prima volta, come fece osservare il Libri in una N al III Tomo della sua Storia, « la consideration de la gravité proportionne a la masse » (pag. 122), ciò che confermerebbe la conclusione delle ve cità uguali nel vuoto; i due primi capitoli delle *Disputazioni* non lascia luogo a dubitare che il Benedetti tornò a considerare le velocità proporz nali ai pesi, come legge naturale verissima in sè, benchè alterabile per varia resistenza, e per l' attitudine varia, che hanno le varie figure de' cor a penetrare la crassizie dei mezzi. Accennando infatti, nel cap. I, gli erro di Aristotile, ch' egli si disponeva a confutare, soggiunge che anche altr fra' quali il Tartaglia, tennero quella opinione che cioè due corpi della me desima specie e della medesima figura serbino esatta proporzione con le ve

locità nei loro moti: opinione non per altro falsa, dice il Benedetti, se non perchè non considerarono costoro « quam magna resistentiarum sit differentia quae, tam ex diversitate figurarum, quam ex magnitudinum varietate exoriri potest » (Specul. cit., pag. 168). Nel seguente capitolo poi si spiega meglio il concetto dell'Autore, il quale vuol concluder dal suo ragionamento che, se le velocità non sono, come dovrebbero essere per ragion naturale, proporzionali ai pesi, ciò da null'altro dipende, se non perchè quella proporzione è alterata dalla inegualità della figura, alla quale non ugualmente resiste il mezzo, o da una qualche varia direzione del moto rispetto alla linea perpendicolare. « Quotiescumque igitur duo corpora unam eandemque resistentiam ipsorum superficiebus aut habebunt aut recipient, eorum motus inter seipsos eodem plane modo proportionati consurgent, quo erunt ipsorum virtutes moventes » (ibid, pag. 169).

Non veniva dunque il Benedetti in tal proposito nulla insegnando di meglio di quel che si potesse legger da tutti, ne' libri del Cardano, e tali insegnamenti erano quelli insomma, che autorevolmente si davano, sul finir del secolo XVI, agli studiosi della scienza del moto. Era fra questi studiosi Jacopo Mazzoni, il quale, venuto a professare Filosofia nello Studio pisano, richiamava l'attenzione de' suoi discepoli sopra il libro del Matematico di Venezia, di cui compendiava, nel cap. XVIII del suo *Preludio*, le confutazioni de' molti errori, detti in Fisica e in Matematica da Aristotile, rammemorando in particolare gli argomenti, per cui dimostravasi non esser vero « corpora, eadem specie et figura praedita, per idem medium mota, eamdem plane proportionem in suorum motuum velocitatibus, quam in suis magnitudinibus habent, retinere » (In universam Plat. et Arist. philosophiam praeludia, Venetiis 1597, pag. 192).

Era fra i giovani, uditori in Pisa a que' tempi, anche Galileo, in cui riconoscendo il Mazzoni una singolare attitudine dell'ingegno a penetrare la scienza del moto, raccomandavagli il libro del Benedetti, e glie ne spiegava in privato le speculazioni. Sentì il giovane alunno, da quelle vive parole del Maestro e dalla lettura che gli suggeriva, instillarglisi il primo ineffabile gusto della libertà nel pensare, e perchè i fervorosi consigli e gli esempii efficaci gli avean fatto deliberar nell'animo non doversi credere oramai più all'autorità di Aristotile, dunque, ne concludeva, nemmeno a quella di nessun altro Filosofo, non eccettuato lo stesso Benedetti, quando si riconosca anch'egli traviar dalla rettitudine delle verità naturali.

Studiando Galileo, con questa libera libertà propostasi, i varii capitoli delle *Disputazioni*, ebbe a notar che il X e l'XI, se non si contradicevano, per lo meno non erano conseguenti, perchè, ammessa pure l'ipotesi delle resistenze a proporzione dei pesi, non era possibile che, così nel vuoto come nel pieno, le velocità, come cercavasi di dimostrare, tornassero uguali. Rimeditava perciò fra sè quale delle due proposizioni potess'esser la vera, e giacchè anche il Benedetti, lasciandosi andare ad ammettere per ipotesi le resistenze proporzionali ai pesi, pareva averci qualche gran dubbio; e giac-

chè il principio della condensazione e della elasticità dell'aria, come dal Moleto, a quel che faceva dire a Sua Altezza, così anche da Galileo malvolentieri si concedevano al Cardano; e perciò tratteneva esso Galileo il meditativo pensiero sopra quel che leggeva proposto, e poi dimostrato *Quod in vacuo corpora eiusdem materiae aequali velocitate moverentur*, ciò ch' essendo vero condannerebbe la legge aristotelica per falsa, non accidentalmente. come da tutti s'era fin' allora insegnato, non escluso lo stesso Benedetti, ma per falsa nella sostanza. Le speculazioni però, in argomento tanto sottile, volevano essere aiutate dall' esperienza, e il discepolo del Mazzoni, divenutogli in Pisa già collega, stava, tutto baldanzoso della nuova Filosofia, intorno alla base del Campanile, per osservar quando due sfere dello stesso metallo, ma di varia grandezza, lasciate da scolari o da amici andar dall'alto della torre a un tempo, giungessero in terra.

Intorno a questo passo della vita scientifica di Galileo son corse, e corrono tuttavia, certe opinioni, della falsità o della improprietà delle quali è debito nostro avvertire i Lettori. E prima di tutto si crede fossero queste fatte in Pisa le prime esperienze, che invece s'è veduto essere state incominciate un secolo prima, intantochè sopr' esse il Cardano ritrovò e condusse quella sua celebre proposizione, riscontrata pubblicamente in Padova, per tacere altri esempii, dal Moleto coi fatti. Dette il Riccioli inoltre autorità a quell' altra opinione, largamente diffusa dal Wolf, che cioè Galileo, sperimentando da troppo piccole altezze, nè potendo perciò accorgersi di nessuna sensibile differenza, dicesse giunger due palle di piombo, una piccola e l'altra grande, a toccar nel medesimo istante il piano sottoposto. È da osservar però contro i detti di costoro, come apparirà meglio dal progresso del nostro discorso, che, sebben Galileo ritenesse come vero quel sincronismo, fu condotto però a pronunziare una tal sentenza da tutt' altre ragioni, che da quelle delle esperienze, alla diligenza delle quali, benchè fossero l'altezze piccole, non era sfuggita l'osservazione che la minore sfera rimanevasi ancora indietro di qualche palmo, quando già la maggiore avea dato sul pavimento. A persuadersi poi che dovesser essere quelle galileiane esperienze delle più diligenti, dopo le diligentissime istituite da Leonardo da Vinci, giova leggere quel capitolo *De motu* dove, proponendosi lo stesso Galileo di scoprir l' errore dei Filosofi, i quali dicevano esser l'aria inclusa la causa per cui i lievi si muovono in principio più velocemente dei gravi, così in terzo luogo, fra gli altri modi, argomenta: « Si multum aeris, quod in ligno est, illud velocius facit, ergo semper velocius. dum fuerit in aere movebitur. Experientia tamen contrarium ostendit: verum enim est lignum in principio sui motus ocius ferri plumbo; attamen paulo post adeo acceleratur motus plumbi, ut lignum post se relinquat, et, si ex alta turri demittantur, per magnum spatium praecedat: et de hoc saepe periculum feci » (Le Opere di Galileo, ediz. naz., T. I cit., pag. 334).

Riconoscendo benissimo Galileo doversi così fatte differenze di moto attribuire alle varie resistenze del mezzo, che si rendon sensibili anche quando,

essendo omogenei e uniformi i cadenti, son però di grandezze diverse; confermavasi in quel che, per semplice speculazione, avea già concluso col Benedetti, che cioè nel vuoto, dove quelle stesse resistenze son nulle, così la grande e la piccola sfera di piombo, come quella di piombo e l'altra simile di legno, passerebbero in tempi uguali sempre uguale uno spazio. Essendo il fatto ritrovato così, per ragioni e per esperienze, certissimo, cercava Galileo la causa di un effetto tanto singolare, e intorno a cui tutti prima di lui avevano fatto naufragio. Dopo lunghe meditazioni gli parve di non poter risolvere altrimenti il problema, se non con ammettere « che di ciaschedun corpo grave cadente sia una da Natura determinata velocità, sicchè l'accrescergliela o diminuirgliela non si possa, se non con usargli violenza » (Alb. XIII, 65).

Ecco rivelato alla scienza per la prima volta un gran vero, ed ecco tolto ai progressi di lei un grande impedimento: i pesi non son proporzionali alla semplice gravità, ma sì alla gravità moltiplicata per la *massa*, per cui, in qualunque ponderoso, la forza che ne velocita la caduta si mantiene invariabile. Così la legge aristotelica veniva da Galileo a dimostrarsi falsa, non accidentalmente, ma nella sua causa, e scoprivasi finalmente l'insidiosa fallacia; intanto che, mentre appariva da una parte chiarissimo, come mai una sfera di piombo e un frustulo di lei dovessero andare ugualmente velocitati, cadendo, si scoprivan facilmente dall'altra i paralogismi dell'antica Filosofia.

Qui consiste il vero merito di Galileo, non saputo riconoscere, nè perciò degnamente apprezzare da tanti ciechi ammiratori di lui, contenti a farlo, dopo un secolo, ripetitore dal campanile di Pisa delle esperienze di Leonardo e di Luca Ghini. E perchè l'origine e il progresso della nuova galileiana rivelazione non manchino del loro debito documento, ridurremo alla memoria dei nostri Lettori queste parole, estratte dal Discorso scritto in risposta a un libro peripatetico di Antonio Rocco.

« Incontratomi, dice Galileo, nel testo di Aristotile, nel quale egli per manifesta suppone la sua proposizione, subito sentii gran repugnanza nell'intelletto come potesse essere che un corpo, dieci o venti volte più grave dell'altro, dovesse cadere a basso con decupla o vigecupla velocità, e mi sovvenne aver veduto nelle tempeste mescolatamente cadere piccoli grani di grandine con mezzani e con grandi dieci e più volte, e non questi anticipare il loro arrivo in terra; nè meno esser credibile che i piccoli si fosser mossi un pezzo avanti ai grandissimi. »

« Di qui, passando col discorso più oltre, mi formai un'assioma, da non essere revocato in dubbio da nessuno, e supposi qualsivoglia corpo grave discendente aver nel suo moto un grado di velocità, da natura limitato ed in maniera prefisso, che il volerglielo alterare col crescergli la velocità o diminuirgliela non si potesse fare, senza usargli violenza, per ritardargli o concitargli il detto suo limitato corso naturale. Fermato questo discorso, mi figurai colla mente due corpi eguali in mole e in peso, quali fossero per

esempio due mattoni, li quali da una medesima altezza in un medesimo istante si partissero. Questi non si può dubitare che scenderanno con pari velocità, cioè coll' assegnata loro dalla Natura, la quale, se da qualche altro mobile dee loro essere accresciuta, è necessario che esso con maggior velocità si muova. Ma se si figureranno i mattoni nello scendere unirsi ed attaccarsi insieme, quale di loro sarà quello che, aggiungendo impeto all' altro, gli raddoppi la velocità, stante che ella non può essere accresciuta da un sopravveniente mobile, se con maggior velocità non si muove? Convien dunque concedere che il composto di due mattoni non alteri la loro prima velocità » (Alb. II, 315, 16).

Sentesi di qui echeggiare, quasi nelle medesime parole, il concetto del Benedetti, ma Galileo recide con la sua solita arte, o a dir meglio nasconde anche questo filo delle più prossime tradizioni, benchè non riuscisse ad arrestare il corso alla logica della Natura, la quale con pari liberalità porgeva quello stesso filo per guida anche ad altri ingegni speculativi. Abbiam fra questi da annoverare Giovan Marco, matematico di Praga, e Giovan Batista Baliani, il quale, pubblicando per la prima volta in Genova nel 1638 un suo trattatello *De motu gravium* raccontava nella prefazione come nel 161[illegible]1, essendo per patria legge prefetto alla Rocca di Savona, la comodità di quell' altura e l' avere a mano le palle dei cannoni militari lo invogliassero a [illegible]ar esperienze della caduta dei gravi. Ebbe da così fatte esperienze ripetute più volte che due de' suddetti globi, uno di una libbra e l' altro di cinquan[illegible]a, giungevano a toccare il suolo *in indivisibili temporis momento*. (De motu natur., editio 2ª, Genuae 1646, pag. 5).

Incominciò allora a pensare che i fatti non concordavano con le dottrine della maggior parte dei Filosofi, ond' è che volle veder se la legge da loro approvata si verificasse, almeno ne' corpi di differente gravità in specie. Ma fatti andar giù dall' alto della Rocca due globi, uno di piombo e l' altro di cera, trovò che questo rimaneva sì all' altro indietro, di un tale spazio però da non serbar proporzione alcuna con le differenti gravezze. « Porro, cum ex experimentis satis superque liqueret in naturali motu gravium proportionem gravitatum communiter creditam non servari, in eam descendi sententiam ut arbitrarer fortasse gravitatem se habere ut agens, materiam vero, seu mavis materiale corpus, ut passum, et proinde gravia moveri iuxta proportionem gravitatis ad materiam, et ubi sine impedimento naturaliter perpendiculari motu ferantur moveri aequaliter, quia ubi plus est gravitatis plus pariter sit materiae, seu materialis gravitatis » (ibid. pag. 6, 7).

Penetrando bene addentro al significato di queste parole, ben si comprende come, dicendo il Baliani che le due sfere omogenee si vedevan cadere *in indivisibili temporis momento*, non intendeva escludere qualche piccola real differenza di moto, la quale accidentalmente nascesse dall' impedimento del mezzo; in conformità della quale intenzione gli abbiamo sentito espressamente dire che allora due corpi, comunque tra loro differenti, s[illegible]

moverebbero di moto uguale, *ubi sine impedimento* (ciò che solo può avvenire nel vuoto) *naturaliter perpendiculari motu ferantur*. In questo stato di assoluta libertà da tutti gl' impedimenti considerava anche Giovan Marco le cadute de' corpi, quando asseriva: « motum, quatenus a gravitate procedit, eiusdem speciei seu gradus, eadem celeritate fieri in omnibus, quantumvis mole, figura, pondere a se differant » (De proportione motus, Pragae 1639, P.).

Non ebbe questa considerazione il gesuita Niccolò Cabeo, il quale, trovandosi nella quaresima del 1636 a predicare in Genova, strinse amicizia col Baliani che, discorrendo degli amati suoi studi, si era più volte espresso (per formular la legge naturale nella sua essenza, consistente nell'aver ciaciascuna divisa particella materiale il medesimo impulso discensivo di tutta insieme la mole) dicendo che qualunque corpo dovrebbe cader dall' alto ugualmente veloce. Intese il Cabeo quel discorso senza alcuna discrezione, e perchè forse ridusse le sue esperienze a lasciarseli cadere dall' una e dall' altra mano, scrisse di avere sperimentato che un pezzo di piombo e *frustum panis* cadevano nel medesimo tempo.

Incontrò un caso simile a Galileo che, secondo le intenzioni medesime del Baliani, si esprimeva nei medesimi modi in privato coi discepoli e con gli amici, e poi, lusingandosi di dover essere inteso dai giudiziosi, così pubblicamente scriveva nella II Giornata dei Due massimi sistemi: « Palle di una, di dieci, di cento, di mille libbre tutte misureranno le medesime cento braccia nello stesso tempo » (Alb. I, 245). Era fra quegli scolari, che aveva prima ascoltato e poi letto Galileo, Vincenzio Renieri, il quale si trovava a professare le Matematiche in Pisa, quando nel 1641 gli giunse notizia dell' esperienze del Cabeo. E perchè queste, com' è facile indovinare, si tenevano per incredibili, come per dubbiose s' avevano quelle di Galileo; per certificarsi della verità dei fatti s' istituirono, ne' primi giorni di Marzo di quell' anno 1641, dal campanile di Pisa opportune esperienze, delle quali il Renieri, dopo pochi giorni, scriveva allo stesso Galileo così per lettera il resultato:

« Abbiamo qui avuto occasione di fare una esperienza di due gravi cadenti dall' alto di diversa materia, cioè uno di legno e uno di piombo, ma della stessa grandezza; perchè un tal Gesuita scrive che scendono nello stesso tempo, e con pari velocità arrivano a terra, ed un tale Inglese affermava che il Liceti componeva di ciò un problema, e ne rendeva la ragione. Ma finalmente abbiamo trovato il fatto in contrario, perchè dalla cima del campanile del Duomo tra la palla di piombo e quella di legno vi corrono tre braccia almeno di differenza. Si fecero anche esperienze di due palle di piombo, una della grandezza eguale a una ordinaria di artiglieria, e l' altra da moschetto, e si vedeva tra la più grossa e la più piccola, dall' altezza dello stesso campanile, esservi un buon palmo di differenza, del quale la più grossa anticipava la più piccola » (Alb. X, 410).

Galileo si compiacque di queste esperienze, che diceva sovvenire a con-

ferma delle sue dottrine, ciò che giunse nuovo, e contrario a quel che si aspettava il Renieri, il quale credeva di aver anzi trovato che i fatti contradicevano a quel che aveva udito dire al suo Maestro o letto nel sopra citato luogo dei dialoghi Del mondo. Galileo allora dichiarò meglio in qual senso si dovesse interpetrare quel luogo, in cui intendevasi formular la legge assolutamente, astraendo dalle accidentalità prodotte dall' impedimento del mezzo, gli effetti del quale, da che solo potevano dipendere le differenze nelle varie cadute sperimentate, diceva di aver minutamente considerati e discorsi nel primo dialogo Dei moti, alla lettura del quale, se voleva avere intera scienza di quelle cose, rimandava il Renieri.

Il Renieri però rispondeva ingenuamente di non avere avuto ancora tempo in due anni di leggere il libro con quell'attenzione, che richiedevan le proposizioni ivi matematicamente dimostrate. « L' ultimo Dialogo di V. S. E. non è stato da me letto, se non in qua e in là, perchè l' estate passata, che avrei potuto attendervi con diligenza, ella sa come io stetti, e di poi non ho avuto tempo di poterlo vedere con quella applicazione, che ricercano le dimostrazioni che sono in esso. So che è verissimo che due gravi differenti in specie, benchè uguali di mole, non serbano proporzione alcuna di gravità nello scendere, anzi che per esempio nell' acqua il legno si moverà al contrario del piombo, e però fino da principio mi risi della esperienza del Gesuita, che affermava che il piombo *et frustum panis*, per dire com' egli scrive, si movevano con egual velocità al centro. Ma che due gravi ineguali di peso, ma della stessa materia, cadendo dalla stessa altezza a perpendicolo, abbiano ad arrivare con diversa velocità e in diverso tempo al centro, mi pareva d' aver da lei udito o letto, che ora non mi ricordo, non poter essere » (ivi, pag. 414).

Soggiungeva il Renieri a queste parole, scritte il dì 20 di Marzo, che nelle prossime vacanze di Pasqua avrebbe atteso finalmente alla lettura del libro, e mandando, secondo le altrui promesse e i desiderii proprii, la cosa ad effetto, avrà trovato quel che Galileo discorre a lungo delle difficoltà incontrate dai cadenti al loro libero velocitarsi, nel mezzo, e si sarà persuaso di aver franteso, quando gli parve aver udito dire al Maestro non essere assolutamente possibile che due gravi della stessa materia, cadendo dalla stessa altezza per l' aria, in diverso tempo arrivino al centro.

Non così però, a dispetto della ragione e dei fatti, se ne volle persuadere il Cabeo, il quale pubblicando in due volumoni in folio, nel 1646, i suoi Commentarii sui quattro libri meteorologici di Aristotile, torna nel primo libro sulla questione se di tutti i cadenti le velocità siano uguali, e come avesse a dimostrare il teorema più certo di Geometria così scrive: « Sint primo duo gravia eiusdem rationis, ut duo plumbea, sive omnino similem habeant figuram, ut quod ambo sint sphaerica, sive non, quae simul ex edito loco decidant: dico simul physice ex quacumque altitudine ad terram pervenire. Hoc multis experimentis et ego ipse sum expertus et alii etiam experti sunt, et semper omnino aequali tempore descendere deprehendi,

etiamsi unum esset unius unciae, alterum quinquaginta, nec quolibet posito magno discrimine in pondere potest notari sensibile discrimen in casu » (In libros meteor. Arist., T. I, Romae 1646, pag. 97).

Non contento di ciò, il Cabeo, con la sua solita temeraria franchezza poco appresso asserisce non due soli globi di piombo grandemente diversi di mole, « Sed etiam globos valde impares in materia, ut plumbeum et ligneum, et dispares in figura, ut quadratum seu piramidale et rotundum, si simul ex edito loco, tranquillo coelo, cadant, ambo simul ad terram pervenire, ita ut quantumcumque sit discrimen ponderis non possit notari sensibile discrimen temporis quo ad terram allidunt » (ibid.). Non ignora quel che andavano dicendo alcuni doversi tener conto, in così fatti esperimenti, della resistenza dell' aria, ma, guardate, rispondeva il Cabeo, quanto son varii i cervelli degli uomini! chi vuol che l' aria acceleri il moto, e chi vuole che lo ritardi. Ma lasciamo i discorsi e atteniamoci ai fatti, tante volte da me sperimentati, i quali ci persuadono « aerem nihil efficere in isto motu nec pro nec contra velocitatem » (ibid., pag. 68).

Non potè, in leggere queste cose, Giovan Batista Riccioli tenersi dal rimproverare il suo confratello, per essersi così ostinatamente messo a impugnare la verità conosciuta, e nel II Tomo dell' Almagesto nuovo pubblicamente confessa che, per quanto si studiasse di persuadere il Cabeo con addurre i certissimi fatti in contrario « nunquam ex ea opinione per me divelli potuit » (Bononiae 1651, pag. 382). Prosegue poi a dire che quella opinione, così asseverantemente professata nel libro Delle meteore, era affatto temeraria, perchè ivi non si dice da che altura furon fatti gli esperimenti, sebben giurasse d' esser certo, il Riccioli, che da quelli fatti insieme nel 1634 in Ferrara dal Campanile della chiesa del Gesù, non bene alta 24 metri « nunquam adduci potuit ut eam vel ullam inaequalitatem admitteret, aut discrimen in lapsis » (ibid.).

A concluder qualche cosa di certo ci bisognavano altezze maggiori, ond' è che, venuto il Riccioli a insegnare nel Collegio della sua Compagnia di Gesù in Bologna, rivolse lieto lo sguardo alla torre degli Asinelli, che poi ritrovò tanto comoda a esperimentar le cadute dei gravi *perinde ac si ad hunc finem esset constituta*. Di lassù, fra gli altri, tuttavia memorabili nella storia per la loro straordinaria diligenza, istituì quella IV classe di esperimenti *pro duorum gravium diversi ponderis descensu inaequali*, che andavano *ad hominem* contro il Cabeo, e contro tutti coloro ch' ei credeva tenesser con lui.

Molto fallace, incomincia a dire il Riccioli, è questo modo di sperimentare, se non vi si usi una grande circospezione, la quale si fa principalmente consister da lui nello sceglier due corpi che, avendo differente peso, incontrino nonostante nell' aria una medesima resistenza. Eragli a principio, come a Leonardo, venuto in mente di usar cilindri o prismi della medesima base e di differente altezza, ma, rotando questi intorno al loro centro di gravità, rendevano troppo incerto il tempo della caduta, e perciò scelse piut-

tosto due globi di argilla fresca, i quali, avendo ambedue uguale diametro, scavandone uno intorno al centro, riducevasi sotto pari volume la metà più leggero dell' altro, che pesava esattamente vent' once.

Così preparati, si lasciavano nello stesso tempo cadere i due globi dalla maggiore altura della torre degli Asinelli, lungo le pareti della quale descrivan le due linee GI, OD (fig. 137), in cui i due punti I, D designano il pavimento, e G, O i merli della torre. Furono l'esperienze ripetute più volte: nel Maggio del 1640, nell'Agosto del 1645, nell' Ottobre del 1648, e ultimamente nel 1650, sempre alla presenza di molti testimoni, che il Riccioli cita per nome, i più gesuiti, fra' quali due destinati ad ottenere una meritata celebrità nella scienza; Francesco Maria Grimaldi, assiduo sempre e diligentissimo cooperatore, e Paolo Casati. « Siquidem, così descriveva il Riccioli stesso il resultato di queste esperienze, globus argillaceus levior seu 10 unciarum, eodem momento quo argillaceus alter eiusdem molis sed unciarum 20 demissus fuit ex O, apparuit adhuc in F distans a pavimento I pedes saltem 15, eo momento quo gravior pavimentum idem percusserat in D, et iam in sexcenta fragmina dissiluerat » (ibid., pag. 387).

Figura 137.

Fra i testimoni invocati, e i curiosamente concorsi a spettacolo di queste esperienze « aderant, dice il Riccioli stesso, tres aut quatuor Philosophiae aut Theologiae magistri, qui cum Galilaeo aut Cabeo et Arriaga existimaverant duo quaelibet gravia, dimissa simul ex eadem altitudine quantacumque, descendere ad terram eodem physico temporis momento. At stat opinionem hanc deposuerunt » (ibid.).

Era dunque anche il Riccioli dell' opinion del Renieri, e, argomentando da quel che aveva trovato scritto ne' dialoghi Dei due massimi sistemi, poneva senza eccezione Galileo nel novero del Cabeo e dell' Arriaga. I dialoghi Del moto o non furono dall' illustre Sperimentator bolognese mai letti o secondando gl' istituti della sua setta si serbò ritroso a quelle dottrine, giacchè dalle XIII classi di esperimenti descritti intorno alla caduta dei gravi, ne deduce alcuni teoremi, nell' ultimo de' quali, trovandosi costretto a professar contro lo stesso Aristotile, non sa più dove andare a ritrovare il vero smarrito. « Quoniam vero difficile reddi potest ratio a priori cur effectus velocitatis ad velocitatem non servet proportionem, quam habet causa ad causam, nempe gravitas ad gravitatem; hinc factum ut non pauci ex iam nominatis putarint per se duo quaelibet gravia, quantumvis differentia ponderis, aequaliter descendere, si removeantur quae per accidens unum eorum retardant » (ibid., pag. 396). Ciò reputasi dal Riccioli impossibile, perchè supponeva nel suo discorso che si volesser rimovere tutti gl' impedimenti esterni, considerando i gravi sempre moversi in mezzo all' aria, ma Galileo e i *pauci ex iam nominatis* intendevano che il principale, anzi l' unico impedimento al moto dei gravi, fosse l' aria stessa, per rimover la quale supponevano il vuoto.

Accennammo già alla dimostrazione geometrica del Benedetti, e ora soggiungeremo quell'altra fisica, che dettero contemporaneamente i due grandi Maestri del moto in Alemagna e in Italia. Giovan Marco scriveva così nel suo capitolo *De inaequalium ponderum lapsu:* « Quia ergo retardatio motus est a medio, quo medium magis resistit divisioni eo minor velocitas motus, maior autem excessus tarditatis in minori, propterea quod aucta resistentia eadem differentia in minori intervallo. E contra minuitur excessus in medio magis raro. Itaque si detur corpus infinitae raritatis, cuiusmodi vacuum, quia nulla resistentia, nulla quoque erit inaequalitas motus » (De propor. motus, Pragae 1639, P 3).

Nella medesima forma argomentava il Salviati nella giornata prima Delle due nuove scienze (Alb. XIII, 75) e nel Discorso contro il peripatetico Rocco, così dicendo: « Tuttavolta che noi vediamo che con l'attenuare e alleggerire il mezzo, anco nel mezzo dell'aria, che pure è corporeo e perciò resistente, arriviamo a vedere due mobili, sommamente differenti di peso, per un breve spazio moversi di velocità niente o pochissimo differenti, le quali poi siamo certi farsi diverse, non per le gravità che sempre son le stesse, ma per gl'impedimenti e ostacoli del mezzo, che sempre s'augumentano; perchè non dobbiamo tener per fermo che, rimossa del tutto la gravità, la crassizie e tutti gli altri impedimenti del mezzo pieno, nel vacuo, i metalli tutti, le pietre, i legni ed insomma tutti i gravi si movesser colla stessa velocità? » (Alb. II, 328).

Con tale intenzione s'asseriva pure ne' dialoghi Del mondo, e nel primo Del moto che non solo una lacrima di piombo avrebbe a moversi veloce, come una palla di artiglieria, ma un grano di rena, come una macina di guado (Alb. XIII, 67). Venendo però a farne esperienza non si trova seguirne così puntualmente l'effetto, per gl'impedimenti dell'aria, i quali son poi dallo stesso Galileo ridotti alle loro più giuste ragioni. « L'esperienza, egli dice, fatta con due mobili quanto più si possa differenti di peso, col farli scendere da un'altezza, per osservare se la velocità loro sia uguale, patisce qualche difficoltà, imperocchè se l'altezza sarà grande, il mezzo che dall'impeto del cadente dee essere aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggerissimo, che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggero rimarrà indietro, e nell'altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fosse, ma inosservabile » (ivi, pag. 86, 87).

Per scansar le quali difficoltà, non vedendo ancora possibile il modo di levar affatto l'aria di mezzo, fu condotto Galileo all'ingegnosissimo partito di renderne poco sensibili gl'impedimenti « col fare scendere i mobili sopra un piano declive, non molto elevato sopra l'orizzontale, che sopra questo, non meno che nel perpendicolo, potrà scorgersi quello che facciano i gravi differenti di peso. E passando più avanti ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi mobili sul detto piano declive, e finalmente ho preso due palle, una di piombo e una di su-

ghero; quella ben più cento volte più grave di questa, o ciascuna di lo attaccate a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, l gati ad alto. Allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolar gli ho dato l'andare nell'istesso momento, ed esse scendendo per le circo ferenze dei cerchi descritti dagli spaghi, eguali loro semidiametri, e passa oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro. reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, han sensatamente mostrato come la grave va talmente sotto il tempo della le gera, che nè in ben cento vibrazioni nè in mille anticipa il tempo di u minimo momento, ma camminano con passo ugualissimo » (ivi, pag. 87)

Dice di essere anche il Baliani ricorso al medesimo efficacissimo esp rimento dimostrativo delle velocità sempre uguali, in corpi delle più diff renti gravità specifiche, fatti vibrare ne' pendoli. « Globos in gravitate et materia inaequales appendi funiculis aequalibus, et agitatos animadverti m veri tempore aequali, et hoc servare adeo fideliter ut globus plumbeus du rum unciarum, alter librarum duarum; ferreus librarum 34 et lapide 40 circiter, nec non et lapis informis, quorum funiculi, comprehensis ips rum semidiametris, aequales essent, uno et eodem temporis spatio movere tur, et vibrationes easdem numero darent hinc inde sive motus unius glo fieret per aequale spatium, sive per inaequale » (De motu natur. cit., pag. 6

Notava però Galileo, e l'avrà pure dovuto notare il Baliani, scorger anche in quelle esperienze l'operazione del mezzo dal diminuire assai pi presto « le vibrazioni del sughero che quelle del piombo » (Alb. XIII, 87 per toglier la quale inesattezza, che avrebbe potuto forse mettere qualch scrupolo nella conclusione, il Newton fece tornire due scatolette sferiche d legno uguale, e di uguale diametro, e l'una empì di trucioli pur di legn e l'altra del medesimo peso di oro diligentemente curando di situarlo ne centro dell'oscillazione. « Pyxides ab aequalibus pedum undecim filis pen dentes constituebant pendula, quoad pondus, figuram et aeris resistentiam omnino paria; et paribus oscillationibus iuxta positae, ibant una et rediban diutissime » (Principia mathem., T. III, Genevae 1742, pag. 33). Speriment poi con altri corpi della più varia natura, e n'ebbe sempre i medesimi re sultati. « Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arena, sale commun ligno, aqua, tritico » (ibid.).

Sembra che dovessero quelle prime esperienze di Galileo e del Baliar coi pendoli, rese dal Newton poi sì perfette, essere sufficienti a dimostra che una medesima è la velocità nel composto e nella materia divisa, e ch dipendon le differenze dalla sola resistenza del mezzo. Ma Galileo non contentò di questo, e prevenendo il male inteso pensiero del Riccioli e d Renieri si trattenne con assai lungo e spiegato discorso, nel I° dialogo Dell due nuove scienze, a mostrar come ogni differenza di moto, da lui beni simo ne' varii casi osservata prima de' suoi contradittori, dipendeva dai var impedimenti dell'aria.

E quanto alle esperienze del Riccioli coi cadenti di ugual natura e v

lume, ma differenti di peso, dalle quali esperienze costantemente resultava andar sempre il più grave alquanto più veloce dell' altro, aveva già Galileo resa la ragione di questa anomalia, osservando che, se l' altezza sarà grande, il mezzo, che dall' impeto del cadente dee essere aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al più piccolo momento del mobile più leggero, che alla maggior violenza del più grave (Alb. XIII, 86).

Quanto poi all' esperienza del Renieri, con le sfere cadenti omogenee e varie, non solo di peso, ma di volume, aveva pure Galileo matematicamente dimostrato come dall' impedimento minore, che viene a ricever dall' aria la maggior palla, dipendesse l' anticipare sopra la minore di quel *buon palmo*. Ammesso che le resistenze sien proporzionali alle superfice, riducevasi la dimostrazione ai principii della Geometria » la quale c' insegna che molto maggior proporzione è tra la mole e la mole, nei solidi simili, che tra le loro superfice » (ivi, pag. 92). E però il più piccol corpo, avendo maggior superfice del grande, a proporzion del peso diminuito, è disposto perciò a ricevere anche maggiore impedimento.

Nel Discorso altre volte citato si spiega intorno a ciò Galileo col Rocco non men chiaramente di quel che facesse il Salviati con Simplicio. « Nei corpi della medesima materia, e simili di figura, cotal impedimento non riceverebbe augumento nè diminuzione, per crescimento o diminuzione di grandezza, tuttavolta che le lor superfice crescessero e calassero colla medesima proporzione. Ma perchè le superfice dei solidi simili, no nell' istesso proporzione, ma in minore, cioè in subsesquialtera di quella di essi solidi, crescono e calano; però, diminuendo assai più la grandezza e peso del solido, che non dimuisce la superfice, l' impedimento vien tuttavia crescendo a proporzione della virtù, cioè della gravità del solido, dalla quale l' impedimento dell' aderenza della superfice dee essere superato..... E così, se noi anderemo suddividendo e scemando sempre con proporzion maggiore la mole corporea che la superficiale, cioè diminuendo quella in sesquialtera proporzione di questa, ci ridurremo ad una polverizzazione di particole così minime, che la mole e gravità loro diverrà piccolissima, in comparazione delle loro superfice, le quali potranno esser mille volte maggiori di quello che converrebbe, acciò fusse l' impedimento dell' aderenza colla medesima proporzione superato dalla gravità de' loro corpuscoli, e queste saranno quei minimi atomini della sottilissima arena, che intorbida l' acqua, e non calano se non in molte ore quello spazio, che un sassetto quanto una noce passa in una battuta di polso » (Alb. II, 324, 25).

Ritornando Galileo, dop' avere scritto questo Discorso e dop' aver già pubblicati i IV dialoghi Del moto, sopra questo argomento, s' incontrò in un assai facile, ma elegante teorema formulato così in una sua Nota: « D' una palla grande ne fo palline: la superfice delle palline tutte è tanto maggiore della superfice della grande, quanto il diametro della grande supera il diametro della piccola » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 29).

Trovasi la dimostrazione di ciò scritta in un altro foglio, applicandola

per più facile esempio ai cubi, piuttosto che alle sfere, e così ragionando dietro i più elementari principii della Stereometria: « Il numero de' cubi ne' quali uno si risolve, è il numero delle parti, che son nel lato del cubo che si risolve, come, per esempio, diviso il lato del cubo in tre o quattro parti, i cubi, che da esse parti si faranno, saranno 27 o 64, ed avendo ogni cubo sei quadrati in superfice, moltiplicando 27 per 6, e 64 pur per 6, averemo i numeri dei quadrati, che son superfice dei detti cubi. Tutte le superfice dei piccoli cubi risoluti prese insieme, alla superfice del cubo grande risoluto, hanno la medesima proporzione che il numero delle parti del lato che si sega, all' uno, e così tutte le superfice dei 27 cubi, alla superfice del primo massimo cubo, saranno triple, e tutte le superfice delli 64 cubetti, prese insieme, saranno quadruple della superfice dell' intero gran cubo, essendo che il lato di questo fu diviso in tre parti, per cavarne li 27 cubi, ed in 4, per cavarne li cubi 64 » (ivi, fol. 19).

Doveva il teorema, nel riordinamento che meditava di dar Galileo ai dialoghi Delle due nuove scienze, inserirsi nel I° stampato, là dove si trattava di questo soggetto, per meglio dichiarar la legge della resistenza dei mezzi nelle cadute dei gravi, e già avevalo reso generale, considerando il maggior cubo diviso in qualunque numero di parti, e aveva già distesa la bozza del frammento dialogizzato, dove, dopo la dimostrazion del Salviati, così, lodato avendo la bellezza e l' utilità del teorema, dovea soggiungersi dal Sagredo: « Mi par di notare un altro modo di potere, in una sola e semplice operazione, ritrovare l' eccesso delle superfice di molti solidi, tra di loro simili ed uguali, sopra la superfice di un solo, pur simile, ma uguale a tutti quelli. Questo mi par che ci venga dato dalla radice cuba del numero de' piccoli solidi, come per esempio: la superfice di mille palline quanto è maggiore della palla sola, eguale e simile a tutte quelle eguali e simili tra di loro? diremo esser maggiore dieci volte, per esser dieci la radice cuba di mille, e dieci volte il diametro della grande conterrà il diametro della piccola » (ivi, fol. 38).

Ma già nei Dialoghi stampati, anche senza queste aggiunte, si contenevano ampiamente svolte le dottrine della resistenza dell' aria nei cadenti di varia specie e di varia mole, che, divulgatesi nel mondo della scienza, si vollero riscontrar con nuove e più diligenti esperienze. Il Mersenno scriveva, in proposito di queste sperimentate dottrine galileiane, al Cartesio, il quale così rispondeva: « Supponis pondus quod ex gravi materia constat, et cui proinde aer minus obstat, sed omissis experimentis de turre Argentinensi, illic enim neminem notum habeo, ausim asserere pondus ex gravi materia constans citius descensurum quam aliud ex leviori. Atque ex duobus eiusdem materiae et figurae ponderibus illud celerius descensurum, quod est crassius » (Epist., P. II cit., pag. 301).

Nella teoria delle resistenze, del resto, come abbiamo ora letto, approvata, ritrovò però il Cartesio in Galileo falsa questa proposizione: « non essere sfera sì grande, nè di materia sì grave, che la renitenza del mezzo,

ancorchè tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che, nella continuazion del moto, non la riduca alla equabilità » (Alb. XIII, 95). Perciò, in quella medesima lettera sopra citata in risposta al Mersenno, dop'aver consentito che possa dopo qualche spazio l'accelerazione ridursi insensibile, dimostra il Cartesio l'impossibilità di un'assoluta uguaglianza matematica fra gl'impulsi accelerativi e le resistenze sempre crescenti, « et proinde, così conclude il discorso, celeritas semper augebitur, neque tamen unquam, ut dixi, celeritas tantum minuetur a resistentia aeris quantum accipit a gravitate incrementi, unde liquet ex sana Malhesi falaam esse propositionem *Galilei* » (Epist. cit., pag. 300).

Falsa pure fu dimostrata la proposizione di Galileo dall'Huyghens e dal Newton, da cui nonostante ebbero le dottrine della caduta dei gravi la loro più autorevole conferma. Nello scolio alla proposizione XL del III libro *Dei principii* s'hanno descritte le più diligenti esperienze intorno ai gravi, di vario peso e di vario volume, lasciati andar dal comignolo della chiesa di San Paolo di Londra, e nel mese di Giugno del 1710 dall'Autore stesso osservati.

I precedenti sperimentatori non avevano operato mai soli, ma sempre con l'aiuto di uno almeno o di più compagni, i quali non sempre erano così destri, come, con quasi militar disciplina aveva il Riccioli ridotti i suoi frati, che s'esercitavan da lui a pronunziare in dialetto bolognese i numeri *un, du, tri*.... con suono tanto veloce, da tener dietro al moto dei velocissimi pendoli oscillanti. Erano per tale esercizio divenuti sì esperti che, venendosi a fare il riscontro tra le vibrazioni contate da quelli di sopra la torre, e le contate in terra dallo stesso Riccioli, si trovò sempre, nei ripetuti esperimenti « nunquam discrimen inter nos fuisse unius integrae vibratiunculae, quod scio vix creditum iri a quibusdam, et tamen verissime ita fuisse testor » (Almag., T. II cit., pag. 385).

Non tutti potendo istituire una così disciplinata milizia, il Newton trovò ingegnosamente il modo di far da sè solo, col posare i gravi, consistenti in due palloni di vetro, uno pien di mercurio e l'altro d'aria, su un'assicella che, rovesciata, facevali ambedue cader nel medesimo tempo. Il sostegno che, venendo meno all'assicella, doveva farla così traboccare, si levava di terra, per mezzo di un fil di ferro, il quale, nell'atto stesso che si tirava, dava l'andare al pendolo. « Tabula lignea ad unum eius terminum polis ferreis suspendebatur, ad alterum pessulo ligneo incumbebat, et globi duo, huic tabulae impositi, simul demittebantur, subtrahendo pessulum ope fili ferrei ad terram usque demissi, et eodem temporis momento pendulum ad minuta secunda oscillans, per filum illud ferreum tractum, demitteretur et oscillare inciperet » (T. III cit., pag. 332).

Ripetè gli esperimenti, dal medesimo luogo, il solertissimo Hauksbec, e il dì 25 Aprile del 1719 il Desaguliers gli riprese, ripetendogli il dì 14 di Luglio di quel medesimo anno, secondo che apparisce dal N.° 362 delle *Filosofiche transazioni*, e secondo riferisce nel sopra citato scolio il Newton,

il quale racconta come, per aver globi della maggior leggerezza possibile, che più degli altri risentissero nel cadere gl'impedimenti dell'aria, s'acconciasse esso Desaguliers di propria mano vessiche suine. « Tempora autem mensurabantur pendulis, ad dimidia minuta secunda oscillantibus. Et eorum, qui in terra stabant, unus habebat horologium cum elatere ad singula minuta secunda, quater vibrante. Alius habebat machinam aliam affabre constructam, cum pendulo etiam ad singula minuta secunda quater vibrante. Et similem machinam habebat unus eorum, qui stabant in summitate Templi. Et haee instrumenta ita formabantur, ut motus eorum pro lubitu vel inciperet, vel sisteretur » (ibid., pag. 335).

Veniva da tali esperienze, più precise di tutte le precedenti, che abbia in tal proposito a raccontare la storia, e insuperabili forse ai futuri sperimentatori; a confermarsi direttamente il teorema del Newton, che cioè in qualunque fluido *caeteris paribus* le resistenze son proporzionali alla densità, e indirettamente, e per necessaria conseguenza, veniva anche insieme a confermarsi il teorema di Galileo.

Ma il teorema galileiano della caduta dei gravi si concludeva in somma nella proposizione che, levato ogni impedimento, ossia nel vuoto, i corpi, di qualunque mole e di qualunque specie, si vedrebbero ivi andare ugualmente veloci. Non era questa però altro che un'induzione dall'esperienze fatte in mezzi via via sempre più rari, giacchè l'esperienza diretta « è forse, diceva Galileo, impossibile a farsi » (Alb. II, 327).

Occorse finalmente l'invenzione della Macchina pneumatica, presentita in quel *forse*, e il Boyle, percorrendo quasi tutto il campo della Fisica, non avrebbe lasciata questa parte indietro, se avesse potuto procurarsi tubi di vetro della necessaria lunghezza. Il Newton in ogni modo volle, come gli era possibile, fare il primo esperimento, il quale però non riuscì decisivo, perchè, in altezze inferiori a un metro, si vedono anche in mezzo all'aria cadere in un tempo i corpi gravi e i leggeri. Il Desaguliers allora attese a costruire una colonna di tubi congiunti insieme con mastice, e sostenuti su su da traverse di legno, fissate da una parte e dall'altra, come i gradi di una scala, a due staggi eretti sulla base della macchina, cosicchè potè comporne un tubo andante di vetro lungo presso a quattro metri. Fattosi in cotesto tubo il vuoto, nel Settembre del 1717, si dette pubblico spettacolo, essendovi presente il Re, e il principe di Walles, i quali videro maravigliati cader nello stesso tempo una ghinea e un bocconcello di carta.

Il Gravesande descrisse poi, con la sua solita minuziosa diligenza, una macchina « qua duo corpora in vacuo eodem momento demittuntur » (Physices elem., T. II, Leidae 1748, pag. 618-24) perchè veramente la maggior difficoltà, e la cura più necessaria per la precisione dell'esperienza, consiste nel lasciare i due corpi a un tempo: ciò che in questa macchina s'otteneva per mezzo di una morsetta, un labbro della quale essendo elastico, s'allontanava dall'altro immobile, per mezzo di un filo di ferro. Erano anzi queste morsette sei, disposte intorno al centro di un esagono, per cui, fatto

addentare a ciascuna di esse o la medesima coppia o differenti coppie composte di un grave e di un leggero, introdotte tutte insieme, così saldate sulla lamina esagonale, nella sommità del tubo, che veniva per ciò esattamente chiuso; si poteva sei volte, col non far altro che girare una vite, la quale riducesse a basso ora una morsa ora un' altra, ripetere sei volte lo spettacoloso esperimento. Era il tubo del resto costruito di pezzi saldati insieme con cera, e montato come quello del Desaguliers, benchè l' altezza della colonna non aggiungesse bene a due metri.

Anche il Wolf, nel cap. I del II tomo della Fisica sperimentale, dove tratta *De lapsu corporum gravium*, descrisse un apparecchio per lasciare andare a un tempo i due cadenti nel tubo vuoto; apparecchio, che consisteva in una specie di staffa, formata dalla congiunzione di due lamine elastiche, che si potevano separare e così lasciavano in abbandono i corpi ivi sopra posati, tutte le volte che, per mezzo di un filo, da potersi tirar di fuori, si venivano ad allontanare gli elastri » (Versio latina, Venetiis 1756, pag. 15-18).

Si tolgono ora gli sperimentatori d' ogni sollecitudine col capovolgere il tubo, in cui sieno stati posti gli oggetti, prima di fare il vuoto, e col chiudere, per mezzo di una chiavetta, l' ingresso all' aria, la quale, riammessa a poco per volta, fa notar sempre maggiore la differenza fra la caduta del corpo grave e del leggero. Così, dopo due secoli, la speculazione del Benedetti *quod in vacuo corpora aequali velocitate moverentur*, si riduceva al più certo fatto sperimentale.

II.

La semplice osservazione, ovvia a tutti, senz' altro artificio di macchinamenti, dava certezza di questo fatto: che anche in mezzo all' aria i corpi gravi resi, con l' andare, a vincere ogni impedimento sempre più validi, tanto si vanno più affrettando nel loro moto, quanto più si dilungano dal loro principio. Rimaneva al Filosofo però l' ufficio d' investigar le cause di così fatto acceleramento, intorno a che ebbero gli Antichi tanto poco ragionevoli, e così strane opinioni, che dal troppo debole impulso ricevuto non molto ebbe a progredire la scienza, quando vennesi a restaurare in tempi a noi meno lontani.

Leonardo da Vinci, com' attribuiva al mezzo la causa del ritardarsi il moto nei liberi cadenti, così attribuiva alla medesima causa il velocitarsi, perchè il grave, diceva, mette nel cadere in circolar moto ondoso l' aria, attraverso alla quale egli passa « e così, cacciando l' un circolo l' altro, l' aria, che è dinanzi al suo motore, tutta per quella linea è preparata al movimento, il quale tanto più cresce, quanto se le appressa il peso che la caccia. Onde, trovando esso peso men resistenza d' aria, con più velocità rad-

doppia suo corso, a similitudine della barca tirata per l'acqua » (Manuscr. A cit., fol. 43 ad t.).

Il Tartaglia trovava quelle medesime tradizioni, ch'erano venute prima a inspirare la scienza di Leonardo, col quale anch'egli dimostra che, messa l'aria sotto il cadente in moto, questa muove innanzi a sè l'altr'aria contigua, « ita ut illa mota gravitatem descendentem impediat minus, unde gravius efficitur et cadentia amplius impelli, ita ut iam non impellantur, sed etiam trahant. Sicque fit ut illius gravitas tractu illorum adiuvatur, et motus eorum gravitate ipsius augetur, unde et velocitatem illius continue multiplicare constat » (Opusc. *De ponderositate* cit., fol. 14).

Ripete anche il Cardano, nella proposizione XIII dell' *Opus novum*, le medesime cose, dimostrando che « in omni corpore mobili in medio partes medii resistunt obviae, aliae impellunt » (Op. omnia, T. IV cit, pag. 477), ma nella XXX e XXXI proposizione della medesima Opera comincia ad apparire un raggio incerto di luce che consola, come dopo una notte lunga l'albeggiare del giorno. L'acceleramento non dipende solo dalla causa estrinseca del mezzo, ma dalla intrinseca della gravità, la qual causa motiva « cum sit perpetua, et a principio aeterno, quod per dicta aequaliter movet, igitur motus ille fiet velocior in fine, quam in alia parte temporis » (ibid.). Secondo questo cardanico concetto il moto accelerato non sarebbe altro dunque che l'equabile, a cui sopraggiungon via via sempre nuovi impulsi equabilmente crescenti; concetto sottilissimo e, come si diceva, albore di un nuovo sole, che a quegli occhi sonnolenti però non si discerneva ancora ben dalle tenebre. Di qui è che i seguaci del Cardano non seppero accoglier, delle dottrine di lui, se non quelle sole, che si confacevano meglio con le correnti opinioni, come accadde a quel Principe nel dialogo del Moleto, che noi riprendiamo in mano per seguitare a trascriverlo ai nostri Lettori:

« Vorrei intendere, dice l'Autore a Sua Altezza, se fosse possibile dimostrare perchè il grave, quanto più discende, tanto più viene velocitandosi, perchè mi pare di avere sentito dire non so che di luogo..... »

« *P.* — Dirò a V. S. intorno a ciò molte sono state le opinioni, ma le famose sono l'una del luogo, l'altra del movimento, la terza rispetto al modo, e questa par che abbia del dimostrativo. Quanto al luogo, molti hanno detto che il luogo è cagione della velocità del grave, e così del lieve, dicendo che il grave appetisce l'andare al luogo suo, e però quanto a quello più si appressa, tanto più si velocita, per arrivar più presto a quello. Il che non pare che possa essere vero, essendo che, quando così fosse, nel grave verrebbe ad essere una virtù conoscente, cosa fuori del ragionevole. L'altra è del movimento, perciocchè, essendo il movimento l'atto del mobile, e l'atto essendo la perfezion della cosa, adunque, quando il grave si muove è nella sua perfezione. Ma chi è già in atto segue l'operazione, che da quell'atto viene, con più facilità nell'ultimo, che nel principio e nel mezzo; adunque, cominciando il grave a moversi, non si muove con quella facilità, che fa dopo che si sarà mosso per alquanto di spazio, essendo che viene alterandosi di

mano in mano, e però, quanto più si moverà, con tanto più facilità verrà a moversi, e per consequente con tanto più velocità. Da dove è che con più velocità si move nel fine, che nel principio e nel mezzo. »

« *A.* — Questa mi pare dimostrazione, e nella quale non è cosa alcuna da negare, e parmi simile alle ragioni, che si dicono nelle morali, che, come l'uomo ha acquistato l'abito delle virtù, le fa senza fatica, e quanto più opera, tanto più apprende. È simile ancora a quello che diciamo dell'intendere, che l'intelletto non s'affatica nell'intendere, e son certo che, se Franceschino che suona l'organo di S. Barbera, non sentisse il travaglio del corpo, che quanto più sonasse, tanto più sonerebbe: ma è forza che all'ultimo le membra s'affatichino. Ciò non può avvenire al grave, poichè le parti sue non s'affaticano nel discendere, per esser cosa inanimata, e però, come V. A. ha detto, e bene, più e più si velocita dall'attivarsi più e più col discendere, ed io quanto a me mi contenterei di questa sola ragione. Ma se V. A., per suo contento, vuol dire l'altra, io l'udirò volentieri. »

« *P.* — Poichè si è nominata, è bene dirla, perchè acquieta non meno della pur ora detta, ed è messa dal Cardano. S'ha da provare che il grave discendendo, quanto più discende, tanto più si farà veloce nel movimento suo, essendo tale il movimento suo naturale. Si presuppone con verità che l'aria sia l'impedimento al movimento del grave, poichè, come prova Aristotile, quando dal concavo della Luna infino al centro dell'universo non fosse corpo di sorta alcuna, o fosse il luogo vacuo, il movimento si farebbe in istante. Ma quanto più l'aria è presso, tanto più si condensa, e quanto più è condensata, tanto più resiste al movimento del grave. Adunque, mentre il grave si muove, quanto più è lontano dal luogo, dove ha da andare, tanto più ha d'impedimento, poichè tanto più aria ha da passare, e per consequente condensata dal peso del grave, e però più tardi sarà il movimento. Ma quanto più discenderà, tanto meno averà d'impedimento, e però più veloce sarà. Giugniamo a questo che se noi intenderemo il grave A (fig. 138) nel concavo della Luna, inteso per DE, nel dispiccarsi da quel luogo, intendendo il piano della Terra essere FG, averà il cilindro ABH d'aria densa da passare, e dopo lui non sarà aria che le succeda. Ma quando il corpo A sarà venuto nel B, oltre che averà solo il cilindro BH da passare, che resisterà meno di quel che faceva ABH; averà l'aria AB che, succedendogli per ragione del vacuo, verrà con l'impulso suo a velocitare il momento del grave. E per consequente, quanto più discenderà, tanto maggiore impulso averà, e minore resistenza, e però maggiore sarà sempre la sua velocità. Laddove, quando sarà in H, sarà di maggior velocità, che quando sarà in B, per le allegate ragioni. E così è vero che, quanto più il grave di-

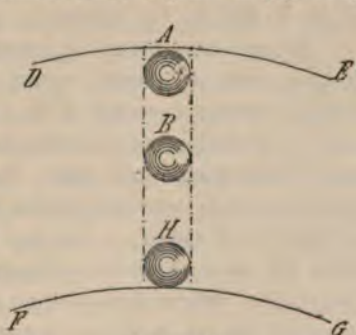


Figura 138.

scenderà, con tanto maggior velocità si moverà. » (MSS. Gal. Appendice cit., fol. 6-8).

Non si decide bene dalla forma del dialogo se preferiscasi quest' ultima ragione del luogo, a quella precedentemente detta *del modo* giudicandosi forse l' una e l' altra ugualmente dimostrativa: questa per l' autorità del Cardano, ma quella per una certa ragione, che acquietava la mente, perchè vedevasi sotto una veste simbolica trasparir qualche effigie del vero. Notabile che, in alcuni pensieri di Galileo copiati dal Viviani, si trovi quasi il medesimo concetto espresso in forme simili a quelle del Moleto.

« La forza del vento, diceva, non subito imprime la massima velocità alla nave, ma successivamente e con tempo, avvegnachè nel principio la trovi immota, e di mano in mano opera sopra il mobile continuamente effetto di maggiore velocità. Nè dobbiamo porre alcuna differenza tra gl' impulsi dati per intervalli, e quello che vien conferito con forza continuata, perchè siccome tra gl' impulsi interrotti nessuna varietà si deve considerare, se talvolta in dieci minuti di tempo si dieno venti scosse o trenta, o cento o mille; così neanche può cadere alcuna alterazione tra quelli e l' impulso continuato, non essendo questo altro che una frequentissima moltitudine di spinte, cioè infinite, dentro allo stesso tempo. Non basta dunque che il mobile, il mezzo e la facoltà sieno sempre le stesse a fare l' introduzione di una tanta celerità, ma vi vuole, partendosi il mobile dalla quiete, una successione di tempo. »

« In simil guisa penso io che proceda il negozio nei mobili naturali, partendosi dalla quiete, dove da qualche impedimento erano ritenuti, purchè il mezzo sia sempre lo stesso, lo stesso il mobile, e la stessa la gravità movente. Tuttavia essa gravità sul principio opera sopra un mobile non abituato di moto alcuno, ma poi successivamente va operando sopra mobile affetto di velocità, onde, operando essa virtù nel modo stesso, muove più, perchè accresce moto sopra mobile, ch' ella ritrova in moto. » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 14 a tergo).

Se non era questo il formato concetto del vero, n' era però il germe fecondo, che ora diremo come si venisse a svolgere e ad apparire. All' aria, infino a mezzo il secolo XVI, s' attribuiva dai più il mantenersi tuttavia in moto il proietto, anche uscito fuori e abbandonato dal proiiciente, ma il Cardano, esaminando nel libro *De subtilitate* intorno a ciò le varie opinioni, per prima egli annovera quella della virtù rimasta impressa nel mobile, come il calore nell' acqua; « sed nos (poi all' ultimo conclude, dop' avere esposte altre tre varie opinioni) indigemus prima, quae est simplicissima, et etiam non tantas difficultates patitur, et cum supponitur quod omne quod movetur ab aliquo movetur, verissimum est, sed illud quod movet est impetus acquisitus, sicut calor in aqua, qui est ibi praeter naturam ab igne inductus, et tamen, igne sublato, manum tangentibus exurit » (Lugduni 1580, pag. 93).

La divisione che si faceva tra il moto naturale e il violento, creduti

sull' autorità di Aristotile di natura diversa, non lasciava al Cardano applicare ai cadenti il verissimo principio della forza, che rimane impressa nei proietti, e benchè ne avesse pur qualche sentore, come apparisce dalla XXXI proposizione, da noi poco addietro citata, pure il passo, che dovea ridur la scienza alle mani di Galileo, non fu fatto da altri, prima che dal Benedetti. Nel cap. XXIV Delle disputazioni, dop' aver confutato Aristotile con dir che l' aria, tutt' altrimenti che mantenere il moto nel proiiciente, anzi glielo impedisce, « huiusmodi, soggiunge, corporis separatim a primo movente velocitas oritur a quadam naturali impressione, ex impetuositate recepta a dicto mobili, quae impressio et impetuositas, in motibus rectis naturalibus, continuo crescit, cum perpetuo in se causam moventem, idest propensionem eundi ad locum, et a natura assignatum habeat » (Specul. lib. cit., pag. 184).

Ecco finalmente scoperta, e rivelata la vera causa fisica dell' accelerarsi i cadenti, ne' quali riman la virtù della gravità impressa, dopo il principio del moto, come riman la virtù del proiiciente impressa tuttavia nel proietto. Aristotile dunque, così prosegue il Benedetti a spiegare il suo pensiero, non doveva dire che, quanto più s' avvicina il corpo al termine *ad quem*, ma piuttosto che, quanto più si dilunga dal termine *a quo*, tanto più cadendo si fa veloce, « quia tanto maior fit semper impressio, quanto magis movetur naturaliter corpus, et continuo novum impetum recipit, cum in se motus causam contineat, quae est inclinatio ad locum suum eundi, extra quem per vim consistit » (ibid.).

Chi dubitasse ancora se quei primi scritti galileiani *De motu* siano veramente, come noi gli qualificammo, esercitazioni sopra i libri del Benedetti, può con facilità persuadersene, rileggendo quel capitolo. « In quo causa accelerationis motus naturalis in fine, in medio affertur » (Opere, ediz. naz. cit., pag. 315-23) che è un lungo e luminoso commento delle parole ultimamente citate dal libro *Delle disputazioni*.

La quiete del grave fuori del centro è una violenza, secondo il Benedetti, simile a quella fatta allo stesso grave, che la mano o la fionda gittano in su, dilungandolo dal suo centro, cosicchè i due moti di scesa e di salita, benchè in apparenza contrarii, dipendono dalla medesima causa, e nell' uno e nell' altro è della naturalità e della violenza la medesima proporzione. In piena conformità con le quali speculazioni scriveva Galileo: « Io non credo che voi fuste renitenti a concedermi che l' acquisto dei gradi di velocità del sasso, cadente dallo stato di quiete, possa farsi col medesimo ordine, che la diminuzione e perdita dei medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in su alla medesima altezza » (Alb. XIII, 158). Conseguiva di qui che un tal grave « non persista per verun tempo quanto in alcun medesimo grado di velocità » (ivi) e che l' accelerazione dipenda dall' essere la virtù impressa superata e vinta dalla gravità prevalente: che sono i principii da Galileo premessi alla dimostrazion della legge, secondo la quale si fa la detta accelerazione rispetto agli spazii e ai tempi. La grande

scoperta scaturiva dalle medesime fonti, come vedremo, dop' averne ricercati e brevemente corsi i sotterranei diverticoli.

I più Antichi, per l' insufficienza dei sensi a giudicare la proporzion degli spazii, in moti tanto veloci, e per la mancanza dei necessari strumenti non ebbero forse speranza di ritrovar la legge dell' acceleramento dei gravi I naturali effetti della percossa incominciaron poi a ingerir nell' animo qualche lusinga perchè, vedendosi per esperienza che quanto un grave cade più d' alto, produce tanto più valido colpo, e sembrando assai verosimile che rimanendosi la gravità la stessa, si dovesse alla sola velocità la maggior forza acquistata; fu pensato che questa potess' essere di quella stessa velocità la più giusta misura. S' informano a così fatti pensieri in ogni modo quelle proposizioni intorno ai moti accelerati, che primo venne in pubblico a dimostrar nella sua *Nuova scientia* il Tartaglia.

« El si suppone, egli dice, che il corpo ugualmente grave vada più veloce, dove fa, ovvero faria, per comun sentimento, maggiore effetto in un resistente. — Quanto più un grave, egualmente grave, verrà da grande altezza di moto naturale, tanto maggiore effetto farà in un resistente » (In Venetia 1537, fol. 11 a tergo).

Date queste definizioni e fatte queste ipotesi, passa l' Autore a dimostrar le due seguenti proposizioni, nelle quali si conclude insomma tutta la nuova scienza dei moti accelerati. È la prima proposizione così formulata: « Ogni corpo ugualmente grave nel moto naturale, quanto più el se anderà aluntanando dal suo principio, ovvero approprinquando al suo fine, tanto più anderà veloce » (ivi, fol. 12), e la seconda: « Tutti li corpi egualmente gravi, simili ed eguali, dal principio delli loro movimenti naturali si partiranno da egual velocità, ma giongendo al fine di tali lor movimenti quello, che avrà transito per più lungo spazio, anderà più veloce » (ivi fol. 13 a t.).

Che siano le velocità proporzionali agli spazii fu creduto, come vedemmo anche da Leonardo da Vinci, il quale propose quella sua esperienza della tavoletta lutata, da ritenere in sè impressi i globi cadenti nelle loro varie stazioni. Benchè si comprenda come non si potesse un tale strumento far a nessun più esperto sperimentatore rivelator fedele de' ricercati effetti naturali, non si sa però se si volgesse Leonardo a fare esperienze della percossa che all' ingegno fecondamente inventivo di lui si sarebbero presentate a fare in varie maniere, come per esempio deducendo la proporzion della forza dall' intensità del suono, dallo stritolamento, dalle ripercussioni e da altri effetti, che si sogliono variamente produrre dai varii corpi percossi com' era possibile a ritrovar le misure proporzionali tra il fragore prodotto o il numero de' frantumi, in che riducesi per esempio un piatto di lana, sotto i colpi di una palla di piombo lasciata ora cader da un' altra ora da un' altra doppia o tripla?

a qualunque arte sperimentale

chè non si creda da noi

l'osservazione del fatto, che cioè i frantumi di una sfera di argilla secca, per esempio, o di un vuoto globo di vetro, venuti dall'altezza di venti metri, fanno segno d'esser l'effetto di un colpo qualche cosa più del doppio di quello, dai medesimi corpi risentito nel cader dall'altezza di soli dieci metri.

Tanto in qualunque modo lusingava la semplicità della serie dei numeri naturali, assegnata per legge agl'incrementi degli spazii, e tanto verosimile appariva essere gli effetti delle percosse proporzionali alle altezze, che nei primi anni del secolo XVII si trovò sedotto da una tal fallacia anche Galileo, il quale pubblicamente confessò essergli da principio sembrata cosa da non si mettere in dubbio « che quel grave, che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia e percota con impeto doppio di quello, che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello che ebbe alle due, e sescuplo dell'avuto nello spazio di uno » (Alb. XIII, 161). Cosicchè, dietro questi fatti sperimentali creduti verissimi, ebbe anch'egli, insieme con tutti gli altri, a definire: « Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo, secondo che cresce lo spazio che si va passando » (ivi).

Ora è da veder come Galileo riuscisse felicemente il primo a scoprir la fallacia, che si conteneva in questa definizione, argomentando dalle proprietà de' moti uniformi, benissimo conosciute anco agli Antichi, e dimostrate da Archimede nel libro Delle spirali. Resultando da così fatte proposizioni com'avendosi le velocità proporzionali agli spazii i tempi sono uguali, si scopriva l'addotta definizione falsa e impossibile, quanto che il moto si faccia in un istante, come Galileo stesso dimostrava col seguente evidentissimo ragionamento: « Quando le velocità hanno la medesima proporzione che gli spazii passati o da passarsi, tali spazii vengono passati in tempi eguali. Se dunque le velocità, con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, con le quali passò le due prime braccia (siccome lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono uguali. Ma passare il medesimo mobile le quattro braccia e le due nell'istesso tempo non può aver luogo, fuor che nel moto istantaneo, e noi vediamo che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia, che le quattro; adunque è falso che la velocità sua cresca come lo spazio » (ivi, pag. 161, 62).

Scopertasi così la fallacia, e l'impossibilità della proposizion del Tartaglia e di tutti coloro, che tenevano insiem con lui essere ne' cadenti le velocità proporzionali agli spazii, è ammirabile la facilità e la prontezza, con la quale, applicando Galileo ai teoremi dei moti equabili le dottrine del Benedetti, si trovò in mano la vera legge dei moti accelerati. Se i tempi sono eguali, le velocità stanno come gli spazi, e se le velocità sono uguali, gli spazi stanno come i tempi. Se sono gli spazi uguali, le velocità son reciproche dei tempi: essendo poi gli spazi diversi, hanno questi la ragion composta delle velocità, e dei tempi passati.

Queste quattro proposizioni, dimostrate da Galileo nel I libro Dei movimenti locali con gli antichi processi archimedei, si deducono a colpo d'oc-

chio, facendo uso dei simboli algebrici, dalle due equazioni $V = \frac{S}{T}$, $v = \frac{s}{t}$, intendendovi per V, v due diverse velocità, come per S, s, e per T, t due spazi, e due tempi diversi. D'immediata conclusione di qui è pure la proporzione $S : s = V.T : v.t$, che rende dimostrato il teorema IV Dei moti equabili, intorno al quale Galileo così meditava: Secondo la dottrina del Benedetti il moto accelerato non è altro che lo stesso moto equabile, *qui continuo novum impetum recipit*. Or se fosse vero questo supposto, che cioè gl'impeti o le velocità crescono come i tempi, ne conseguirebbe che gli spazi sarebbero proporzionali ai quadrati dei tempi.

Facendo uso de' simboli algebrici, noi vediamo di una tal conseguenza la dimostrazione immediata, sostituendo la ragione di $T : t$ a quella di $V : v$ nella proporzione ultimamente scritta, la quale vien perciò a trasformarsi in quest'altra $S : s = T^2 : t^2$. Ma Galileo, senza simboli, ragionava allo stesso modo in quest'altra forma, che il Viviani, nella sua nativa semplicità, ci conservò trascritta: « Quando la velocità è l'istessa ed uniforme, gli spazi passati hanno fra loro la medesima proporzione dei tempi, e quando il tempo è lo stesso, e le velocità differenti, gli spazi passati son fra di loro come esse velocità. Quando dunque la velocità crescesse secondo la proporzione dell'allungamento del tempo, gli spazi passati crescerebbero con doppia proporzione di quella che cresce il tempo » (Alb. XIV, 322). Ebbe poi lo stesso argomento più nobile forma nel III dialogo Delle due nuove scienze, dove così concludesi la proposizione II: « Verum, in quarta propositione primi libri, demonstratum est mobilium, aequabili motu latorum, spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum, et ex ratione temporum. Hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum; ergo ratio spatiorum peractorum dupla est ratione temporum, quod erat demonstrandum » (Alb. XIII, 168, 69).

Intorno al nuovo teorema, così con inaspettata facilità dimostrato, non sarebbe da metter dubbio, quando fosse stato vero il supposto del Benedetti, il qual supposto sembrava dall'altra parte a Galileo assai conforme con gl'istituti della Natura, in tutte le altre sue ammirabili operazioni, « in quibus exarandis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis » (ivi, pag. 154). Volle nonostante averne il parere del Sarpi, a cui così scriveva di Padova, il dì 16 Ottobre del 1604: « Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare gli accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile, da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione, la quale ha molto del naturale e dell'evidente, e questa supposta dimostrò poi il resto: cioè gli spazi passati dal moto naturale essere in proporzione doppia dei tempi, e per conseguenza gli spazi passati in tempi eguali essere come i numeri impari ab unitate, e le altre cose. Il principio è questo: che il mobile naturale vada crescendo di velocità con quella proporzione, che si discosta dal principio del suo moto..... Averò caro che V. S. M. R. lo consideri un poco, e me ne dica il suo parere » (Alb. VI, 24, 25).

Qualunque si fosse il parere del Sarpi, il più autorevole giudice nonostante, trattandosi di un fatto, era l'esperienza, alla quale non mancò di ricorrere Galileo, sperando di ritrovare a' suoi dubbi definitiva risoluzione. La via più diretta sarebbe stata quella di osservare, nella successione dei tempi, gli spazi passati, mentre un grave liberamente scende lungo le mura di qualche alta torre, ma la prospettiva facilmente inganna l'osservatore, se non essendo l'altezza tale, da poter la virtù del mobile vincere le resistenze, non è l'occhio così disposto « ut angulorum disparitate minime decipiatur » (Alb. XI, 53). E perchè trovava Galileo difficile il sodisfare a così fatte comodità, pensò di attendere ad altre esperienze, le quali, benchè per una via meno diretta, lo conducessero al fine desiderato. E per prima cosa gli occorse di rivolgersi ad esaminare gli effetti della percossa, ma l'ebbe a trovare implicata in insuperabili difficoltà e aver gli effetti di lei piuttosto proporzione con l'infinito.

Tornò allora col pensiero a que' piani inclinati, che aveva dianzi trovati così comodi, quando trattavasi di dimostrare che corpi di qualunque mole e di qualunque specie vanno ugualmente veloci, perchè, mentre da una parte essi gravi così lentamente scendendo ricevono dall'aria minore impedimento, danno dall'altra tutto l'agio all'osservatore di esaminare, in tempi tanto più lunghi, le proporzioni degli spazi passati. Disposto perciò un regolo lungo dodici braccia, con una delle sue estremità elevata un braccio o due sul piano dell'orizzonte, e per diminuire l'attrito incollatavi sopra una carta pecora bene stirata, vi lasciava scendere una perfetta sfera di bronzo, e per via di una clessidra a acqua « esaminando il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, e con quello di due terzi o dei tre quarti, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate (afferma così Galileo) sempre s'incontrava gli spazi passati esser tra di loro come i quadrati dei tempi » (Alb. XIII, 172).

Chiudesi la descrizione dell'esperienza col dire che « tali operazioni molte e molte volte replicate giammai non differivano di un notabile momento » (ivi, pag. 173), ciò che noi c'induciamo a credere difficilmente, con buona pace di Galileo, sì rispetto alla misura degli spazi, passati sul regolo con resistenze sempre difformi, sì rispetto alla misura dei tempi, presa con strumenti tanto imperfetti, e quando ancora s'ignoravan le leggi dell'efflusso dei liquidi dai fori dei vasi. Vero è bene che, secondo osserva il Wolf, essendosi scelta *una gran secchia*, « tempus a corpore labento insumptum, admodum parvum, aqua ad modicam altitudinem interea fidit, proindeque res perinde se habuit, ac si in vase ad eamdem semper altitudinem aqua mansisset, et invariata celeritate iugiter effluxisset » (Physica experim., Vol. II, Venetiis 1756, pag. 2): vero è bene che, secondo udiremo dire tra poco allo stesso Galileo, si pesava l'acqua *con una bilancia così esatta, che tirava ad un sessantesimo di grano*, ma come computare le perdite per evaporazione, per aderenza alle pareti dei vasi, e per tanti altri accidenti dovuti al visco del liquido, e alle cause capillari? Eppure dovevano

tali minime cause concorrere efficacemente in alterar la misura di que' minimi tempi, ciò che ben riconosciuto da que' due valorosi sperimentatori che furono il Ricci e il Torricelli, gli fece restar muti innanzi al Mersenno, il quale diceva « esser difficilissimo il certificarsi dell'esattezza dell'esperienza fatta da Galileo, e riferita a c. 175 del suo libro Del moto » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 116).

Si poteva il pericolo manifesto d'incorrere in simili inesattezze dir con dolce lusinga di averlo superato a parole, come fa in questo dialogo il Salviati, il quale s'era nonostante, nell'altro Dialogo, già tradito, quando si volle cimentare coi fatti. Ivi, per confondere i Peripatetici, si proponeva di trovare il preciso tempo della caduta di una palla di artiglieria dall'orbe lunare; tempo che, conosciutasi la distanza dalla Luna a noi, e trovato per esperienza il tempo, che impiegò il mobile a passare uno spazio dato, si determinava facilmente in numeri, supposta, come da Galileo si credeva, la gravità costante, applicandovi la nuova legge scoperta dei moti accelerati. Ora l'esperienza, dice il Salviati stesso nel II dialogo Dei due massimi sistemi, di averla fatta, e, avendola anche più volte replicata, di aver sempre trovato che una palla di cento libbre « scende dall'altezza di cento braccia in cinque minuti secondi d'ora » (Alb. I, 246).

Non dicendosi però il modo come l'operazione fu fatta, si credè da tutti, specialmente prima di aver letta l'esperienza descritta nel III dialogo Delle due nuove scienze, che avesse Galileo adoperato il pendolo, per la misura dei tempi, e che avesse direttamente osservati gli spazi nelle libere cadute verticali. Fu tra coloro, che ingerirono una tale opinione, il Riccioli, il quale, attendendo nel 1634 in Ferrara a fare insieme col Cabeo esperienze intorno alle cadute dei gravi, credè di averne ricavata la legge naturale che vadano gl'incrementi degli spazi in serie continuamente tripla, cioè come i numeri 1, 3, 9, 27, ecc. Non aveva però letti ancora i dialoghi Dei due massimi sistemi, proibiti dalla sacra Congregazione dell'Indice, ma, avutane poi nel 1640 licenza, vi trovò, per quegl'incrementi degli spazi, formulata una legge alquanto diversa, da lui creduta semplicemente sperimentale, e ch'era quella della serie de' numeri impari *ab unitate*.

Stava incerto in quale dei due resultati sperimentali consistesse l'errore, quando s'abbattè a leggere di quella palla di artiglieria di cento libbre, che passa le cento braccia in cinque minuti secondi. Si risovvenne allora che uno de' suoi globi di argilla era sceso dai merli della torre degli Asinelli, cioè per braccia 187, in quattro minuti secondi e venti terzi, « certusque eram in mei temporis numeratione nullum sensibilem errorem fuisse » (Almag. novum, T. II cit., pag. 386), per cui concluse dover esser senza dubbio l'errore nelle esperienze di Galileo. Avrà egli, incominciò allora a ripensare fra sè il Riccioli, sbagliato Galileo nell'osservare gli spazi o nel misurare i tempi? Gli pareva per verità difficile che si dovesse una palla di cento libbre portare così per gusto sulla cima di un'alta torre, e che si potesse di lassù maneggiare con la destrezza necessaria, per la precisione

dell'esperienza, ed essendo, anche per le grandi città, così fatte torri assai rare, avrebbe dovuto Galileo nominar quella, ch'ei trovò meglio accomodata al bisogno. Pure, non passando per la mente al Riccioli il possibile uso dei piani inclinati, non seppe rimoversi dal suo primo supposto, che cioè fossero quelle galileiane osservazioni fatte nelle cadute perpendicolari, le quali, perciocchè sembravano men difficili a contrassegnar lungo il muro della torre secondo i vari intervalli, di quel che non fosse difficile aggiustar le lunghezze ai pendoli; al tempo di questi, « non exacto ad primi mobilis tempus, et fixarum transitum per medinm coeli » (ibid.), volle esso Riccioli attribuir piuttosto gli sbagli nelle esperienze di Galileo.

I dialoghi Delle due nuove scienze, attentamente considerati, avrebbero potuto servire all'Autore dell'Almagesto nuovo di commento, per fargli intendere perchè Galileo non nominasse la torre, che non era necessaria, e come si potesse con facilità, e senza punto pregiudicare alla precisione delle esperienze, far uso di una palla di cento libbre. Avrebbe congetturato insomma che quella palla di ferro si faceva, in una comoda stanza a pian terreno, su un lungo regolo leggermente inclinato, risalir, per poi lasciarla scendere, con tal debole impulso, da non eccedere, benchè così grave di cento libbre, le forze muscolari di un Filosofo.

Dal tempo delle scese del grave lungo il piano inclinato si poteva argomentare il tempo della scesa nel perpendicolo, o per via del teorema terzo del terzo dialogo Delle due nuove scienze (Alb. XIII, 179) o anche meglio, per via di un altro teorema, che, sebben non si trovi fra gli altri dimostrato nel dialogo ora detto, formulavasi così dallo stesso Galileo nel suo primo trattato manoscritto: « Si ex eodem puncto horizontis ducatur perpendiculus et planum inclinatum, et in plano inclinato sumatur quodlibet punctum, a quo in plano perpendicularis linea usque ad perpendiculum protrahatur; lationes in parte perpendiculi, inter horizontem et occursum perpendicularis intercepta, et in parte plani inclinati inter eamdem perpendicularem et horizontalem intercepta, eodem tempore absolvuntur » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 180).

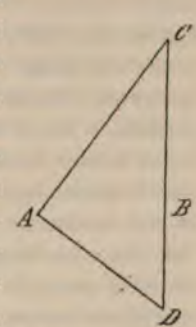


Figura 139.

S'immagini essere AC (fig. 139) la lunghezza del declivio sul quale sia stato trovato scendere un grave in un tempo già misurato: per sapere a qual punto, pur partendosi da C, sarebbe lo stesso grave sceso nel perpendicolo in quel medesimo tempo, « tirate, insegna così a fare il Salviati al Sagredo, da A la perpendicolare sopra la CA, prolungando essa e la CB fino al concorso in D: quello sarà il punto cercato » (Alb. I, 32).

Questo solo senz'altro sarebbe stato sufficiente per computare il tempo, che spenderebbe una palla di artiglieria a scendere infino a noi dal mondo della Luna, ma Galileo, per pigliare a fondamento della sua costruzione un dato sperimentale più specioso, volle ridurre la distanza DC alle cento brac-

cia, o sia per far credere di essere veramente salito a quell' altezza, o sia per frugar più vivamente l' animo di coloro, che dovevano esser curiosi di saper com' avesse fatto a indovinare con tanta precisione in quanto tempo un grave scende giù da un campanile, senz' esserne mai salito in cima a farne le prove. Comunque sia, trovatosi T, tempo della discesa per la lunghezza perpendicolare CD; il tempo incognito X della discesa per le cento braccia, essendo gli spazi come i quadrati dei tempi, veniva dato dall' equazione $DC : T^2 = 100 : X^2 = \frac{T^2 . 100}{DC}$, ossia $X = T . \sqrt{\frac{100}{DC}}$, che Galileo, come udimmo, trovò uguale a cinque minuti secondi.

Il Riccioli, persuaso che la scoperta della legge dell' incremento degli spazi, secondo la serie dei numeri impari, fosse il frutto dell' esperienza; era alieno dall' indovinar che per tali vie indirette si fosse condotto Galileo a sciogliere il suo dinamico problema, com' era alieno dal creder che, per misurare i tempi, seguitasse a far uso della Clessidra, all' imperfezion della quale, e non ai male aggiustati pendoli, progettati da Galileo stesso, ma non saputi ridurre alla pratica, si dee principalmente l' esorbitante errore dell' aver egli fatto penar cinque interi secondi un grave a scender per sole cento braccia. E perchè alieni dal creder così son pur anche coloro, i quali fanno Galileo inventor del pendolo misuratore del tempo, lasceremo, a persuadergli meglio del loro inganno, le congetture, per venire alla certezza dei fatti.

Leggendo il Baliani il II dialogo Dei due massimi sistemi, era entrato in gran curiosità di sapere com' avesse fatto Galileo a trovar quelle cento braccia in cinque secondi. Credè anch' egli, come il Riccioli, che avesse osservate la cadute dirette, e che ne avesse misurato il tempo col pendolo, ma non essendone certo, interrogò Galileo stesso, il quale indugio a rispondere, come vedremo in altra occasione, sette anni, e finalmente, nel dì primo di Agosto del 1639, rispondeva alle richieste dell' amico, le quali si riducevano a due: al tempo della discesa per le cento braccia, e al saper qual parte sia questo tempo di un giorno sidereo. « Quanto alla prima operazione, dice Galileo, la scesa di quella palla, che io fo scendere per quel canale, ad arbitrio nostro inclinato, ci darà tutti i tempi, non solo delle cento braccia, ma di qualsivoglia altra quantità di caduta perpendicolare, atteso che, com' ella medesima sa e dimostra, la lunghezza del detto canale, o vogliamo dire piano inclinato, è media proporzionale tra la perpendicolare elevazione di detto piano, e la lunghezza di tutto lo spazio perpendicolare, che nel medesimo tempo si passerebbe dal mobile cadente » (Lettere, Pisa 1864, pag. 41).

Alla seconda richiesta rispondeva Galileo proponendo l' uso dei pendoli, difficile a ridursi in pratica, perchè supponeva fosse ritrovato il numero delle vibrazioni, fatte da un pendolo di qualunque lunghezza in 24 ore sideree, ond' è che soggiungeva così Galileo stesso, riconoscendo non esser quello altro che un bel progetto: « Vero è che noi potremo passare a più

esatte misure con avere veduto ed osservato qual sia il flusso dell'acqua per un sottile cannello, perchè, raccogliendo ed avendo pesata quanta ne passa v. g. in un minuto, potremo poi, col pesare la passata nel tempo della scesa per il canale, trovare l'esattissima misura e quantità di esso tempo, servendoci massime di una Bilancia così esatta, che tira ad un sessantesimo di grano » (ivi, pag. 43).

Resi oramai certi che i congetturati processi di Galileo sono i veri, si vede da qual radice dovessero inevitabilmente provenire gli errori, ma si aggiungeva di più, contro la desiderata precisione dell'esperienza, l'uso dei piani inclinati. Il Riccioli non volle lasciare indietro nemmeno questa classe di esperimenti, e ai gradi di una scala di pietra, AD (fig. 140) alto sul pavimento undici once e mezzo di piede romano antico, AE, alto un piede, dieci once e mezzo, AF, alto due piedi e 50 once, appoggiava ora un canale, ora un regolo lungo 35 piedi, e per quello faceva scendere l'acqua, e per questo corpi di varia specie, come globi di legno e di argilla. L'acqua, nelle tre varie disposizioni del regolo in DC, EC, FC, lo passava in 15″, 40‴; 9, 10; 6, 40: il globo di legno, nelle tre simili disposizioni, passava il regolo in 18″, 0‴; 11, 0; 8, 10, e il globo di argilla in 19″, 0‴; 12, 0; 8, 59. Ora è facile argomentare di qui al notabile indugio prodotto dagli attriti, vedendosi l'acqua, che ne risente meno, scendere assai più veloce. Che se il globo di argilla, benchè più grave, procedeva nonostante men frettoloso, dipendeva, dice il Riccioli, unicamente da ciò, « quia fricatione magis continua descendebat per canalem, et ligneus saltitando sua levitate ulterius promovebatur » (Almag. novum, T. II cit., pag. 393).

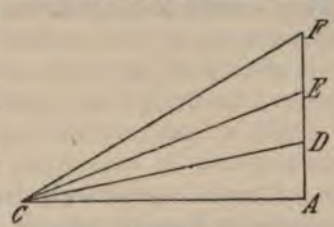


Figura 140.

Se dunque Galileo trovò che una palla di artiglieria scende cento braccia in cinque secondi, mentre si sa che ella la scenderebbe in qualche cosa meno di tre secondi e mezzo, s'intende da che dovesse dipender l'errore, che, in computo così sottile, è da dire esorbitante. E perchè l'esorbitanza, concorrendovi le medesime cause, doveva pure ritrovarsi ne' risultati dell'esperienza descritta nel III dialogo Delle due nuove scienze, dicano dunque i nostri Lettori qual fede sia da dare allo stesso Galileo, quando volle asserir, là, che gli spazi passati dalla palla di bronzo rispondevano esattamente ai quadrati dei tempi. Di non esser creduto se l'aspettava egli stesso, e che facendone altri esperienze più diligenti avrebbero trovato falso il suo detto. Si contentava perciò di aver proposto innanzi a chi avesse saputo bene usarlo un bello artificio, « il quale, scriveva al Baliani, penso che ella stimerà squisitissimo, ancorchè poi, volendo sperimentare se quello che io scrissi delle cento braccia in cinque secondi sia vero, lo trovasse falso, perchè, per manifestare la estrema gofferia di quegli, che scriveva ed assegnava il tempo della caduta della palla d'artiglieria dall'orbe lunare, poco importa

che i cinque minuti delle cento braccia siano o no giusti » (Lettere cit., pag. 43).

Ecco, dal loro proprio Autore, qualificata l'indole delle esperienze galileiane, nel descriver le quali si può dir veramente, come disse in altro proposito Stefano Gradi, ch'egli parlò da poeta. Il fondamento della verità era per Galileo nella Matematica, e per sempre meglio confermarla invocava la Geometria, dalla quale, dopo quelle prime rivelazioni che s'è detto di sopra, incominciano a pigliar forma i nuovi teoremi. Il moto però, come ha leggi sue proprie, così ha proprii i principii, dal congiungere i quali con quelli della Geometria riuscì Galileo, come da fecondo connubio, a far nascere una Scienza nuova. È uno de' più fondamentali, tra que' meccanici principii, e de' più necessarii a condurre le nuove dimostrazioni, quello così detto dell'inerzia, intorno a che, prima di proseguire più oltre, ha da fare una breve sosta il passo frettoloso della nostra Storia.

III.

Il Newton poneva per terza definizione al primo libro De' principii matematici di Filosofia naturale che fosse nella materia insita una virtù di resistere, per la quale ciascun corpo, quanto è in sè, persevera nel suo primo stato o di quiete o di moto uniformemente diretto. « Unde etiam vis insita nomine significantissimo *Vis inertiae* dici possit » (Editio cit., pag. 4). Il corpo dunque non esercita questa forza, che per resistere alle mutazioni di stato, a cui tenterebbe di ridurlo qualche forza straniera, ond'è un tale esercizio tutt'insieme resistenza e impeto.

L'aver trovato il nome da dare alla cosa, valse al Newton per una scoperta, che gli si attribuì facilmente, quando, dietro una tanta autorità, divenne fra' Matematici quella frase di un uso comune. Accennarono poi alcuni eruditi che l'invenzione risaliva al Cartesio, e avrebbero più giustamente dovuto avvertire che su un tal principio d'inerzia era fondata la dimostrazione data da Galileo della legge dei moti accelerati. Chiunque però ha senno s'avvedrà facilmente come, trattandosi non di un fatto fisico, ma di un concetto, che trovò nel Newton una definizione appropriata agli instituti matematici della sua Filosofia, non poteva non essere quel concetto più antico del Cartesio e di Galileo. La prima indole sua metafisica vale a confermargli una tale nota di antichità, perchè dal desiderio, innato in ogni creatura, di conservarsi nella sua propria esistenza, presero i Filosofi uno de' principali argomenti a dimostrare l'immortalità dell'anima umana. Vollero dire alcuni che fosse questo sentimento della nostra immortalità, e gli sperimentati istinti della conservazione della propria vita negli animali, che fecero anche alla materia bruta attribuire un sentimento simile e un simile istinto, ma risolverono altri sapientemente la questione, risalendo alla Causa prima,

la quale a ogni creato effetto, insieme con l'essere, partecipa anche le virtù necessarie per conservarsi nell'esistenza.

Imbevute le menti di così fatti principii di Filosofia universale, si applicarono dai Matematici, per tacito consenso, alla particolare scienza del moto, intantochè, a mezzo il secolo XVI, era così ben chiaro e così ben persuaso dover un corpo messo in moto perseverare in esso, che si proponeva al Benedetti a risolvere il seguente quesito: « An motus circularis alicuius molae molendinariae, si super aliquod punctum quasi mathematicum quiesceret, posset esse perpetuus, cum aliquando esset mota, supponendo ettam eandem esse perfecte rotundam et levigatam » (Specul, lib. cit., pag. 285). Si rispondeva non poter essere un tal moto perpetuo, e neanco lungamente duraturo, perchè, oltre alla resistenza dell'aria ci è la violenza fatta alle parlicelle materiali, che compongono il corpo, alle quali particelle repugna il moto circolare e vertiginoso, essendo loro naturale inclinazione l'andar per linea retta. « Unde tanto magis contra suammet naturam volvuntur, ita ut secundum naturam quiescant, quia cum eis proprium sit, quando sunt motae, eundi recta, quanto violentius volvuntur, tanto magis una resistit alteri, et quasi retro revocat eam quam antea reperitur habere » (ibid.).

In un'altra Lettera al medesimo Paolo Capra, che gli avea proposto questo primo quesito, torna il Benedetti sullo stessso argomento, applicando la forza d'inerzia, non a soli i moti violenti ma altresì ai naturali, d'onde venne Galileo scorto a ritrovare la prima dimostrazione geometrica dei moti accelerati, come vedremo or ora, dop'avere in uno sguardo comprese quelle vie, che conducono a diritto sulle soglie della Filosofia neutoniana.

Galileo dunque, secondo l'opinione oramai invalsa a' suoi tempi, ripeteva, a proposito delle vibrazioni di un pendolo, che potrebbero perpetuarsi « e crederò, egli dice, che lo farebbero, se si potesse levare l'impedimento dell'aria » (Alb. I, 250). Ma nella II lettera intorno alle macchie solari, rendeva anche più esplicito, e nella sua massima precisione, il concetto, così scrivendo: « Rimossi tutti gl'impedimenti esterni, un grave, nella superfice sferica e concentrica della Terra, sarà indifferente alla quiete ed ai movimenti verso qualunque parte dell'orizzonte, ed in quello stato si conserverà, nel quale una volta sarà posto, cioè, se sarà stato messo in istato di quiete, quello conserverà, e se sarà posto in movimento, v. g. verso occidente, nell'istesso si manterrà » (Alb. III, 418): cosicchè, rimeditando esso Galileo sopra la nuova legge scoperta *spatia ut quadrata temporum*, ne concludeva quel che leggesi in questa nota: « L'impeto contribuito ad un mobile è probabile che sia eterno, e che eternamente si moverebbe, quando il mobile non avesse propensione verso alcuna parte » (MSS. Gal., P. V, T. 4, fol. 29).

In un'altra nota autografa, apposta alla dimostrazion del teorema, che lo spazio, passato equabilmente dal mobile con l'ultimo grado di velocità acquistata, è doppio del primo spazio passato dallo stesso mobile acceleratamente, partendosi dalla quiete; « Huic demonstrationi, scrive, necessarium mihi videtur ostendisse antea motum horizontalem progredi in infinitum »

(MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 181). Ma la dimostrazione era difficile a dedursi dai principii naturali, secondo i quali non si poteva ragionare altrimenti da quel che poi fece Galileo stesso nel III dialogo Delle due nuove scienze, dove tutta la dimostrazione dell' eternità del moto equabile si riduceva a questa ragion semplicissima: « si enim est aequabilis, non debilitatur, aut remittitur, et multo minus tollitur » (Alb. XIII, 201).

L' Aggiunti, fra le sue sollecitudini di confermare dimostrativamente le dottrine galileiane, dop' aver detto che ogni minima forza vale a movere un sfera grave in un perfettissimo piano orizzontale, così ragionando conclude un suo lemma, premesso alla soluzione di un problema, di cui a suo tempo i Lettori ammireranno la novità curiosa: « Se la forza movente sarà estrinseca, e dopo l' impulso abbandona il mobile, detto mobile si moverà, rimosso l' impedimento del mezzo, sempre con la medesima velocità, perchè, a voler che si movesse più tardi, bisognerebbe crescere la resistenza, e a voler che si movesse più presto, bisognerebbe crescere l' inclinazione a quel moto. Ma nè l' una nè l' altra si cresce, mentre il motore è estrinseco, e il mezzo senza impedimento; adunque durerà sempre a moversi di velocità uniforme » (MSS. Gal. Disc., T. 18, fol. 97).

Anche il Cartesio, in una delle sue lettere al Mersenno, dop' avergli detto che, per dimostrar la legge dei moti accelerati, supponeva che il mobile una volta mosso perseverasse nel suo moto, soggiungeva: « idque in Physica mea demonstraturum me spero » (Epist., P. III cit., pag. 298, 99). Ma poi ebbe nella Metafisica invece a ricercare i principii alla sua dimostrazione, e gli ritrovò nella immutabilità di Dio e delle leggi della Natura. « Harum prima est unamquamque rem, quatenus est simplex et indivisa, manere quantum in se est in eodem semper statu, nec unquam mutari, nisi a causis externis. Ita, si pars aliqua materiae sit quadrata, facile nobis persuademus illam perpetuo mansuram esse quadratam, nisi quid aliunde adveniat, quod eius figuram mutet. Si quiescat, non credimus illam unquam incepturam moveri, nisi ab aliqua causa ad id impellatur. Nec ulla maior ratio est, si moveatur, cur putemus ipsam unquam sua sponte, et a nullo alio impeditam motum illum suum intermissuram. Atque ideo concludendum est id quod movetur, quantum in se est, semper moveri » (Principia Philos., Amstelodami 1650, pag. 51, 52).

Chi pensi ora alla diffusione, ch' ebbero questi principii di Filosofia cartesiana, concludenti in sè le tradizioni del secolo precedente, si persuaderà facile di quel che si diceva, non aver cioè fatto altro il Newton che attribuire alla materia una virtù di resistere alle cause esterne, che venissero a perturbarla dal suo primo stato, e dare a quella virtù il nome significantissimo di Forza d' inerzia. Ond' è ch' essendosi dimostrato come, anche senza nome distinto, era benissimo conosciuta e insegnata nel secolo XVI questa proprietà della materia, è tempo che si veda quanto si giovasse Galileo di così fatto insegnamento, per condur la sua prima dimostrazione geometrica, e concluderne di lì le principali proprietà dei moti accelerati.

Aveva il Benedetti messo innanzi così agli studiosi del suo libro Delle speculazioni: « Omne corpus grave, aut sui natura, aut vi motum, in se recipit impressionem aut impetum motus, ita ut, separatum a virtute movente, per aliquod temporis spatium ex seipso moveatur » (Editio cit., pag. 286, 87), e in quest' impeto rimasto nel mobile impresso riconosceva la causa acceleratrice del moto. Suppongasi, ragionava dietro ciò Galileo, che abbia il mobile, partendosi dalla quiete in A (fig. 141), percorso lo spazio AB in un primo tempo, e che, giunto in B, sia sottratto agl' impulsi continui della gravità in qualunque modo, come per esempio rivolgendo in direzione orizzontale il suo corso. Proseguirà, secondo gl' insegnamenti del Benedetti, il conceputo moto spontaneamente, passando uno spazio che, aggiuntovi poi quello, per cui sarebbe spinto dalla propria gravità, se gli fosse rimasta impressa, ossia se non avesse deviato dalla prima direzion perpendicolare, dee esser nel secondo tempo necessariamente maggior che nel primo. Il secondo viaggio BE insomma, fatto in parte spontaneamente dal mobile, e in parte per impulso della propria gravità, si vede dover esser necessariamente maggiore del primo AB, ma Galileo voleva saper di più qual ne fosse precisamente l' eccesso.

Figura 141.

Il progresso fatto per solo impulso di gravità, e che vien rappresentato dalla linea continua DE, si comprende come dovess' essere uguale nel primo e nel secondo tempo, che pur si suppongono uguali, ond' è che tutto si riduceva a sapere la quantità dello spazio, passato dal mobile con la spontaneità del suo moto, e che si distingue con la linea BD punteggiata. Per saper dunque qual parte dello spazio AB sia lo spazio BD, Galileo così ragionava: Partendosi dalla quiete A rappresentata da zero, suppongasi che, giunto in B, abbia il mobile acquistato nel primo tempo 5 gradi di velocità, cosicchè, divisa la linea AB in cinque parti, la prima contenga uno spazio, la seconda due, e così di seguito in fino alla quinta, che ne conterrà cinque, e saranno perciò tutti insieme gli spazi $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Ora, giunto il mobile in B, si suppone che con moto uniforme prosegua spontaneamente, nel secondo tempo uguale al primo, con la velocità iniziale ulteriormente acquistata uguale a 5: cosicchè i termini da sommarsi, che dianzi erano sei, da zero a cinque, ora son pur sei, ma tutti eguali a 5, e perciò la somma degli spazii contenuti nella linea BD sarà uguale a 30. » E perciò, così Galileo conclude il suo ragionamento, movendosi il mobile per altrettanto spazio, ma con velocità equabile, e qual' è quella del sommo grado 5, doverà passare spazio doppio di quello, che passò nel tempo accelerato, che cominciò dallo stato di quiete » (Alb. I, 251).

Se dunque BD è il doppio di AB, e se DE gli è uguale, lo spazio BE, passato dal mobile nel secondo tempo, sarà tre volte più grande dello spa-

zio AB passato nel primo. Con un ragionamento simile seguitava a dimostrar Galileo che EK, KR, spazi passati dal mobile nel III° e nel IV° tempo, erano cinque e sette volte più grandi dello spazio AB, cosicchè ne concludeva che i ricercati eccessi stavano come la serie de' numeri impari 3, 5, 7.... E giacchè numerati, nella linea della caduta AR, gli spazi ordinatamente ai tempi, si vede che, se alla fine del I° lo spazio è 1, alla fine del II° è 4, del III° è 9, del IV° è sedici; si confermava per la nuova dimostrazione quel ch' era riuscito Galileo a dimostrare per altre vie, che cioè crescono gli spazi come i quadrati dei tempi.

Nel 1622 il Cavalieri propose, come altrove vedemmo, il suo metodo degl' indivisibili a Galileo, il quale lo trovò opportunissimo a rendere anche più perfette queste dimostrazioni per via geometrica, facendo rappresentare gl' infiniti istanti, contenuti in un tempo quanto, agl' infiniti punti contenuti in una linea, e gli spazi alle infinite linee di che si contenesse, secondo il Cavalieri, una superfice. Perciò al Sagredo che, servendosi di numeri determinati, avea concluso il sopra riferito ragionamento, il Salviati soggiungeva: « Voi mi avete fatto venire in mente di aggiungere qualche cosa di più, imperocchè, essendo nel moto accelerato l' agumento continuo, non si possono compartire i gradi della velocità, la quale sempre cresce, in numero alcuno determinato, perchè mutandosi di momento in momento son sempre infiniti: però meglio potremo esemplificare la nostra intenzione, figurandoci un triangolo » (Alb. I, 251, 52).

La dimostrazione delle proprietà dei moti accelerati riusciva, per questa nuova via geometrica, di una facilità e di un' evidenza maravigliosa, imperocchè, figurandoci essere quel triangolo AFH (fig. 142) si può immaginare che le parti uguali AC, CD, DE, EF, prese sopra il lato AF perpendicolare, rappresentino i tempi, e che le linee CG, DK, EI, FH, orizzontalmente condotte parallele alla base FH, rappresentino le velocità via via crescenti, per le proprietà dei triangoli simili, a proporzione dei tempi. Gli spazi perciò, che si sa avere la ragion composta delle velocità e dei tempi, saranno rappresentati dai triangoli ACG, ADK, AEI, AFH, aventi AC, AD, AE, AF per altezze, e CG, DK, EI, FH per loro respettive basi; per cui, chiamandosi per brevità S, S', S'' quegli stessi spazi, o i triangoli a cui sono proporzionali, sarà $S : S' : S'' = AC \times CG : AD \times DK : AE \times EI$, e perchè $AC : AD : AE = CG : DK : EI$, dunque $S : S' : S'' = AC^2 : AD^2 : AE^2$, ossia gli spazi stanno come i quadrati dei tempi. Dai trapezi inoltre CK, DI, EH, che si potranno significare per brevità con T, T', T'', verranno rappresentati gl' incrementi degli spazi via via decorsi, e perchè $T = 3\,CG \times \frac{CD}{2}$, $T' = 5\,CG \times \frac{DE}{2}$, $T'' = 7\,CG \times \frac{EF}{2}$, e perciò $T : T' : T''.... = 3 : 5 : 7....$

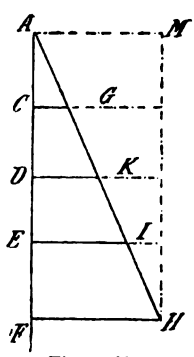


Figura 142.

Ma ascoltiamo lo stesso Galileo, il quale, prima di esporsi in pubblico, s'esercitava così, verso il 1622, a distendere i suoi pensieri:

« Io suppongo, e forse potrò dimostrarlo, che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità, secondo che accresce la distanza dal termine onde si parti, come v. g., partendosi il grave dal punto A (nella precedente figura) e cadendo per la linea AB, suppongo che il grado di velocità nel punto D sia tanto maggiore che il grado di velocità in C, quanto la distanza DA è maggiore della CA, e così il grado di velocità in E essere al grado di velocità in D, come EA a DA: e così in ogni punto della linea AB trovarsi con gradi di velocità proporzionali alle distanze dei medesimi punti dal termine A. Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze, che veggiamo negli strumenti e macchine, che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da più grande altezza casca, e supposto questo principio dimostrerò il resto. »

« Faccia la linea AH qualunque angolo con la AF e per li punti, C, D, E, F sieno tirate le parallele CG, DK, EI, FH: e perchè le linee FH, EI, DK, CG sono tra di loro come le FA, EA, DA, CA; adunque le velocità nei punti F, E, D, C sono come le linee FH, EI, DK, CG; vanno dunque continuamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea AF, secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti. »

« Inoltre, perchè la velocità, con la quale il mobile è venuto da A in D, è composta di tutti i gradi di velocità avuti in tutti i punti della linea AD, e la velocità, con che ha passata la linea AC, è composta di tutti i gradi di velocità, che ha avuto in tutti i punti della linea AC; adunque la velocità, con che ha passata la linea AD, alla velocità, con che ha passata la linea AC, ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele, tirate da tutti i punti della linea AD, sino alla AK, a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea AC sino alla AG, e questa proporzione è quella che ha il triangolo ADK al triangolo ACG, cioè il quadrato AD al quadrato AC. »

« Adunque la velocità, con che si è passata la linea AD, alla velocità con che è passata la linea AC, ha doppia proporzione di quella, che ha DA a CA. E perchè la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella, che ha il tempo al tempo, imperocchè il medesimo è crescere la velocità che scemare il tempo; adunque il tempo del moto in AD al tempo del moto in AC ha sudduplicata proporzione di quella, che ha la distanza AD alla distanza AC. Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati dei tempi, e dividendo gli spazi passati in tempi uguali, sono come i numeri impari ab unitate, che risponde a quello che ho sempre detto, e con esperienze osservato, e così tutti i veri si rispondono. »

« E se queste cose son vere, io dimostro che la velocità nel moto violento va decrescendo con la medesima proporzione, con la quale, nella medesima linea retta, cresce nel moto naturale. Imperocchè sia il principio del moto violento il punto B ed il fine il termine A. E perchè il proietto non

passa il termine A, adunque l'impeto, che ha avuto in B, fu tanto, quanto poteva cacciarlo fino al termine A, e l'impeto, che il medesimo proietto ha in F, è tanto, quanto può cacciarlo al medesimo termine A, essendo il medesimo proietto in E, D, C si trova congiunto con impeto potente a spingerlo al medesimo termine A, nè più nè meno. Dunque l'impeto va giustamente calando, secondo che scema la distanza del mobile dal termine A. Ma secondo la medesima delle distanze dal termine A va crescendo la velocità, quando il medesimo grave caderà dal punto A, come di sopra si è supposto, e confrontato con le altre prime nostre osservazioni e dimostrazioni; adunque è manifesto quello che volevamo provare. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 128).

Un altro confronto, fra le prime dimostrazioni date in numeri determinati, e queste nuove condotte col metodo degli indivisibili, non fu lasciato indietro da Galileo, ne' *Massimi sistemi*, dove, dopo di aver costituito il triangolo per la scala delle velocità, suppone che il mobile, invece di partir dalla quiete, movesse da A (nella solita ultima figura) con una velocità iniziale AM, eguale a FH, e con quella medesima seguitasse per tutto il tempo AF. È manifesto che il triangolo AFH s'è raddoppiato, trasformandosi nel rettangolo AFHN, e però « se il mobile che cadendo si è servito dei gradi di velocità accelerata, conforme al triangolo AFH, ha passato in tanto tempo un tale spazio, è ben ragionevole e probabile che, servendosi delle velocità uniformi, e rispondenti al parallelogrammo, passi con moto equabile, nel medesimo tempo, spazio doppio al passato dal moto accelerato » (Alb. I, 553).

In questi dialoghi Dei due massimi sistemi la nuova Scienza galileiana del moto appariva sull'orizzonte, come aurora, che precedeva agli altri Dialoghi, e intanto servì quell'insolito albore di scorta ai vigili e d'impulso agl'irresoluti. Fra questi è da annoverare de' primi lo stesso Cavalieri, il quale dalla fecondità del suo metodo ricavò un'altra dimostrazione dei moti accelerati, più bella di quella stessa, che avea suggerita allo stesso Galileo, considerando i gradi delle velocità, piuttosto che nel triangolo, in un circolo, il centro del quale rappresenti la quiete, e le onde concentriche, in che si diffonde al largo, le varie velocità, le quali sono infinite. « Ora perchè pare impossibile, dice l'Autore dello *Specchio ustorio*, il sommare infinite circonferenze, io mi prevaglio dell'area dello stesso cerchio, e ne cavo le proporzioni delle aggregate velocità, incominciando dal centro o dalla quiete, e procedendo fino alla circonferenza estrema, cioè fino al massimo, avendo dimostrato io nella mia Geometria che qual proporzione hanno i cerchi fra loro, tale anco l'hanno tutte le circonferenze descrittibili sopra il centro dell'uno, a tutte le circonferenze descrittibili sopra il centro dell'altro. Perciò, se nel nostro cerchio, nel quale voglio misurare le aggregate velocità con la distanza di un terzo del semidiametro, per esempio, descriverò un cerchio, la cui circonferenza mi rappresenti un tal grado di velocità, saprò che qual proporzione ha il cerchio grande al piccolo, tale ancora l'averanno tutte le circonferenze concentriche del cerchio grande, a tutte le

circonferenze concentriche del piccolo; cioè tutti i gradi di velocità, acquistati nel trapassare dalla quiete al grado massimo, a tutti i gradi acquistati passando dall' istessa quiete al grado intermedio, che abbiamo preso. Ma i cerchi sono tra loro come i quadrati de' semidiametri, dunque anche dette velocità cresceranno secondo l' incremento de' quadrati de' semidiametri. Ma con qual proporzione cresce la velocità nel mobile, crescono anche li spazi decorsi dall' istesso mobile, com' è ragionevole chi acquista altrettanta velocità, quanta si trovava avere, guadagna ancora forza di trapassare altrettanto spazio, quanto faceva, e così nelle altre proporzioni; adunque gli spazi decorsi dal mobile, nel quale si vanno aggregando le velocità, saranno come i quadrati de' semidiametri de' cerchi, ne' quali si possono considerare dette velocità, cioè come i quadrati dei tempi, quali intenderemo nel semidiametro del dato cerchio. Se quello dunque si supponesse diviso in cinque parti uguali, posto che il quadrato dell' una di queste parti fosse uno, il quadrato di due sarebbe quattro, di tre nove, di quattro sedici, e tal proporzione avrebbero i cinque cerchi descritti sopra questi semidiametri, e perciò, sottraendo ciascun antecedente dal suo conseguente, resterebbono questi numeri 1, 3, 5, 7, che mostrerebbono la progressione del minimo cerchio e delli seguenti residui o armille, che ci rappresentano i gradi acquistati dal mobile continuamente ne' suddetti tempi eguali » (Bologna 1650, ediz. 2ª, pag. 95-97).

Ma non era il proposito del Cavalieri quello di trattare del moto, di cui tocca incidentemente, per confermare l' utilità, che potrebbe venire alla Meccanica dall' applicarvi i metodi della nuova Geometria. Due trattati di quella Scienza, della quale s' eran già ne' dialoghi Dei due massimi sistemi posti i principii, apparvero contemporanei a quello pubblicato da Galileo in Leyda nel 1638, e son gli Autori di que' trattati Del moto il nostro Giovan Battista Baliani, e l' alemanno Giovan Marco Marci. Ebbero tutt' e tre i valentuomini meriti proprii, che i giusti estimatori riconosceranno meglio dal progresso della nostra Storia, la quale intanto si limita qui a dire quel che avessero ciascuno di proprio o di comune intorno al modo di dimostrar la legge dei moti accelerati.

Galileo, nelle due prime proposizioni del III dialogo, e nello scolio alla proposizione XXIII, non segue altro metodo, che quello degl' indivisibili, e perciò, repudiata la prima maniera da lui tenuta avanti al 1623, cioè quando ancora non aveva avuto notizia della Geometria nuova del Cavalieri, s' attenne a questa seconda, come quella, che, sostituendo il nuovo calcolo differenziale, rendeva essa sola trattabile con precisione una parte della Matematica, nella quale s' introducevano gl' infiniti.

E qui non si vorrebbe da noi tornare sull' odioso argomento del rimproverare l' ingratitudine, con la quale Galileo rimeritò la Geometria nuova dei prestati servigi, ma non si può lasciare inavvertita una cosa, necessaria a intendere quel che non intesero que' dotti uomini romani, presieduti da Stefano Gradi, i quali, per levar di mezzo ogni occasione di accusa, e per

fare sparire le contradizioni, manifeste ne' dialoghi Delle due nuove scienze, non videro con la mente affascinata que' teoremi, e que' problemi, che procedono ivi dimostrati e risoluti con gli schietti metodi del Cavalieri.

Sembrerebbe la cosa incredibile, se non avessimo, oltre ai recati nel capitolo II, nuovi documenti di ciò, in una scrittura dello stesso Gradi, conservataci dal Viviani, l' intenzione della quale scrittura rivelasi dalle prime parole, con le quali incomincia: « Videtur assignari posse non insufficiens causa etiam a priori eius aequalitatis. quam in motu naturaliter accelerato crescentis per singula momenta velocitatis clarissimus Galileus, in egregio suo de hac materia tractatu, supponit, nec alia probatione firmare videtur, quam quae a convenentia quadam ac Naturae in similibus operibus consuetudine duci potest » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXII, fol. 92).

Per assegnare la causa sufficiente di quelle egualità di moto accelerato prende il Gradi la linea AB (fig. 143), divisa in parti uguali determinate, per la scala dei tempi, secondo i quadrati de' quali crescon gli spazi, « ita ut toto tempore AB spatium loci confectum a dato corpore sit aequale rectangulis ACD, ECF, GEH, BGI contentis a figura denticulata ABL. Ita sine dubio eveniret, si dicta motus velocitas, in dato corpore perseverans, nonnisi per assignata intervalla sua caperet incrementa. Quod si talia intervalla in eodem tempore duplo minora essent, et consequenter prima velocitas AD duplo maior poneretur eadem figura ABL, minutioribus sine dubio denticulis incisa esset, et ad trianguli ABL naturam propius accederet, idque semper magis ac magis ita eveniret, quo minor prima velocitas esset, et quo plura adeoque breviora intervalla idem illud temporis spatium secarent » (ivi, fol. 95).

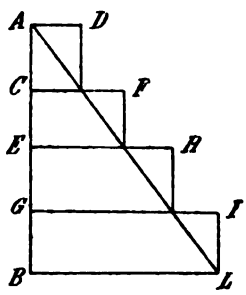


Figura 143.

Ora, fa certo gran maraviglia che il Gradi, galileiano sì dotto, amico al Viviani e a Michelangiolo Ricci estimatissimo, si mettesse a discorrere così, per supplire al difetto di Galileo, il quale aveva, nella giornata II Dei massimi sistemi, fatto fra il Sagredo e il Salviati discorrere in quel medesimo modo, per assegnar quella medesima causa dell' equalità del moto accelerato, che il Gradi si proponeva di assegnare a priori. Anche il Sagredo infatti, che determinava co' numeri conseguenti dall' uno al cinque le crescenti velocità, se fosse dall' aritmetica passato alla geometria, avrebbe rappresentati gli spazi col triangolo denticulato, ma il Salviati soggiungeva a quel discorso che l' addentellatura si viene a ridurre all' uguaglianza della linea AL del triangolo, non facendo crescere le velocità secondo numeri determinati, ma secondo le infinite linee, che contessono la superfice del triangolo stesso, come insegnava a fare il Cavalieri, le nuove dottrine del quale son, con sottil arte da Galileo velate di sì strano mistero, da rintuzzar l'acume del Gradi e de' suoi amici e colleghi.

Quale efficacia avessero propriamente le tradizioni della scienza italiana

sulla mente di Giovan Marco, è difficile a indovinare in scrittore, che par simile a una di quelle montagne, mal discernibile ad occhio nudo nella prospettiva aerea del lontano orizzonte. Comunque sia però, dal principio che la virtù locomotiva cresce in quel modo, che cresce il triangolo *sibi simile manens*, dimostra la sua XII proposizione: « Incrementa velocitatis rationem habent quam temporum quadrata » (De proport. motus cit., fol. 19 a tergo), e pur col modesimo principio dimostra l'altra proposizione XVIII: « Velocitas in fine motus, aequabili tempore, per spatium movet duplum velocitatis eodem motu collectae » (ibid., fol. 25).

Ma il Baliani, seguendo altra via, che in una lettera al Castelli chiama egli stesso *molto stravagante*, riuscì a dimostrare la medesima proposizione, concludendola dalle proprietà dei pendoli di varia lunghezza. « Iam ante plures annos, così ci racconta l'Autore la storia di queste sue meccaniche speculazioni, mihi visus sum assequi causam accelerationis motus, dum adhuc mobile a motore impellitur; quia nimirum mobili moto imprimatur impetus causa motus subsequentis, ex quo in secundo tempore adsunt duo motores, unde est velocior, et impetus maior. In tertio tempore sunt duo itidem motores, et alter, puta impetus maioris virtutis, unde motus adhuc celerior, et ita deinceps. Non vero ex hoc constabat qua proportione talis acceleratio fieret. Interdum, dum pendulorum motus perquirerem, praeter expectationem se se mihi obtulit eorum longitudines diuturnitatibus in duplicata respondere ratione, de quo in prioris libri praefatione, ex quo demum nihil minus cogitanti mihi in sexta propositione eiusdem deducere contigit motum tali pacto accelerari, ut in secundo tempore sit prioris triplum, in tertio quintuplum, et deinceps iuxta numerorum imparum progressionem » (De motu natur. cit., pag. 99).

Per dimostrare la VI proposizione citata, e che si formula *Lineae descensus gravium, dum naturali motu perpendiculariter feruntur, sunt in duplicata ratione diuturnitatum*, l'Autore suppone come cosa vera di fatto l'isacronismo dei pendoli, rimossi per qualunque ampiezza nella quarta del cerchio, e principalmente ritien come certo per esperienza che « Pendulorum inaequalium longitudines sunt ut quadrata vibrationum » (ibid., pag. 15).

S'aggiungono ai supposti quattro petizioni, la prima delle quali è che le porzioni delle vibrazioni, fatte da due pendoli di varia lunghezza, sieno in ciascuno proporzionali alle stesse vibrazioni intere, a quelle cioè che farebbero per tutta intera la quarta del cerchio, come per esempio, se sieno due pendoli, uno di lunghezza AB (fig. 144), l'altro di lunghezza AE, chiede gli sia concesso che il tempo della intera vibrazione BH

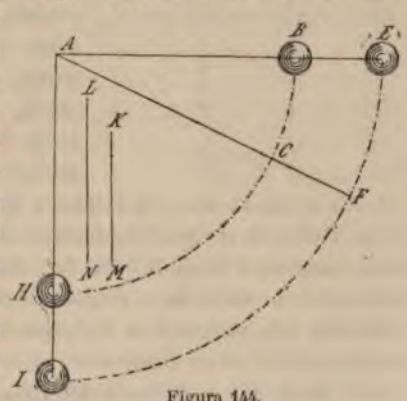


Figura 144.

[illegible] EI, come il tempo della parzial vibra-
[illegible] petizioni II e III vuole il Baliani che la
[illegible] poligono di moltissimi lati, e crede non
[illegible] linea di qualunque lunghezza, non si possa
[illegible] ampia, che quella stessa linea non trovi
[illegible] porzione della detta circonferenza. Che se
[illegible] erra ultimamente concesso che i cadenti ser-
[illegible] circolare la medesima proporzione. Dietro ciò,
[illegible] dimostra il suo teorema.

[illegible] detta figura, due spazi verticali passati da due
[illegible] dimostrare essere KM : LN = $O^2 : P^2$. Si de-
[illegible] cerchio HCB, IFE con raggi di tal lunghezza, che
[illegible] riguardare come due linee rette uguali a KM,
[illegible] gravi cadenti per queste linee siano le sfere pen-
[illegible] E Il tempo per BC dunque sarà O, e per EF
[illegible] III[a] supposizione, avremo AB : AE = $O^2 : P^2$. Ma
[illegible] triangoli ABC, AEF abbiamo AB : AE = BC : EF, e
[illegible] dunque KM : LN = $O^2 : P^2$, come volevasi dimo-

[illegible] corollario di questa, che è formulata: « Gravia na-
[illegible] semper velocius, ea ratione ut temporibus aequalibus
[illegible] semper maiora, iuxta proportionem quam habent im-
[illegible] inter se » (ibid., pag. 25); si dimostra dal Baliani
[illegible] evidentissimo, in questa maniera: « Sieno le linee
[illegible] fig. 143) a rappresentare i tempi uguali, e i quadrati
AE, AF, AG rappresentino gli spazi. Si vede che al primo tempo AB corrisponde il solo quadrato AE; al secondo tempo AC corrisponde il quadrato AF, composto d'altri quattro più piccoli quadrati tutti uguali ad AE, e al terzo tempo AD corrisponde il quadrato AG, che de' quadrati piccoli uguali ad AE ne comprende evidentemente nove. Cosicchè, essendo 1, 2, 3.... i tempi, gli spazi respettivamente passati son come 1, 4, 9....., e perciò gli incrementi come 1, 3, 5....., secondo la serie de' numeri impari ab unitate.

[illegible] stesso il Baliani della facilità, con la quale era riu-
[illegible] medesimo di Galileo, senza farsi imitator di nessuno,
[illegible] tra' due Autori il confronto, troppo bene se ne ri-
[illegible], e quanto rimanesse indietro la fisica sperimentale
[illegible] rigorosa dell'altro. Galileo stesso, tanto più viva-
[illegible] l'azione, ne faceva rilevare queste differenze, e ardi-
[illegible] del Baliani, e le petizioni errori. Di ciò scriveva

in una lettera al Renieri (Campori, Carteggio cit., pag. 539) la quale non è pervenuta alla nostra notizia, ma vi supplisce una scrittura, che il Viviani fece in Arcetri, essendo ospite in casa il Maestro, che glie la dettava, e che perciò si dice essere stata scritta *ad mentem Galilaei*. È intitolata *Sopra i principii del Baliani*, a cui dal Censore si rivolge così il discorso:

« È la nostra intenzione investigare e dimostrare geometricamente accidenti e passioni, che accaggiono ai mobili gravi naturalmente e liberamente discendenti sopra spazi retti differenti, o di lunghezza o d'inclinazione, o d'ambedue insieme. Nel venir poi alla elezione dei principii, sopra i quali deve esser fondata la scienza, prendete come chiara notizia accidenti, i quali niuna connessione hanno con moti fatti sopra linee non rette, non di assegnabile inclinazione, nè che in esse le diverse lunghezze operino quello, che operano nelle linee rette, ma in tutto e per tutto cose differentissime, lo che mi par grave errore, e tanto maggiore, quanto che e' se ne tira dietro un altro non minore. Mi dichiaro: voi pigliate come principio noto e indubitato le vibrazioni del medesimo pendolo farsi tutte sotto tempi uguali, siano elle di qualsivoglia grandezza. *Item* supponete i tempi delle vibrazioni di pendoli diseguali esser tra di loro in suddupla proporzione delle lunghezze dei loro fili, assunto veramente ardito. E da questo, che supponete accadere nei mobili discendenti per circonferenze di cerchi, volete raccorre quello che occorre nei moti retti. Ma se io non erro, assai meno obliquamente si poteva ottener l'intento, discorrendo così: »

« La linea AB (fig. 146) intendasi rappresentare il filo pendente, e, stando fermo il termine supremo A, intendasi il mobile posto in B disegnare l'arco del quadrante BC. Similmente, preso A*b* come pendolo minore, sia l'arco del quadrante *bc* quello, che descriverebbe il mobile posto in *b*, e d'essi quadranti siano le corde suttese BC, *bc*, ed intendansi le tangenti orizzontali BD, *bd* alle perpendicolari CD, *cd*. Ora, essendo le due declinazioni in tutto e per tutto simili, molto ragionevolmente si può prendere, e come principio noto supporre, che le proporzioni dei moti, che accadessero farsi sopra le rette AB, BC, per l'arco CB, fossero le medesime, che nella minor figura per le linee analoghe A*b*, *bc*, onde, permutando, il moto per l'arco *cb*, al moto per l'arco CB abbia la medesima proporzione, che il moto per la perpendicolare *ab*, al moto per la perpendicolare AB, onde, pigliando per supposto che i tempi per gli archi siano in suddupla proporzione delle lunghezze dei fili, già è manifesto che con altrettanta verità si può supporre che i tempi per le perpendicolari A*b*, AB siano in suddupla proporzione delle lunghezze A*b*, AB. E così si viene a schivare la supposizione assai dura, come appresso diremo, che i moti per le parti minime delli archi siano

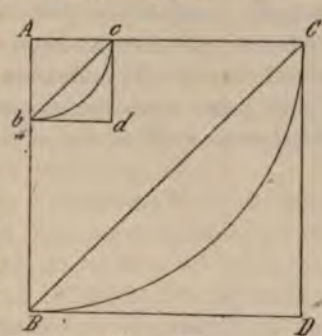


Figura 146.

come se fosser fatti per linee rette, assunto come dico assai duro, imperocchè con gran ragione può il lettore domandare che gli sia assegnata la quantità dell' arco, che V. S. chiama minima, sicchè, per esempio, ella intenda l' arco esser minimo fino che non giunga alla metà di un grado. Inoltre, sarebbe stato necessario dichiararsi quale delle stesse linee rette si deva prendere per gli archi minimi, cioè se quella, che, partendosi dal medesimo punto dell' arco, tocca la circonferenza, oppure la sega come corda di esso arco minimo, oppure è una delle altre molte, che dal medesimo punto primo possono tirarsi. »

« Da queste molte linee pare che venga esclusa la tangente necessariamente, imperocchè, considerando nella figura passata la tangente dell' arco BC nel punto B; che viene ad essere la orizzontale BD, manifesta cosa è che il mobilo, posto sopra di essa, in nessuna parte si moverà, ma bene, posto in qualsivoglia punto dell' arco BC remoto dal B, discenderà egli in B. Essendo dunque la discrepanza tra la tangente e l' arco tanto grande, per quanto appartiene al moto, quanto è differente la quiete dal moto; con poca o niuna probabilità si potrà supporre che il moversi dal punto C, per la tangente o per l' arco, siano l' istessa cosa. »

« Ma vegghiamo un' altra disparità massima. Niuno negherà i moti del medesimo mobile, fatti sopra piani di diversa inclinazione, esser tra di loro differenti, e che in conseguenza un moto, il quale, cominciato sopra una tale inclinazione debba di parte in parte trapassar sopra altrettante altre diverse inclinazioni, sarà sommamente differente da quello, che sopra una stessa inclinazione deve andarsi continuando. Ora, nella circonferenza del quadrante CB, tante sono le diverse inclinazioni, quante le tangenti, e queste sono quante i punti, cioè infinite, per lo che anco in qualsivoglia piccola parte della circonferenza, siccome vi sono infiniti punti, vi sono anche infinite inclinazioni, per la mutazione delle quali non si può dire che il moto per l' arco possa esser simile, non che l' istesso, che per una medesima inclinazione sola. » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 36-38).

IV.

Il Discorso di Galileo non sembra che fosse mandato al Baliani, a cui era indirizzato, ma egli ebbe sentore di quelle censure, divulgatesi in Genova fra gli amici di Daniele Spinola, il quale così scriveva a Galileo stesso in una sua del dì 25 Marzo 1639: « Ho da pregiarmi poi grandemente che qualche pensiero, venutomi circa il libro del signor Baliani, sia stato da V. S. autenticato nella lettera scritta ultimamente al p. d. Vincenzo, imperocchè, tacendo del rimanente, quelle sue supposizioni mi son sempre parse alquanto difficili da concedere » (Campori, Carteggio cit., pag. 539). Di qui si passava a fare il confronto fra i due emuli Autori della Scienza del moto

e si avviliva l' uno, spesso con passionato giudizio, per secondare le gloriose inclinazioni dell' altro. Lo stesso Spinola scriveva nel seguente Agosto al medesimo Galileo: « Veramente i supposti del signor Giovan Batista appresso di ognuno han mestieri di gagliarda dimostrazione..... Or considerisi qual piacere si può cavare dalle proposizioni fondate sopra di essi, le quali molti stimano che non sian del tutto sue, perchè si vede di dove ponno esser tolte. Ma nel libro di V. S. son congiunte la chiarezza, la facilità, la novità, il diletto, il profitto e la maraviglia in ogni cosa » (ivi, pag. 546).

Tale era il giudizio che sentiva di sè il Baliani fare a' suoi concittadini, e dovette sentir rammarico, più che delle lodi esagerate del suo rivale, delle odiosità calunniose, in chi sembrava dover piuttosto inclinare alla benevolenza. Poteva consolarsi de' più assennati giudizi di coloro, i quali dicevano aver tenuto i due Autori due vie diverse, e ora rimanere indietro l' uno, ora precedere all' altro; ma, vinto da un sentimento d' ira vendicatrice, volle con le calunnie rispondere ai calunniosi, e dire che anzi Galileo aveva preso da lui, nè mancarono animi disposti ad accogliere quelle suggestioni.

Fu tra costoro de' primi il Cabeo, il quale nel suo libro primo sulla Meteorologia di Aristotile si maravigliò come Galileo si fosse pubblicamente vantato di essere egli venuto il primo ad annunziare al mondo la ritrovata misura nell' impeto dei cadenti. « Melius dixisset se nusquam legisse aut scivisse ab aliquo mensuratum, nam et ego et ali mecum mensuraverant, et fateor me ab ipso hoc non didicisse » (T. I cit., pag. 92). Intende per quegli altri, ch' ebbe soci nelle operazioni, il Baliani, il quale alcuni anni più tardi citava questo passo del Cabeo al Mersenno, per testimoniare le sue pretensioni di aver prevenuto Galileo. Al quale annunzio esso Mersenno rispondeva così con lettera del dì 25 Ottobre 1647, da Parigi: « Ho gran gusto che V. S. m' abbia imparato per l' ultima sua che Galileo non sia il primo, che ha osservato la proporzione del moto dei corpi gravi, che cascano giù, perchè io pubblicherò a tutti quanti che in ciò siete stato il primo osservatore, come l' ha confermato il P. Cabeo nel luogo citato da voi nelle sue *Meteore* » (Baliani, Opere diverse, Genova 1666, pag. 10).

Dovevano esser passati pochi anni, da che il medesimo Mersenno aveva ricevuto lettere di un altro, che nella scoperta legge dei moti accelerati pretendeva il primato su Galileo. Il Cartesio infatti gli scriveva, un lunedì mattina, che un tal D. B. era venuto a riprendersi i dialoghi Dei due massimi sistemi, che gli aveva portato a leggere il sabato sera, cosicchè non potette avere che per sole trent' ore il libro fra le mani. « Integrum tamen evolvi.... Cogitationum mearum nonnullas hic illic sparsas animadverti, atque inter alias duae sunt, quas ad te scripsisse me opinor, nempe spatia, quae corpora gravia descendendo percurrunt, esse ad se invicem ut quadrata temporum, quae descendendo impendunt.... altera est vibrationes eiusdem funis pari fere temporis spatio fieri, quamvis aliae aliis longe maiores esse possint » (Epist., P. II cit., pag. 219). In un' altra Epistola, indirizzata pure al Mersenno, accenna il Cartesio stesso a un Innominato che, se non è Ga-

lileo, è in ogni modo oratoriamente rivestito di un abito, che non si differenzia in nulla da quello di Galileo, di cui dice che « supponit mecum id quod semel moveri coepit sponte sua pergere in motu, etiam absque novo impulsu, donec ab aliqua causa exteriori impediatur, et proinde corpus aliquod, semel motum in vacuo, motum iri in aeternum, sed in aere aliter se res habet, propterea quod aeris resistentia eius motum paulatim minuit. Praeterea supponit corpus aliquod gravitate sua singulis momentis deorsum impelli, atque ita in vacuo celeritatem motus perpetuo augeri, secundum proportionem a me antea observatam, quam illi plus decem retro annos explicui, hoc enim ab eo tempore in adversariis meis notatum reperio » (ibid., pag. 299).

Mancando a questa oratoria esercitazione in forma epistolare la data, non è possibile assegnar l'anno preciso, in cui il Cartesio notò fra' suoi ricordi l'anno della scoperta, che nel libro de' ricordi di Galileo, per certissimo documento, è il 1604, quando il Filosofo francese, nato nel 1596, era ancora fanciullo. Quelle nuove scoperte verità intorno alle leggi dei moti accelerati ora le chiama il Cartesio sue *cogitazioni*, ora sue *osservazioni*, lasciando noi che leggiamo incerti se si tratti di matematiche speculazioni o d'esperienze. Ma perchè a sperimentare il fatto mancava anche a lui l'arte, e mancavano gli strumenti, non potevano essere quelle sue altro che cogitazioni, fondate come quelle di Galileo sul principio dell'inerzia della materia, e sul supposto che le velocità, via via sopraggiunte al mobile, siano proporzionali ai tempi. Nella seconda infatti delle Epistole sopra commemorate il ragionamento dell'Autore è tale: « Supponatur molem plumbeam gravitatis suae vi cadere, et statim, post primum quo coepit descendere momentum, Deus totam eius gravitatem adimat, ita ut moles ista gravior non sit aere aut pluma: nihilominus perget descendere in vacuo, quandoquidem incoepit moveri, neque porro ratio reddi potest cur deberet quiescere..... Verum non amplius augebitur eius celeritas, et si postmodum Deus ad momentum reddit huic moli plumbeae totam, quam ante habuerat, gravitatem, et momento post eam illi iterum adimat, annon liquet secundo hoc momento molem hanc plumbeam, haud minus quam primo, impulsum iri ab eadem illa vi gravitatis, et proinde motus eius dupla velocitate auctus erit, idemque fiet in tertio, quarto et quinto momentis? » (ibid., pag. 298, 99).

È questo, come dicemmo, il ragionamento medesimo, che faceva anche Galileo, cosicchè ambedue i Filosofi, dai principii già posti dal Benedetti, e divenuti oramai nella scientifica istituzione universali, giungevano alle medesime conclusioni: ciò che, mentre toglie da una parte ogni maraviglia nata dal pensare a un fortuito incontro, fa comprender dall'altra quanto irragionevolmente chiamasse il Cartesio sue cogitazioni le cose lette in Galileo, non ripensando che, portati i semi sulle libere ali dei venti, possono cader qui come là, un poco prima o un poco dopo, e benchè d'una origine, germogliar solitari, crescere separati e vivere sconosciuti. Ma il Cartesio, che presumeva di esser nato spontaneo, senza seme, e che perciò credeva di non

avere nessun simile a sè, chiamava sue certe virtù, ch'egli stesso, e gli altri ne' quali s'abbatteva a ritrovarle, avevano partecipate dai generanti.

Queste frettolose considerazioni che, in universale applicate, toglierebbero via le contese del mio e del tuo, nella storia delle scoperte così frequenti; si dovrebbero applicare, se fosse il caso, anche al Baliani. Diciamo se fosse il caso, perchè lo sdegnato Genovese si servì, a persuadere più facilmente nel Cabeo, nel Mersenno e negli altri così fatti, le sue ragioni, dell'equivoco, che nasceva dal non distinguere nella caduta dei gravi le semplici velocità osservate dalla legge delle loro proporzioni, potendo intorno a quelle citar testimoni i Savonesi, i quali avevano veramente veduto cader dall'alto della loro rocca a scientifico esercizio, le palle dei cannoni parecchi anni prima, che si leggessero i dialoghi Dei due massimi sistemi.

Prima però di essere entrato in queste gare, incitatovi dagli odiosi paragoni, e principalmente dagl'ingiusti giudizi de' suoi concittadini, aveva il Baliani stesso confessato il vero al Castelli, raccontandogli così in una lettera da Savona, del dì 20 Febbraio 1627, com'avuta da Galileo la notizia che l'incremento degli spazi nelle cadute naturali dei gravi è secondo la serie de' numeri impari, gli occorresse senz'altro, per una via nuova e inaspettata, di ritrovar ora la dimostrazione: « Facendo il trattato dei solidi, così propriamente egli dice, avvenne che senza cercarla mi riuscì a parer mio ben dimostrata una proposizione, per una via molto stravagante, la quale il signor Galileo m'avea detta per vera, senza però addurmene la dimostrazione, ed è che i corpi di moto naturale vanno aumentando la velocità loro con la proporzione 1, 3, 5, e così in infinito » (Alb. IX, 142).

La question del primato fra i pretendenti è così dunque definitivamente decisa a favore di Galileo, alla compiuta gloria del quale rimane ancora a veder come venisse finalmente a confermarsi la verità di quella legge dei moti accelerati, ch'egli ebbe il primo scoperta e dimostrata. Non mancarono, com'è da credere, nemmeno intorno a questa novità i dubbi e le contradizioni, di alcune delle quali, come di quelle del Cabeo, ci vorremmo volentieri passare, per non essere provocate che dal mal animo o dalla ignoranza. Nel I libro de' commentari sulla Meteorologia aristotelica fa dir l'Autore a Galileo « velocitatem temporibus aequalibus crescere iuxta numeros impares » (T. I cit., pag. 94) e costruendo il triangolo dimostra che invece crescono come la serie de' numeri naturali, non avvedendosi esser questa la supposizione, che lo stesso Galileo fa, e che di lì ne conseguiva non star le velocità, ma gl'incrementi degli spazi come la serie de' numeri impari. A suggello poi di questa sua interpetrazione o maliziosa o ignorante, avendo sotto gli occhi il triangolo, che gli rappresentava crescere ordinatamente le velocità da zero a un grado determinato, dice di non sapere quanta è la velocità « qua quodlibet grave motum incipit » e finisce col rimanere incerto « utrum possim facere triangulum velocitatis » (ibid.).

I dubbi, d'onde aspettava la verità la sua conferma, volevan movere da animi ben più retti, e da ingegni più meditativi, ai quali non potevano man-

car di ciò le occasioni, principalmente perchè le difficoltà di eseguirle non lasciavano aver quella piena fede che bisognava nell' esperienze, cosicchè ai fatti della Natura s' andava a ricercar la certezza nelle speculazioni della Geometria. Ma perchè questa stessa Geometria, benchè costituita di numeri e di linee, s' implicava nelle passioni della materia, non poteva perciò porgere nessun sicuro asilo alla mente, che si studiava di pellegrinare dal senso. De' penosi travagli di lei in vedersi scoperto falso quel che così confidentemente riteneva per vero, giova qui recar qualcuno de' più notabili esempi, il primo de' quali ci si presenta nella storia, poco dopo che le nuove leggi dinamiche furono annunziate nei dialoghi Dei due massimi sistemi.

Pietro Carcavil, di Parigi, mandava a Galileo, nel Maggio dell' anno 1637, alcune carte di un suo amico, che non nomina, ma che sappiamo essere il Fermat, il quale così, dop' aver dimostrato essere un' elice, e non un semicerchio, la linea descritta dai cadenti, incominciava le censure sopra gli altri teoremi galileiani: « De linea seu helice, quam describit grave naturaliter descendens secundum proportionem motus a Galilaeo assignatam, a nobis multa probata sunt, sed quia accuratius perpendenti haec proportio gravium naturaliter descendentium non satis patet, imo geometricis demonstrationibus repugnare videtur, aliquam in experiendo fallaciam irrepsisse facile crediderim. Quis autem rationem sensibus non praetulerit? Propositionem geometricam huic experientiae repugnantem, praemisso postulatu, conspicemus. Postulatum hoc sit: Nullum motum fieri absque celeritate corporis moti » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 98).

Vuol da questo postulato il Fermat dimostrare esser falso quel che Galileo dice del mobile che, partendosi dalla quiete, acquista via via velocità, mentre si muove, perchè, egli così argomenta, o si fa quell' acquisto nel primo istante o in tempo determinato. Se nel primo istante, come dunque si parte dalla quiete? Se in qualche tempo determinato, perchè così e non prima nè dopo? E perchè da questo principio, che cioè, partendosi dalla quiete per giungere a un moto determinato, passa il mobile per tutti gl' infiniti gradi delle velocità intermedie, si dimostra da Galileo la proporzione dei moti accelerati, ne conclude il Fermat « non potest igitur constare Galilaei propositio » (ibid.).

Galileo rispose a queste e a simili altre difficoltà, promosse dal medesimo Censore, in una lettera, indirizzata al Carcavil stesso il dì 5 Giugno di quell' anno 1637, da Arcetri, e son le risposte di lui, mirabil cosa, compendiate così in questo discorso che faceva il Cartesio in una delle sue epistole al Mersenno: « Quod ait Galileus corpora descendentia transire per omnes tarditatis gradus, haud puto vulgo fieri, sed non esse impossibile quin id fiat aliquando. Aberrat vero D. Fermat in argumento quo utitur ad illum refellendum, cum dicit *acquiritur velocitas, vel in primo instanti, vel in tempore aliquo determinato*, neutrum enim verum est, et utendo termino scholae dici potest quod *acquiritur in tempore inadaequate sumpto*. Denique, quidquid ille dicit de gradibus celeritatis motus potest, eodem modo

dici de gradibus latitudinis trianguli ABC (fig. 147), et tamen haud credo negaturum il um quin inter punctum A et lineam BG reperiuntur latitudines omnes ipsa BC minores » (Epistol., P. II cit., pag. 249).

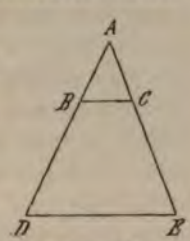


Figura 147.

Le censure del Fermat sulla legge galileiana de' moti accelerati, e le risposte di Galileo stesso e del Cartesio rimasero per qualche tempo ne' privati commerci scientifici di quegli Autori, cosicchè le prime delle dette censure, pubblicamente note, vennero da quel Baliani, il quale vedemmo quanto si fosse compiaciuto di aver ritrovato della detta legge galileiana una nuova dimostrazione. Notabile che poi confessasse di essersi messo a dimostrar quel teorema, non perchè lo credesse vero, ma per emulare o per prevenire, in una esercitazione geometrica, Galileo rimasto ingannato, diceva, da fallaci esperienze, alle quali, chi saviamente supplisca con la ragione, troverebbe non crescer veramente gli spazi secondo la serie dei numeri impari, ma secondo quella piuttosto dei numeri naturali. Il discorso, che faceva il Matematico genovese, per provare il suo assunto, si riduce al seguente.

Sia da A (fig. 148) passato un mobile in E, indipendentemente dall'impeto acquistato per la forza d'inerzia, la quale incominci ad agire in E. È chiaro che tanto maggiori saranno le parti, in che s'intende esser diviso lo spazio AE, quanto saranno più piccole. Suppongasi che siano dieci, e che il mobile abbia in tre tempi uguali successivamente passati gli spazi AB, BC, CD. Quante, in questi spazi, si troveranno ad AE particelle uguali? Sarà facile a dar di ciò la risposta, sommando la serie de' numeri naturali da uno infino a dieci; da 11 infino a 20, e da 21 infino a 30. E perchè la prima somma dà 55, la seconda 155, e la terza 255, delle particelle uguali ad AE se ne conteranno in AB 55, in BC 155, in CD 255. Gl' incrementi dunque degli spazi AB, BC, CD staranno come 55; 155; 255, ossia come 11; 31; 51, con qualche notabile differenza dalla serie de' numeri impari. Ora, se non in dieci, ma in cento parti, dividasi lo spazio AE, si troverà, come dianzi operando, contenersene in AB, di quelle centesime 5050; in BC 15050; in CD 25050, procedenti nella serie de' numeri 101, 301, 501, pochissimo differente da quella de' numeri impari ab unitate.

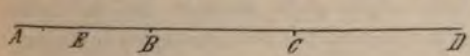


Figura 148.

Da un tal discorso poi il Baliani stesso trae questa conclusione: « Augetur igitur, ni fallor, motus iuxta progressionem arithmeticam, non numerorum imparium ab unitate hucusque creditam, sed naturalem. At nihilominus cum fere idem effectus subsequatur, ob insensibilem discrepantiam, mirandum non est creditum fuisse spatia esse in duplicata ratione temporum, quando quidem, etiamsi verum praecise fortasse non sit, est attamen adeo veritati proximum, ut veritatem in adhibitis experimentis sensus percipere nequiverit: quamobrem excusandi sunt quicumque ita censuerunt. Ego autem modo veritatem delitescentem detexisse spero, causam nimirum,

qua huiusmodi proportio emanat aperuisse, et insuper quales errores fuerint in suppositionibus et experimentis hucusque habitis, quod an re vera consecutus fuerim aliorum sit iudicium » (De motu natur. cit., pag. 113).

De' chiamati a dare il loro giudizio alcuni, come Onorato Fabry, risposero stranamente che, tanto poteva esser vera l'ipotesi galileiana, quanto un'altra diversa, ch'egli stesso, il Fabry, proponeva, e secondo la quale marebbero gl'incrementi degli spazi come la serie de' numeri 4, 8, 16, 32, 64... = quella, cioè l'ipotesi galileiana, « ad usum omnino adhibenda est, » ma volendo ridurre il fatto alla vera causa dell'accelerazione, « mea certe, non modo praeferenda est, verum etiam necessario tenenda » (Dial. physici De motu Terrae, Lugduni 1665, pag. 68).

Altri però di più senno, come il Mariotte, traevano dal discorso del Baliani verissimo una conclusione affatto diversa, riducendola a confermare la legge galileiana, la quale, perciocchè è solo allora esattamente dimostrabile quando il tempo e lo spazio son per via degl'indivisibili rappresentati dagli infiniti punti di una linea, e dalle infinite linee di un triangolo; par che dunque sia da tener per la più vera la serie de' numeri impari, alla quale tanto più ci si avvicinava, quanto più lo spazio AE, nel sopra riferito esempio dello stesso Baliani, riducevasi in minime parti.

Nel terzo Discorso sul moto delle acque, parte seconda, per far intendere in che modo abbiasi a concepire l'acceleramento, immagina il Mariotte un leggerissimo corpo veloce, che a furia di ripetuti urti commove un pesantissimo corpo dalla sua quiete, e dice che, se al primo urto passa una linea, al secondo ne passerà due, al terzo tre, e così di seguito secondo la serie de' numeri naturali. « Or si l'on prend plusieurs nombres de suite, commençant à l'unité, comme 1, 2, 3, 4, etc., iusques a 20, et q'on compte 20 momens; la somme de cette progression sera 210; et si on compte 40 momens, selon la meme progression iusques a 40, la somme de ces derniers nombres sera 820, qui est quadruple au peu pres de 210, somme des 20 premiers nombres, mais a l'infini cette derniere somme sera quadruple de la premiere precisement, parce que la proportion du defaut diminue touiurs: ce que Galileo a aussi conclu dans son Traite de l'acceleration du mouvement des corps qui tombent » (Oeuvres, T. II a l'Haye 1740, pag. 393).

Doveva esser questa pure la conclusione del discorso del Baliani, e se fu irragionevolmente diversa, è da attribuire in gran parte al bisogno sentitosi in que' tempi, in cui mancavano esperienze sicure, di addimesticare con la verità i ritrosi ad ammetterla, perchè gl'incrementi degli spazi, facendoli come la serie de' numeri impari, sembravano eccessivi. Fu da ragioni simili mosso a dubitare degl'insegnamenti di Galileo uno de' discepoli di lui più valorosi, Antonio Nardi, il quale proponeva perciò di sostituire al triangolo la parabola, facendo crescere le velocità come le radici dei tempi, cosicchè la ragione per esempio di due a uno si riducesse a quella di $\sqrt{8}$ a $\sqrt{4}$, ch'esso Nardi scrive R. Q 8 a R. Q 4, non essendosi ancora quel segno del radicale introdotto nell'uso. Sostituita dunque, secondo questa nuova ipotesi,

$\sqrt{T} : \sqrt{t}$ alla ragione di $V : v$, l'equazione $S : s = V.T : v.t$ si trasforma nell'altra $S : s = T\sqrt{T} : t\sqrt{t} = \sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$, che conclude essere gli spazi come le radici dei cubi de' tempi.

« La nuova scienza del Galileo intorno al moto dei cadenti e dei proietti, leggesi nella veduta XLII della seconda Scena, s'appoggia tutta a due principii: l'uno che il moto orizzontale sia uguale, l'altro che il moto dei cadenti riceva nuova aggiunta di velocità, secondo la ragione dei tempi. Dubito nondimeno che questo secondo principio non bene con l'esperienza concordi, sicchè non tanto si velociti un cadente, quanto da esso principio segue. Nè l'esperienza della palla sdrucciolante per un canale si reputa da me sicura, oltrechè il moto di essa è composto di due, mentre, scendendo, si ruzzola per il sostegno e, per l'aderenza al canale, in sè stessa. E siccome, per l'aderenza e sostegno, quella riesce più tarda di un'altra, che per l'aria discenda; così, mediante la complicazione de' due moti, e per premere obliquamente sopra il canale, può da principio rendersi meno veloce dell'altra suddetta. Dunque in tale esperienza qualche cosa desidero, e massime che il sostegno e l'aderenza al canale non solo può ritardar la palla, ma anco di fatto la rattiene dallo scorrere, mentre sia il canale poco all'orizzonte inclinato. »

« Alcuno dunque pensar potrebbe che nel III dialogo Del moto, a c. 170 (*nella prima edizione di Leyda*) la velocità EB (fig. 149) alla velocità I non fosse come la retta EB alla retta I, o come due ad uno, ma come R. Q 8 a R. Q 4. Sicchè, in cambio di prendere un triangolo AEB, si prendesse una semiparabola, di cui la cima A, la semibase EB, e l'asse AB. Ma ricevendosi che i gravi s'affrettino come vuole il Galileo, ne segue che lo spazio trascorso in un dato tempo, il che sopra accennammo, al trascorso nella prima metà di esso tempo, sia come quattro a uno, e successivamente come i quadrati dei tempi. Anche ne segue che i tempi del moto uguale e dell'affrettato siano uguali, quando il massimo grado di velocità dell'affrettato sia doppio di qualsivoglia grado dell'uguale. Ma dalla nuova ipotesi segue che i tempi del moto uguale e dell'affrettato siano uguali, quando il massimo grado di velocità dell'affrettato sia sesquialtero di qualsivoglia grado dell'uguale. Inoltre segue che lo spazio trascorso in un dato tempo, al trascorso nella prima metà di esso tempo, sia come 8 a R. Q 8, onde avrebbe minor ragione che tre ad uno, e gli spazi trascorsi dal cadente in tempi uguali saranno come i cubi delle R. Q di essi tempi, cioè come R. O 1, R. Q 8, R. Q 27, R. Q 64. »

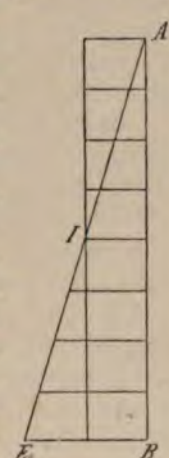


Figura 149.

« Considerisi la discrepanza tra le conclusioni dell'una e dell'altra ipotesi, e non è dubbio che coloro, i quali ascrivevano a cattive osservazioni il credere che i gravi s'affrettino cadendo, si sottoscriverebbero più all'ultima che all'altra ipotesi, per parere almeno di non avere essi errato così all'ingrosso nelle loro osservazioni. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 973, 74).

Negli stessi discepoli dunque di Galileo quella che, annunziata prima nei dialoghi Del mondo, e poi dimostrata negli altri dialoghi Del moto, si chiama ora per noi col nome di *legge*, non aveva più valore che di una semplice *ipotesi*, più dipendente da un supposto principio, che da un fatto sperimentato. Si conferma insomma da ciò quel che si diceva, che cioè le incertezze e i dubbi, in ammettere nell'accelerazione dei gravi quella nuova proporzione degli incrementi, dipendevano principalmente dal non esser riuscito ancora nessuno a farne osservazioni dirette, per le quali si potessero persuadere di fatto i ritrosi essere una falsità quel che si teneva per assai ragionevole, e che sembrava essere così ben confermato dagli effetti delle percosse. Le esperienze infatti proposte, e poeticamente descritte nel III dialogo Delle due nuove scienze, vedemmo quanto, mettendosi a praticarle, dovessero andar soggette a fallacie: opinione autorevolmente confermata dalle sopra riferite parole del Nardi. Il Baliani pure, benchè ne fosse dallo stesso Galileo messo in sospetto, non si curò di verificare se quella palla di ferro metteva a scendere per lo spazio di cento braccia precisamente cinque minuti secondi di tempo. Argomentasi ciò da una lettera di lui, scritta da Genova il 16 di Settembre del 1639, e indirizzata ad Arcetri, dove, riferendo l'esperienza di una palla di moschetto, che, lasciata cader dall'alto albero di una nave fatta vogar dalla ciurma velocissimamente, si vedeva con gran maraviglia di tutti battere, senza punto rimanerne in dietro, a piè dell'albero stesso; soggiunge: « eppure, essendo l'albero alto più di sessanta braccia, massime che la galea è grossa, cioè la nostra Capitana, per ragione la palla dovea star per aria più di tre minuti secondi » (Alb. X, 370).

Anche il Fermat e il Cartesio, come per le loro proprie testimonianze più sopra udimmo, fecero dell'accelerarsi dei gravi *prove* e *osservazioni*, che si trovarono riscontrar con la legge formulata da Galileo, ma non dicendoci il particolar modo che, in provare e in osservare, fu da loro tenuto, è da creder che di poco differisse, nella struttura e nell'efficacia, da ciò che nello stesso proposito suggerì l'industria al Gassendo. Fu il celebre Filosofo parigino uno de' difensori più strenui della legge galileiana contro i paralogismi del gesuita Pietro Casrée, a cui indirizzava tre eruditissime epistole, che videro la pubblica luce sotto il titolo *De proportione, qua gravia accelerantur*. Risponde ivi agli argomenti dell'avversario con matematiche ragioni, ma per quel che s'appartiene alle esperienze in particolare, « observationes, egli dice, a Galilaeo recitatas praetereo: ad meas quod spectat quotquot mihi licuit et quantum licuit peragere, illam proportionem semper exhibuerunt » (De proportione etc., Parisiis 1646, pag. 230).

Quali poi si fossero queste esperienze, e come fossero particolarmente condotte, l'aveva scritto già il Gassendo nell'epistola I, dove si leggon tre vari modi proposti dall'Autore per confermare sperimentalmente che gli spazi passati dai gravi liberamente cedenti son proporzionali ai quadrati delle velocità o dei tempi. Il primo modo incominciava allora a rendersi famoso per le controversie, alle quali sarebbe tra gl'Idrometri andato soggetto: con

troversie, che non temute dal Gassendo, lo lasciaron sicuro nell'approvare il fatto, che le velocità del flusso di un liquido dal foro aperto in un vaso son proporzionali alle radici delle altezze. Prendi, egli perciò dice, uno dei così fatti vasi cilindrici, e infusavi acqua infino a una certa altezza, mantenutavi costante, supponiamo che aperto il foro tu ne abbi attinto un fiasco in un minuto. « Ut deinde tempore eodem, et per idem foramen, exsiliant duo congii, et aqua proinde sit duplo compressior, ad quamnam usque altitudinem adaugendus erit, complendusve cylindrus? Ad duplam ne solum? Non sane sed omnino ad quadruplam. Et ut exsiliant tres, ad triplam ne? Haudquaquam profecto, sed ad nonuplam. Et ut exsiliant quatuor, ad quadruplam ne? Minime gentium, sed ad sexdecuplam » (ibid., pag. 36).

Il secondo modo, o non è da noi bene inteso, o contiene in sè una fallacia, consistendo nel proporre un peso pendolo, in cui s'esperimenta, dice il Gassendo, che, rimanendosi la fune ugualmente lunga, le velocità delle oscillazioni crescono come i quadrati dei pesi uguali, che devono aggiungersi al primo, perchè se ne solleciti il moto. Passando perciò al terzo modo, immagina l'Autore di avere più pendoli disposti lungo la medesima linea verticale AQ (fig. 150) crescenti in lunghezza via via come i quadrati de' numeri naturali, cosicchè, essendo AM uno, sia AO quattro, AQ nove, ecc. Rimossi tutti insieme per un angolo uguale dal perpendicolo, in modo che si trovino in diritta linea, come per esempio sull'obliqua AG, « observamus, dice il Gassendo, tempus quo globus secundus pervenit ad O esse duplum temporis, quo primus pervenit ad M, et tempus, quo tertius ad Q, triplum » (ibid., pag. 40). Ma per costruzione lo spazio circolare GQ, o il retto PQ che gli corrisponde, è nonuplo, e lo spazio EO o NO è quadruplo dello spazio CM o LM passato dal pendolo nel primo tempo.

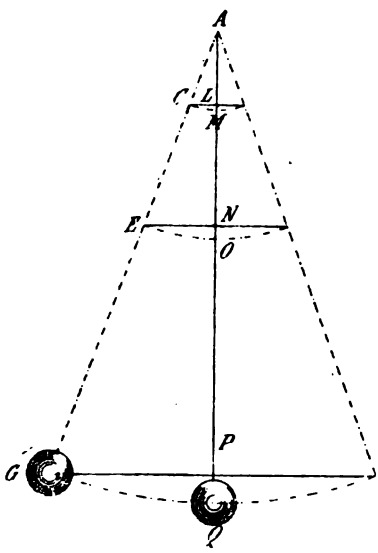


Figura 150.

Che sia veramente così, cioè che gli spazi stanno come i quadrati dei tempi, è confermato, soggiunge quivi il Gassendo stesso, da un altro fatto, che a me sperimentando « observare licuit, constitutam pilam supra planum libellatum oppositumque ad M, ad O, ad Q, dum percuteretur propellereturque o globis incurrentibus, assequi velocitatem excurrereque, non iuxta numeros quadratos, quales sunt CM, EO, GQ, sed iuxta radices ipsorum, qualia sunt et tempora unum, duo, tria » (ibid., pag. 41).

Chiunque ora chiuda, lette queste belle proposizioni, il libro, e penetri con l'immaginazione dentro il segreto gabinetto sperimentale del Gas-

sendo, scoprirà facilmente che il Filosofo faceva conto di aver veduto con gli occhi del corpo quel che avea chiaramente speculato con la luce dell'intelletto. Quali strumenti usava l'Autore, o suggeriva a chi avesse voluto imitarlo, per la più esatta misura di così minimi tempi? Non si fa menzione d'altro misuratore, che delle arterie pulsanti, ond'è che l'esperienza vera, da dimostrar che quella del Gassendo non poteva essere altro che immaginaria, consisterebbe nel mettere un ignorante degli elementi della Meccanica, per veder ciò che riuscisse a sapere delle differenze de' tempi, impiegati dai pendoli a passar per gli archi CM, EO, GQ, con gran diligenza toccandosi e attentamente ascoltandosi i polsi.

Così fatti generi d'esperienze si lusingarono tanti altri, da Galileo al Gassendo, di averle eseguite, ma quand'anco avessero avuto per caso una buona riuscita, non era da riposare in esse con fede, come non credè di avervi a riposare il Fermat, conscio che a lui mancavano gli strumenti necessari per osservare così sfuggevoli, e pur necessariamente concludenti minuzie de' tempi. Non si ridusse il prezioso cronometro praticabile, con indicibile pertinacia e solerzia, che per l'industria di Giovan Batista Riccioli, a cui primo si deve l'aver, con esattezza maravigliosa, confermata la teoria galileiana con i fatti sperimentati.

Ritorniamo alla storia, da noi lasciata altrove interrotta nel II tomo dell'Almagesto nuovo, per le pagine del quale si leggeva come fosse l'Autore entrato in sospetto che, nel prescrivere le proporzioni de' moti accelerati, fosse incorso Galileo in qualche fallacia. Vedemmo quali fossero di quel sospetto i ragioneveli motivi, e com'avesse speranza il Riccioli, più diligentemente sperimentando, di ritrovare per gl'incrementi degli spazi una serie aritmetica, diversa da quella de' numeri impari. A conseguir poi una tal maggior diligenza sperimentale si confidava principalmente l'Autore nell'uso dei pendoli, da lui stesso, com'altrove diremo, con laboriosissima industria ritrovati aggiustatissimi, e volendo studiare il moto nel suo libero esercizio, e non violentemente costretto ne' piani inclinati o nei pendoli a rispondere alle intenzioni, e a secondare le comodità dell'arte; ritornava con desiderio, come a strumento di nessun altro atto meglio a rappresentare gli effetti della Natura, alla torre degli Asinelli.

Disegnata dunque nell'altezza della gran Torre una linea NH (fig. 134) e preparato un pendolo così lungo, che ad ogni vibrazione batteva dieci terzi di minuto, cercò il Riccioli, col suo fido compagno Francesco Maria Grimaldi, qual si fosse l'altezza, da cui un globo di argilla cadeva in cinque delle dette vibrazioni, e trovò con ripetute prove essere quella precisa altezza BH di dieci piedi romani antichi. Passarono poi i due sperimentatori a cercar l'altra altezza, necessaria perchè il medesimo globo dovesse giù da essa cadere in tempo doppio, e trovarono essere 40 piedi, l'intervallo dei quali è segnato dalla linea KH. Di lì, via via ascendendo più in alto, trovarono passare il cadente le

linee LH, MH, NH, di 90, di 160 e di 250 piedi, in quindici, in venti, in venticinque vibrazioni, ossia in tempo triplo, quadruplo e quintuplo di quel primo.

Venendo dopo ciò il Riccioli, con trepido desiderio, a fare il conto degl' incrementi subiti, per decider se procedevano secondo la serie da Galileo proposta, o secondo quell' altra, ch' egli aveva sospettata più vera, al vedersi tornar sotto la punta della penna $10 - 40 = 30$, $90 - 40 = 50$, $160 - 90 = 70$, $250 - 160 = 90$, precisamente insomma secondo la serie de' numeri impari; ebbe a rimanerne stupito. E tuttavia fermo in credere che fosse riuscito Galileo alla sua scoperta, per diritta via sperimentale, non si poteva dar pace come, da esperienze così imperfette e necessariamente fallaci, avesse potuto quell' uomo così puntualmente coglier nel vero.

Gli passò per la mente il sospetto che qualche errore fosse scorso, o nelle osservazioni sue proprie o in quelle del Grimaldi, e perciò volle ripetere l' esperienza, servendosi di un altro pendolo, che batteva un minuto secondo preciso di tempo sidereo. Nè contento ancora, provò in altri modi, e sempre costantemente riducevasi il conto a dire che gli spazi crescono secondo la serie de' numeri impari, e che perciò vanno veramente come i quadrati dei tempi. « Ergo ad p. Bonaventuram Cavalerium, in bononiensi universate primarium Matheseos professorem, et quondam Galilaei alumnum, me contuli, cum p. Grimaldo, ipsique narravi consensum meorum experimentorum cum experimentis Galilaei, quoad hanc quidem proportionem, neque enim ille, chiragra simul et podagra lectulo aut sellulae affixus, interesse ipsis poterat. Incredibile autem dictu est quantopere ex nostra hac contextatione fuerit exhilaratus » (Almag. novum, T. II cit., pag. 386).

Il Cavalieri, così devotamente affezionato al suo Maestro, ripensava, in mezzo ai dolori atroci della podagra, alla consolazione che avrebbe dovuto provare a una tal notizia il buon vecchio, il quale avrebbe potuto dire di morir contento, dop' essere stato fatto finalmente certo che la sua Nuova scienza non era una semplice ipotesi, ma un fatto reale, e che le sue proposizioni Del moto non erano da rassomigliare alle conclusioni dimostrate da Archimede circa la spirale, vere solamente in astratto « per non ritrovarsi in natura mobile, che in quella maniera spiralmente si muova » (Alb. VII, 157).

Nel 1651 si divulgarono l' esperienze del Riccioli, rimaste fin' allora solamente note ai familiari e agli amici, e per quelle varie descrizioni, che si leggevano nel II tomo dell' Almagesto nuovo, si mostrava la verità presa da così sottil arte, e avvinta da così stretti legami, che nessuno osò poi più di mettere in dubbio se l' accelerazione dei gravi, qual consegue dal supporre crescenti le velocità come i tempi, fosse un fatto fisico o una matematica esercitazione. Sotto questo duplice abito, fisico matematico, fece la Scienza del moto la sua prima e solenne comparsa nell' *Orologio oscillatorio* dell' Huyghens, la seconda parte del quale, a stabilir le leggi della discesa dei gravi, incomincia dal dimostrare i teoremi di Gelileo. Consistendo i princi-

pii, da' quali si concludono quelle leggi o si dimostrano que' teoremi, nella forza di gravità, e nella forza d'inerzia, riguardò ingegnosamente l'Huyghens gli spazi acceleratamente passati come la resultante unica di due moti.

Sia spinto il mobile A (fig. 152), da qualsivoglia forza, nella direzione AB: se fingasi un tal mobile senza peso, o se gli effetti della gravità di lui siano dal sostentamento di qualche piano impediti, procederà esso mobile per tutta la linea AB equabilmente. Ma suppongasi che la gravità liberamente eserciti il suo impulso discensivo, come quando un corpo vien gettato per aria: allora, se nel mentre che con equabile moto il proietto è passato in B, la gravità sua naturale l'ha fatto scendere infino in C, non è la linea del moto la somma delle due AB, BC, ma una linea di mezzo, che s'intravede facilmente dover essere una curva, benchè non importi ora a noi di sapere a quale specie appartenga. Se non è però la trasversale descritta dal moto del proietto la somma delle due componenti, s'avvicina ad esser tale, via via che la linea AB tende a dirigersi nel perpendicolo, come per esempio, immaginando che ella declini sempre più in basso, volgendosi intorno al punto A come a suo centro. Quando infatti essa AB è orizzontale, la resultante del moto è AC, ma è AC', quando B siasi abbassato in B', e, ridottosi finalmente in B'', sopra un punto della verticale; la resultante allora del moto è AC'' = AB'' + B'' C'', ossia è uguale alla somma per l'appunto delle due componenti. Se ora nella naturale discesa dei gravi, così conclude l'Huyghens il ragionamento, « scorsim, uti diximus, duos motus consideremus, alterumque ab altero nullo modo impediri cogitemus, hinc iam accelerationis gravium cadentium causam legesque reperire licebit » (Opera varia, Vol. I, Lugd. Batav. 1724, pag. 52).

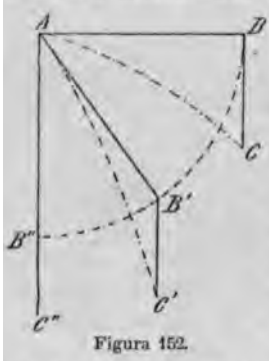


Figura 152.

Sia infatti lo spazio verticale, percorso dal mobile nel primo tempo, uguale ad AB (fig. 153) il quale « dimidium est eius spatii, quod pari tempore transiret motu aequabili cum velocitate, quam acquisivit ultimo casus momento » come dimostra l'Huyghens nella II proposizione (ibid., pag. 54). Dunque nel secondo tempo il moto è composto dell'orizzontale BC, doppio ad AB, e del verticale CD = AB, cosicchè, dovendo nella perpendicolare la resultante essere uguale alla somma delle componenti, sarà BE = 3 AB. Nel punto E, da cui comincia a decorrere il terzo tempo, il moto equabile, in quel medesimo tempo assoluto sarà, per la detta II proposizione, EF = 4 AB. Ora, componendosi questo

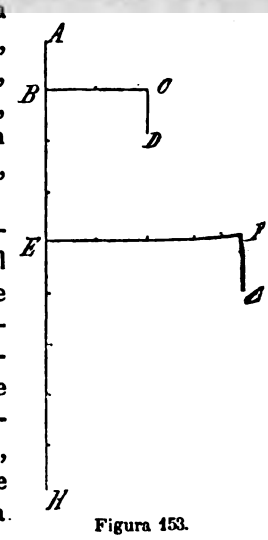


Figura 153.

quello della gravità costante FG, ch'è perciò uguale ad AB, farà resultarne il terzo moto EH = 5 AB: ond'è che, proseguendosi per il quarto, per il quinto, e per tutti gli altri tempi, il medesimo ragionamento, se ne conclude essere gl'incrementi degli spazi come la serie de'numeri impari, e gli spazi stessi perciò come i quadrati de'tempi decorsi.

I cinque libri dell'*Orologio oscillatorio* ebbero, specialmente appresso agli stranieri, maggior diffusione de'quattro dialoghi Delle due nuove scienze, sì perchè la lingua latina, in cui furono originalmente scritti quelli, era d'intelligenza universale, sì perchè, avendo l'Olandese derivata nella sua la scienza dell'Italiano, s'attingeva di là, con pari utile e con comodità maggiore, che a risalire alle prime faticose sorgenti. S'ingerì da ciò l'opinione che avesse Galileo conclusa la legge dei cadenti dai medesimi principii ugeniani, per cui il Newton, stabilite nella forza d'inerzia le *Leggi* del moto, e nel principio della composizione delle forze conclusi i *Corollari* « per leges duas primas, soggiungeva, et corollaria duo prima Galilaeus invenit descensum gravium esse in duplicata ratione temporum » (Principia mathem., T. I cit., pag. 45, 46). Ora si sa dai nostri Lettori quanto fossero i processi galileiani alieni dal far uso de'moti composti, per cui il fatto del Newton, se mostra da una parte quanto poco si leggessero i libri di Galileo nel loro originale, conferma dall'altra come a lui solo, di unanime consenso, in mezzo alle pretensioni del Cartesio, s'attribuisse la scoperta, ond'è che nessun'altra espressione si conforma col vero storico forse meglio di quella, che chiama *galileiane* le leggi dei gravi cadenti.

CAPITOLO VI.

Delle scese dei gravi lungo i piani inclinati

SOMMARIO

I. Dei principii fondamentali, da cui si dimostra la scienza dei moti inclinati, e di una supposizione **fatta in proposito da** Galileo — II. Ordinamento e pubblicazione del primo Libro galileiano *De motu*, **contenente** i teoremi dimostrati infino all'anno 1602. — III. Ordinamento e pubblicazione **del secondo** Libro galileiano *De motu*, incominciato nel 1604, e nel 1609 rimasto interrotto, **per le ragioni** che qui si diranno. — IV. Ordinamento delle proposizioni lasciate manoscritte **da Galileo, per** condurre in una terza maniera il suo trattato *De motu*. — V. Dei teoremi **concernenti i Moti locali**, ordinati da Galileo per la stampa, e delle critiche fatte dal Cartesio **contro essi.** — VI. Di ciò che può dirsi nuovo nel trattato di Galileo, che qui paragonasi con **quello** del Balliani, e dell'opera data da altri Autori stranieri, come dal Mariotte e dall'Huyghens, intorno al medesimo soggetto del moto dei gravi per i piani inclinati.

I.

L'attributo, che si dà alle scoperte dei Fisici o alle speculazioni dei Filosofi, desumendolo dal particolar nome di un uomo, è, a volere esser giusti, una improprietà, che si può solo salvare nella convenzion del linguaggio, e che viene a ridursi, in più rigorosi termini, a una falsità, nel tribunale della giustizia, ogni volta che si vogliono quelle attribuzioni fare esclusive, come Galileo e il Cartesio pretendevano nelle loro speculazioni e nelle loro scoperte. Perchè, nell'ordine intellettuale, è un consorzio non meno stretto, nè men necessario di quel che sia negli ordini civili, e perciò da uno e da un altro autore piglia nome questa o quella parte della scienza, come piglia nome dal gerarca o dal padre una società religiosa o una famiglia.

Dir dunque galileiane le leggi della caduta dei gravi non si deve intendere a quel modo che tanti fanno, quasi fossero uscite spontanee quelle

ı naturali dalla solitaria mente di Galileo, il quale è padre nella scienza, fu padre nella famiglia, e non potrebbe esser tale nell'una e nell'al-ıenza esser disceso dagli avi, e senz'aver celebrato un connubio. Ha la dente storia narrato chi fossero quegli avi, e qual si fosse il rito di connubio per ciò, che particolarmente concerne i primi fondamenti posti Dinamica, e perchè il medesimo Architettore sopra una sì ben fondata dette mano a costruir l'edifizio, ha la nostra storia a narrare con quali ıenti, e con quale industria fosse condotto. L'essersi mostrato alla pub-vista quel monumento della scienza in abito, in corporatura o in ti-di nuovo, lusingava l'Autore, e seduceva gli spettatori, ma lo spetta-era simile a quello di colui che, non avendo saputo dianzi distinguere ice dall'altro verde, vede ora, a ripassar pel medesimo giardino, la so-ı fronda scoppiata nelle fragranze del fiore.

Tornando dall'immagine specchiata indietro all'oggetto reale, s'incon-uesto, secondo la nostra intenzione, nel III dialogo Delle due nuove ze; fiore aperto, a cui, perchè non si creda una incantevole apparizione, riconoscer la boccia e la pianticella madre che l'ha generato.

In quel III Dialogo, che si diceva, legge il Protagonista agli altri inter-ori una serie di teoremi, scritti in altra lingua, e posti sotto altra forma, quali teoremi, dalle proporzioni del moto per la verticale, si passa a strar geometricamente le proporzioni del moto nelle direzioni oblique. rchè una tale obliquità di direzione non può il mobile prenderla, se per qualche violenza, che lo costringa a moversi contro l'inclinazione ıaturale, è perciò che la nuova scienza attende a dimostrar le leggi, se-ı le quali i gravi scendono lungo i piani inclinati. Se si considerino in queste scese i semplici impeti, o s'attenda solamente a ritrovare la ırzion dei momenti, la Scienza nuova si riduce all'antica, e la pianti-madre, di che simboleggiando si diceva, scopresi ne' principii statici di lano Nemorario, e la boccia del fiore tanto ammirato nei negletti *Que-*lel Tartaglia.

Esplicatesi infatti le medesime questioni, e dimostrato con la sola no-del processo, diverso un poco da quello del Tartaglia, che gl'impeti nel ɜndicolo e nell'obliqua hanno ragion reciproca delle lunghezze, Galileo, ducendosi alle sue nuove speculazioni, così scriveva: « Ex his facile ıliquorum problematum solutionem assequi, qualia haec sunt: primo, duobus planis inclinatis, quorum rectus descensus idem sit, invenire ırtionem celeritatum eiusdem mobilis » (Alb. XI, 61).

Il linguaggio stesso, come sentono echeggiarsi nelle orecchie i Lettori, ello del Nemorario, che primo aprì le vie al Tartaglia di ritrovar la ırzione tra l'impeto nell'obliquo e nel retto descenso; impeto che, ri-dato come causa efficiente della celerità, trasformava il teorema dello ı Tartaglia in quest'altro concluso ivi così da Galileo: « Constat ergo em mobilis, in diversis inclinationibus, celeritates esse inter se, permu-, sicut obliquorum descensuum, aequales rectos descensus comprehen-

dentium, longitudines » (ibid., pag. 62). E perchè le celerità hanno ragion contraria alle tardità, ossia ai tempi, rimanendo gli spazi i medesimi, dunque i tempi, nell'obliquo e nel retto descenso, stanno come le lunghezze non permutate: « erit ergo sicut tarditas ad tarditatem, ita linea ad lineam » (ibid.).

Chi si risovviene delle cose lette nel capitolo I di questo Tomo, sa che a una tal conclusione era, dai medesimi principii, giunto anche Leonardo da Vinci, e perchè di là, cioè dall'essere i tempi, nel perpendicolo e nell'obliqua di uguali altezze, come gli spazi, si svolge quasi tutta intera la serie dei teoremi galileiani, i quali dipenderebbero perciò unicamente dalla Statica del Nemorario e del Tartaglia; scarsi e limitati alle sole cadute dirette apparirebbero i frutti della Dinamica nuova. Eppure, al primo entrare allo studio del Trattato galileiano, si rivela esser l'intenzion dell'Autore tutta diversa, perchè i primi teoremi, che s'incontrano dimostrati, e da cui dipendono gli altri, son puramente dinamici, e progredendo oltre nella lettura non è possibile non accorgersi della sollecitudine di chi scrive, in non derivar mai *ex mechanicis*, ossia dalla statica, quant'è possibile, i principii alle sue dimostrazioni.

Di questo notabilissimo fatto, e delle sue ragioni, le cose che siamo per dire ci renderanno certi, ma intanto non si può non ripensare al modo, come potesse Galileo rendere indipendente la sua Dinamica dai principii già stabiliti in una scienza anteriore, perchè ciò sembrerebbe evidentemente un voler raccogliere i frutti dai novelli rami recisi dal tronco. Essendo però questa intenzione dell'audace cultore contraria affatto alle leggi della Natura, non sarebbe stata in nessun modo riuscibile se, mettendosi a recidere alla rigogliosa pianta lo stelo, non avesse salvata la più profonda radice, dalla quale s'argomentò di fare scoppiare le nuove fronde.

Galileo infatti, nel bandire dalla sua Scienza nuova il teorema del Tartaglia, non potè fare a meno di ridursi a professar quel principio, da cui, come da radice, era germogliato esso teorema; principio, il quale noi sappiamo consistere nell'ammetter che, per le varie obliquità, i momenti dei gravi siano allora uguali, quando *aequaliter capiunt de directo*. E perchè i momenti o gl'impeti, quali cause efficienti, supponeva ragionevolmente Galileo che fossero proporzionali alle velocità, come a loro effetti immediati; e perciò il principio statico del Nemorario si trasforma, nelle semplici parole e non punto nella sostanza, in quest'altro, da cui si fa dipendere tutta la nuova scienza galileiana: « Accipio gradus velocitatis eiusdem mobilis, super diversas planorum inclinationes acquisitos, tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint » (Alb. XIII, 163).

Da ciò, senz'avere altrimenti bisogno d'invocare il teorema del Tartaglia, si concludeva la dimostrazione dei tempi proporzionali agli spazi, perchè, supponendo un medesimo mobile o due mobili uguali movere dalla quiete in A (fig. 154), e l'uno scendere per la diritta AB e l'altro per la obliqua AC, perciocchè nei punti D, E; F, G; H, I ecc., resecati dalle re-

spettive linee condotte parallele alla orizzontale BC, gl' impeti o le velocità sono uguali, in quanto che le scese AD, AE; AF, AG; AH, AI ecc., tutte *capiunt aequaliter de directo;* dunque, nei moti per tutta l'AB, e per tutta l'AC, son le velocità uguali. Ma dove sono le velocità uguali, gli spazi son proporzionali ai tempi, e perciò il tempo per AB, al tempo per AC, sta come la linea AB alla linea AC.

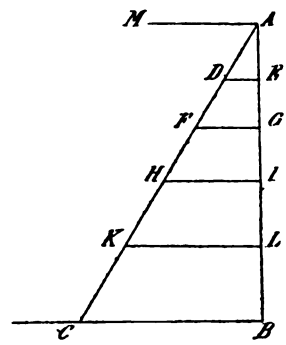


Figura 154.

Tale essendo il processo di Galileo tradisce le sue intenzioni di rendere la scienza nuova indipendente dall'antica, alla quale, non solamente appartiene il supposto delle velocità uguali nell'egual rettitudine del descenso, ma i teoremi altresì, che concernono i moti equabili, dai quali accidentalmente derivano gli accelerati. La Dinamica nuova insomma si fondava sopra questi tre massimi principii: che le velocità siano in ragion diretta degli spazi e reciproca dei tempi; che sian proporzionali agl' impeti, e che si trovino sempre uguali in qualunque obliquità, quando le scese rette siano uguali. Il primo principio, che non ne avrebbe avuto bisogno, è in sè e nelle sue conseguenze dimostrato da Galileo in quelle sei proposizioni dei moti equabili, che precedono al trattato dei moti accelerati; il secondo tiene in sè impressa la nota dell' evidenza, ma il terzo non ha d' altronde il suffragio che dall'aver condotto Leonardo da Vinci e il Tartaglia a conseguenze vere. Poteva, per questo e per la sua propria ragionevolezza, quel supposto approvarsi, ma a Galileo, che sopra lui solo erigeva la gran mole, sembrava conveniente saggiarne meglio la solidità, perchè, vacillando quello, ne vacillava tutto intero l'edifizio costruito, come su regola, sul supposto che le medesime leggi governino il moto nel perpendicolo e nei piani inclinati. « Id autem, quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcumque inclinatis, in iisdem enim assumptum est accelerationis gradus eadem ratione augeri » (Alb. XIII, 173, 74).

Le cure però, poste dall' Istitutore in confermare quel suo fondamento, non appariscono proporzionate al bisogno, perchè non si limitano ad altro, che a descrivere un' esperienza, per la quale alle già probabili ragioni si viene a crescere tanto la probabilità, « che poco gli manchi all' agguagliarsi ad una ben necessaria dimostrazione » (ivi, pag. 164). È quella esperienza desunta dalle vibrazioni del pendolo, in cui si osserva che sormonta quasi a quella medesima altezza, d' onde fu sceso, ed è da credere che vi arriverebbe precisamente, quando si togliessero gl' impedimenti dell' aria e del filo. « Dal che possiamo veracemente concludere, dice Galileo, che l' impeto acquistato nel punto B (fig. 155) dalla palla, nello scendere per l' arco CB, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco BD alla medesima altezza » (ivi)

Per rendere poi questa dimostrazione sperimentale anche più concludente, immagina l'Autore che, rimosso il filo in AC, e di lì lasciato andare, incontri in E un chiodo, cosicchè sia costretto di risalir dall'opposta parte, descrivendo un arco di cerchio con un raggio EB più corto del primo, e vuol che poi si abbassi anche di più quell'ostacolo, come in F, da far risalire il grave pendulo per un arco appartenente a un circolo descritto anche da minor raggio, e nonostante si osserva che l'impeto, conceputo in B per la discesa dal medesimo punto C, fa in tutt'e tre i casi risalire il pendolo stesso nei punti D, G, I, situati con C sulla medesima linea orizzontale. Sarebbe il fatto riuscito meglio dimostrativo coi sifoni pieni di acqua, che servirono così bene al medesimo intento a Leonardo da Vinci, come vedemmo, nè a Galileo sfuggì l'appropriatissimo esempio, quando nel I dialogo Dei due massimi sistemi, a confermare la verità della sentenza che l'impeto acquistato dal mobile in qualsivoglia luogo del suo moto è tanto, che basterebbe a ricondurlo all'altezza d'onde si partì; dop'avere invocata l'esperienza del pendolo, soggiunge: « Mostrami l'istesso l'acqua, che, scendendo per un sifone, rimonta altrettanto, quanto fu la sua scesa » (Alb. I, 28).

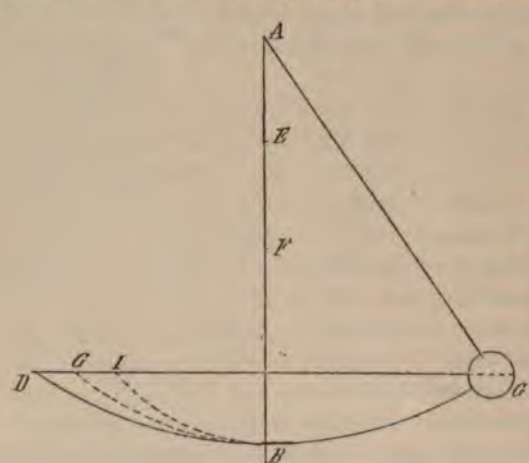


Figura 155.

Anzi è a notare che in questo primo Dialogo, dove si pongono i principii a uno special trattato di Meccanica, concernente il moto della Terra in particolare, Galileo s'intrattiene a dimostrare il supposto delle velocità uguali, dopo cadute uguali, più a lungo e con maggior varietà e valore di argomenti di quel che non faccia nel III dialogo Delle due nuove scienze, dove quello stesso principio è supposto a trattare in tutta la sua generalità la scienza del moto. Forse la ragione, per cui parve che Galileo stesso se ne passasse qui con troppa leggerezza, è perchè credeva di averne detto altrove abbastanza: e infatti gli attori dei *Due massimi sistemi* s'intrattengono nelle loro prime interlocuzioni a confermare i principii della Meccanica, dipendenti da quel discorso, che si fa da pag. 29-32 dell'edizione, da noi tenuta sott'occhio. Chi volesse poi di un tal discorso avere in poche parole condensata la sostanza, legga la seguente nota manoscritta: « *Mirandum:* numquid motus per perpendiculum AD (fig. 156) velocior sit quam per inclinationem AB? Videtur esse, nam aequalia spacia citius conficiuntur per AD, quam AB; attamen videtur et non esse, nam, ducta horizon-

tali BC, tempus per AB, ad tempus per AC, est ut AB ad AC. Ergo eadem momenta velocitatis per AB et per AC: est enim una cademque velocitas illa, quae, temporibus inaequalibus, spacia transit inaequalia eamdem quam tempora rationem habentia » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 164 a tergo).

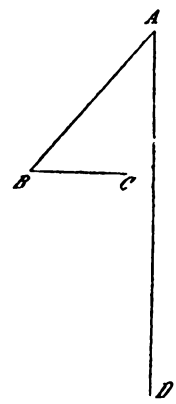


Figura 156.

Il teorema fondamentale dei tempi proporzionali agli spazi nella verticale e nell'obliqua ugualmente elevate, è qui come là concluso dallo stesso supposto principio, ma ne' dialoghi Del mondo è la supposizione, messa per fondamento ai dialoghi Del moto, fatta dipendere da un' altra supposizione, tolta la quale, rovinerebbe necessariamente ogni scienza dei moti naturali e dei proietti. Abbiamo poco fa udito consistere una tal supposizione nell'ammetter che l' impeto della scesa sia bastante a far risalire il mobile alla medesima altezza, di che dà Galileo, a varie occasioni, nelle varie sue Opere, tal dimostrazione, da non si mettere in dubbio per nessuno, che specialmente gli abbia concesso esser nei moti accelerati le velocità proporzionali ai tempi. In quel discorso infatti, trascritto a pag. 307 nel capitolo addietro, si sovverranno i Lettori come, dal suppor *che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità, secondo che accresce la distanza dal termine onde si parti*, se ne concludesse che il mobile in C, in D, in E (fig. 157) e negli altri infiniti punti della linea AB, ha per la caduta acquistato tale impeto, da ricondursi in A al suo primo principio.

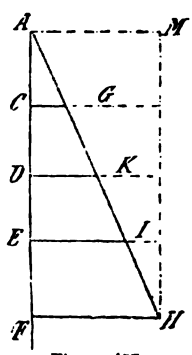


Figura 157.

Sperava Galileo di poter forse dimostrare quel suo supposto, da cui diceva conseguir questo effetto, ma la sua dimostrazione, che cioè si velocitino i gravi proporzionatamente ai tempi, rimase per l'Autore e per noi un desiderio, non sodisfatto che in parte e indirettamente dagli Accademici del Cimento, i quali narrano di aver fatto una tale esperienza: « Una pallina di vetro piena, lasciata dall' altezza di 50 parti, arrivò con la riflessione maggiore a gradi 48, mancandoli, per arrivare d' ond' ella partissi dalla quiete, due gradi soli, che potevano importare un soldo in circa del nostro braccio a panno fiorentino. Da questa esperienza vien quasi confermata la conclusione del Galileo, che un grave, nell' infimo termine della sua scesa, abbia acquistato tant' impeto, che basti a ricondurlo alla medesima orizzontale, dove egli principiò suo moto, potendo probabilmente dirsi che l' impedimento del mezzo, come il medesimo Galileo dice seguire nei pendoli, ed il cedere, benchè pochissimo, del grave cadente e del piano, ov' egli venne a riflettersi; abbian dato motivo alla detta palla, e sieno stati causa che ella non si riduca con la riflessione precisamente alla medesima altezza di parti 50. » (Targioni, Notizie delle scienze fisiche in Toscana, T. II, P. II, Firenze 1780, pag. 667, 68).

Nelle esperienze degli Accademici fiorentini, e nel ragionamento di Galileo, le proiezioni e i rimbalzi si consideravano fatti nella linea verticale, ma ciò a poco giovava senza dimostrar che lo stesso avviene e si verifica nelle linee oblique, e nei piani inclinati. Contemplandosi, in mezzo a queste galileiane speculazioni, un tal caso, si sarebbe molto più per tempo giunti a far l'importantissima osservazione dell'isocronismo del ramo ascendente col discendente nella traiettoria, e sarebbero le due scienze dei moti naturali e dei proietti nate a un parto, mentre invece, per passare a concluder la potenza degl'impeti a far risalire il mobile per il medesimo tratto di via comunque obliqua, fu costretto Galileo a far indietro anche un'altra volta ritorno alla statica antica, computando gl'impeti secondo la quantità del discenso retto, e ciò per l'unica ragione che un grave, in tanto solo acquista momento, in quanto che movendosi s'avvicina al suo centro. Ond'è che l'impeto dello scendente per il piano AH, nella precedente figura, giunto che sia al termine H, è uguale all'impeto acquistato dal medesimo mobile, dopo la scesa perpendicolare AF « perchè in effetto ambedue si sono avvicinati al centro ugualmente » (Alb. I, 28, 29).

La ragione ultima del supposto galileiano riducesi in somma a questa, pubblicamente esposta con sì gran solennità in quel libro, che annunziava la nuova Scienza del moto, la quale sembrava al suo Autore potersi fondare con sicurezza sopra un tal ragionevolissimo assunto, come quello, da cui s'eran dedotte le approvatissime leggi dei momenti dei gravi sopra i piani inclinati. Nonostante, ai dimentichi o ai non curanti delle preparazioni fatte nei dialoghi Del mondo al libro Dei moti locati, parvero quelle esperienze del pendolo, sulle quali sole si tratteneva, e per le quali sole si voleva conquistar l'assenso dei Lettori, principio non conveniente a una trattazione, che procedeva del resto con tutto il rigore della Geometria, ond'è che, al primo apparire in Leyda del volume famoso, si levò contro lui una voce universale, che diceva esser la nuova scienza un'illusione o in difetto, perchè posata sopra non vero o poco stabile fondamento.

Quella voce poi si diffuse dai varii Scrittori con tenor vario, secondo che movevano le opposizioni o dall'amore o dall'odio alla Scienza nuova. Il Cabeo, pronto sempre a dimostrar falsa una sentenza, purchè Galileo l'avesse pronunziata, non rimase, nemmeno in questa occasione, indietro nel suo poco lodevole ufficio, e formulato l'assunto che, in una medesima orizzontale, gl'impeti acquistati dal cadente, per l'obliqua o per il perpendicolo, sono uguali, « puto, soggiunge, ego hoc falsum, et ex principiis eiusdem Auctoris evidenter confutari » (Comment. in Meteor. Arist., T. I cit., pag. 92). Gli argomenti però son tali, da mostrar che il Censore non aveva le prime notizie elementari della Meccanica, consistendo nel dir che l'impeto, valevole a far risalir da B (nella fig. 155 poco addietro) il pendolo in I, dev'esser maggiore dell'altr'impeto, che basta a farlo risalire in D, perchè il viaggio BI è più erto del viaggio BD, e si fa con più celere moto.

Queste del Cabeo eran pure le ragioni del Cazr, secondo che riferisce,

per confutarle, il Gassendo. « Inquis, cum neque ex terminis notum sit, neque ulla sufficiente experientia confirmatum, imo cum rationes etiam non desint, quibus oppositum probabilius reddatur, nempe gradus velocitatis per longius planum acquisitos gradibus per brevius planum acquisitos esse minores; id a Galilaeo non peti, sed debuerat demonstrari, cum praesertim maxima pars subsequentium theorematum hoc unico postulato nitantur. Quid enim certi ex incertis concludi potest aut ex principio, ut ipsemet Galilaeus agnoscit, verisimili tantum ac probabili, demonstrari? » (De proportione qua gravia accelerantur, Epist. I cit., pag. 21). Il Mersenno era pure di questo sentimento, e diceva in Roma a Michelangiolo Ricci « che l'assunto primo fatto dal Galileo era bisognoso di prove, e perciò o probabile o improbabile, ed in conseguenza le proposizioni sei seguenti osserva esser tanto lontane dall'evidenza geometrica, quant'è impossibile aver certezza di una conclusione dedotta da verosimile assunto » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 116). Ripeteva così dicendo il Censore quel che gli aveva pochi anni prima scritto il Cartesio in una sua Epistola, nella quale, fra le parecchie altre cose notate contro a quello che novamente aveva letto nel Galileo, era anche questa: « Supponit etiam velocitatis gradus eiusdem corporis in diversis planis esse aequales, quando aequales sunt istorum planorum elevationes. Hoc vero ille non probat, neque exacte verum est. Et quia sequentia omnia ex duabus hisce hypothesibus dependent, dici potest illum in aere aedificasse » (Epist., P. II cit., pag. 243, 44).

Nel Mersenno e nel Cartesio, come nel Cabeo e nel Cazr, non erano scevri da passione così fatti giudizi, ma che fossero comuni, lo conferma l'esservi anche i più amorevoli a Galileo, benchè per diverso motivo, concorsi. Il Viviani così scriveva a proposito de' suoi studii giovanili: « Appena ebbi scorsi i primi Elementi, che, impaziente di vederne l'applicazione, passai alla scienza dei moti naturali, nuovamente promossa dal Galileo, e che allora appunto era uscita alla luce, ed arrivato a quel principio supposto che le velocità dei mobili naturalmente per piani di una medesima elevazione siano uguali fra loro, dubitai, non già della verità dell'assunto, ma della evidenza di poterlo suppor come noto » (Scienza universale delle proporzioni, Firenze 1674, pag. 99).

Nel medesimo tempo che il Viviani, attendeva allo studio delle Matematiche il giovane principe Leopoldo dei Medici, sotto la direzione di Famiano Michelini, il quale scriveva a Galileo che S. A. aveva difficoltà in ammettere per certo l'assunto, che si supponeva nel bellissimo libro Del moto, e lo pregava perciò a volergliene mandar la dimostrazione, perchè senz'essa pareva al suo regio alunno « di andare al buio, ancorchè quelle esperienze, che Ella pone nel libro, siano poco meno che dimostrazione » (MSS. Gal., P. VI, T. XIII, fol. 112).

Fu il supposto meccanico dimostrato da Galileo, come narreremo in quest'altra parte della nostra Storia, e n'ebbero il Viviani, il principe Leopoldo e tutti gli altri a rimaner sodisfatti, ma perchè intanto s'aspettava che

occorresse di fare una seconda edizione dei dialoghi Delle due nuove scienze, per inserirvi la dimostrazione tanto desiderata, il Torricelli, che nel 1644 dava alla luce il suo celebre libro *De motu gravium*, scriveva così nel proemio, dop' aver formulato quello stesso supposto galileiano. « Ex hac petitione dependet quasi universa illius doctrina de motu, tum accelerato, tum proiectorum. Si quis de principio dubitet, de iis, quae inde consequntur, certam omnino scientiam non habebit » (Opera geom., P. I cit., pag. 98). So bene, prosegue il Torricelli a dire, che Galileo ritrovò negli ultimi anni della sua vita di quel supposto la dimostrazion matematica, ma perchè rimane tuttavia inedita, vi suppliremo noi nel presente trattato « ut appareat quod Galilei suppositio demonstrari potest, et quidem immediate, ex illo theoremate, quod pro demonstrato ex mechanicis ipse desumit in se, in secunda parte sextae propositionis De motu accelerato. »

Il teorema, a cui qui si accenna, è il seguente: Siano AB, AD (fig. 158) due piani di lunghezza uguale, l' uno elevato secondo DF, l' altro secondo BE. « Supponit Galileus, dice il Torricelli, pro demonstrato, momentum in plano AB, ad momentum in plano AD, esse ut BE ad DF » (ibid.). Ora è cosa veramente singolare che il Torricelli non si avvedesse essere il teorema, in quella stessa VI proposizione da lui citata, non già supposto, ma benissimo dimostrato in questo modo: « Constat ex meis Elementis mechanicis momentum ponderis super plano secundum lineam ABC (nella medesima figura) elevato, ad momentum suum totale, esse ut BE ad BA, vel ad DA; eiusdemque ponderis momentum super elevatione AD, ad totale suum momentum, esse ut DF ad DA, vel BA. Ergo eiusdem ponderis momentum super plano secundum DA inclinato, ad momentum super inclinatione secundum ABC, est ut linea DF ad lineam BE » (Alb. XIII, 182).

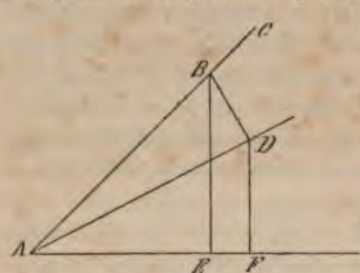


Figura 158.

La dimostrazione, come ognun vede, è legittima, perchè, chiamato M.° il momento, dalle due equazioni M.° AB : M.° BE = BE : AB; M.° AD : M.° DF = DF : AD, si conclude il teorema, come allo stesso modo lo concluse il Viviani nella seguente sua Nota: « Sint gravia A, D (fig. 159) aequalia et plana AC, DE aequalia. Jam momentum A per AC, ad momentum A per AB, est ut AB ad AC, vel ad DE: et momentum A, vel D, per DB, ad momentum D per DE, est ut DE ad DB. Ergo ex aequo momentum absolutum ponderis A per AC, ad momentum absolutum ponderis D per DE, est ut AB ad DB, vel ut altitudinem planorum » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, fol. 105).

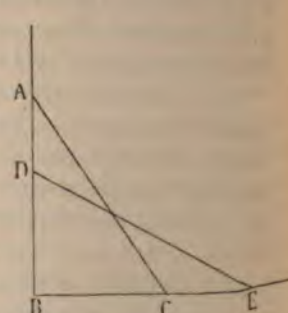


Figura 159.

Or essendo così, fa, ripetiamo, gran maraviglia che il Torricelli dicesse di non essersi mai incontrato in un simile teorema: *nos in huiusmodi theorema non incidimus*, e ch' egli credesse perciò di essere stato il primo a dimostrarlo, come fece nella sua III proposizione, in modo però men semplice di quello di Galileo, e meno diretto. Che i momenti insomma sui piani di lunghezza uguale, ma variamente inclinati, stiano come i seni degli angoli delle elevazioni, si suppone è vero da Galileo nel trattato Delle macchine, ma no nel secondo processo dimostrativo della proposizione VI Dei moti accelerati, dove anzi ne dà una bella dimostrazione, che passò, non si sa come, di vista al Torricelli, e che, per servirsene a risolvere il problema delle pressioni fatte dalla trave appoggiata al muro, fu raccolto nelle sue cose meccaniche dal Viviani.

Avvertito ciò, che fa accorti i saggi poter cecuzzire talvolta anche le linci, proseguiamo oltre a leggere nel libro *De motu gravium*, per trattener particolarmente la nostra attenzione intorno a ciò, che riguarda gli usi e le necessità dell' invocato supposto galileiano. Dop' avere, nella IV proposizione, dimostrato dalla precedente che i tempi, nelle varie inclinazioni ugualmente alte, son come gli spazi, sovvenne al Torricelli un' altra dimostrazione, alla quale premette queste parole: « Praecedens theorema poterat demonstrari sine ulla suppositione. Demonstrat enim Galileus, in propos. VI De motu accelerato, tempora lationum per chordas omnes in circulo aequalia esse. Idque tribus modis probat. In primo et tertio subest principium suum non satis evidens; in secundo vero nihil supponitur, praeter iam dictum theorema mechanicum. Quod si, ipso teste, demonstratum antea fuerat, ex ipso immediate, tamquam corollarium, necessaria illatio suae tertiae propositionis, imo et suae petitionis demonstrari poterat » (Op. geom. cit., pag. 107).

Accenna insomma il Torricelli a un partito che, se avesse saputo Galileo destramente afferrarlo, lo avrebbe condotto a dimostrare il suo terzo fondamental teorema, che cioè i tempi per l' inclinata e per la perpendicolare stanno come le lunghezze, senza alcuna supposizione. Consisterebbe quel partito nel movere dal teorema meccanico, e per esso dimostrare, come lo stesso Galileo fa nel secondo modo della sua VI proposizione, che le corde al diametro nel cerchio sono equidiuturne. Dimostrato ciò, la proposizione terza, per la quale bisognò invocare il supposto, nella teoria dei moti accelerati ne scendeva per legittimo corollario immediato.

A far che dunque tutto nel terzo dialogo Delle due nuove scienze procedesse per legittima dimostrazione, bastava, secondo il Torricelli, dare ai teoremi galileiani un ordine alquanto diverso, qual sarebbe il seguente. Ai due primi teoremi dimostrativi della legge dei moti accelerati, e ai loro corollari, specialmente al II del II teorema, che dice essere i tempi impiegati a percorrere due spazi qualunque proporzionali all' uno dei detti spazi, e alla media fra ambedue; dovrebbe seguitare il teorema meccanico, da cui si dimostrerebbe quella, che ricorre in ordine la VI nel trattato di Galileo. A questa succederebbe l' altra proposizione che, nello stesso trattato galileiano,

le viene anteposta, e che concerne i tempi proporzionali alle lunghezze delle scese oblique, sopra la qual proposizione erigendosi tutto il meccanico edifizio, verrebbe questo, senza che nessuno avesse ragione di dubitarne, a riposar sul più solido fondamento.

Il Torricelli mostra, nell' *aliter* alla proposizione sua IV, in che modo, così disponendosi le cose, si verrebbe a concluder la desiderata verità fondamentale alla nuova Scienza galileiana, tutto dimostrando, senza nulla supporre, ma si può l' esempio di lui rendere anche più spedito nella forma che segue: Sia ADB (fig. 160) il piano inclinato, e sia la lunghezza perpendicolare AC media proporzionale fra AB e AD. Avremo, per il II sopra citato corollario alla proposizione II Dei moti accelerati (Alb. XIII, 173), T.° AB : T.° AD = AB : AC. Congiunti i punti D, C ne resulta il triangolo rettangolo ADC, in cui, circoscrittogli il mezzo cerchio, il lato AD si dimostra dal teorema meccanico essere ad AC equidiuturno. Ond' è che a T.° AD sostituito il suo uguale T.° AC nella sopra scritta ragione, si verrà senz' altro ad avere T.° AB : T.° AC = AB : AC, ossia che i tempi nella perpendicolare e nell' obliqua stanno come le loro rispettive lunghezze.

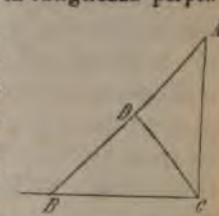


Figura 160.

Ripensando a queste cose, direbbesi da tutti insieme col Torricelli essere stata una mala ventura di Galileo quella di non aver conosciuto, e di non aver messo in esecuzione un così bello espediente. Che se parve accostarvisi, quando dettava al Viviani il teorema inserito postumo nel III dialogo Del moto, troppo tardi direbbero venne l' inspirazione al buon vecchio.

In così fatti sentimenti eravamo anche noi, quando, svolgendo il secondo Tomo della Parte quinta dei Manoscitti galileiani, ci abbattemmo a leggere una proposizione, che ritraeva in sè l' ordine propriamente divisato dal Torricelli: si dimostrava cioè in essa che i tempi son proporzionali alle lunghezze dei piani ugualmente elevati dop' aver dal teorema meccanico concluso l' isocronismo per le corde dei cerchi. Fummo a un tratto soprappresi da tanta maraviglia, che non sapendo allora come attutirla, s' andò a pensare fra noi che fossero quelle cose dettate da Galileo a qualcuno de' suoi più familiari, come l' ultimo progressivo svolgimento de' suoi pensieri. Ma ci dovemmo poi persuadere che quello scritto era autografo, da mostrar che non impigrita punto dalla vecchiezza fosse la mano, la quale, guidata ancora dalla libera vista, faceva correre la penna sicura.

Seguitando avanti e indietro a squadernare il volume, tutti sopra pensiero di queste cose, ebbe quella prima nostra maraviglia a crescere anche di più all' incontrarci in un' altra proposizione autografa, nella quale, col medesimo processo ma in modo alquanto diverso, dimostravasi, dal Teorema meccanico, e dalla proprietà delle corde isocrone, che le tardità di due gravi scendenti per due varie obliquità di piani ugualmente elevati erano proporzionali alle lunghezze delle discese. In quel contrapporre le tardità alle celerità, causate dai momenti, ci parve riconoscere l' esercizio delle ali giova-

nette, prima di spiegare i liberi voli, e il frammento, pubblicato nel Tomo XI a pag. 56-62 dall'Albèri, ci confermava nell'opinione, che i ritrovati processi dimostrativi, creduti degli ultimi, erano invece dei primi tempi.

Allora, a uno de' quesiti, che ci avevano tante volte tenuto in angustia, cominciò ad apparire la speranza di una risposta. Avendo letto quel che scriveva Galileo, nel 1602, a Guidubaldo del Monte, delle leggi dei moti dei gravi scendenti per la quarta di un cerchio, e ripensando che quella era una delle ultime proposizioni, che suppone le parecchie altre dimostrate nel libro Dei moti locali; si domandava a noi stessi: forse che la serie dei teoremi, i quali nel III dialogo Delle due nuove scienze si recitano dal Salviati, fu dall'Accademico ordinata infino dal 1602? Ma come è possibile ciò, se non era ancora dimostrata la legge dei moti accelerati, la quale non occorse prima del 1604, come si sa per certissimi documenti? Eppure è un fatto che aveva due anni prima Galileo dimostrato esser nelle scese dei gravi per i cerchi l'arco brachistocrono della corda sottesa; proposizione che doveva necessariamente conseguire da altre proposizioni, fra le quali, non potendo essere le due prime del secondo libro inserito nel Dialogolo terzo, sembrava che la conclusion meccanica scritta a Guidubaldo non potess'esser condotta al modo, che si legge nel Dialogo ora detto, dove supponesi dimostrata la proporzion dei tempi impiegati a percorrere acceleratamente in una medesima direzione due spazi. Ma perchè da questo in fuori non ha quella XXXVI proposizione stampata nient'altro di dinamico, si pensava che, dimostrato in altro modo e da tutt'altri principii concluso il corollario secondo della II proposizione Dei moti accelerati, poteva la detta proposizione XXXVI, anche dalla statica sola, senza difficoltà, derivarsi. Ritrovato perciò che s'ebbe, fra quelle confuse carte galileiane, il Teorema, dove dall'isocronismo di due corde, variamente inclinate al diametro perpendicolare di un cerchio, si concludeva essere i tempi della discesa per le due varie altezze, come una di esse altezze alla media fra tutt'e due; non ci parve mancar altro per dire di aver ritrovata la serie e il processo dimostrativo di quei teoremi, che, pieno di compiacente maraviglia per la inaspettata verità dimostrata, Galileo, per lettera del dì 29 del Novembre 1602, annunziava a Guidubaldo del Monte.

Preso animo di qui a proseguire le nostre investigazioni, per rispondere ai varii quesiti, che gli uni dagli altri ci rampollavano nella mente fecondi, si volle sapere qual relazione avesse con le annunziate a Guidubaldo quella proposizione, nella quale dicemmo d'esserci prima abbattuti, e che per dimostrar come i tempi, nella perpendicolare e nell'obliqua alte ugualmente son proporzionali alle lunghezze, procedeva propriamente a quel modo, che suggerivasi dal Torricelli, per evitar qualunque supposto. Si pensò da principio che fosse una tal proposizione dimostrata, per sostituirsi a quella delle *tardità*, fra i teoremi nel Settembre del 1602 già prima ordinati, ma poi ci accorgemmo che quella stessa proposizione faceva parte di altre ritrovate da noi manoscritte, le quali accennavano a un trattato assai più compiuto, e mostravano un andamento diverso dal primo: ci accorgemmo

insomma che Galileo riformava, e riordinava il primo libro dopo le scoperte leggi dei moti accelerati.

La curiosità però, sodisfatta così da una parte, accresceva piuttosto che diminuire quella prima presa maraviglia dall' altra, perchè, certificati oramai due essere stati i varii modi di procedere senza nulla supporre, non si sapeva intendere come, nel render solennemente pubblico il suo trattato Dei movimenti locali, Galileo ripudiasse que' due primi rigorosi processi per eleggerne un terzo, che moveva da una supposizione, e che doveva metter perciò negli animi tanto scandolo, e nelle menti tanto scompiglio.

Desiderosi dunque d' intendere la ragione di così strano ripudio, si tornava, con più diligenza che mai, a quel manoscritto meccanico laberinto, tenendo in mano, per filo da non ismarrirci, la proposizione fondamentale dei tempi lungo i piani ugualmente elevati, dalla qual proposizione dipendono tutte le altre appartenenti a quel secondo libro, che dopo la teoria dei moti accelerati era, come dicemmo, la riforma e il riordinamento del primo annunziato già nella sopra citata lettera a Guidubaldo. Da un teorema, tornando per quelle zibaldate carte innanzi e indietro, correndo e ricorrendo faticosamente per le difformi facce di que' fogli, a cercar l' altro, che ne sarebbe dovuto seguitare, secondo l' intrapreso ordine dimostrativo, si trovavano i principii statici conserti coi dinamici a dar giusta misura, e quasi bellezza di moto all' andamento delle proposizioni. A un tratto ci troviamo dalla statica abbandonati, e ci accorgiamo che l' Autore la scansa, come persona a cui si creda esser sotto la veste ascosta un' arme insidiosa. Ma perchè non ce ne rimanga alcun dubbio, ce l' ha Galileo stesso di mano propria lasciato scritto. Dimostrato un teorema *ex mechanicis*, secondo il solito modo, lo assale un dubbio molesto se quel ch' è proprio dei moti equabili possa convenire agli accelerati, e senz' altro risolve e imperiosamente dice a sè stesso: *Demonstra aliter sic*, e da lì innanzi rimane a condur le proposizioni la Dinamica sola.

Sodisfatti, per avere scoperto il motivo di ciò che ci aveva prima destato così gran maraviglia, teniam dietro all' Autore nella presa risoluzione, e riconosciamo in quei manoscritti il teorema fondamentale concluso dal nuovo supposto; teorema che doveva indegnamente supplantare i bei teoremi, derivati dalla teoria meccanica dei momenti. Di qui dunque comincia una nuova riforma, e si dà ordine a un trattato nuovo, che è il terzo manoscritto, e che solo rimane a Galileo per preparazione immediata a quello, che vedrà finalmente in Leyda la pubblica luce. La stampa risponde talvolta con leggere varietà al manoscritto, ma più spesso se ne dilunga con varietà notabilissima, e utile di essere collazionata, perchè sovente, con l' intenzione di spiegar meglio il concetto, s' avvolge ne' ricorsi, e si smembra negl' incisi. Cosicchè lo stampato, che è il quarto, non ci dispensa che solo in parte dal far conoscere ai nostri lettori anche quel terzo libro, o terzo modo di trattare dei movimenti locali, rimasto fin qui, insieme con gli altri due, non visto fra gli studiati manoscritti di Galileo.

Dir que' libri non visti, o meglio non visti i materiali e i disegni lasciatici per costruirli, non parrà forse credibile a chi sa essere stati mandati, pochi anni addietro, per tutto il mondo trombetti a convocare manoscritti galileiani, e non potrà persuadersi costui che siasi atteso con tanta industria a raccoglier *Lettere* di fuori, non curando in casa i teoremi, e a mettere in pubblica mostra gli *Scampoli*, lasciando chiuse le stoffe negli armadi. Eppur, ne' primi volumi dell' *Edizion nazionale*, ne' quali le opere di Galileo ricorrono in ordine cronologico, avrebbero dovuto trovar luogo il primo Libro, anteriore al 1602, e il secondo riformato tra il 1604 e il 1609, nè ritrovandoveli, e ripensando che dovevano aver gl' Italiani eletto all' opera alcuni de' più valorosi in questa specialità di studii, s' incominciava a dubitare di esserci noi stessi ingannati, quando, meglio esaminando i fastosi volumi nazionali, ci parve che non fosse l' edizione diretta da quella propria e particolare scienza richiesta al bisogno, e che fossero principalmente rivolte le cure degli egregi editori a mettere i punti e le virgole al loro posto, a restituir le dieresi e altri segni esquisiti, come farebbe un accademico della Crusca, a cui fosse dato a curare qualche prezioso testo di lingua.

Ritrovatici dunque a correr soli questo mar periglioso, raddoppiammo le nostre industrie in cercar d' ogni parte argomenti, e in accomodarli al nostro bisogno, perchè valessero tutti insieme a ridurci la fragile barca in porto. Daremo il nome di formali ad alcuni di quegli argomenti, e di materiali agli altri, intendendo per i primi quelli, che consistono nel concetto, a cui s' informano le varie proposizioni. Dal progressivo concettuale svolgimento si desume con certezza logica il relativo ordine cronologico e numerico della serie de' teoremi, ma gli altri argomenti, che si dissero materiali, mentre da una parte servono di riscontro per l' ordine relativo, sovvengono dall' altra necessari a determinare il tempo assoluto, rivelatoci massimamente dalla data certissima dei commerci epistolari.

A far materiale riscontro alla cronologia presunta dalla logica, ci han servito non poco le forme calligrafiche, e le stesse varie tinte dell' inchiostro. È a tutti noto come la mano che scrive risenta varietà dagli anni, a quel modo che la risentono i moti di tutte le altre membra, e come può ciascuno fare esperienza in sè stesso, confrontando con quelle scritte a trent' anni le carte scritte a cinquanta. Sarebbe la differenza senza dubbio assai più notabile, se si facesse il confronto fra la calligrafia della prima gioventù, con quella dell' ultima vecchiezza, ma ci siam tenuti ai vent' anni, che son lo spazio intercesso fra queste scritture, lasciate nel 1610, e non riprese di proposito fino al 1630, come si parrà a suo luogo da certissimi documenti. I teoremi dimostrati tra il 1602 e il 1610 sono scritti con inchiostro più chiaro, e con agili forme rotonde. Nel 1630, la vista affievolita così, che sarebbesi tra pochi anni affatto spenta, aveva bisogno di segni meglio scolpiti: l' inchiostro perciò è nero, le linee grosse, le forme quadrate. A noi quasi pareva di veder viva la mano, che in tante carte del detto

Tomo II torna, dopo vent' anni, a scrivere sotto un teorema l' enunciazione, in quella forma propria che l' originale serberà per la prossima stampa.

D' altre particolarità non terremo in discorso i Lettori, i quali le intenderanno assai meglio, vedendole in atto nella pubblicazione, e nella storia di quei primi teoremi, intorno ai quali, per istituire una delle sue nuove scienze, esercitò Galileo le sue matematiche speculazioni.

II.

Nella Lettera, scritta da Padova il dì 29 di Novembre del 1602, e che s' è più volte commemorata, dava Galileo a Guidubaldo del Monte notizia di alcune esperienze di moti, che avendo apparenza di straordinari, e giudicandosi perciò dalla volgare opinione incredibili, diceva essergli stati confermati dalla Geometria, la quale eragli nello stesso tempo venuta a rivelare quest' altre, non meno inopinabili conclusioni. « Sia dal cerchio BDA (fig. 161) il diametro BA eretto all' orizzonte, e dal punto A fino alla circonferenza tirate linee *utcumque* AF, AE, AD, AC. Dimostro, dice Galileo, mobili uguali cadere in tempi uguali, e per la perpendicolare BA, e per gli piani inclinati, secondo le linee CA, DA, EA, FA, sicchè, partendosi nell'istesso momento dalli punti B, C, D, E, F arriveranno nell' istesso momento al termine A, e sia la linea FA piccola quanto esser si voglia. E forse anco più inopinabile parerà questo pur da me dimostrato, che, essendo la linea SA non maggiore della corda di una quarta, e le linee SI, IA *utcumque*, più presto fa il modesimo mobile il viaggio SIA, partendosi da S, che il viaggio solo IA, partendosi da I » (Alb. VI, 23).

Figura 161.

Le annunziate proposizioni dipendevano da principii già noti, e da verità legittimamente di lì concluse con sottili matematici ragionamenti, che s' andarono, come rigagnoli in un fiume, a disperdere fra i teoremi inseriti nel III dialogo Delle due nuove scienze. E perchè la scienza universale della Natura è irrigata da quest' acque vive, non può chi cammina lungo le sponde ad ammirare, e a cogliere i frutti dell' ubertosa campagna, non tener desideroso dietro i passi di colui, che viene ora a mostrar d' onde salga la benefica fonte, e a segnar quali sieno del primo formatosi ruscelletto i lontani smarriti sentieri.

Propositio I. — « Momenta gravitatis eiusdem mobilis supra plano in-

clinato, et in perpendiculo, permutatim respondent longitudini et elevationi eiusdem plani. »

« Sit ad horizontem AB (fig. 162) planum inclinatum CA, in quo sumatur quodcumquo punctum C, et, dimissa perpendiculari ad horizontem CB, sit plani CA altitudo seu elevatio. Dico momentum gravitatis mobilis D, super plano CA, ad totale suum momentum in perpendiculo CB, esse ut altitudo CB ad eiusdem plani longitudinem CA » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 179). Per la dimostrazione di ciò rimanda Galileo al suo trattato Della scienza meccanica, che doveva dunque nel 1602 esser noto, benchè andasse attorno anonimo e manoscritto. « Id autem ex Mechanicis probatum est » (ibid.).

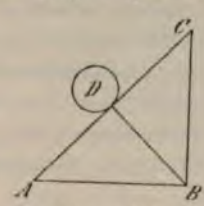


Figura 162.

Propositio II. — « Momenta gravitatis eiusdem mobilis, super diversas planorum inclinationes, habent inter se permutatim eamdem rationem, quam eorumdem planorum longitudines, dum eidem elevationi respondeant. »

Figura 163.

« Sint diversae planorum inclinationes AB, AC (fig. 163) quae eidem elevationi AD respondeant. Dico momentum gravitatis eiusdem mobilis super AB, ad momentum gravitatis super AC, eamdem habere rationem quam longitudo AC habet ad longitudinem AB. Ex antecedenti enim momenta gravitatis super AB, ad totale momentum in perpendiculo AD, est ut AD ad AB. Totale vero momentum per AD, ad momentum per AC, est ut CA ad AD. Ergo, ex aequali, in analogia perturbata, momentum per AB, ad momentum per AC, erit ut longitudo AC ad longitudinem AB. Quod erat demonstrandum » (ibid.).

Propositio III. — « Sit ad horizontalem AH (fig. 164) perpendicularis BC, et inclinata BD, in qua sumatur BE, et ex E, ad BD, perpendicularis agatur EF, ipsi BC occurrens in F. Demonstrandum sit tempus per BE aequari tempori per BF. »

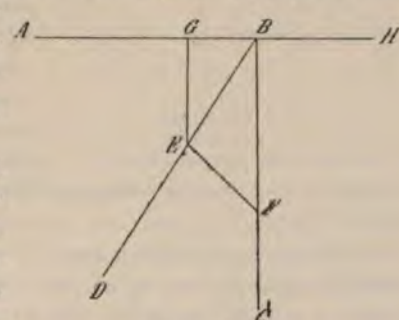


Figura 164.

« Ducatur ex E perpendicularis ad AB, quae sit EG, et quia impetus per BE, ad impetum per EG, est ut EG ad BE, ut supra demonstratur, ut autem EG ad BE, ita BE ad BF, ob similitudinem triangulorum GEB, BEF; ergo, ut BF spacium, ad spacium BE, ita impetus per BF ad impetum per BE. Ergo eodem tempore fiet motus per BF et per BE » (ibid., fol. 147 ad terg.).

La dimostrazione, che Galileo sarà per mettere in miglior forma in quest' altro Libro, dandocela più distesa, va qui succinta, come quella che doveva solo servire per memoria all' Autore, e che poteva anche così bastare agli esperti di queste materie, i quali non occorreva fare avvertiti che l' impeto per EG è uguale all' impeto per BF, essendo ambedue quelle linee dirette nel perpendicolo. Nè si richiama, per questi stessi motivi, il teorema che nel libro Dei moti equabili si suppone essere stato già dimostrato, e da cui dipende quella final conclusione, che cioè, essendo per BE e per BF gl' impeti o le velocità proporzionali agli spazi, i tempi necessariamente debbono essere uguali.

Era l' attenzione di Galileo dalla dimostrata similitudine dei triangoli GBE, EBF richiamata piuttosto ad avvertire un fatto, che non poteva esser senza ragioni, e ci lasciava di una tale singolar avvertenza il documento scritto in questa Nota. « Advertas cur cadentia ex B (nella preallegata figura) sint semper una in locis sibi respondentibus, ut EF, ita ut angulus BEF sit aequalis angulo FBH » (ibid., fol. 57 ad terg.). Il costrutto, lasciato nel manoscritto a questo punto interrotto, si compieva facilmente coll' osservare che, come l' angolo BEF è uguale all' angolo FBH, così l' angolo EFB è uguale all' angolo GBE, intanto che se, data la lunghezza BE si voglia sapere come dirigere la EF, che, incontrando la verticale BC prefinisca in essa lo spazio BF sincrono alla data BE, si dee per quella direzione prender l' angolo BEF uguale a FBH, che è l' angolo fatto dalla linea BC con la orizzontale. Se sia data invece BF e si voglia da F dirigere sopra EB una linea, che tagli nella BD una porzione EB sincrona alla BF, l' angolo BFE della direzione dev' essere uguale a GBE, ch' è pur l' angolo fatto dalla stessa EB con la orizzontale. Son dunque date le direzioni, in ambedue i casi, dagli angoli permutatamente fatti dalle linee EB, BF colla orizzontale: nuova avvertita conclusione elegante, che si verifica anche quando BC, a similitudine di BD, sia obliqua, come Galileo passa così a dimostrare.

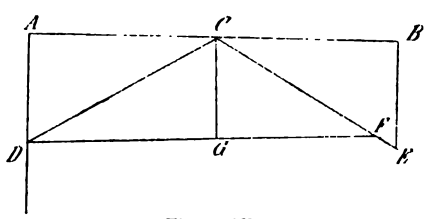


Figura 165.

Propositio IV. — Infra horizontem AB (fig. 165), ex eodem puncto C, sint duae rectae aequales utcumque inclinatae CD, CE, et ex terminis D, E, ad horizontem perpendiculares, agantur DA, EB, et lineae CD a puncto D costituatur angulus CDF angulo BCE aequalis. Dico ut DA ad BE ita esse DC ad CF. »

« Ducatur perpendicularis CG: et quia CDF aequatur angulo BCE, et rectus G recto B, erit ut DC ad CG, ita CE ad EB. Est autem CD ipsi CE aequalis; ergo CG aequatur BE. Et cum angulus CDF angulo BCE sit aequalis, et angulus FCD communis, reliquus ad duos rectos DFC reliquo DCA aequabitur, et anguli ad A, et G sunt recti. Ergo triangulus ADC triangulo CGF est similis, quare, ut AD ad DC, ita GC ad CF, et permutando, ut AD

ad CG, hoc est ad BE, ita DC ad CF, quod erat probandum » (idid., fol. 148 ad terg.).

Il semplice Lemma geometrico s'applica alla Meccanica con questo, che immediatamente da Galileo si soggiunge, quasi in forma di corollario. « Cum autem impetus per CD, ad impetum per CF, sit ut perpendiculus AD ad perpendiculum BE; constat motus per CD et CF eodem tempore absolvi. Itaque distantiae, quae in diversis inclinationibus eodem tempore conficiuntur, determinantur per lineam, quae, ut facit DF, lineis inclinatis occurrit secundum angulos aequales illis, quos inclinatae ad horizontem constituunt, permutatim sumptos » (ibid.).

Nemmen qui Galileo, a cui dovevano rimanere queste scritture per suo uso privato, è sollecito di sminuzzar così il pane della Scienza, come quando sarà per metterlo innanzi ai Simplicii sopra il pubblico desco, certissimo che i Sagredi, ai quali soli intendeva allora di rivolgere il discorso, avrebbero da sè medesimi, per la prima Proposizione facilmente compreso ch'essendo M.° CD : M.° AD = AD : DC, e M.° CE : M.° BE = BE : CE, da queste due equazioni, nelle quali M.° AD = M.° BE, DC = CE, e M.° CE = M.° CF si concludeva legittimamente essere i momenti stessi o gl'impeti per CD o per CF proporzionali alle due perpendicolari AD, BE, come ivi, senza trattenersi a dimostrarlo, si ammette. Questa concisione, che sarebbe ai buoni intenditori tanto meglio piaciuta delle molte parole, è serbata pure nella seguente bellissima proposizione, feconda di altre nuove bellissime conseguenze.

Propositio V. — « Sit GD (fig. 166) erecta ad horizontem, DF vero inclinata; dico eodem tempore fieri motum ex G in D, et ex F in D. »

« Momentum enim super FD est idem ac super tangentem in E, quae ipsi FD sit parallela. Ergo momentum super FD, ad totale momentum, erit ut CA ad AB, idest AE. Verum ut CA ad AE, ita ID ad DA, et dupla FD ad duplum DG; ergo momentum super FD, ad totale momentum super GD, est ut FD ad GD. Ergo eodem tempore fiet motus per FD, et GD » (ibid., fol. 152).

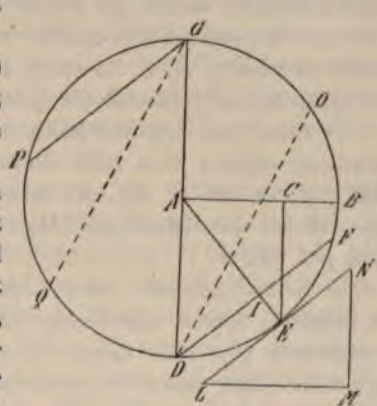


Figura 166.

I nostri Lettori riconoscono facilmente in questa una di quelle costruzioni, con le quali i Matematici, da Leonardo da Vinci al Torricelli, s'argomentarono di concludere dalla Libbra le leggi statiche dei momenti sopra i piani inclinati. Costituito infatti il piano dalla tangente LN, elevata di NM sopra la orizzontale LM, i triangoli simili LMN, AEC conducono per la via piana a quel punto, a cui di slancio saltò Galileo, il quale pure ivi sottindende un corollario, d'altra parte di facilissima derivazione, dop'avere osservato che le dimostrate proprietà della corda DF convengono altresì a DO,

e a un' altra corda qualunque. Ora se GP, GQ sono uguali, e similmente inclinate alle DF, DO, i moti per queste è evidente dover essere i medesimi dei moti per quelle, cosicchè insomma si riduce l'accennato Corollario a dire che in qualunque corda si conduca dall' estremità D o dalla sommità C del diametro a un punto della circonferenza, si spedisce il moto nel medesimo tempo come se cadesse il mobile per tutta la lunghezza verticale del diametro stesso. Le quali cose così ben predisposte conducono Galileo a dimostrar la seguente proposizione fondamentale.

Propositio VI. — « Sit planum horizontis secundum lineam ABC (fig. 167) ad quam sint duo plana inclinata secundum lineas DB, DA. Dico idem mobile tardius moveri per DA, quam per DB, secundum rationem longitudinis DA ad longitudinem DB. »

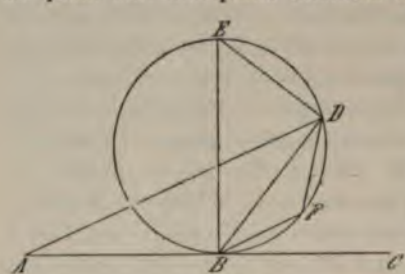


Figura 167.

« Erigatur enim ex B perpendicularis ad horizontem, quae sit BE: ex D vero, ipsi BD perpendicularis, DE occurcens BE in E, et circa BDE triangulum circulus describatur, qui tanget AC in puncto B, ex quo, ipsi AD parallela, ducatur BF, et connectatur FD. Patet tarditatem per FB esse consimilem tarditati per DA. Quia vero tempore eodem movetur mobile per DB et FB, patet velocitates per BD, ad velocitates per BF, esse ut DB ad FB, ita ut semper iisdem temporibus duo mobilia, ex punctis D, F venientia, linearum DB, FB partes, integris lineis DB, FB proportione respondentes, peregerint. »

« Cum vero angulus BFD, in portione, angulo DBA ad tangentem sit aequalis, angulus vero DBF alterno BDA; aequiangula erunt triangula BFD, ABD, et, ut BD ad BF, ita AD ad DB. Ergo ut AD ad DB, ita velocitas per DB ad velocitatem per DA, et ex opposito tarditas per DA, ad tarditatem per BD. »

« Si hoc ponatur, reliqua demonstrari possunt. Ponatur igitur augeri et imminui motus velocitatem secundum proportionem, qua augentur et minuuntur gravitatis momenta, et cum constet eiusdem mobilis momenta gravitatis super plano DB, ad momenta super plano DA, esse ut longitudo DA ad longitudinem DB; idcirco velocitatem per DB, ad velocitatem per DA, esse ut AD ad DB » (ibid., fol. 34).

Il linguaggio stesso accenna, come si disse, essere stata delle prime a dimostrarsi questa proposizione, nella quale *tardità*, o *diuturnità*, come ad altri piacque dir meglio, si chiama quello, che poi Galileo, nel perfezionato esercizio della sua scienza, chiamerà sempre col nome di *tempo*. A questo ultimamente trascritto. come a teorema antecedentemente dimostrato, accenna il discorso pubblicatosi dall' Albèri (Tomo XI, pag. 61, 62), da cui si conferma che, posto essere i tempi come le lunghezze delle oblique ugualmente elevate, *reliqua demonstrari possunt.*

La prima cosa, che occorreva a dimostrare, per servirsene nel progresso delle altre dimostrazioni, era che i tempi, per due spazi ugualmente diretti, son proporzionali a uno dei detti spazi e alla media fra ambedue. Ciò potevasi immediatamente dedurre dalla legge dei moti accelerati, ma non essendo questa ancora a Galileo nota, fu costretto a far del facile corollario un elaborato teorema, a cui convenne di più chiamare in aiuto un lemma geometrico, che ritrovasi manoscritto a tergo del folio 172 nel citato codice, e che corrisponde al primo lemma premesso alla XXXVI proposizione stampata (Alb. XIII, 214). Noi potremmo rimandar là i Lettori, se in due parole non si riducesse qui alla loro memoria. Per ritrovare infatti le relazioni, che passano fra le tre linee AS, AB, AC nella figura 168, basta congiungere insieme i due punti B, C, d'onde nascono i due triangoli SBC, BCA che, riconosciuti simili, danno AB : AC = AC : AS, in che consiste il Lemma geometrico, che s'invoca per condur la seguente proposizione.

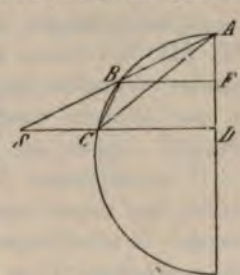


Figura 168.

PROPOSITIO VII. — « Posteaquam (in antecedenti propos. V et eius corollario) ostensum fuerit tempora per AB, AC esse aequalia, demonstrabitur tempus per AD, ad tempus per AE, esse ut DA ad mediam inter DA, AE. »

« Nam tempus per DA, ad tempus per AC, est ut DA ad AC lineam: Tempus autem per AC, idest per AB ad tempus AE, est ut lina AB ad AE, hoc est AS ad AD. Ergo ex aequali, in analogia perturbata, tempus per AD, ad tempus AE, est ut linea AS ad lineam AC. Cumque AC, ex demonstratis, sit media inter SA, AB, et ut SA ad AB, ita DA ad AE; ergo tempus per AD, ad tempus per AE, est ut DA ad mediam inter DA, AE, quod erat probandum » (ibid., fol. 147).

Si sottintende da Galileo, anche dopo questa, un facile corollario, in cui si dimostra che, non solo nelle direzioni verticali, ma e nelle oblique corre la medesima proporzione dei tempi. Avendosi infatti le oblique AC, AD (fig. 169) se AR è media fra AB, AG, condotte dai punti G, R le due orizzontali GE, RN, è facile vedere che, in virtù dei triangoli simili, venutisi a descrivere dalle dette orizzontali parallele, AT e AN son medie proporzionali fra AC, AF, e AD, AE. Ed essendo pure, in virtù dei triangoli simili, fra AR e AG, AB, nella verticale, come fra AT e AC, AF, nell'obliqua, la medesima proporzion degli spazi; è chiaro che la medesima proporzione si serberà pure dei tempi. In ogni modo si suppongon da Galileo facilmente note queste meccaniche proprietà, nella proposizione, che così passa a dimostrare.

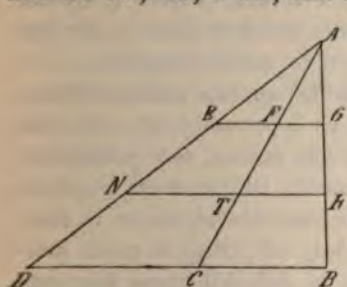


Figura 169.

PROPOSITIO VIII. — « Sint ad horizontem DB (in eadem figura 169) quotcumque lineae ab eadem altitudine A demissae AB,

AC, AD, et sumpto quolibet puncto G, per ipsum horizonti parallela sit GFE, sitque media inter GA, AB ipsa AR, et per R altera parallela RTN. Constat lineas AT, AN esse medias inter CA, AF, et DA, AE. Dico quod si absumatur AB esse tempus, quo mobile cadit ex A in B, tempus RB esse illud, quo conficitur GB; TC vero esse tempus ipsius CF, et ND ipsius ED. »

« Id autem constat, nam, cum AR sit media inter BA, AG, sitque BA tempus casus totius AB; tempus AR erit tempus casus per AG. Ergo reliquum temporis RB erit tempus casus per GB, post AG, et idem dicetur de aliis temporibus TC, ND, et lineae FC, ED. »

« Patet insuper tempora casuum per GB, FC, ED esse ut lineas GB, FC, ED. Non tamen a magnitudinibus linearum GB, FC, ED esse determinandas eorumdem temporum quantitates si temporis mensura ponatur AB, in quo tempore conficiatur linea AB, sed desumendas esse a lineis RB, TC, ND » (ibid., fol. 178).

L'avvertimento è importante, e sembra che Galileo l'abbia fatto a sè stesso, dop'averne sperimentata la fallacia, nella quale essendo egli prima incorso, si trovò impedita la via di giungere alla sua final conclusione. Questa conclusione si sa dalla Lettera a Guidubaldo esser quella che, per le corde spezzate, il tempo speso da un mobile per giungere da un punto della circonferenza all'infimo contatto di lei col piano orizzontale, sopra cui supponesi eretta, è più breve che per la corda intera. Per giunger felicemente a concluder ciò le otto sopra dimostrate proposizioni servivano quasi tutte di principii necessari e di mezzi: una però mancavane ancora, per la quale si dimostrasse che, partendosi un mobile per esempio in D (fig. 170) dalla quiete, giunto in B, deve avere acquistata la velocità medesima, come se fosse venuto per l'obliqua AE, o per qualunque altra che, movendo pure da A, risalisse a toccare un punto della orizzontale DE prolungata. La dimostrazione sarebbe per dare in seguito a Galileo gran faccenda, ma egli intanto se n'espediva, supponendola inclusa, e facilmente derivabile per corollario da quest'altro teorema, che si propone così e si dimostra.

Figura 170.

Propositio IX. — « Tempora casuum in planis, quorum eadem sit altitudo, eamdem inter se servant rationem, sive illis idem impetus praecedat, sive ex quiete incipiant. »

« Sint plana AB, AC (in supra signata figura) quorum eadem altitudo. Extenso autem BA utcumque in D, fiat casus ex D per ambo AC, AB. Dico tempus per AC, ad tempus per AB, esse in eadem ratione, ac si principium casus foret in A. Sit enim ipsarum BD, DA media DF, et ducta parallela ex F erit GE media inter CE, AE. Facto igitur principio lationis ex D, tempora casuum per AC, AB erunt inter se ut AG, AF. Quod si casus incipiat ex A, erunt tempora per AC, AB inter se ut AC, AB lineae. Ergo patet propositum » (ibid., fol. 38).

Così tutto, con matematica legge preordinato a dimostrare l'ultima proposizione annunziata nella lettera a Guidubaldo, nient'altro rimaneva a fare a Galileo, che premetter due lemmi geometrici, che sono il II e il III premessi alla XXXIX proposizione stampata, e che si leggono manoscritti l'uno al foglio 163, e l'altro al foglio 172 del citato volume. È il primo dei detti lemmi stampati quello già premesso alla VII proposizione, da noi pubblicatasi nelle pagine poco addietro, cosicchè, tutte insomma ricomposte le membra, danno quasi abito di persona e atteggiamento di vita alla verità così ultimamente annunziata.

PROPOSITIO X. — « Sit circuli circumferentia AIS (fig. 171), et diameter AB ad horizontem erectum, et ducatur SA, non maior subtendente quadrante, et a terminis S, A aliae duae ad quodcumque punctum I: dico mobile ex termino S ferri per duas SI, IA lineas tempore breviori, quam per SA, ex eodem termino S, vel per solam AI, ex termino I. »

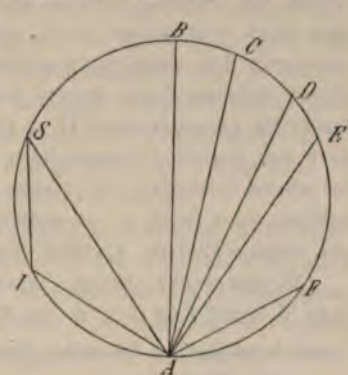


Figura 171.

« Ducta sit per S ipsi AB perpendicularis .... » (ibid., fol. 163) e seguita come nello stampato (Alb. XIII, 216, 17) con qualche leggerissima differenza nelle parole. Ed ecco per quali vie, rimaste in mezzo a tanto fervore di studii galileiani, nella storia della Scienza fin qui non segnate, si condusse Galileo, *senza trasgredire i termini meccanici*, a dimostrare le sue inopinabili conclusioni. Erano que' termini meccanici ridotti alla Statica, e l'Autore, nelle dieci proposizioni che compongono quel suo primo trattato *De motu*, non si serve nè poteva servirsi d'altro argomento. Ma, istituitasi nel 1604 la Dinamica nuova, s'aprirono alla Scienza altre più late vie, e si potè giungere per più diretti e piani sentieri al medesimo intento desiderato, ch'era quello di dimostrare il brachistocronismo dei gravi scendenti per le molteplici corde inflesse e sottese a una quarta di cerchio. Essendo questo dunque il termine fisso, rimaneva nel teorema meccanico tuttavia fermo il principio, cosicchè venivasi la trasformazione a subire dal solo mezzo, e da ciò dipendon principalmente le note distintive di quel secondo Libro che, raccolto dai Manoscritti galileiani e ordinato, si porge ora alla notizia e all'esame dei nostri meditativi Lettori.

III.

Chi, dalle nuove aure menato, s' asside nella mirabile navicella a correre questo lucido mare aperto da Galileo, s' accorge che una vela, benchè rimanga alquanto più sotto alla maestra, è nondimeno la più frequente nell' opera, e in render agile il corso forse la più efficace di tutte le altre. È facile agli studiosi della Scienza meccanica, vogliam dire passando al senso proprio dal figurato, accorgersi che, nella massima parte dei teoremi galileiani, chi conduce innanzi le dimostrazioni, e più efficacemente le volge alla loro final conclusione, è la legge dei tempi, che si passano dal mobile in percorrer due spazi ugualmente diretti. Abbiamo veduto per quali vie lunghe e tortuose fosse dovuto passar Galileo, prima di giungere, nella sopra trascritta proposizione VII, a quella conclusione, che ora invece vedeva scendere per corollario immediato dal principio dinamico, sentenziosamente da lui stesso formulato in queste parole: « Momenta velocitatum cadentis ex sublimi sunt inter se ut radices distantiarum peractarum, nempe in subdupla ratione illarum » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 164 a tergo).

Di qui è che, avendo le velocità la medesima proporzione dei tempi, se cada il mobile da A in B (fig. 172) o da A in C, per due spazi diversi, ma secondo la medesima linea AL diretti, avremo $T.^{o}AB : T.^{o}AC = \sqrt{AB} : \sqrt{AC} = AB : \sqrt{AB . AC}$, che è quel che appunto proponevasi di dimostrar Galileo stesso, co' principii statici, nella detta sua VII proposizione.

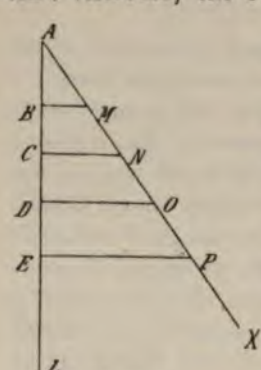


Figura 172.

Incomincia perciò questo secondo Libro, dietro i principii dinamici riformato, dal dimostrare le proprietà generali dei moti accelerati, per derivarne di lì gli opportuni corollari. Ma non abbiamo trovate scritte le proposizioni preparate a questo particolare intento di servir come d'introduzione al nuovo trattato. Forse, tutto in sollecitudine di ridurre intanto alle forme più convenienti il teorema fondamentale dei tempi, nelle oblique ugualmente elevate, proporzionali agli spazi; non attese Galileo a distendere quelle prime dimostrazioni relative alle libere cadute dei gravi, riserbandosi a farlo dopo che, dallo stesso ora detto fondamentale, si sarebbe svolta la serie di tutti gli altri teoremi. Quando poi, per ridursi sotto gli occhi compiuto il disegno del suo trattato, prese risoluzione di porre a questa serie i primi termini tralasciati, era già venuto il Cavalieri a proporgli il suo Metodo degli indivisibili, secondo il quale condusse Galileo stesso le proposizioni, che si ricopian dal Manoscritto, per ridurle qui ne' primi ordini di questo secondo Libro, resa la ragione ai Lettori del commesso anacronismo.

Propositio I. — « Absumo eam esse cadentis mobilis per lineam AL (la precedente figura 172) accelerationem, ut, pro ratione spatii peracti, crescat velocitas, ita ut velocitas in C, ad velocitatem in B, sit ut spacium C ad spacium BA. »

« Cum autem haec ita se habeant, ponatur AX, cum AL angulum constans, sumptisque partibus AB, BC, CD, DE.... aequalibus, protrahantur BM, CN, DO, EP.... Si itaque cadentis per AL velocitates, in B, C, D, E locis, se habent ut distantiae AB, AC, AD, AE; ergo se quoque habent ut lineae BM, CN, DO, EP. »

« Quia vero velocitas augetur consequenter in omnibus punctis lineae AE, et non tantum in adnotatis B, C, D, ergo velocitates illae omnes sese habebunt ut lineae, quae, ab omnibus dictis punctis lineae AE, ipsis BM, CN, DO aequidistanter producuntur. Ipsae autem infinitae sunt et constituunt triangulum AEP: ergo velocitates, in omnibus punctis lineae AB, ad velocitates in omnibus punctis lineae AC, ita se habent ut triangulus ABM ad triangulum ACN, et sic de reliquis, hoc est in duplicata proportione linearum AB, AC » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 35 a tergo).

Si vede bene che questa proposizione è compendiata da quell'altra scrittura italiana, che si pubblicò nel capitolo precedente, per adattarla alle forme proprie, e al succinto andamento dei nuovi teoremi. Ma che Galileo veramente la scrivesse con la particolare intenzione di premetterla al secondo libro Dei movimenti locali, si conferma dal soggiungersi immediatamente il seguente corollario, che ricorre, per questo e per gli altri simili trattati, con siduа vicenda, quasi moto di spola a tesser le fila della lunga tela.

Corollarium. — « Quia vero, pro ratione incrementi accelerationis, tempora, quibus motus ipsi fiunt, debent imminui; ergo tempus, quo mobile permeat AB, ad tempus, quo permeat AC, est ut AB linea ad eam, quae inter AB, AC media proportionalis existit » (ibid.).

Il metodo degl'Indivisibili, applicato a dimostrar la legge fondamentale dei moti accelerati, si porgeva altresì opportuno a dimostrarne le conseguenze più rilevanti, compendiate in questa, che qui si soggiunge

Propositio II. — « Factus sit motus, ex A (fig. 173) usque B, naturaliter acceleratus: Dico quod, si velocitas, in omnibus punctis AB, fuisset eadem ac reperitur in puncto B, duplo citius fuisset peractum spacium AB, quia velocitates omnes, in singulis punctis AB lineae, ad totidem velocitates, quarum unaquaeque esset aequalis velocitati BC, eamdem haberent rationem, quam triangulus ABC ad rectangulum ABCD. »

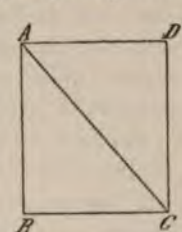


Figura 173.

Corollarium I. — « Sequitur ex hoc, quod, si ad horizontem CB fuerit planum BA elevatum, sitque BC duplа ad BA, mobile, ex A in B, et successive, ex B in C, temporibus aequabus esse perventurum, nam, postquam est in B, per reliqua BC, uniformi velocitate et eadem movetur, qua in ipsomet termino B, post casum AB. »

Corollarium II. — « Patet rursus totum tempus per ABC, ad tempus per AB, esse sesquialterum » (ibid., fol. 181).

Le proposizioni III e IV, che contengono in sè dimostrato il principio meccanico, son le medesime della I e II, scritte nel primo Libro, e si premettono qui come necessarie a concluderne la proposizione V, che è la V di quello stesso primo Libro, corredata però di un elegante corollario. Fu un tal corollario suggerito a Galileo dall' essersi, in cercare i mezzi termini della detta V proposizione, incontrato nel seguente teorema: Sia CDA (fig. 174) un circolo, a cui giunga nel punto A la AF tangente. Se si conducano dal punto di contatto le due corde AC, AD, e presa AB = AD, si abbassino da B, D alla AF due perpendicolari, s'avrà la proporzione DF : EB = AD : AC.

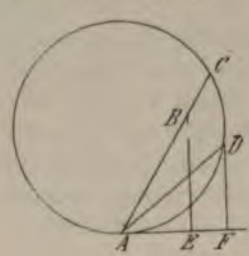


Figura 174.

Facendo ora il trapasso dalla Geometria alla Meccanica, considerando la AF orizzontalmente diretta, e AD, AC quali due piani inclinati, il dimostrato teorema geometrico, insieme con la detta proposizione V, davan facile modo a Galileo di risolver questo meccanico teorema: Sopra il piano AC trovare il punto, da cui partendosi un mobile, giunga in A nel medesimo tempo, che vi giungerebbe quel medesimo mobile, partendosi da D sull' altro piano; imperocchè la cercata lunghezza AC s'è trovato esser quarta proporzionale dopo DF, EB, AD, ed essere di più una corda che, partendosi dal medesimo infimo punto del diametro a un punto della medesima circonferenza, si sa, per la dimostrata proposizione V, dover essere alla corda AD tautocrona, per cui soggiungesi da Galileo così a quella stessa V proposizione, per modo di corollario:

« Collige, existentibus planis inaequaliter inclinatis AD, AC, atque data longitudine AD, inveniri posse, in plano AC, portionem, quae eodem tempore cum DA peragatur. Ducto enim perpendiculo DF, et, posita AB aequali AD, ducto perpendiculo BE, fiat, ut DF ad EB, ita DA ad AC, eritque tempus per CA aequale tempori per DA » (ibid., fol. 47).

Così nuovamente preparate le cose, nel corollario della prima proposizione, nel teorema meccanico, e in questo ultimo del tautocronismo delle corde nel cerchio; passava felicemente Galileo, senza nulla supporre, a dimostrar questa, che è in ordine la VI proposizione del Libro, e che può considerarsi rispetto all' altre come la canocchia, dalla quale si dovrà trarre e compilare il lungo filo.

Propositio VI. — « Tempus casus per planum inclinatum, ad tempus casus per lineam suae altitudinis, est ut eiusdem plani longitudo ad longitudinem suae altitudinis. »

« Sit planum inclinatum BA (fig. 175) ad lineam horizontis AC, sitque linea altitudinis perpendicularis BC: Dico tempus casus, quo mobile movetur per BA, ad tempus, in quo cadit per BC, esse ut BA ad BC. »

« Erigatur perpendicularis ad horizontem ex A, quae sit AD, cui oc-

currat in D perpendicularis ad AB ducta ex B, quae sit BD, et circa triangulum ABD circulus describatur. Et quia DA, BC ambae sunt ad horizontem perpendiculares, constat tempus casus per DA, ad tempus casus per BC, esse ut media inter DA, BC ad ipsam BC. Tempus autem casus per DA aequatur tempori casus per BA: media vero inter DA et BC, est ipsa AB; ergo patet propositum. »

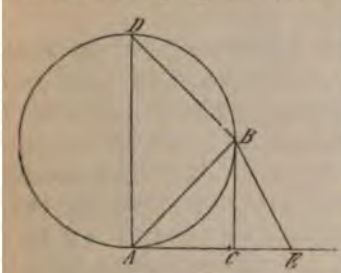


Figura 175.

COROLLARIUM. — « Ex hoc sequitur casuum tempora per plana inclinata, quorum eadem sit altitudo, esse inter se ut eorumdem planorum longitudines. Si enim fuerit aliud planum inclinatum BE, tempus casus per BA, ad tempus casus per BC est ut BA linea ad BC. Tempus vero per BE, ad tempus per BC, est ut BE ad BC; ergo, ex aequali, patet propositum » (ibid., fol. 60).

Preordinato, in queste proposizioni, e specialmente nella bellissima ultima, l'andamento di tutto il resto, procedeva Galileo innanzi per raggiungere il suo finale intento, lieto nella propria coscienza di non aver trasgredito i termini meccanici, in conformità de' quali soggiungeva la seguente proposizione, dando miglior forma a quella in terzo luogo, nel I Libro, già dimostrata:

PROPOSITIO VII. — « Si ex eodem puncto horizontis ducatur perpendiculus et planum inclinatum, et in plano inclinato sumatur quodlibet punctum, a quo in plano perpendicularis linea usque ad perpendiculum protrahatur; lationes, in parte perpendiculi inter horizontem et occursum perpendicularis intercepta, et in parte plani inclinati inter eamdem perpendicularem et horizontalem intercepta, eodem tempore absolvuntur. »

« Sint, ex eodem puncto B horizontalis AH (fig. 176), perpendicularis BC, et planum inclinatum BD. Sumpto quolibet puncto E, ex eo, ad EB, perpendicularis agatur EF, occurrens perpendiculo in puncto F: Dico lationes per BF, et per EB, eodem tempore confici. »

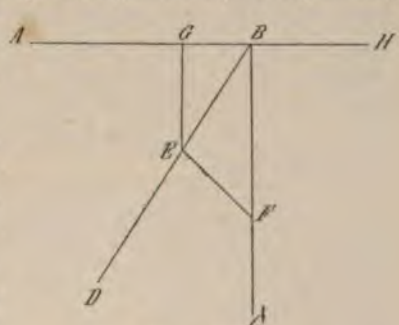


Figura 176.

« Demittatur, ex eodem puncto E, perpendicularis ad horizontem, EG, quae erit perpendiculo BF parallela, et angulus GEB coalterno EBF aequalis, et rectus BGE recto BEF: quare aequiangula erunt triangula GEB, BEF, et, ut GE ad EB, ita EB ad BF. Ut autem GE ad EB, ita momentum gravitatis mobilis in plano BD, ad totale suum momentum in perpendiculo BC. Habet igitur distantia EB, ad distantiam BF, eamdem rationem, quam gravitatis momentum super planum EB, ad totale momentum super perpendiculum BF: quare eodem

tempore conficiuntur lationes per EB et BF » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 180).

Il lieto e libero progresso delle proposizioni, a questo punto, si arresta, perchè, ripensando Galileo intorno al principio meccanico invocato nell'ultima parte di questa dimostrazione, per concluderne efficacemente l'intento, dubita se, essendo il moto del grave lungo il piano e nel perpendicolo accelerato, possa legittimamente applicarsi in questo caso il teorema dei moti equabili, che cioè, avendosi le velocità uguali, i tempi sono proporzionali agli spazi. Perciò, dopo la proposizione VII, ora ultimamente trascritta, rivela così la penosa tenzione dei suoi nuovi dubbi, e la subitanea presa risoluzione di dare altro indirizzo ai suoi pensieri:

« Necessariam hanc propositionem ad praecedentem existimo. Velocitates mobilium, quae in aequali momento incipiunt motum, sunt semper inter se in eadem proportione, ac si aequabili motu progrederent, ut verbi gratia mobile per AC (fig. 177) incipit motum cum momento, ad momentum per CB, ut CB ad AC. Si aequabili motu progrederetur, tempus per AC, ad tempus per CB, esset ut AC ad CB, quod in accelerato dubito quidem, et ideo demonstra aliter sic: »

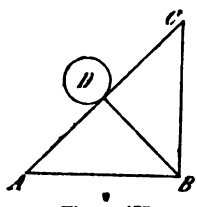


Figura 177.

Propositio VIII. — « Tempus per AC (in eadem figura) ad tempus per CB, ex praecedentibus, est ut linea AC, ad lineam CB. Sed etiam ad tempus CD habet eamdem rationem, cum CB sit media inter AC, DC; ergo tempora CD, CB erunt aequalia » (ibid., fol. 177).

Qui dunque si rimane questo secondo Libro, mosso con sì lieti auspici, interrotto, e le belle meccaniche dimostrazioni, che lo componevano, son lasciate dall'Autore in abbandono, come farebbe l'Artefice degli elaborati organi di una macchina in costruzione, la quale vuol essere riformata sopra altro modello. E perchè il fulcro, diciamo così, di una tal macchina consisteva nella VII sopra scritta proposizione, soggetta ai dubbi nati intorno alla proposizione seguente, e per le medesime ragioni; doveva la riforma incominciare di lì, e in altri modi fuor dei meccanici, e con principii diversi da quelli, che son proprii dei moti equabili, conveniva dimostrar che, in piani ugualmente alti ma variamente inclinati, i tempi delle cadute son proporzionali agli spazi.

La prima difficoltà, che doveva pararsi innanzi alla mente di Galileo, in ridur le cose alle sue intenzioni, consisteva nell'aver riconosciuto impossibile a rendere i moti accelerati indipendenti dagli equabili, cosicchè non rimaneva a far altro, per quietare i dubbi e per rendere legittime le conclusioni, che dimostrar come l'una qualità di moto ritorni nell'altra. Per far ciò, non essendo istituita ancora la Geometria degl'Indivisibili, bisognava contentarsi alle approssimazioni, attribuendo alle piccole particelle quante quel che non è proprio a rigore che delle infinitesime.

Siano AB (fig. 178) perpendicolare e AC inclinata comprese fra le oriz-

zontali AM, BC, e dividasi tutta la detta AB nelle porzioncelle AE, EG, GI, IL.... conducendo da ogni punto di divisione altrettante orizzontali, come DE, FG, HI.... Credeva Galileo di poter leggittimamente riguardar come equabile il moto fatto per i brevi tratti AE, AD; EG, DF; GI, FH;... cosicchè, quando fosse vero che in E e in D le velocità sono uguali, se ne concluderebbe che il tempo per AE sta al tempo per AD come lo spazio AE sta allo spazio AD, d'onde, dal semplice passando al composto, tornerebbe altresì dimostrato, scansando i modi meccanici e i repentini passaggi dai moti equabili agli accelerati, che il tempo per tutta la AB sta al tempo per tutta la AC, come la lunghezza AB perpendicolare sta alla lunghezza AC obliqua.

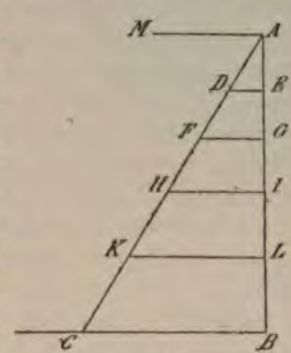


Figura 178.

Il modo di toglier dunque ogni dubbio, che potesse nascere intorno ai processi dimostrativi delle prime proposizioni, credeva Galileo che fosse così ritrovato, quando gli si concedesse da tutti per vero che in D e in E, in F e in G, in H e in I, e in somma, in tutti i punti ugualmente distanti dall'orizzonte, le velocità nel perpendicolo e nell'obliqua fossero uguali. Ma questo dall'altra parte era il principio, da cui s'era fatta dipendere la Statica antica, la verità della quale nessuno avrebbe osato negare, come nessuno aveva messo ancora dubbio intorno al modo di computare i momenti, secondo l'uso del Nemorario, del Cardano e del Tartaglia, moltiplicando per le discese rette le quantità della materia. Supponevasi di più è vero da Galileo che le velocità fossero proporzionali ai momenti, ma nemmeno intorno a ciò pareva che potesse nascer dubbio, dovendo esser necessariamente le cause proporzionali agli effetti. Non fidandosi nonostante di sè medesimo, ed essendo la cosa di tanta importanza, volle Galileo stesso averne il parere da uno dei più grandi Matematici, che si conoscessero allora in Italia, e il dì 5 di Giugno del 1609 scriveva da Padova a Roma una lettera a Luca Valerio, comunicandogli i due supposti, e interrogandolo se credeva che, senz'altra prova, si potessero ammetter per veri. Indugiò il Valerio infino al dì 18 del seguente mese di Luglio, per farvi più riposata considerazione, e finalmente rispose che, per principii di una scienza di mezzo, non gli sembravano i due proposti punto oscuri, ma gli si rendevano anzi chiarissimi a quel lume di metafisica « che, moltiplicandosi la virtù della causa sufficiente, è necessario si moltiplichi la quantità dell'effetto, secondo la medesima proporzione » (Alb. VII, 46).

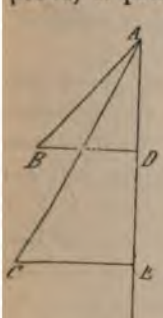


Figura 179.

« Dunque (soggiungeva poco appresso lo stesso Valerio, riducendo ai casi particolari le generalità del suo discorso) se l'impeto e l'inclinazione della gravità del corpo A (fig. 179), sopra il piano inclinato all'orizzonte secondo l'angolo B, si

supponga esser doppio dell'impeto della gravità del medesimo A sopra il piano inclinato all'orizzonte secondo l'angolo C, maggiore dell'angolo B, e tali due diversi impeti nascano dalla gravità di A, limitata verso la produzione dell'impeto diversamente, per le diverse inclinazioni dei detti piani; si vede per immediata conseguenza che la velocità del moto naturale di A, sopra il piano meno inclinato, sarà doppia della velocità del moto della medesima A sopra quell'altro piano più inclinato. Dunque il vigore della causa immediata della doppia velocità, che è l'impeto o l'inclinazione alla doppia velocità, doveva esser doppia dell'inclinazione alla mezza velocità, secondo la maggiore inclinazione dell'altro piano » (ivi, pag. 47).

A confermare la ragionevelezza di questo discorso, interrompendo per un poco il filo alla storia, giova osservare come inconsapevolmente si riscontrasse con quell'altro discorso, che faceva il Torricelli, quando venne il Mersenno a promovere di fatto le difficoltà sospettate da Galileo. Nello scolio alla proposizione II *De motu gravium* aveva scritto l'Autore: « Supponimus hic, cum ipso Galileo, velocitates in diversis planorum inclinationibus ita esse, ut sunt momenta, quando eadem fuerit moles » (Op. geom. cit, P. I, pag. 104). Ora, avendo il Mersenno letto il trattato torricelliano, scriveva da Parigi all'Autore stesso, fra le parecchie altre cose che non gli erano piaciute, anche queste: « Supponis cum Galileo velocitates in diversis planorum inclinationibus ita esse, ut sunt momenta, quando fuerit eadem moles. Si quis negaverit hanc hypothesim, ob paralogismum et confusionem momentorum, seu gravitationum, cum ipsis motibus; quomodo suppositum probare possit, ne forte corruant quaecumque Galileus se probaturum existimavit, aut tu ipse in illius gratiam addideris? » (MSS. Gal. Disc., T. XLI, fol. 68 ad t.).

A queste difficoltà e a queste accuse rispondeva così, per sè e per Galileo, il Torricelli con i medesimi argomenti, che il comun senso aveva suggeriti al Valerio: « Quod ego suppono pag. 104, cum Galileo, adeo manifestum mihi videtur, ut sine ulla dubitatione loco principii admitti et concedi posse videatur. Ratio physica est. Si fuerint a diversis planis duae sphaerae, exempli gratia, vitreae et aequales, postquam ostendero momentum unius ad momentum alterius esse duplum, quis non concedat et velocitatem ad velocitatem esse duplam? Dupla enim causa duplum effectum parere debet in eodem subiecto. Moles supponuntur aequeles, eiusdemque materiae, virtus vero, quae impellit alteram molem, dupla demonstratur virtutis alterius. Ergo, si dupla virtus est, duplam proculdubio velocitatem efficiet » (ivi, T. LX, fol. 76).

Bello è quel che il Torricelli soggiunge, per prevenire le difficoltà e per confermare la dottrina galileiana che le velocità, nelle scese naturali dei gravi, sono indipendenti dai loro pesi, concludendo in queste parole la sua lunga dimostrazione: « Virtus minor, ad minus pondus a se movendum, eamdem habet rationem, quam virtus maior ad maius pondus a se movendum » (ibid., fol. 76 ad t.). Ma è da tornare al Valerio, per veder quel che egli sentisse di quell'altro importante supposto comunicatogli da Galileo.

Egli dava, nel riconoscerne la naturale evidenza, la più decisa e più concludente dimostrazione fra le molte che, dai Matematici posteriori, a incominciare dallo stesso Galileo infino all'Huyghens, furono speculate, e proposte a verificare le prime fatte supposizioni. Si desumeva per esso Valerio la detta dimostrazione dal principio della composizione dei moti, considerando l'impeto della scesa per l'obliqua AC (fig. 180) come prodotto dalla forza AC, la quale venga decomposta nella verticale BC e nella orizzontale AB. E perciocchè per questa la forza impellente è nulla, non riman dunque attivo altro che l'impeto per BC, e perciò essendo le cadute o per AC o per BC del medesimo effetto, si vede come debbano essere in B e in A le velocità uguali. E perchè son documento assai importante alla storia dei moti composti e a quella del famoso supposto meccanico, riferiamo le parole proprie, che soggiungeva alle sopra trascritte il valoroso professore nell'Arciginnasio romano.

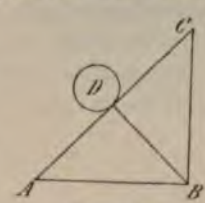


Figura 180.

« Per quanto poi si riferisce alla seconda supposizione, scriveva a Galileo, questa non mi si rende men chiara della prima, perciocchè essendo il moto del corpo grave D, nella figura precedente, mosso per l'AC all'orizzonte AB, mobile verso l'AB, e l'altro per una perpendicolare all'orizzonte, essa ancor mobile; cosa chiara è che, quando D sarà in A, avrà acquistato tanto impeto o inclinazione a velocemente muoversi, che è la quantità dell'effetto (in quanto effetto, dico, di quella parte del moto composto, che si fa per la perpendicolare mobile eguale alla stabile CB) quanto avrebbe acquistato, se D si fosse mosso per la sola perpendicolare CB, e ciò dico in vigore del sopra detto principio » (Alb. VIII, 47, 48).

IV.

Rassicurato dunque così Galileo che, supponendosi noti i due principii sottoposti all'autorevole giudizio di Luca Valerio, si poteva sopr'essi, senz'altro bisogno di ricorrere al Teorema meccanico, stabilire con sicurezza il nuovo architettato edifizio; nell'estate del 1609 dette mano a condurlo secondo quest'altro meditato disegno, lusingandosi che sarebbe senz'alcuna contradizione approvato. Le due prime proposizioni perciò del II Libro rimanevano ferme, come il primo anello, da cui doveva dipendere la lunga catena, senz'altro intermedio delle due seguenti proposizioni meccaniche, le quali venivano perciò repudiate come sospette di fallacia in concludere da esse le ragioni dei moti accelerati. Dovevano in loro luogo supplire i due principii supposti, dai quali si verrebbe a dimostrare il Teorema fondamentale, che cioè i tempi nel perpendicolo e nell'obliqua hanno la proporzione delle loro lunghezze lineari.

Premesso dunque il trattato Dei moti equabili, e le détte proposizioni I^a e II^a Dei moti accelerati, la III^a, che doveva immediatamente seguitare in questo terzo libro galileiano *De motu*, era così formulata, e dalla fatta supposizione delle velocità uguali, dopo cadute uguali, nel seguente modo condotta:

Propositio III. — « Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum eadem sit altitudo, feratur idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani inclinati, et perpendiculi longitudines. »

« Sint ad planum horizontis CB (fig. 181) perpendicularis AB, et planum inclinatum AC, quorum eadem sit altitudo, nempe ipsa perpendicularis AB, et per ipsam descendat idem mobile. Dico tempus lationis per AB, ad tempus lationis per AC, esse ut longitudo AB, ad longitudinem AC. »

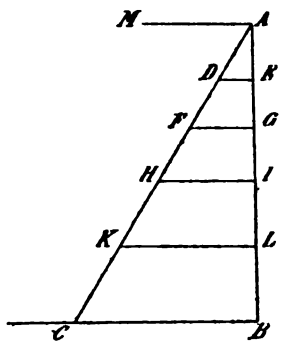


Figura 181.

« Cum enim assumptum sit, in inclinato descensu, volocitatis momenta eadem semper reperiri in punctis aequaliter ab horizonte distantibus, iuxta perpendiculares distantias continue augeri secundum rationem elongationis perpendicularis a linea horizontali, in qua fuit lationis initium; constat quod, producta linea horizontali AM, quae ipsi BC erit parallela, sumptisque in perpendiculari AB quotcumque punctis E, G, I, L, et per ipsis ductis parallelis horizonti ED, GF, IH, LK, erit mobilis per AB momentum, seu gradus velocitatis in puncto E idem cum gradu velocitatis lati per AC in puncto D, cum punctorum E, D eadem sit distantia perpendicularis ab horizonte AM, et similiter concludatur in punctis F, G idem esse velocitatis momentum, et rursus in punctis H, I, et K, L, et C, B. Et quia velocitas semper intenditur pro ratione elongationis a termino A, constat in latione AB tot esse velocitatis gradus, seu momenta diversa, quot sunt in eadem linea AB puncta magis a termino A distantia, quibus totidem in linea AC respondent, et per parallelas lineas determinantur, in quibus iidem sunt gradus velocitatis. »

« Sunt igitur in linea AB quasi innumerabilia quaedam spaciola, quibus multitudine quidem aequalia, et bina sumpta, in eamdem rationem respondentia, alia signant in AC, per lineas innumeras parallelas, ex punctis lineae AB ad lineam AC extensas. Intercepta nam AD, DF, EH ad spacia AE, EG, GI respondent singula singulis ad rationem AC ad AB, suntque in singulis binis sibi respondentibus iidem velocitatis gradus. Ergo, ex praecedentibus, tempora omnia simul sumpta lationum omnium per AB, ad tempora omnia similiter accepta lationum omnium per AC, eamdem hubebunt rationem quam spacia omnia lineae AB, ad spacia omnia lineae AC. Hoc autem idem esse ac tempus casus per AB ad tempus casus per AC; idest ut linea AB ad AC, quod erat demonstrandum » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 179).

Di quel che si dava nel II Libro per corollario ne fa in questo l'Autore una proposizione distinta, che immediatamente succede alla sopra scritta, in quarto luogo, e in tal forma:

Propositio IV. — « Tempora lationum per diversas lineas inclinatas, quarum eadem sit altitudo perpendicularis, sunt inter se ut earumdem linearum longitudines. »

« Sint ad horizontem BD (fig. 182) diversa plana inclinata AB, AC, quorum eadem sit altitudo AD perpendicularis. Dico tempus casus per AB, ad tempus casus per AC, esse ut AB longitudo, ad longitudinem AC. »

« Ex antecedenti enim tempus casus per AB, ad tempus casus per perpendicularem AD, est ut AB linea ad lineam AD, et, per eamdem, ut AC linea ad ipsam AD, ita tempus casus per AC, ad tempus casus per AD. Ergo, ex aequali, ut longitudo AB ad longitudinem AC, ita tempus casus per AB. ad tempus casus per AC » (ibid., fol. 179 ad t.).

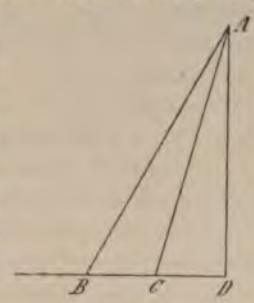


Figura 182.

L'altra proposizione fondamentale concernente il tautocronismo delle corde nei cerchi, che nel primo e nel secondo Libro si concludeva direttamente dal Teorema meccanico, escluso ora questo Teorema, conveniva dimostrarla in altro modo, che la VIII proposizione del II Libro avrebbe offerto in sè pronto e spedito. Imperocchè se nel triangolo ADC (fig. 183), rettangolo in D, il tempo per AD è uguale al tempo per AC, bastava circoscrivere il mezzo cerchio ADC al detto triangolo rettangolo, perchè fosse all'occhio insieme e alla mente manifesto che la caduta per la corda AD, e per il diametro AC si spediscono nel medesimo tempo. Volle Galileo nonostante dar così altra macchina a una proposizione, che doveva al suo intento essere della massima importanza.

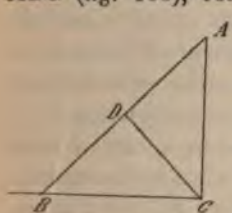


Figura 183.

Propositio V. — « Si in circulo, ad horizontem erecto, a puncto sublimi quocumque ducantur lineae rectae, usque ad circumferentiam, per quas cadant gravia quotcumque, omnia temporibus aequalibus ad terminos suos pervenient. »

« Sit enim circumferentia ad horizontem erecta ABEC (fig. 184), punctum sublime A, a quo lineae quotcumque, ad circumferentiam usque, protrahantur AE, AB, et per ipsas cadant mobilia: Dico, temporibus aequalibus, illa perventura esse ad terminos E, B. »

« Sit enim AC per centrum ducta, cui ex B perpendiculasis sit BD. Patet AB mediam esse proportionalem inter CA, AD, quare, ex demonstratis, tempus, quo mobile ex A cadit in C, ad tempus casus ex A in D, est ut linea BA, ad lineam AD. »

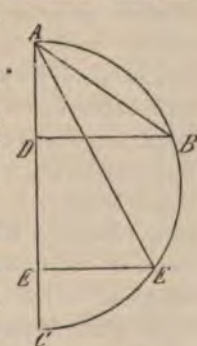


Figura 184.

« Verum, similiter, ex demonstratis, tempus casus ex A in B, ad tempus casus ex A in D, est ut BA ad AD. Ergo tempora casuum AB, AC erunt aequalia, cum eamdem, ad idem tempus casus, habeant rationem. Et similiter de reliquis omnibus demonstratur. Ergo patet propositum » (ibid., fol. 48).

È soggiunto a questa proposizione un Corollario, a cui non avrebbe pensato di supplire nel trattato a stampa il Viviani, se l'avesse qui trovato nel Manoscritto. Vedremo tra poco come si sian bene incontrati, benchè inconsapevolmente, il Discepolo col Maestro.

Corollarium. — « Ex his colligitur gravia eodem tempore pertransire plana inaequalia, et inaequaliter inclinata, dum, quam proportionem habet longitudo maioris plani, ad longitudinem alterius, eamdem duplicatam habeat perpendicularis maioris plani, ad perpendicularem minoris. Cum enim quadratum AE sit aequale rectangulo CAF, quadratum vero BA rectangulo CAD; rectangulum vero CAF, ad rectangulum CAD, est ut FA ad AD; ergo FA ad AD est ut quadratum EA, ad quadratum BA. Ratio igitur perpendicularis FA, ad perpendicularem DA, dupla est rationis EA ad AB. etc. » (ibid.).

Non mancava che aggiungere a questa V la proposizione IX del I Libro, con i tre Lemmi geometrici ivi già preparati, per concludere il principale intento, qual era quello di dimostrare il brachistocronismo dell'arco rispetto alle corde inflesse e sottese, a quel modo che fu mantenuto in tutte le varie forme di trattati, dal primo, composto nel 1604, infino all'ultimo mandato nel 1638 alle stampe. La somma dunque dei principali teoremi, che qualificarono questo III Libro, e che lo distinguono nella mossa e nell'andamento dai precedenti, si riduceva alle cinque proposizioni, in parte sopra accennate, e in parte trascritte, dalle quali s'è detto come un passo solo condurrebbe Galileo alla sua finale intenzione. Ma si conteneva in quei teoremi un rigoglio giovanile di vita, che voleva scoppiare in numerosi rampolli, i nodi germinativi de' quali s'ascondevano latenti nella ultima trascritta proposizione V, nel corollario di lei, e nella proposizione IX del I Libro. Basta rivolger l'occhio sulla figura 184, qui poco addietro impressa, e richiamarsi alla mente le nozioni, ch'ella doveva illustrare, per vedervi sotto annidati due varii germi, da ciascun de' quali si svolgerebbe un proprio e distinto ordine di teoremi. Le inclinate AB, AE infatti, per le quali s'immagina da Galileo avere le loro scese i gravi, ora si considerano in quanto sono corde di un cerchio, come si fa nella proposizione, ora in quanto son piani, adattati comunque all'uso di sostentare i corpi cadenti, come si fa nell'immediato corollario ivi soggiunto. Dal riguardar le cose sotto quel primo aspetto, si rappresentavano alla mente, come raggio di luce in varie parti riflesso e diffratto, i teoremi e i problemi concernenti i varii casi dei piani, da un mobile passati in tempi o più lunghi o più brevi; mentre, dal riguardar le cose sotto quell'altro aspetto, nasceva la curiosità di saper le leggi, a cui vanno soggette le scese, secondo che i piani variamente inclinati son di uguale o differente lunghezza. La IX proposizione poi, che bi-

sognò a Galileo aggiungere, nel primo e negli altri trattati, per ritrovare in qual proporzione stia il tempo, che impiega un mobile a scendere per due piani inflessi, era la più feconda di tutte, come quella che rendevasi trasformabile in una numerosa elegante varietà di casi.

In quelle cinque proposizioni dunque, che s'è detto di sopra, e nelle altre due, l'una delle quali preparava immediatamente, e l'altra concludeva la finale intenzion dell'Autore, ch'era quella di dimostrar come la scesa per l'arco è più breve che per le corde; si rappresentava, per dir così, il nudo tronco, che, dai tre detti nodi scoppiando, si dovea rivestire via via di novelli rami e di fronde. L'opera dedita ad aggiungere all'albero della Nuova scienza questo decoro, fu per Galileo lunga, perchè distratta dalle maravigliose scoperte celesti, e interrotta dai casi fortunosi della vita. Posto nel 1609 il nuovo fondamento, sulle due ipotesi comunicate a Luca Valerio, e riformate le due proposizioni fondamentali concernenti il tempo della scesa per le oblique di uguale altezza, e il tautocronismo delle corde, con che rappresentavasi della Nuova scienza, come dicevasi, il nudo tronco; non fece altro Galileo, infino al 1630, che derivar qualche ramo ora dall'uno, ora dall'altro centro germinativo. Son di una tale opera rimaste segnate, nei Manoscritti galileiani, le disperse vestigia, le quali noi intendiamo di rassegnare nei tre detti ordini distinti, secondo che le cose via via dimostrate dipendono, come da loro principio, o dalla V proposizione e dal corollario di lei in questo III libro, o dalla IX proposizione del primo.

Incominciando dal dar ordine in questo terzo Trattato ai teoremi, concernenti il tempo nelle corde dei cerchi, e che si derivano dalla V proposizione fondamentale come corollarii, si deve alla detta ultima proposizione trascritta far succedere immediatamente le due seguenti:

PROPOSITIO VI. — « Si in circulo, cuius diameter sit ad perpendicnlum, ducatur linea, quae ad diametrum non pertingat, motus per ipsam citius absolvetur, quam per diametrum perpendicularem. »

« Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB (fig. 185): De plano DF, ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano DB, quod et longius erit, et minus declive, quam DF: ergo tempus per DF brevius, quam per DB, hoc est, per AB » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 164).

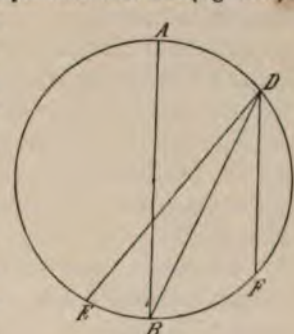


Figura 185.

PROPOSITIO VII. — « Si in circulo, cuius diameter sit ad perpendiculum, ducatur linea, quae a diametro secetur, motus per ipsam tardius absolvetur, quam per diametrum perpendicularem. »

« In praecedenti enim figura sit linea qualibet DE, et quia ipsa erit longior quam DB, et magis inclinata, propositum fit manifestum » (ibid.).

Dipendenti dalla V proposizione fondamentale, e conseguenze immediate di lei, son queste altre due proposizioni, che ordiniamo qui sotto, e che i Lettori, nella materia e nella forma troveranno eleganti.

Propositio VIII. — Motuum, qui a dato puncto, usque ad datam lineam, per lineas rectas conficiuntur, ille brevissimo tempore absolvitur, qui in recta fit abscindens de data linea partem aequalem ei parti lineae horizontalis, quae per datum punctum usque ad datam lineam producitur, quae inter datum punctum et occursum intercipitur. »

« Sit datum punctum A (fig. 186), et linea quaecumque BDC, et per A horizonti aequidistans AB, quae lineae BD in B occurrat, et interceptae AB ponatur aequalis BD. Dico motum per AD ad illi tempore breviori, quam per quamcumque aliam lineam, ex puncto A, ad quemcumque punctum lineae BDC, productam. »

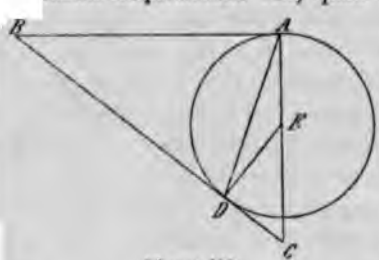


Figura 186.

« Ducatur ad BA perpendicularis AC, et ex D, ad ipsam BC perpendicularis DE, occurrens AC in E. Et quia, in triangulo aequicruri ABD, anguli BAD, BDA sunt aequales, ergo reliqua ad rectos, nempe EAD, EDA aequales pariter erunt, et linea EA, aequalis ipsi ED. »

« Si itaque, centro E, intervallo EA, circulus describatur, transibit per D, ubi lineam BDC tanget. Quare lineae omnes, quae supra et infra AD, usque ad lineam BC, producuntur, ultra circumferentiam circuli extendunt-ur, ex quo patet propositum » (ibid., fol. 127, ad t.).

Propositio IX. — « Sit linea horizontalis AC (fig. 187), perpendiculus vero BG, et in AC accipiatur quodcumque C: Dico quod, si mobile debet ex C ad lineam perpendiculi, per unicam lineam moveri, ad eam perveniet tempore brevissimo, si veniat per CE, quae lineam BE, ipsi BC aequalem, adsumit. »

« Centro enim B, intervallo BE, circulus describatur, ductisque CF, et CG utcumque, patebit motum per CE citius absolvi quam per CF, aut CG. Si enim ducatur tangens circulum ICH, et ipsi CF parallela ELH, erit LE brevior quam CF. Sed tempus per CE aequatur tempori per LE, ergo . . . . »

« Similiter, ducta EHI ipsi CG parallela et aequali, constat CG longiorem esse HE. At tempus per CE aequatur tempori per HE, ergo patet propositum » (ibid., fol. 140).

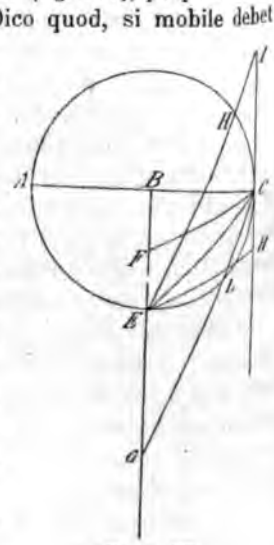


Figura 187.

Queste quattro, con alcun' altra che forse ci è passata d'occhio, sono le proposizioni dimo-

strate da Galileo, per svolgere il concetto principale, espresso nella quinta proposizione di questo Libro. Il corollario di lei dette luogo pure a esplicarsi in altri, non men curiosi e importanti quesiti, com'è quello di trovare in qual proporzione stiano i tempi dei cadenti su due piani variamente inclinati, e ora uguali in lunghezza, ora differenti. Appartiene al primo caso un teorema, dimostrato in due varie maniere, all'una delle quali è premesso il seguente Lemma:

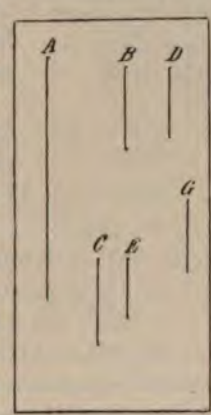


Figura 188.

« Sint tres lineae utcumque A, D, E (fig. 188) et inter A, D media proportionalis sit B; inter A, E media proportionalis sit C; inter E, D tandem media sit G: Dico, ut C ad B, ita esse G ad D. »

« Quia enim B est media inter A, D, erit quadratum B aequale rectangulo A.D. Similiter quadratum C aequale rectangulo A.E. Igitur, ut rectangulus A.E, ad rectangulum A.D, ita quadratum C, ad quadratum B. Ut autem rectangulus A.E, ad rectangulum A.D, ita linea E, ad D. Ut vero linea E, ad lineam D, ita quadratum G, ad quadratum D: urgo, ut quadratum C, ad quadratum B, ita quadratum G, ad quadratum D, et, ut C ad B, ita G ad D » (ibid., fol. 37).

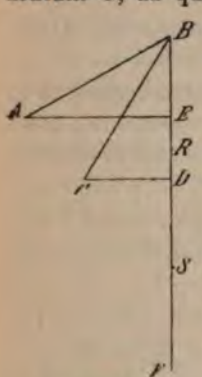


Figura 189.

Dietro il qual Lemma, ecco in che modo Galileo dimostra in qual proporzione stieno i tempi delle cadute di un medesimo grave sopra due piani ugualmente lunghi, ma variamente inclinati.

PROPOSITIO X. — « Sint plana aequalia AB, CB (fig. 189) inaequaliter inclinata, et altitudo inclinationis plani AB sit BE; ipsius vero BC sit BD. Dico tempus casus super BA, ad tempus casus per BC, esse ut media proportionalis inter DB, BE, ad ipsam BE. »

« Accipiatur FB ipsis CB, AB aequalis, et ipsarum FB, BD media sit BS: ipsarum vero FB, BE media sit BR. Et quia tempus casus FB, ad tempus casus BD, est ut SB ad BD; tempus vero casus BD, ad tempus casus BC, ut BD ad BC; ergo, ex aequali, tempus casus BF, ad tempus casus BE, ut SB ad BE. Et convertendo, tempus casus BE, ad tempus casus BF, ut BE ad BS. »

« Similiter autem demonstrabitur, ut tempus casus BF, ad tempus casus BA, ita linea RB ad BA, aut BC: ergo, ex aequali, in analogia perturbata, ut tempus casus BC, ad tempus casus BA, ita RB ad SB. Et conversim, ut tempus casus BA, ad tempus casus BC, ita SB ad BR. Ex Lemmate vero antecedenti, ut SB ad BR, ita media inter DB, BE ad ipsam BE; quare patet propositum. »

« Aliter absque Lemmate. »

« Sit BI (fig. 190) media inter BD, BE, et IS parallela ed DC: et quia,

ut tempus per BA, ad tempus per BE, ita linea BA, ad lineam BE: ut autem tempus BE, ad tempus BD, ita linea BE ad BI; ut autem tempus BD, ad tempus BC, ita linea BD ad BC, hoc est BI ad BS; ergo, ex aequali, ut tempus per BA ad tempus per BC, ita linea AB, seu BC, ad BS, hoc est DB ad BI, seu IB ad BE, quod erat probandum » (ibid., fol. 37).

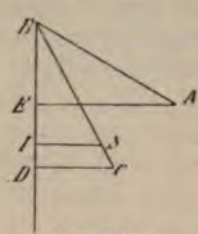


Figura 190.

Dai piani di lunghezze uguali, passando a quelli di lunghezze differenti, dimostrava Galileo quest'altra proposizione:

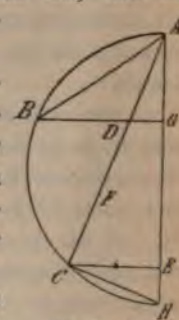


Figura 191.

Propositio XI. — « Sint plana quaecumque inclinata AB, AC (fig. 191) et perpendiculus AE, cui, ad rectos angulos, BG, et sit inter CA, AD media AF: Dico tempus per AB, ad tempus per AC, esse ut BA ad AF. »

« Nam, tempus per AB, ad tempus per AD, est ut AB ad AD: tempus vero per AD, ad tempus per AC, est ut AD ad AF: ergo, ex aequali, tempus per AB, ad tempus per AC, est ut AB ad AF, quod erat ostendendum » (ibid., fol. 58).

Di qui, cioè dall'essere T.° AB : T.° AC = AB : AF, avendosi $AF = \sqrt{AC \cdot AD}$, viene T.° AB : T.° AC = AB $\sqrt{AC}$: AC $\sqrt{AD}$. E perchè AC : AD = AE : AG, resterebbe di qui dimostrata, a quel modo che leggesi nel trattato a stampa, la proposizione V, la formula della quale trovasi autografa a tergo del foglio 35, dove si fa del teorema l'applicazione a un caso numerico, posto AB uguale a 8, AC uguale a 20, e AG, AE, altezze perpendicolari, uguali a 4 e a 16. Galileo calcola la formula T.° AC : T.° AB = $\sqrt{AC^2 \cdot AG} : \sqrt{AB^2 \cdot AE}$, ponendo per AC, AG, AB, AE i respettivi valori numerici, e trova T.° AC : T.° AB = $\sqrt{1600} : \sqrt{1024} = 10 : 8$; conclusione scritta in testa al citato foglio, che dice: « Tempo per AC, al tempo per AB, è come 10 a 8. »

Venne in altro modo confermata a Galileo la proposta verità, supponendo che i piani AB, AC sian corde di cerchi, perchè si sa, in questo caso, doverne, per le cose già dimostrate, resultare l'uguaglianza dei tempi. Tale sembra infatti fosse l'intenzione, ch'egli ebbe, nel soggiungere così, per modo di corollario, alla sopra riferita XI proposizione:

« Ratio temporis AC, ad tempus AB (in semicirculo ABC) componitur ex ratione AC ad AB, et altitudinis AG, ad mediam inter altitudines AG, AE, quae ratio est eadem cum ratione BA ad AC. Quadratum enim AB, ad quadratum AC, est ut AG ad AE, nempe, ut rectangulus HAG, ad rectangulum HAE. Sed ratio composita ex CA ad AB, et ex AB ad CA, est ratio aequalitatis, ergo fit propositum » (ibid., fol. 35).

Di più fecondo svolgimento dicemmo essere la proposizione IX del I libro, concernente i tempi delle scese per due varie inflessioni di piani; proposizione, che Galileo dimostra qui in altro modo, e pone sotto un altro aspetto, forse per prepararsi più facile la via a dimostrar, ne' varii casi da contemplarsi, le varie proporzioni del moto.

PROPOSITIO XII. — « Sit AC (fig. 192) perpendicularis ad horizontem CD, ponaturque inclinata BD, fiatque motus ex A per ABD: Dico tempus per BC, post casum AB, ad tempus per BD, post eumdem casum AB, esse ut linea BC ad BD. »

« Ducatur AF parallela DC, et protrahatur DB ad F. Erit iam tempus casus per FBD, ad tempus casus per ABC, ut FD linea, ad lineam AC. Est autem tempus casus per FB, ad tempus casus per AB, ut linea FB ad lineam AB, ergo tempus casus reliquae BC, post AB, ad tempus casus reliquae BD, post FB, erit ut reliqua BC, ad reliquam BD. Sed tempus casus per BD, post FB, est idem cum tempore per BD, post AB, cum AF sit horizonti aequidistans; ergo patet propositum. »

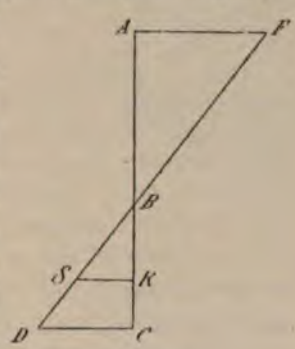


Figura 192.

COROLLARIUM. — « Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per BC, et per BD, sive fiat principium motus ex termino B, sive praecedat motus ex eadem tamen altitudine, eamdem inter se servant rationem, nempe eam, quae est lineae BC ad BD » (ibid., fol. 68).

Uno dei primi, e più curiosi quesiti, relativi a questa dimostrata proposizione, era tale: Poniamo che un grave partendosi dalla quiete A (nella precedente figura) scenda perpendicolare infino in B, dove giunto, ora seguiti per la sua prima dirittura BC, ora s' infletta secondo BD, terminando in ambedue i casi il viaggio nella medesima orizzontale DC: si vuol sapere in qual proporzione stiano i tempi delle due scese. Rispondesi a ciò con la seguente, così da Galileo proposta e dimostrata:

PROPOSITIO XIII. — « Fiat motus per ABC, et per duas AB, BD: sit RA media inter CA, AB, et ipsi DC parallela ducatur RS: Dico iam tempus per ABC, ad tempus per ABD, esse ut linea AC, ad lineam AR cum SD. »

« Si enim protrahatur BD usque ad occursum cum AF, horizonti DC parallela, erit FS media inter DF, FB. Et, ut CA ad AR, ita tempus per CA, ad tempus per AB: ita ut, si ponatur AC tempus per AC, erit AR tempus per AB, et RC tempus per BC. » (In fatti CA : AR = T.° AC : T.° AB. Ma tempo AC uguale AC, dunque AR = T.° AB. Di più AR = AC — RC = T.° AC — RC: dunque T.° AC — T.° AB = RC. Or perchè T.° AC — T.° AB = T.° BC, sarà dunque, come Galileo ha concluso, T.° BC = RC). « Et siniliter SD demonstrabitur esse tempus per BD, post casum ex F, vel ex A, ex quo patet tempus per totam AC, ad tempus per duas ABD, esse ut AR cum RC, ad AR cum SD » (ibid., fol. 56).

Altro caso, più semplice di quello ora proposto, ma più conducevole al finale intendimento di questo trattato, era la proporzione dei tempi passati dai gravi nello scendere per la flessura di due piani distinti, come per esempio, prima per AB (fig. 193) e poi per BC, ciò che Galileo fa in due varii modi, dopo il primo dei quali si trova notato così nel Manoscritto: « Huic

praemittenda videtur sequens propositio: Si linea, in qua fiat latio ex quiete, dividatur utcumque, tempus lationis prioris partis, ad tempus lationis secundae partis, est ut ipsamet prima pars, ad excessum, quo eadem pars superatur a media inter totam, et ipsam primam partem » (ibid., fol. 49). Questa, come si sovverranno facilmente i nostri Lettori, è la proposizione XI del trattato a stampa, di assai facile conclusione dalla nota legge dei moti accelerati, che cioè i tempi stanno come le radici degli spazi. Abbiamo infatti nel presente caso

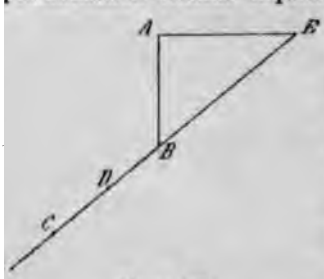


Figura 193.

$T.^{o}EB : T.^{o}BC = EB : \sqrt{EB \cdot BC} = EB : \sqrt{EB\,(CE - EB)}$, ch' esprime in cifra quel che intendeva Galileo di dire col suo discorso. Questa proposizione poi, che è come si è detto l'XI del trattato a stampa, non fu solamente premessa, ma sostituita alla seguente manoscritta:

Propositio XIV. — « Fiat latio per plana inflexa AB, BC (in praecedenti figura) et invenienda sit ratio temporis casus per AB, ad tempus casus per BC, post casum AB. »

« Ducatur horizontalis AE, cui CB producta occurrat in E, et ipsarum CE, EB media sit ED. Dico tempus per AB, ad tempus per BC, esse ut AB ad BD. »

« Tempus enim per AB, ad tempus per EB, est ut AB ad EB: tempus vero per EB, ad tempus per BC, est ut EB ad BD: ergo tempus per AB, ad tempus per BC, est ut AB ad BD, quod erat demonstrandum » (ibid., fol. 49).

La medesima proposizione si trova così altrimenti dimostrata, ed è, tra le notabili differenze, da osservar la forma teorematica, sostituita alla problematica.

« Sit FG (fig. 194) horizontalis, et ex sublimi A fiat motus per ABF, et, protracta AB usque ad D, sit media inter DA, AB ipsa AC, et horizonti aequidistans sit CE: Dico tempus per AB, ad tempus per BF, esse ut AB, ad BE. »

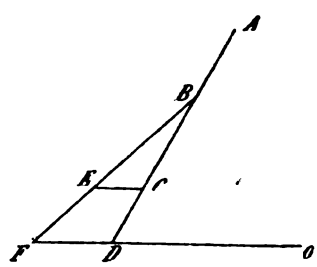


Figura 194.

« Nam tempus per AB, ad tempus per BD, est ut AB ad BC. Tempus vero per BD, post AB, ad tempus per BF, post AB, est ut BD ad BF, idest BC ad BE. Ergo, ex aequali, tempus per AB, ad tempus per BF, est ut AB ad BE » (ibid., fol. 126).

Sarebbe stato il soggetto, senza dubbio, di altre simili esplicazioni fecondo, le quali però, se conferivano ad aggiungere una lussuriosa ricchezza alla Scienza del moto, avrebbero divagato l'Autore dal suo principale intento, e perciò, coi Lemmi geometrici preparatorii, e con la proposizione X del primo, si chiudeva da Galileo anche questo terzo Trattato manoscritto.

V.

Dicemmo come fossero le proposizioni, da noi sopra ordinate in forma di trattato, dimostrate interrottamente da Galileo, in certe ore di quiete dai travagli dell'animo, e di riposo dallo studio delle cose celesti, quando nel 1630, ritiratosi in pace solitaria nell'amena suburbana villa di Bellosguardo, annunziava agli amici, come a Niccolò Aggiunti « l'acquisto conseguito nella Scienza del moto » (Alb. IX, 215). Abbiamo di un tale acquisto, che si doveva essere steso a vario, e più largo soggetto, un documento curioso nelle stesse carte galileiane, e particolarmente nella 78ª e nella 93ª del citato volume, sulla prima delle quali leggesi, a quel modo che fu data alle stampe, la proposizione XXIX manoscritta sul tergo di una lettera, indirizzata all'Autore il dì 10 di Gennaio di quell'anno 1630, da un amico, per invitarlo a pranzo nella sua prossima villa delle Rose; e la proposizione XXXIV, scritta pure dalla propria mano di Galileo, sul rovescio di quell'altra carta citata, che è una lettera indirizzatagli di que' giorni da un signore della famiglia Galletti.

Mentre così attendeva all'opera di esplicar meglio il trattato, e dai primi e principali teoremi dedurre le conseguenze o più curiose o più importanti, era venuto il tempo di raccogliere finalmente i materiali dispersi, e nel corso di quasi trent'anni già preparati, per dar mano a costruire il nuovo premeditato edifizio. Tre abbiamo veduto essere stati i disegni, che vuol ora Galileo prendere in esame, per elegger quello, che sarà giudicato meritevole di essere esposto alla pubblica vista. Procedevano i primi due in perfetta regola, senz'altre supposizioni, da quelle in fuori che il comun senso approverebbe come verità per sè chiare e naturali, e si poneva al terzo per fondamento un supposto, che l'Autore stesso credeva, se non necessario, almeno utile il dimostrarlo. Il motivo di questo, che fu per comune giudizio un progredire in peggio, si disse essere stato il dubbio se, dalle proprietà dei moti equabili si potessero legittimamente concludere quelle dei moti accelerati; dubbio che fece lasciare a Galileo la diritta via regia, come cavallo che subito adombra.

Poi s'ebbe a persuader del suo inganno, specialmente quando rivolse l'attenzione sopra quel teorema, che lasciò nel foglio 163 manoscritto, e che fu collocato in ordine il XXV nella serie delle proposizioni, che compongono il trattato a stampa. Succedendo il moto equabile per la orizzontale CF (fig. 195) al moto accelerato per l'obliqua AB, e per la perpendicolare AC, se BE sia la metà di AB, e DC la metà di AC, si ha per quella XXV proposizione T.° AB : T.° EB = AB : EB; T.° AC : T.° DC = AC : DC.

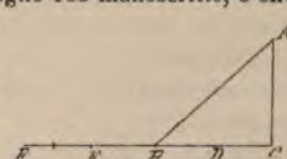


Figura 195.

Se si supponga ora che in B e in C le velocità siano uguali, i tempi dei moti per la orizzontale CF staranno come gli spazi, e perciò dall'essere essi tempi equabilmente passati per le EB, DC come le linee stesse EB, DC, vedeva Galileo venir legittimamente conclusa, dalle due soprascritte proporzioni, la proposizione fondamentale, che cioè, come le linee AB, AC stanno pure i tempi dei moti, per quelle stesse linee accelerati.

Che fossero veramente tali i pensieri, passati per la mente di Galileo, e in virtù dei quali ebbesi a ravveder del suo inganno, oltre a quel che si legge nel III Dialogo, dopo la III proposizione, si conferma dalla seguente Nota rimastaci manoscritta:

« Spatia motus accelerati ex quiete, et spatia motuum aequabilium, ad motus acceleratos consequentia, et temporibus iisdem confecta, eamdem inter se retinent rationem. Sunt enim haec spatia dupla illorum. »

« Tempora vero et gradus velocitatum acquisitarum eamdem inter se habent rationem. Haec enim ratio subdupla est rationis spatiorum dictorum. »

« Spatia motus accelerati AB, AC (fig. 196), motuum aequabilium consequentium BE, CD, eamdem cum illis habent rationem: sunt enim dupla illorum. Tempora per AB, AC sunt inter se ut gradus velocitatis in B et in C. Ratio vero haec subdupla est rationis BA ad AC, vel BE ad CD » (ibid., fol. 79 ad t.).

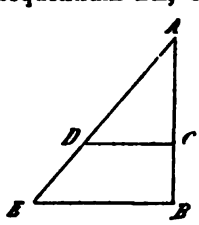


Figura 196.

A confermare anche in altro modo le corrispondenze tra i moti equabili e gli accelerati, sembra che fosse preso a dimostrare da Galileo quest'altro teorema, diligentemente copiatoci dal Viviani, e di cui s'ha l'autentica copia nel Volume che citeremo. Leggesi ivi così: « Dei moti fatti in tempi eguali, gli spazi stanno come le velocità; Dei fatti con velocità uguale, gli spazi stanno come i tempi; Dei fatti in spazi eguali, le velocità risponderanno contrariamente ai tempi » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 5).

Son queste, così annunziate proposizioni, le prime da Galileo stesso dimostrate nel primo libro Dei moti locali, di facile conseguenza dal principio, per sè evidente, che cioè un moto si dice essere tanto più veloce, quanto è più corto il tempo, e lo spazio è più lungo. Chiamate perciò V, S, T; v, s, t due diverse velocità, due diversi spazi, e due tempi diversi, vien quello stesso principio espresso dalle formule $V = S : T$; $v = s : t$, dalle quali, se $S = s$, immediatamente si conclude la terza delle proposizioni sopra enunciate, che cioè, essendo gli spazi uguali, le velocità rispondono contrariamente ai tempi.

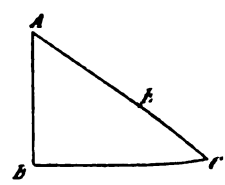


Figura 197.

Ma Galileo trovò che potevansi così le medesime cose dimostrare dal principio dei moti accelerati nel perpendicolo AB (fig. 197), e nell'inclinata AC, sopra la quale si prenda una lunghezza AE uguale ad AB. Chiamata M la media tra AC, AE, s'hanno, per le note leggi dei moti accelerati, le due proporzioni T.° AB : T.° AE = AE : M;

V.ª AE : V.ª AC = AE : M. Ond'è che, supposto V.ª AC = V.ª AB, immediatamente se ne conclude di qui T.° AB : T.° AE = V.ª AE : V.ª AB, come intendeva Galileo stesso di dimostrare con questo suo più lungo discorso.

« Posta la parte AE eguale alla AB, il tempo per AB, al tempo per AC, sta come AB ad AC, cioè AE ad AC. Ma come il tempo per AE, al tempo per AC, così la media tra le AE, AC alla AC; dunque, come il tempo per AB, al tempo per AE, così la AB, cioè la AE, alla detta media. Ma, come la velocità per AC, alla velocità per AE, così la medesima media alla AE; adunque, la velocità per AB, che è la medesima che la velocità per AC, alla velocità per AE, sta come la AE a quella medesima. Adunque è manifesto che i tempi per le uguali AB, AE rispondono contrariamente alle velocità per le medesime, il che bisognava dimostrare » (ivi).

Restavano di qui confermate le verità, da Galileo espresse nel ragionamento illustrato dianzi dalla figura 195, che cioè i moti equabili e gli accelerati serbano la medesima proporzione fra gli spazi e i tempi, ond'è che veniva tolta di qui ogni ombra a quel dubbio, che lo aveva fatto arretrare, e che lo avea consigliato, ai dimostrati teoremi, di sostituire un supposto bisognoso di dimostrazione.

Nel metter dunque in ordine le proposizioni, che dovevano comporre il trattato da inserirsi nel III Dialogo, per dar finalmente alla luce la nuova Scienza del moto, si crederebbe che, ripresa la fiducia antica del Teorema meccanico, volesse Galileo ritornar sulla dirittura della prima via abbandonata, dimostrativamente concludendo da quello stesso Teorema la proposizione fondamentale delle proporzionalità fra i tempi e gli spazi, nei declivi ugualmente elevati, a quel modo che aveva fatto nel II Libro, immeritatamente repudiato, e dove tutto, in bel geometrico modo, si dimostrava senza alcuna temeraria supposizione.

Eppure i primi, ch'ebbero fra mano il volume stampato in Leyda, trovarono la proposizione III, dimostrata col principio supposto, quale fu comunicato a Luca Valerio, condotta in sostanza a quel modo, che la III del III Libro, se non che nel metodo degl'Indivisibili si rendeva più ferma, e si riduceva più esatta. Per segno poi della fatta riconciliazione col Teorema meccanico non rimaneva altro che la VI proposizione, nella quale, fra i varii modi di dimostrare il tautocronismo delle scese per le corde dei cerchi, si metteva in secondo luogo anche quello derivato *ex mechanicis*. (Alb. XIII, 182).

L'elezione insomma, fra i tre tentati disegni del trattato Dei moti locali, cadde per Galileo sul III, a cui pose per fondamenti, come vedemmo, i teoremi dimostrativi delle leggi dei moti accelerati, e il supposto che, in uguali discese rette, le velocità dei cadenti, per qualunque declivio, sono uguali. Riconobbe pur troppo anche da sè stesso Galileo l'imprudenza dello stabilire il fondamento alla sua Scienza nuova sopra un principio non certo, e in margine alla proposizione III del III Libro, nella quale faceva la prima applicazione del detto supposto, scrisse, appellando alla relativa figura, che per noi è la 181, « credo esse utile, si non necessarium, demonstrasse mo-

bile in D esse eiusdem momenti, quod in E » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 88). Ma si ridusse tutta quella dimostrazione nel fatto sperimentale dei pendoli, che risalgono alla medesima altezza orizzontale, da cui furono scesi. (Alb. XIII, 164, 65).

Delle proposizioni, che compongono il terzo trattato manoscritto, non ne fu nello stampato lasciata addietro nessuna nella sostanza, ma furono quasi tutte rifuse. Talvolta un teorema si umilia al grado di corollario, e tal altra un corollario si esalta alla dignità di teorema. Non sempre però, in così fare, si riducono le cose in meglio, giudice il Viviani, il quale avrebbe voluto veder trattata, per esempio, la proposizione VI, stampata, in altro modo, e non sapendo nulla del corollario alla V proposizione del III libro manoscritto, e credendo che avesse Galileo per inavvertenza così lasciate le cose in difetto, vi supplì di suo in una Nota, che l'Albèri pubblicò a pag. 184 del citato Tomo XIII.

Anche la proposizione VIII del II Libro, benchè solennemente promessa nel I dialogo Dei due massimi sistemi (Alb. I, 32), non apparisce esplicita nel III dialogo Delle scienze nuove, benchè si derivi per facile corollario dalla IX, stampata in quel Dialogo stesso.

Le proposizioni principali hanno, anco in questo stampato, quei tre centri evolutivi da noi notati nel III Libro, e dai quali sembrava si dovesse far dipendere la bene ordinata serie dei teoremi, ma Galileo non sempre osserva quest'ordine. Si direbbe anzi che non osserva ordine alcuno, nel distribuire le parti accessorie e le mediane del suo trattato, e quel lasciare un soggetto, per passare a un altro, e poi tornare ancora indietro sopra quel primo, fu una delle precipue ragioni, per cui parvero le dimostrate cose, specialmente ad alcuni poco benevoli, oscure e prolissamente noiose.

Prese giusto da questa prolissità motivo il Cartesio di dire che non ebbe la pazienza di leggere le galileiane dimostrazioni, benchè, pur così come stavano, avesse fiducia che fossero vere. « De geometricis demonstrationibus, quibus liber eius refertus est, scriveva così del libro di Galileo in una delle sue Epistole al Mersenno, nihil dico; non enim potui a me impetrare ut illas legerem, et quidem crediderim veras esse omnes » (Pars. II cit., pag. 244). In semplicemente legger però l'enunciato dei varii proposti teoremi disse di avervi questo notato come certo, che non era cioè punto necessario essere un gran Geometra per ritrovarli, e che non s'andava, nel condurre il ragionamento, per le vie più spedite. « Hoc enim observavi, propositiones inspiciendo, non esse opus ut quisquam sit magnus Geometra ad illas inveniendas » (ibid.).

Il giudizio è forse uno dei più giusti, che uscissero dalla mente del Cartesio, perchè, appetto alla Geometria, così largamente promossa da lui, questa di Galileo doveva sembrare una esercitazione da scolaretti. Ma è a pensar che il Trattato galileiano, uscito alla pubblica luce nel 1638, e dal Cartesio stesso letto qualche anno dopo, s'era incominciato a comporre nei principii del secolo, quando la Geometria non conosceva altri promotori che

il Commandino, il Valerio, e Guidubaldo. Si dovrebbero dunque i teoremi, scritti nel III dialogo delle due Nuove scienze, paragonare con quelli dimostrati da così fatti Autori, e non con gli altri, che poterono, quarant'anni dopo, venir sublimati sulle ali della nuova analisi cartesiana. Istituito da questa parte il confronto, non par che Galileo rimanga di gran lunga inferiore ai Matematici, che lo avevano preceduto. Si direbbe anzi che gli avanza per una certa elegante facilità, come si può argomentare da alcuni esempi di teoremi puramente geometrici, nei quali s'incontrò più volte l'Autore, cercando i mezzi alle sue meccaniche dimostrazioni.

Ripensando alle proprietà geometriche delle linee, tessenti la figura, sopra la quale erasi dimostrato il corollario alla XI del III libro, vide scaturirne questo teorema: che cioè la corda esterna, dalla estremità della quale sia condotta una perpendicolare al diametro, è media proporzionale fra la corda interna tutta intera, e il segmento di lei rimasto tra la sommità del cerchio, e la perpendicolare stessa intersecante. Così, come aveva riconosciuto una tale geometrica proprietà, con le ragioni di lei, Galileo notava, in mezzo ai Teoremi di Meccanica, nel suo manoscritto: « AB (fig. 198) est media inter CA, AD, nam rectangulus CAD aequatur rectangulo HAG. Si enim ducatur HC, erit triangulus ACH simile triangulo ADG » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 35).

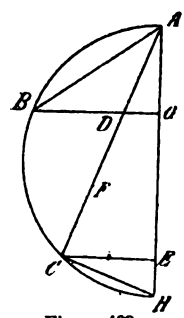


Figura 198.

Quest'altre geometriche relazioni deve averle riconosciute Galileo, in mezzo alle proposizioni di Meccanica, dimostrative dei tempi delle scese per le corde dei cerchi, e dop'avere, in testa al foglio 58 del citato volume, notato *haec non est motus materia*, così soggiunge: « Sit IC (fig. 199) perpendicularis ad diametrum circuli AB, ductaque a puncto A quaecumque linea circumferentiae et perpendiculari CI occurrens, ut AID, AD, ADI, dico rectangulum DAI rectangulo BAC esse aequale. »

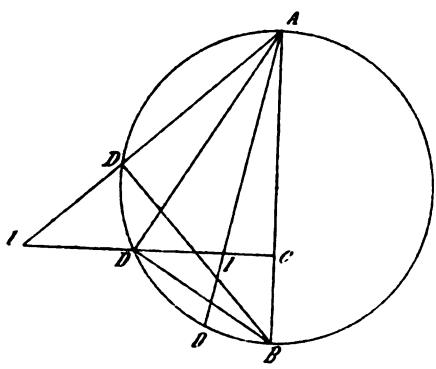


Figura 199.

« Si enim iungatur recta DB, erit angulus in semicirculo, ad punctum D, rectus, estque angulus C quoque rectus, communis autem angulus ad A. Ergo triangulorum aequiangulorum DAB, CAI latera erunt proportionalia, utque BA ad AD, ita IA ad AC. Ergo patet propositum. »

Si riferisce probabilmente alla medesima origine quest'altro teorema di Geometria, così proposto da Galileo e così dimostrato: « Sit circulus, cuius diameter AB (fig. 200) et ipsi parallela tangens CE, et ex termino B quaelibet linea BO in circulo applicetur. Dico perpendiculares, quae a termino B et O, ipsi BO, accomo-

dantur, protractas, de linea CE partem, diametro circuli aequalem, semper intercipere. »

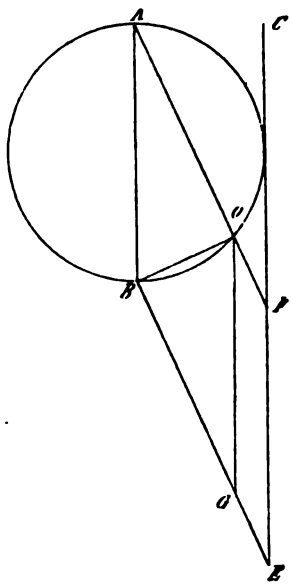


Figura 200.

« Jungantur enim A, O, et extendatur ad tangentem in F, quae ad BO erit perpendicularis, cui ex B parallela sit BE: demonstrandum FE diametro circuli esse aequalem. Id autem constat, quia in parallelogrammo ABEF latera AB, FE opposita aequalia sunt, ex Elementis. »

« Vel dicas quod ducta, ex O, OG parallela ipsi AB, et BG perpendiculari ad BO, abscindet semper OG aequalis diametro circuli, quod patet ex triangulis AOB, OBG similibus, et aequalibus » (ibid., fol. 68).

Ritornando al Cartesio, e ai giudizi di lui scritti in confidenza al Mersenno, è da osservare di più che, nei teoremi galileiani, non si tratta di semplice Geometria pura, ma di Geometria applicata alla Scienza del moto, ciò che importava un assai maggiore difficoltà, per esser cose, delle quali i predecessori o non ne avevano dati alcuni o pochissimi esempi. Di qui è che spesso, per assicurarsi meglio delle verità di quelle nuove conclusioni, riduceva Galileo le astratte generalità ai casi concreti, e invocava l'Aritmetica a far riscontro colla Geometria. Così fatte applicazioni ricorrono nel citato manoscritto galileiano frequenti, ond'è che più volte occorse all'Autore, anche in mezzo a così fatti aritmetici esercizi, di ritrovare alcuni teoremi nuovi, e nella loro semplicità eleganti. Tale sarebbe per esempio il seguente, così formulato al foglio 35: « In numeris, ab unitate consequentibus, summa cuiuslibet multitudinis, ad aliam summam alterius multitudinis, si ab utraque dimidium maximi numeri auferatur, est ut quadratum multitudinis unius ad quadratum alterius multitudinis. »

Per la dimostrazione però non si fa dell'Algebra altr'uso, che in apparenza, chiamando *ab* la somma dei numeri in serie naturale, da 1 a 8, e *ac* la somma di un'altra simile serie, da 1 a 6, e notando che il Teorema generale formulato si verifica esattamente nelle particolarità del preso esempio numerico. « Summa enim *ab* est 36: ablato dimidio 8, remanet 32. Summa *ac* est 21: ablato dimidio 6, remanet 18. Et 32 ad 18 est ut quadratum multitudinis *ab*, nempe 64, ad quadratum multitudinis *ac*, quod est 36 » (ibid.).

Sia pure che, per ritrovare così fatti Teoremi di Geometria e di Aritmetica, non ci fosse bisogno di essere gran Matematici, ma non poteva il Cartesio negare che non fosse Galileo stato il primo ad applicare la Geometria e l'Aritmetica a quel modo, per dimostrare le nuove proprietà e i varii e complicati effetti del moto.

Un' altra delle ragioni, per cui non piaceva al Cartesio stesso quel trattato galileiano, era perchè, nel dimostrar quei tanti teoremi, non teneva le vie più compendiose. « Observavi eum maxime compendiosas vias non sectari » (Epist. cit., pag. 244). E anche questo giudizio cartesiano è vero, suffragato da quello degli stessi nostri Lettori, i quali avranno già fatto in sè medesimi il confronto fra la elegante snellezza delle dimostrazioni, stese nei tre libri manoscritti, con quelle date a stampa uggiosamente pesanti.

Il Salviati, così nell' attuale occasione del ragionare, come nel riferire le cose già prima ragionate, aveva da una parte riguardo ai Sagredi, i quali si sarebbero potuti facilmente condurre per le vie compendiose, ma ripensava dall' altra ai Simplicii, che avendo le gambe deboli e corte conveniva condur per le vie piane, e perciò inevitabilmente più lunghe. E perciocchè, non al Cartesio solo, ma a tutti i Matematici rappresentati in Gian Francesco Sagredo, si vede che sarebbero piaciute meglio le dimostrazioni, quali uscirono di primo getto, che non le rifatte per la stampa (inutili del resto ai Simplicii, ai quali, per quanto fosse sminuzzato, rimarrebbe sempre quel solido cibo indigesto) crediamo di aver fatto cosa grata ai sopraddetti Matematici, e di avere anche in parte provveduto alla gloria di Galileo, nel dare alla luce i tre libri *De motu*, nelle loro forme originali.

VI.

Il trattato Dei moti locali, intorno a cui ha avuto occasione d' intrattenersi fin qui lungamente la nostra Storia, contiene in sè, e rappresenta una di quelle due scienze, che Galileo era solito chiamare col titolo di nuove. Molti, che questo titolo gli concessero cecamente, crederono, e l'Autore stesso si studiò con arte di confermarli in quella loro opinione, che cioè s' avessero tali novità a intendere in senso assoluto, quasi che si fossero alle insegnate dottrine posti i principii, oltre all' averne svolte le conseguenze. Dicemmo altrove come fosse questa una vana lusinga, e una incredibile presunzione, confortando il nostro detto coi fatti, dai quali ci venne dimostrato aver avuto la scienza del moto, nel secolo XVI, certezza di principii, e speranza lieta di futuri progressi.

Il seme, da cui germinò la scienza di Galileo, vedemmo essere stato il Teorema meccanico del Tartaglia: e perciocchè s' era a comun benefizio, per mezzo del libro dei *Quesiti e inventioni*, un tal fecondo seme largamente disperso, non pareva credibile ne dovesse nascere un filo solo. Vero è che, come spesso avviene ai seminatori del campo, un granello va a cader sulla pietra, e se lo beccano gli uccelli dell' aria: un' altro cade in terra mal fondata, e germoglia, ma poi presto, per mancanza di umore, si secca, cosicchè quello solo, che va a cadere in ben disposto terreno, nasce e cresce e matura nella spiga.

Così fatte buone disposizioni, dal figurato passando al senso proprio, non si debbono tanto intender dipendere dalle qualità della mente, quanto dal fine accidentale, che s' erano proposti di conseguire gli Autori, per alcuni dei quali riducevasi tutto quel fine in promovere in qualche modo il teorema del Tartaglia, mentre Galileo, essendosi prefisso per termine il brachistocronismo degli archi rispetto alle corde, dovette necessariamente passare per la lunga e ordinata serie delle proposizioni intermedie.

Di qui avvenne ch' essendo, nelle poche menti disposte a riceverlo e a fecondarlo, medesimo il seme, uno dei grani spuntò appena: o come si vuol dire in senso proprio non fu da qualche Autore promosso il Teorema meccanico oltre alle sue prime conseguenze, mentre ebbe per qualche altro uno svolgimento assai più largo, benchè lontano dal raggiunger l' estensione, a cui fu ridotto da Galileo, il quale è perciò, nell' istituire la nuova scienza, il maggiore, ma non il solo. I concorrenti si riducono per noi a questi due principali: a Claudio Beriguardi cioè, e a Giovan Batista Baliani, che, giudicati dai più imitatori o emuli non solo, ma plagiari di Galileo, appariscono ora innanzi alla Storia nella verità del loro aspetto, in quanto rappresentano le varie disposizioni delle menti aperte a ricevere il seme della scienza, che la provvida Mano superna sparge largamente, e diffonde per tutto l' aperto campo sottoposto, e non in qualche chiuso e privilegiato orticello.

Quando, nel VI della III parte dei *Circoli pisani*, si lesse che l' Autore asseriva di aver dimostrato le proprietà del moto, nelle rette e nelle oblique discese dei gravi, vent' anni prima che Galileo e il Torricelli avessero pubblicato nulla intorno a quello argomento; molti se ne risero, avendo per cosa impossibile che il losco Peripatetico fosse penetrato a veder tanto addentro, quanto l' acuto Linceo. Quando apparve in Genova il trattato *De motu naturali*, in quel tempo medesimo, che in Leida si pubblicarono i dialoghi Delle due nuove Scienze, sempre fermi costoro nel medesimo pensiero, che cioè, a ricever le arcane rivelazioni della Scienza del moto, non ci fosse altro cervello capace, che quello di Galileo, dissero che il Baliani lo avea ricopiato. E perchè non aveva ciò alcuna apparente verosimiglianza, essendo le due pubblicazioni contemporanee, tennero per cosa certa che il Genovese avesse avuto fra mano il trattato galileiano manoscritto, nonostante che, del gratuito asserto, sia dimostrata la falsità dalla storia narrata qui addietro. Se fosse mai stato a loro noto, avrebbero, del libro di Giovan Marco Tedesco, fatto il medesimo commento, non avvedendosi che, così, male si spiegava il fatto dipendente piuttosto da quella causa naturale, da noi sopra proposta, che cioè, partendo Autori d' indole, di studii e di patria diversi dai medesimi principii, dovevano necessariamente riuscire alle medesime conseguenze, almeno più prossime e più immediate. Ciò che si induce dalla ragione, vien confermato dal fatto che, consistendo quel principio, come più volte s' è detto, nel Teorema meccanico, e le immediate conseguenze di lui riducendosi nel passar dai momenti alle velocità, e da queste ai tempi; si videro riscontrarsi inconsapevoli insieme, in tal processo dimostrativo, gli

Autori, come sconosciuti pellegrini che, tendendo a un medesimo luogo, si incontrano per la medesima via.

Il Beriguardi infatti, dop'aver dimostrato che il medesimo grave tanto è più ponderoso nel perpendicolo BC (fig. 201) che nel declivio AC, quanto la linea AC è maggiore di BC, considera molto ragionevolmente che questo ponderar diverso del medesimo globo, per la sola ragione del venir collocato su due piani diversi, « non videtur provenire posse, nisi a virtute, qua celerius movetur per BC, quam per AC, secundum permutatam laterum proportionem » (Circuli pisani, editio 2ª, Patavii 1660, pag. 310).

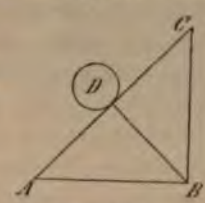


Figura 201.

Di qui perciò ne conclude che, supposto esser AC tripla di BC, la velocità nella perpendicolare deve contrariamente esser tripla dell'altra nell'inclinata.

Vede l'Autore, da una tal conclusione, derivarsi un corollario di tanta importanza, che stabilisce il primo passo, da progredire oltre liberamente per la scienza galileiana. Se, come s'è supposto dianzi essere AC tripla di BC, così suppongasi ora essere la stessa BC tripla di CD, partendosi il mobile dal punto C, dov'era in quiete, passerà i due spazi CB, CD nel medesimo tempo. Che se volesse, poi soggiunge, alcuno determinare graficamente il punto D, non dovrebbe far altro che condurre da B, estremità della perpendicolare, la normale DB all'inclinata, dalla qual normale si verrebbe a descrivere il triangolo BCD, ch'essendo simile ad ABC darebbe AC : BC = BC : CD.

Questa dimostrazione, condotta su particolari dati numerici, si ridurrebbe assai facilmente alla sua generalità, ragionando in un modo simile a quello dell'Autore. Imperocchè, chiamata V la velocità per la perpendicolare, v la velocità per la inclinata, abbiamo $V : v = AC : BC$. Per trovar poi il punto D, dove sarà giunto il grave sull'obliqua, nel tempo che il medesimo grave avrebbe passata la diretta BC, diremo ch'essendo i tempi uguali debbon essere le velocità proporzionali agli spazi, per cui, chiamata X la lunghezza CD incognita, avremo $V : v = BC : X$, e perciò $AC : BC = BC : X$. Ora, tirata da B la BD, perpendicolare ad AC, i triangoli simili ABC, BCD danno $AC : BC = BC : CD$; dunque $X = CD$.

Le meccaniche proprietà del circolo, che apparvero, come veramente sono, maravigliose, scendevano dimostrate di qui per corollario immediato, perchè, circoscritto al triangolo rettangolo DCB un mezzo cerchio, il tautocronismo, concluso per la precedente proposizione, veniva a riferirsi a CD, come corda, e a CB come a diametro di quel medesimo cerchio. Il Beriguardi non accenna per verità a questo progresso, che conduceva molto addentro alla scienza galileiana Giovan Marco, il quale, dalla XIII sua proposizione dimostrativa dell'equidiuturnità per la verticale e per l'inclinata, ambedue prefinite dalla perpendicolare, che da quella giunge a questa; passa a concluder, nella XV: « Motus, ex eodem puncto, per lineas subtensas, sunt aequales motus per diametrum eiusdem circuli » (De prop. motus cit., fol. 23 ad t.).

Vedemmo come fossero questi memorabili teoremi, nel primo Libro di Galileo, ordinati a servire di Lemmi, per dimostrare il fondamento alla nuova Dinamica, che cioè i tempi, nelle scese da uguali altezze, stanno come gli spazi. Ora, nè il Beriguardi nè Giovan Marco progredirono tant' oltre nelle loro meccaniche speculazioni, rimanendosi di gran lunga indietro, non a Galileo solo, ma al Baliani, il trattatello del quale procede nelle sue dimostrazioni in un modo tanto simile a quello, che si osserva nel primo Manoscritto galileiano, da dar qualche apparenza di verità a quel che si diceva dianzi calunnioso commento. Se non che, farebbesi forse meglio a rassomigliare i processi del Baliani a quelli del Torricelli, così nella eleganza dei modi, come nell' elezione degli ordini dimostrativi. Che se allo stesso Torricelli, in voler render la scienza indipendente da qualunque ipotesi, occorse di ritornar sulle tracce, e quasi indovinare i primi modi tenuti da Galileo, senz' averne veduti i Manoscritti, ma condottovi dalla logica dei pensieri; diciamo che questo stesso incontrò nello speculare al Baliani, cosicchè l' identità dei professati principii, e il comune studio di proseguire in Geometria le vie più compendiose, conducessero i due Autori alle conseguenze medesime nella sostanza e nelle forme.

Apriamo, per passar dalle parole ai fatti, il citato trattatello *De motu naturali*, pubblicato la prima volta, nel 1638, dal Matematico genovese, e troveremo, come principal cosa da notare, che mentre Galileo in principio si fa Autore del Teorema meccanico, e poi lo repudia come sospetto; il Baliani lo riguarda come un vero matematico, o per dimostrazione o per naturale evidenza, così chiaro, da scriversi in quarto luogo fra i postulati sotto una tal forma: « Momentum gravis super plano inclinato est ad ipsius gravitatem ut perpendicularis ad inclinatam, si ab eodem puncto ducta sint ad idem planum orizontale dicta perpendicularis et dictum planum inclinatum, et proinde tali casu proportio gravitatis ad momentum est reciproca proportione linearum super quibus grave movetur » (De motu natur., edizio 2ª, Genuae 1646, pag. 15, 16). Da questo, e dall' altro postulato già premesso, che cioè il momento sta al momento del solido grave, come la velocità sta alla velocità, ne conclude il Baliani che le velocità stesse, nel perpendicolo e nell' obliqua, stanno reciprocamente come le lunghezze.

Questa proposizione, che è l' XI del I libro, è ordinata dall' Autore all' altra fondamental proposizione dei tempi proporzionali alle lunghezze dell' obliqua e della perpendicolare, al qual uso è premessa altresì in XVII luogo, la soluzione del seguente, per altre vie oramai ben noto Problema: « Data linea perpendiculari, per quam grave descendat, cui annectatur linea, seu planum declinans; in declinante reperire punctum, quo grave perveniat eo tempore, quo pertransiverit perpendiculum » (ibid., pag. 34).

Sia il piano inclinato AC, nell' ultima rappresentata figura 201, elevato all' altezza BC sopra il piano orizzontale AB, e si voglia sapere a qual punto si troverà un grave scendente per AC, mentre un altro simile grave, partitosi dal medesimo punto C, abbia percorso tutto intero il perpendicolo CB.

Condotta la BD perpendicolare ad AC, sarà D il punto cercato, imperocchè abbiamo, dice il Baliani, per le cose già dimostrate, che la velocità, lungo AC, sta alla velocità, lungo CB, come CB sta ad AC. Ma perchè, essendo CD terza proporzionale dopo AC, CB, si ha CB : AC = CD : CB, dunque le velocità, nel piano inclinato e nel perpendicolo, stanno come CD a CB, ossia, come gli spazi passati. Ma quando le velocità stanno come gli spazi, i tempi sono uguali, dunque è vero quel che si diceva, che cioè i tempi per CD e per CB sono uguali.

Da questa proposizione ne deduce, per facile corollario, l'Autore, come Giovan Marco e come il Torricelli, il tautocronismo fra le corde e il diametro, circoscrivendo al triangolo rettangolo CDB un semicerchio, d'onde s'apre la via a dimostrar quest'altra proposizione, ch'è il fondamento, su cui posa la nuova Scienza del moto: « Si duo gravia descendunt, alterum quidem perpendiculariter, alterum vero super plano declinante, pervenient ad idem planum orizontale, tali ratione, ut sit eadem proportio inter diuturnitates eorum, quae inter perpendicularem et declinantem » (ibid., pag. 36).

Propostasi innanzi la medesima figura 201, a dimostrar che il tempo per AC sta al tempo per CB, come AC linea sta a CB, procede speditamente sicuro il Baliani in questa maniera: Perciocchè abbiamo, per le già dimostrate leggi dei moti accelerati, che CD : AC = T.° CD^2 : T.° AC^2 e per una delle proposizioni antecedenti, che T.° CD = T.° CB, ne conseguiranno dunque le relazioni CD : AC = T.° CB^2 : T.° AC^2 = CD × AC : AC^2. Ma perchè i triangoli simili ABC, BCD danno CB^2 = CD × AC, sarà T.° CB^2 : T.° AC^2 = CB^2 : AC^2, e perciò anche i semplici tempi per CB e per AC staranno come le semplici linee CB, AC.

Il fondamento alla Scienza nuova era dunque posto anche dal Baliani, con questa proposizione, la quale è conclusa, come si vede, da principii diversi, ed è condotta in diverso modo da quella di Galileo. Ma perchè s'assolvevano, in stabilire un tal fondamentó, le intenzioni del Matematico genovese, ei non dà alla sua scienza tutta l'estensione della scienza galileiana, a confronto della quale, se rimane inferiore rispetto alla materia, vince però l'esaltato emulo suo rispetto alla elegante semplicità della forma. Dicemmo, e lo ripetiamo, che in ciò il Baliani, meglio che a Galileo, si rassomiglia al Torricelli, col trattato del quale, che si compone, secondo la stessa modesta espression dell'Autore, delle respigolature fatte nel dovizioso campo galileiano, si riduceva al suo perfezionamento in Italia la nuova istituita Scienza del moto.

Oltremonti però avveniva quel che suole avvenire, la mattina, agli abitanti delle valli occidentali, che si trovano innanzi rischiarata la via, e camminano in mezzo al chiaro giorno, senza pensar che anche quella, benchè giunga ai loro occhi diffusa, è la luce viva del sole. Edmondo Mariotte leggeva un giorno, innanzi all'accademica Assemblea parigina, una certa sua dissertazioncella, con la quale s'argomentava di rendere la ragione del perchè una corda di liuto, mossa, faccia spontaneamente risonare le altre corde tese

all'unisono o all'ottava. Fra i molti dotti, ivi convenuti, il solo Cristiano Huyghens sentì che quella era la ragione medesima data da Galileo, e lo disse all'Autore, il quale si scusò asseverando che il libro di Galileo non l'aveva mai letto. Poi, messosi per curiosità, dopo qualche tempo, a leggere, « J'ai trouvé en effet que ses pensées étoient tellement conformes aux miennes, sur ce suiet, que vous pouviez croire, avec beaucoup de raison, que j'avois emprunté de lui ce que j'en avois écrit » (Oeuvres, T. II, a l'Haye 1740, pag. 558).

Rivolgeva queste precise parole il Mariotte all'Huyghens stesso, in una lettera, scritta da Dijon il dì primo del Febbraio 1668, per dedicare al futuro Autore dell'*Orologio oscillatorio* alcune sue proposizioni sul moto dei pendoli e dei corpi gravi, le quali, benchè confessi essere in sostanza quelle medesime già dimostrate da Galileo, « il y a pourtant una difference toute entière entre les façons de démontrer, et l'ordre et suite des propositions, comme vous le pourrez juger facilement, s'il vous plaît de lire l'ecrit ci-joint. Car vous verrez que dans ma première proposition je donne, ou crois donner, la vraie cause de l'acceleration du mouvement, au lieu que Galilee se contente de la supposer et d'enfaire une définition; que dans ma V je prouve ce qu'il prend pour principe, et qu'il demande lui être accordé au commencement de son Traité; et que dans ma VIII je donne la proportion du tems par le côté du quarré, avec le tems par les 2 côtez de l'octogone, et par celui des 3 côtez du dodecagone, ce qu'il n'a pas fait » (ivi, pag. 558, 59).

Se abbia propriamente il Mariotte, com'ei vorrebbe far credere, data in quella sua I proposizione la vera causa dell'accelerazione del moto, lo lasciamo giudicare ai nostri Lettori, perché a noi sembra non aver fatto altro il Matematico francese che mettere in altra forma i concetti stessi di Galileo, i quali rimangono, così per l'uno come per l'altro Autore, indipendentemente dalle parole usate a significarli, non più che una semplice definizione. Quanto al vantarsi poi di aver dato dimostrazione di quel che, nel Trattato galileiano, si chiede ne sia concesso come noto, non si vede troppo giusta ragion di tal vanto, essendo stato fatto ciò, tanti anni prima, con pubblica solennità, dal Baliani e dal Torricelli, e avendo anzi il Gassendo divulgata in Francia la notizia che quella tanto desiderata dimostrazione era stata fatta dallo stesso Galileo, per inserirsi, occorrendo di ristamparlo, nel suo III dialogo Del moto.

Qualche cosa nonostante di nuovo e di singolare è nella VII proposizione, nella quale s'insegna dal Mariotte a calcolare la proporzion del tempo, scendendo il grave per la sottesa a una quarta di cerchio, per i due lati dell'ottagono, e per i tre del dodecagono, a fin di concluderne il brachistocronismo degli archi rispetto alle corde. Ostentava, in ordine a ciò, l'eccellenza del suo proprio trattato, in confronto di quello di Galileo, il quale, se *il n'a pas fait*, non è da apporglielo a difetto, avendo egli tenuto altre vie più generali, e diciamolo francamente, più matematiche di quelle proseguite dall'Accademico parigino. Si può aggiungere anzi che la VIII proposizione del

francese Autore *Du mouvement des pendules* dipende dalla precedente, che si deriva per corollario dalla XIV, ordinata da noi di sopra, nel pubblicare il III libro galileiano.

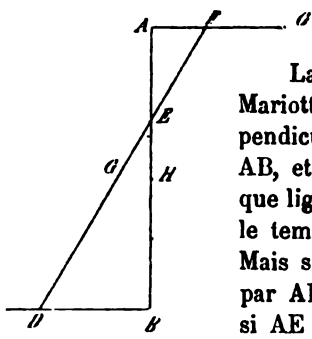


Figura 202.

La detta VII proposizione infatti, nel trattato del Mariotte, è così formulata: « Soit AB (fig. 202) perpendiculaire à l'horison; AC, BD perpendiculaires à AB, et AE le quart de la ligne; et soit FED quelconque ligne entre les deux paralleles AC, BD: je dis que le tems par FE, EB sera égal au tems par AE, ED. Mais si AE est moindre que le quart de AB, le tems par AE, ED, sera plus grand que par FE, EB. Mais si AE est plus que le quart, le tems par FE, EB sera le plus grand » (Ouvres, T. II cit., pag. 564, 65).

La dimostrazione si deriva per legittimo e immediato discorso, come s'è detto, dalla XIV del III libro manoscritto di Galileo, dalla quale, prese FG, AH medie proporzionali fra FD, FE, e AB, AE, si hanno l'equazioni T.° AE : T.° ED = AE : EG; T.° FE : T.° EB = FE : EH, che danno per composizione T.° AE + T.° ED : T.° ED = AE + FG : EG; T.° FE + T.° EB : T.° EB = FE + EH : EH. Ma perchè T.° FD = EG, e T.° EB = EH, sarà T.° AE + T.° ED : T.° FE + T.° EB = AE + EG : FE + EH.

Vien di qui dimostrato il teorema del Mariotte, ne' suoi tre casi distinti, imperocchè, quanto al primo, se AE, e perciò anche EF, son la quarta parte precisa delle AB, GD, sono altresì respettivamente uguali alle EH, EG, e perciò T.° AE + T.° ED = T.° EF + T.° EB. Essendo nel secondo caso assai facile dimostrare che AE + EG > FE + EH, e nel terzo che AE + EG < FE + EH, se ne conclude, rispetto all'uno e all'altro propostosi caso, dalla formulata equazione, l'intento.

Soggiunge a ciò poi il Mariotte il seguente Scolio, che serve efficacemente di Lemma alla VIII proposizione: « On prouvera le même, si les deux lignes AEB, FED sont toutes deux inclinées: et l'on peut conclure, par ce qui est dit au troisieme cas, qu'un poids commençant sa descent par une ligne perpendiculaire, ou peu inclinée, et la finissan par une beaucoup inclinée, fait le tems plus court que s'il commençoit et finissoit au contraire, si la perpendiculaire et l'inclinée sont égales, et meme, quand la perpendiculaire et l'inclinée seroient un peu plus grandes que l'inclinée et la perpendisulaire » (ivi, pag. 565).

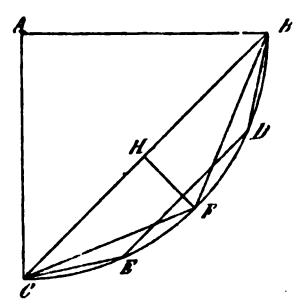


Figura 203.

Dietro le quali cose, ecco in che modo conduce il Mariotte la sua VIII proposizione, corrispondente alla XXXVI di Galileo. Siano alla medesima quarta di cerchio BDEC (fig. 203) inscritti il lato BC del quadrato, i due lati BF, FC dell'ottagono, e i tre lati BD, DE, EC del dodecagono, e s'immagini che scenda per essi da B un

grave per giungere all'infimo punto C dello stesso quadrante, eretto sul piano dell' orizzonte, in modo che AC gli riesca perpendicolare. S' argomenta dall' ultima fatta considerazione, e osservando che la scesa per BFC è meno inclinata in principio, e più inclinata nel termine di quel che non sia BC; come pure che l' altra scesa per BDEC è meno inclinata in principio e più inclinata nel suo termine di quel che non sia la scesa per BFC; s'argomenta, diciamo, che più breve per BFC che non per BC, e più breve ancora per BDEC che non per BFC sarà il tempo della scesa di quel medesimo grave. Cosicchè, venendo ai calcoli numerici, si troverebbe, dice il Mariotte, che, essendo il tempo per BC centomila, quello per BFC sarà 93,758, e quello per BDEC 93,072, presso a poco. « D'ou l'on peut conclure, così termina l'Autore la sua dimostrazione, que le tems par quatre soutendantes de suite sera encore plus court, et enfin que par la circonference BC il sera le plus court de tous, et pourroit etre au tems par BC comme 93 a 100, ou 13 a 14 a peu pres » (ivi, pag. 565).

Questo trattatello *Du mouvement*, in VIII proposizioni, con una conclusione relativa all' isocronismo dei pendoli, fu nel 1668 dedicato, come dicemmo, all' Huyghens, il quale, pubblicando cinque anni dopo il suo *Orologio oscillatorio*, veniva con tanto più valide forze del Mariotte a promovere la Scienza del moto. Doveva anch' egli partire dai medesimi principii, dei quali riconobbe con imparziale giudizio primo autore Galileo, se non che dei modi da lui tenuti in dimostrarli non è sodisfatto. Era a quel tempo già venuta alla luce l' aggiunta postuma al III dialogo delle Due nuove scienze, dove si dimostrava quel che s' era prima supposto, che cioè sono uguali le velocità sopra piani diversamente inclinati, ma della medesima altezza, e questa galileiana dimostrazione all' Huyghens *parum firma videtur*, per cui crede di dovergliene sostituire un' altra. (Horol. oscill., Lib. II, proposizione VI, Opera varia, T. I cit., pag. 62, 63).

Parve inoltre anche all' Autore dell' *Horologio*, come al Cartesio, che non tenesse l' Accademico nostro fiorentino le vie più compendiose, specialmente in dimostrare quel teorema « cui reliqua omnia, quae de descensu super planis inclinatis tradidit, superstruuntur » (ibid., pag. 63). È quel galileiano teorema, a cui qui si accenna, il III, che nel pubblico trattato Dei moti locali riman tuttavia concluso dal principio supposto. Ma l' Huyghens, avendo già prima dato dimostrazione di quello stesso supposto, osservava che, dalle proprietà dei moti equabili succedentisi agli accelerati, s' aveva una dimostrazione assai più semplice e più spedita di quella stessa data da Galileo, benchè con l' aiuto degli Indivisibili.

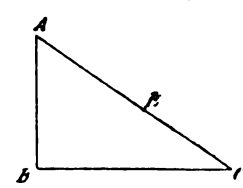


Figura 204.

Scenda infatti il grave per AB (fig. 204) e per AC. S' ha, per le proprietà del moto equabile dopo l' accelerato, dimostrate nella I proposizione di Galileo, che la velocità in B è uguale a $\frac{2.\,AB}{T.^{o}\,AB}$, e che la velocità in C è uguale a $\frac{2.\,AC}{T.^{o}\,AC}$.

Ma, secondo che suppone esso Galileo o secondo che volle l'Huyghens dimostrare, le velocità in B e in C sono uguali, dunque T.° AB : T.° AC = AB : AC, che è il fondamento alla nuova scienza del moto, sostituito nella VII del II libro dell' *Orologio oscillatorio* alla III del III dialogo delle Due nuove scienze.

Così fatte sostituzioni però, concernenti la forma piuttosto che la sostanza, non detraggono che in assai piccola parte a Galileo il merito di essere egli stato il primo a mettere in ordine di trattato que' teoremi, che l'Huyghens e il Mariotte, per tacere di altri, resero con le loro speculazioni d'altre nuove mirabili conseguenze fecondi.

CAPITOLO VII.

Delle scese dei gravi per gli archi dei cerchi

SOMMARIO

I. Delle varie esperienze e delle teorie, che persuasero essere i tempi delle scorse dei gravi, nelle concavità dei cerchi e nei pendoli, per qualunque ampiezza di arco, uguali. — II. Delle nuove esperienze e delle teorie, che dimostrarono non essere i tempi delle corse e delle ricorse dei cadenti, per le concavità dei cerchi e nei pendoli, esattamente uguali. — III. Delle leggi delle cadute dei gravi per archi di cerchi simili, e delle loro applicazioni al problema del pendolo a secondi. — IV. Di ciò che operarono i Discepoli di Galileo, e segnatamente il Viviani, per dare scienza delle supposte proprietà dei pendoli disugnali.

I.

L' argomento storico del capitolo precedente ha in sè un' importanza, ch' è sfuggita forse all' attenzione dei nostri Lettori, ma che a noi preme di far osservare. Si riferisce una tale importanza al sodisfar che le narrate storie fanno alla curiosità di coloro, i quali, essendo passati per la lunga serie delle proposizioni, di che si compila il trattato galileiano Dei moti locali, inserito nel III dialogo Delle due nuove scienze, domandano, appena usciti fuori dalla faticosa lettura, qual potesse essere stata l' intenzion dell' Autore in raggirarsi prolissamente intorno a così fatte speculazioni, che, ridotte a quelle sole, dalle quali verrebbe propriamente promossa la Scienza, si potevano tanto più efficacemente concludere in un piccol numero di teoremi.

La curiosità, che dee senza dubbio aver frugato tutti i Lettori del trattato a stampa, vien ora ad essere sodisfatta in chi rammemora i primi manoscritti sul medesimo argomento, ne' quali s' incominciava dallo stabilire le leggi dei moti accelerati, per concluderne brevemente, previi i necessarii Lemmi, il brachistocronismo degli archi rispetto alle sottese dei cerchi. Quel

che sta di mezzo vedemmo non esser altro che una soprabbondanza di ordito, messo in mezzo alle rare fila dal tessitore, quando impose altro nome, e volle riserbare ad altr' uso l'inaspettatamente riuscita eccellenza della tela. Per servirsi d' altra immagine a significare il medesimo concetto, si direbbe che avvenne a Galileo come a colui, che, correndo la ruota, vede uscire un' anfora dall' argilla posta in sul tornio, per ridurla alle semplici forme di un orciolo. La curiosa trasformazione apparisce evidente a chi paragona il primo trattatello manoscritto, l' intenzion del quale era quella di concluder che il tempo per gli archi è più breve che per le corde inflesse, con l' ultimo trattato a stampa, in cui proponevasi l' Autore di dimostrare le proprietà dei moti locali, a fine d' instaurarne una Scienza nuova.

È dunque manifesta di qui l' origine storica di quel III dialogo Del moto, che formò l' ammirazione del mondo: è manifesto cioè che, dall' esercitarsi Galileo intorno alle proprietà meccaniche dei cerchi, fu condotto a ritrovare i principii e le conseguenze nuove della Scienza universale dei moti. Ora è notabile che questa universalità si riduca infine e torni alle particolarità delle prime intenzioni, giacchè si vede che anche il trattato, a cui s' impose il titolo Dei moti locali, si corona con la proposizione XXXVI, nella quale si dimostra che la via più breve di giungere da un punto all' altro, non è per la rettitudine della corda, ma per l' arco sotteso. Quella XXXVI proposizione dunque, che non è più la finale intenzion del trattato, vi riman nulladimeno una delle principali; ond' è che la sua propria dignità c' invita a ricercarne l' origine, e a indagarne il fine, che nel libro di Galileo, come il nostro discorso confermerà, non apparisce. Anche il Cartesio perciò dettesi a indovinare, e si credè che il fine della detta proposizione, e di tutto anzi il trattato, che ne preparava le conclusioni; fosse quello di dimostrare l' isocronismo dei pendoli. « Caeterum, così scriveva al Mersenno, nel far la critica al libro di Galileo, tertium suum Dialogum non alio consilio scripsisse mihi videtur, quam ut rationem redderet cur eiusdem chordae vibrationes sint inter se aequales, quod tamen non praestat, sed solum concludit pondera citius descendere secundum arcum circuli, quam secundum eiusdem arcus chordam » (Epist., P. II cit., pag. 244).

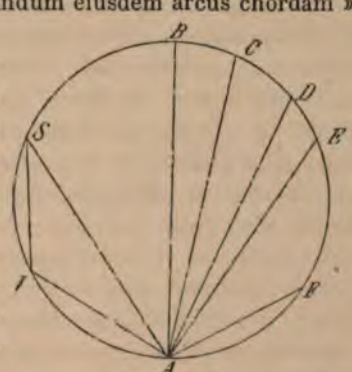


Figura 205.

Nessun'altra divinazione dette mai meglio di questa nella cruna del vero, essendo che Galileo stesso, rivelando i segreti suoi pensieri a Guidubaldo Del Monte, dica esser passate per la sua mente le cose proprie a quel modo, che avea scritto il Cartesio. Nella lettera infatti del dì 20 di Novembre del 1602, dop' aver dato allo stesso Guidubaldo notizia delle dimostrate proposizioni concernenti il tempo della scesa per l' arco, e per le inflesse corde sottese; il medesimo Galileo immediatamente soggiunge: « Sin qui ho dimostrato senza trasgredire

i termini meccanici, ma non posso spuntare a dimostrare come gli archi SIA (fig. 205), IA sieno passati in tempi uguali, che è quello che cerco » (Alb. VI, 23).

Essendoci così dunque certificati che l'occasione d'istituire la Scienza nuova del moto venne veramente a Galileo dall'essersi voluto mettere a dimostrare l'isocronismo dei pendoli, si può dir che la storia della Dinamica incominci dalla storia di una tale scoperta. Una tradizione volgare, avvalorata dall'autorità del Viviani, narra che ciò avvenne nel Duomo di Pisa, attendendo ivi al dondolar lungo e lento di una lampada sospesa.

« Trovavasi il Galileo, scrive esso Viviani nella sua *Storia dell'applicazione del pendolo all'Orologio,* in età di vent'anni in circa, intorno all'anno 1583, nella città di Pisa, dove per consiglio del padre s'era applicato agli studii della Filosofia e della Medicina, ed essendo un giorno nel Duomo di quella città, come curioso ed accortissimo ch'egli era, caddegli in mente di osservare, dal moto di una lampana che era stata allontanata dal perpendicolo, se per avventura i tempi delle andate e tornate di quelle, tanto per gli archi grandi, che per i mediocri e per i minimi, fossero uguali, parendogli che il tempo per la maggior lunghezza dell'arco grande potesse forse restar contraccambiato dalla maggior velocità, con che per esso vedeva movere la lampana, come per linea nelle parti superiori più declive. Sovvennegli dunque, mentre questa andava quietamente movendosi, di far di quelle andate e tornate un esamine, come suol dirsi, alla grossa, per mezzo delle battute del proprio polso, e con l'aiuto ancora del tempo della Musica, nella quale egli già con gran profitto erasi esercitato, e per allora con questi tali riscontri parvegli non aver falsamente creduto della egualità di quei tempi » (Alb. XIV, 342).

Nella *Vita di Galileo,* e in varie scritture inedite, come in quella *Del votamento dei vasi* o *Delle clessidre* (MSS. Gal., T. CXVIII, fol. 6), e in quell'altra da noi in parte pubblicata a pag. 303, 4 del I Tomo di questa nostra Storia, ripete il Viviani il medesimo commento, che tale e non altro è per noi propriamente il nome, che si meritan così fatte narrazioni. In quest'ultima citata scrittura inedita però soggiunge esso Viviani le seguenti parole, con la storica verità forse meglio conformi: « Nella medesima età sua giovanile, quando Galileo studiava Filosofia, che fu pure intorno al 1580, si chiarì, con l'aiuto di questo suo Pendolo, della falsità di que'due pronunziati di Aristotile, con l'un dei quali egli afferma vedersi che due mobili di gravità diverse discendono per l'istesso mezzo con velocità proporzionali alle medesime gravità loro: con l'altro che l'istesso mobile si muove per diversi mezzi con velocità continuamente proporzionali alle lor densità o gravezze, facendone. per chiarirsi della verità del primo, varie esperienze nell'aria con diversi gravi lasciati cader nell'istesso tempo dall'altezza del campanile di Pisa, e per riscontro del secondo varie altre prove nell'aria e nell'acqua, indagata prima industriosamente la proporzione delle densità o gravità in specie di tali fluidi » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 62).

Ora, sembra a noi che questa di confutare gli errori aristotelici fosse la più naturale e la più ragionevole occasione a Galileo di scoprire l'isocronismo dei pendoli. Come, a sperimentare che i gravi, di qualunque materia e di qualunque mole, scendono ugualmente veloci, Galileo stesso, non sodisfatto de' piani inclinati, per evitare ogni attrito, ricorresse ai pendoli, fu da noi fatto avvertire altrove, citandone gli opportuni documenti. Era perciò naturalissimo che in così fatte esperienze, nelle quali si trattava di comparare le velocità di due pendoli diversi, si accorgesse il sagace Sperimentatore della equidiuturnità delle loro vibrazioni, come ingenuamente narra di essersi, a una simile occasione, abbattuto il Baliani a fare la medesima scoperta. Dop' avere, nella prefazione al primo libro *De motu*, detto in che modo gli occorresse di sperimentare che i gravi, comunque fossero ponderosi, lasciati cader per un eguale spazio perpendicolare, lo passavano tutti nel medesimo tempo, « institi adhuc, soggiunge il Matematico genovese, et globos, in gravitate et in materia inaequales, appendi funiculis aequalibus, et agitatos animadverti moveri tempore aequali, et hoc servare adeo fideliter, ut globus plumbeus duarum unciarum, alter librarum duarum, fèrreus librarum 34, et lapideus quadraginta circiter, nec non et lapis informis, quorum funiculi, comprehensis ipsorum semidiametris, aequales essent; uno et eodem temporis spatio moverentur, et vibrationes easdem numero darent hinc inde, sive motus unius globi fieret per aequale spatium, sive per inaequale, ita ut qui maiori impetu iactabatur, et sic maius spatium percurrebat, illud tanto velocius pertransiret » (Editio secunda cit., pag. 6).

Dice il Baliani essergli felicemente occorsa una tale scoperta nel 1611, quando l' esperienze proprie, per determinar la legge dei gravi cadenti, l' ebbero fatto accorto degli altrui inveterati errori. Ma Galileo, come, allo stesso modo sperimentando, aveva parecchi anni prima scoperto quei medesimi errori; così, parecchi anni prima del Baliani, ebbe occasione di avvertir che le varie ampiezze dei corpi oscillanti eran passate da loro nei medesimi tempi. Vuol giustizia perciò che debbasi a lui, a Galileo, la precedenza nel merito della scoperta, la quale non avvenne per quelle quasi romantiche avventure giovanili, alle quali ci fa ripensare il Viviani, ma per i meditati esercizi dell' uomo più maturo, e della mente aperta a ricevere, o a risentire almeno, gl' influssi delle scientifiche tradizioni.

Alcune delle più singolari proprietà del moto dei gravi, costretti a scender per un arco di cerchio, appesi a una fune fissa nella sua sommità, e libera alla sua estremità inferiore; erano state sagacemente avvertite dai nostri Matematici del secolo XVI, e vedremo tra poco come da così fatte esperienze delicatissime avesse principio e impulso a progredire la Scienza meccanica di Leonardo da Vinci. Il Cardano poi iniziava nel suo libro *De subtilitate* questa nuova Scienza da un' occasione sovvenutagli simile a quella di Galileo e del Baliani perchè, ripensando anch' egli alla difficoltà di movere un grave posato in piano orizzontale, si volse a paragonare il fatto con quella grandissima facilità, con la quale si può imprimere un tal simile moto

al medesimo grave, tenendolo sospeso, ed ebbe di qui motivo a sciogliere un problema, che fu poi posto per fondamento alla Meccanica galileiana. « Cum per aequidistantem finitori lineam tam difficulter gravia moveantur, cur est quod, suspensa, facile adeo impelluntur, ut annulus filo suspensus sponte videatur moveri? » (Lugduni 1580, pag. 97).

La causa di ciò, dice il Cardano, è perchè, quando il grave è posato, la forza dee sostenerlo e moverlo, mentre, quando è sospeso, non dee far che moverlo solo. E pur così movendolo, « tanta ferme vi redit ad medium, quanta ab illo depulsum est: igitur, cum ea vi iam depulsum sit a medio, gratia exempli, per cubiti spatium, tantumdem descendere in contrariam partem necessarium erit, atque ita continuo ac alternato reditu tardissime conquiescere » (ibid.).

Si trovano in queste parole, come i nostri Lettori s'accorgono facilmente, incluse le fondamentali dottrine dei pendoli, i quali ondeggiando risalgon *ferme* alla medesima altezza, d'onde furono scesi, e vi risalirebbero puntualmente, quando non ricevessero impedimento dal mezzo, cosicchè nel vuoto quegli ondeggiamenti, che nell'aria vanno a morir tardissimi, continuerebbero ivi perpetui. Cotali pensieri, che fanno esatto riscontro con quelli di Galileo (Alb. I, 250), non sono qui dal Cardano espressi, ma s'argomentano facilmente da ciò che il medesimo Autore insegna nella XL proposizione dell'*Opus novum*, dove dice che una perfetta sfera, per moversi in piano perfettamente orizzontale, non ha bisogno d'altra forza da quella in fuori « quae potest scindere aerem » (Operum. T. IV cit., pag. 480).

Soggiunge il Cardano, nel citato libro *De subtilitate*, al medesimo proposito, un'altra osservazione importante, ed è che l'anello grave sospeso a un filo si move tanto più facilmente, quanto il filo stesso è più lungo. La ragione di ciò, illustrata dall'Autore con apposita figura, e confortata dagli invocati teoremi della sua Geometria, si conclude insomma col dire ch'essendo il filo più lungo riesce a proporzione più ampio l'arco descritto, e perciò il grave, in ugual tratto, men si discosta dalla tangente orizzontale, d'onde la facilità del suo moto maggior che nell'altro appeso a un filo più corto, il quale è necessario che « a centro Terrae magis ascendat » (pag. 97).

Ravviandoci ora al nostro primo ragionamento, diciamo che le considerazioni dei pendoli, in mezzo alle meccaniche speculazioni, potevano naturalmente sovvenire a Galileo dagli esempi degli anteriori Maestri della Scienza, anche senza l'avventuroso incontro nel Duomo di Pisa, immaginato forse da chi si dette a credere che nessun altro avesse pensato mai di ritrovare scienza di così fatti moti per gli archi dei cerchi, ond'ebbe a favoleggiarne l'origine prima dalle lampade ondeggianti. Non sembra che Galileo avesse parte in ingerire una tale opinione, perchè, anche là dove sarebbe caduto opportuno di accennare a ciò, che dette prossima occasione alla scoperta, ne tace, e dice anzi per bocca del Sagredo che « avendo ben mille volte posto cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde, inavvertentemente mosse da alcuno,

il più che io cavassi da tale osservazione fu l'improbabilità dell'opinione di quelli, che vogliono che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè dall'aria » (Alb. XIII, 100).

Se la storia dunque ha da fondarsi sui documenti, si dovrebbe dire che Galileo stesso nega di avere imparato l'isocronismo dalle lampade oscillanti, dalle quali solo prese occasione di riconoscer l'impossibilità dell'opinione aristotelica intorno all'aria, che produce e mantiene il moto ai proietti. Quanto al moto dei gravi naturalmente cadenti, come i corpi appesi a un filo, piuttosto che striscianti lungo un piano, gli servissero a sperimentar le leggi delle cadute, e a scoprire le altre non meno inverosimili opinioni del Filosofo, lo dice in questo stesso Dialogo poco avanti, quasi volesse da sè medesimo Galileo confermar che fu dall'usare i pendoli in così fatte esperienze, che gli occorse di avvertire l'ugual tempo delle loro maggiori o minori oscillazioni.

Comunque sia, il primo autentico documento, in cui facciasi menzione dello scoperto isocronismo, è una lettera del 1602 indirizzata a Guidubaldo del Monte, quando Galileo non era semplice scolare, ma professore in Padova, dove non s'esercitava per suo giovanile diletto intorno alla Musica, ma insegnava alla gioventù, d'ogni parte del mondo convenutavi, la Matematica. Appartengono a cotesti tempi alcune scritture del professor padovano, dalle quali giusto apparisce ch'egli studiava allora intorno alle proprietà del moto, sgombrandosi innanzi le vie dagli aristotelici errori. Starebbe perciò anche questo a confermar l'opinione che fosse la scoperta fatta in quel tempo, o poco prima che ne desse lo Scopritore avviso a Guidubaldo, a cui parve impossibile che per pochi gradi e per l'intero quadrante passasse un mobile tanto differente lunghezza di via nel medesimo tempo. Volle nonostante ricorrere alle esperienze, facendo scendere alcune pallottoline dentro uno scatolone, e confermando dal fatto quella prima impossibilità giudicata col semplice discorso.

Galileo importunamente insisteva per persuadere al celebre Matematico che la cosa non era impossibile, e, invece di servirsi dello scatolone, fallace o per non essere ben pulito, o per non essere esattamente girato in cerchio; lo consigliava a tener quel medesimo modo, col quale diceva di essersi egli stesso con tanta certezza chiarito del vero. « Piglio, scriveva nella citata Lettera, data da Padova il dì 20 Novembre 1602, due fili sottili, lunghi ugualmente due o tre braccia l'uno, e sieno AB (fig. 206), EF (fig. 207), e gli appicco a due chiodetti A, E, e nell'altre estremità B, F lego due palle di piombo uguali,

Figura 206.

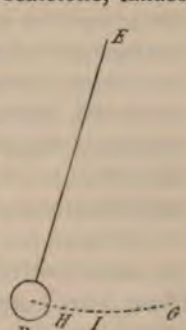


Figura 207.

sebben niente importa se fossero disuguali, rimovendo poi ciascuno dei detti fili dal suo perpendicolo, ma uno assai, come saria per l'arco CB, e l'altro pochissimo, come saria per l'arco IF. Gli lasciò poi nell'istesso tempo andare liberamente, e l'uno comincia a descrivere archi grandi simili al BCD, e l'altro ne descrive de' piccoli, simili al FIG, ma non però consuma più tempo il mobile B a passare tutto l'arco BCD, che si faccia l'altro mobile F a passare l'arco FIG » (Alb. VI, 20, 21).

Il modo di assicurarsi della verità di questo fatto Galileo lo riduce principalmente a numerare le vibrazioni grandi e le piccole, ma poi ne soggiunge un altro, in cui si chiama giudice il senso della vista. Questo secondo modo, oltre ad essere meno tedioso, si rendeva assai più concludente, e fu grande sventura dello Sperimentatore il non dargli che un'importanza secondaria, per cui non usò forse in praticarlo la debita diligenza. Ciò che i fatti da narrare confermeranno trasparisce intanto dalle seguenti parole che Galileo prosegue a scrivere a Guidubaldo:

« Il mobile B passa per lo grand'arco BCD, e ritorna per lo medesimo BCB, e poi ritorna verso D, e va per 500 e 1000 volte reiterando le sue reciprocazioni. L'altro parimente va da E in G, e di poi torna in F, e parimente farà molte reciprocazioni, e nel tempo ch'io numero *v*, *g*, le prime cento grandi reciprocazioni BCD, DCB, ecc., un altro osservatore numera cento altre reciprocazioni per FIG piccolissime, e non ne numera pure una sola di più; segno evidentissimo che ciascheduna particolare di esse grandissime BCD consuma tanto tempo, quanto ognuna delle minime particolari FIG. Or se tutta la BCD vien passata in tanto tempo, in quanto la FIG, ancora le loro metà, che sono le cadute per gli archi disuguali della medesima quarta, saranno fatte in tempi uguali. Ma anco, senza stare a numerar altro, V. S. Ill.ma vedrà che il mobile F non farà le sue piccolissime reciprocazioni più frequenti, che il mobile B le sue grandissime, ma sempre anderanno insieme » (ivi, pag. 21).

Lusingandosi ora Galileo che fossero queste sue esperienze tanto esatte, da non si mettere in dubbio la verità del nuovo fatto scoperto, erasi dato con grande studio a ricercarne la matematica dimostrazione, persuaso doversi corrispondere amichevolmente insieme la Fisica e la Geometria. E giunto, per quelle vie che sono ai nostri Lettori oramai ben note, a dimostrar le ammirabili proprietà delle corde, sperava che un breve passo lo dovesse felicemente condurre alla desiderata dimostrazione dell'isocronismo per gli archi, ciò che a far dianzi l'udimmo accoratamente dire a Guidubaldo *non esser potuto spuntare*. L'espressione, nella proprietà del linguaggio toscano, era efficacissima a significar la mente e l'animo di Galileo, il quale tanto era certo del fatto, da non sospettar nemmeno dalla lontana che non si potesse, senza trasgredire i termini meccanici, dimostrarlo, perchè non era esattamente vero; ma ne dava tutta la colpa alla sua propria insufficienza, cosicchè, invocando altri principii, tenendo altre vie, facendo insomma nuovi sforzi, sperava di riuscire a dimostrar con meccaniche ragioni che le corse

e le ricorse per gli archi di qualunque ampiezza si spediscono dai pendoli tutte nei medesimi tempi.

Trent' anni dopo quegli sforzi fatti, e i progrediti esercizi intorno alla Scienza del moto, erano riusciti a niente, cosicchè, volendo alla fin dei dialoghi Dei due massimi sistemi render solennemente noto al mondo il programma delle sue meccaniche scoperte, intanto che meditava di raccoglierle insieme in un Libro a parte, annunziava tra le altre maravigliose proprietà del pendolo, « che fa le sue vibrazioni con l'istessa frequenza, o pochissimo o quasi insensibilmente differente, sien elleno fatte per archi grandissimi o per piccolissimi dell'istessa circonferenza » soggiungendo di essersi per ripetute esperienze assicurato che « se noi rimoveremo il pendolo dal perpendicolo uno, due, o tre gradi solamente, oppure lo rimoveremo 79, 80, o anche sino a una quarta intera, lasciato in sua libertà, farà nell'uno e nell'altro caso le sue vibrazioni con la medesima frequenza » (Alb. I, 487).

Dop' avere ripetuto così, senz' altre nuove osservazioni, quel che trent' anni prima avea scritto a Guidubaldo del Monte, Galileo, come corollario dipendente dall' isocronismo dei pendoli, annunziava la bellissima conclusione che, fatto un arco con una tavola ben pulita e liscia, come sarebbe la cassa di un vaglio, e posta una palla in qual si voglia punto della sua concavità, arriva al termine infimo, sempre, di dovunque movesse, in tempi uguali: soggiungeva poi a questi pur per simili corollarii delle proprietà del pendolo, il tautocronismo per le corde, e il brachistocronismo per gli archi (ivi, pag. 488).

Sembrerebbe di qui che, per ragione meccanica della sua scoperta, non essendo dopo tanto tempo e dopo tante fatiche potuto spuntar Galileo a trovare una dimostrazione diretta, s' acquetasse finalmente a far valere per gli archi il tautocronismo ritrovato verissimo per le corde. La congettura è verificata da chiarissimi documenti posteriori, come dalle celebri Lettere al Carcaville (Alb. VII, 158) e a Lorenzo Realio (ivi, pag. 168) ma più solennemente dal primo dialogo Delle due nuove scienze, dove così espressamente si legge: « E quanto al primo dubbio che è se veramente e puntualissimamente l'istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni massime, mediocri e minime, sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello, che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene che il mobile, che discendesse per le corde suttese a qual si voglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali, tanto le suttese sotto cent' ottanta gradi, cioè tutto il diametro, quanto le suttese di cento, di sessanta, di due, di mezzo e di quattro minuti, intendendo che tutte vadano a terminar nell' infimo punto toccante il piano orizzontale » (Alb. XIII, 98).

Quel giovane, così scrupoloso di trasgredire i termini meccanici, ora dunque da vecchio s' è fatto di più rilasciata coscienza, la quale non avrebbegli dovuto consentire così facile il trapasso dalle proprietà meccaniche delle corde alle analoghe proprietà meccaniche per gli archi sottesi. Che se avesse dovuto ridurlo ai termini del dovere, conveniva piuttosto suggerirgli

questa per la più sicura via da tenere: ammetter cioè che, in tanto si potessero dire isocroni gli archi, in quanto si confondono con le corde, le quali solo s'è riuscito a dimostrare isocrone: e insomma non asserire così confidentemente che, per tutta la quarta del cerchio, vanno le vibrazioni eguali, ma quelle sole fatte per un piccolo numero di gradi. Che se non tenne Galileo dietro alla severa logica di questo discorso, si deve alla persuasione che fossero puntualissime le sue esperienze, le quali non avendo potuto altrimenti dimostrare, e non convenendogli di confessar al pubblico la sua insufficienza, com' avea fatto da giovane e in privato con Guidubaldo; s'attenne al partito di far dell' isocronismo dei pendoli un corollario alla VI proposizione del II libro Dei moti locali.

Nella fallacia di così fatte delicatissime esperienze incorsero altresì il Baliani e Giovan Marco, il primo dei quali non professò l' isocronismo, che quale un semplice supposto sperimentale, ponendolo così formulato per uno dei fondamenti alle sue meccaniche proposizioni: « Aequipendulorum eorumdem vibrationes sunt aequidiuturnae etiamsi inaequales » (De motu cit., pag. 15). Ma il Matematico tedesco volle provarsi a darne diretta dimostrazione matematica, con l' apparato di quattro lemmi, premessi in servigio al suo XXIV teorema *De proportione motus*, proposto in tal forma: « Perpendiculum, ex quolibet puncto eiusdem circuli, aequali tempore recurrit in suam stationem. » Nel circolo TUXB (fig. 208), col centro in A, sollevato il perpendicolo AT o in AB, o in AD, o in AF, o in qual si voglia altra minore altezza, dimostra l'Autore che tanto da B, quanto da D o da F, ricorre in T esso perpendicolo alla sua prima stazione, sempre nel medesimo tempo. Il ragionamento muove in parte da principii dimostrati, e in parte da principii supposti, ma la conclusione non è, e non poteva esser altro che uno sforzo dell' ingegno. Le velocità in B, in D e in F son proporzionali ai seni AB, CD, EF, che in uguali archi intercetti vanno via via scemando di lunghezza, ma crescono le proporzioni fra loro, avendo CD a EF maggior ragione che AB a CD, cosicchè l' incremento da una parte e il decremento dall' altra riducono all' egualità costante la fine del moto. « At vero quia ad singula puncta, mutata sinuum ratione, mutatur quoque ratio velocitatis; maior enim proportio CD ad EF, quam AB ad CD, erit quoque maior proportio arcus D F ad ad FH quam arcus BD ad DF. Quia ergo, cum hoc sinuum et arcuum decremento, continuo augetur illorum proportio, minuitur vero distantia terminorum motus; necesse est demum absumi et deficere, illoque deficiente, motum coaequari » (fol. I, 2).

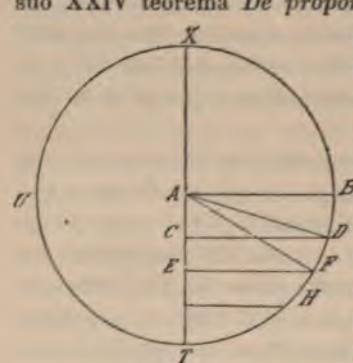


Figura 208

Lusingavasi Giovan Marco di aver dato così buona dimostrazion matematica dell' isocronismo dei pendoli, ingannato dalle osservazioni dei fatti,

intorno ai quali abbiamo dianzi veduto come fossero similmente tratti in inganno Galileo e il Baliani. Che fosse da un'altra parte una tale osservazione veramente ingannatrice, lo conferma l'esempio del più diligente sperimentatore, che si conoscesse a quei tempi, il quale pubblicò solennemente di aver per ripetuti sperimenti scoperto che, oscillando i pesi penduli a un filo, passano i maggiori e i minori archi descritti in tempi sempre fra loro uguali.

Giovan Batista Riccioli era nel 1629 professore in Parma, nel collegio dei gesuiti, quando un giorno gli scrisse il Cabeo da Ferrara, pregandolo a fare esperienza se due pendoli, del medesimo peso e della medesima altezzza, ritirati a ugual distanza dal perpendicolo, e poi di lì lasciati ambedue a un tempo, andavano e ritornavano sempre di pari passo. Ebbe esecuzion la richiesta in compagnia di Daniello Bartoli e di Alfonso Iseo, i quali ritrovarono essere propriamente così, come il Cabeo aveva a loro annunziato.

Stava allora il Riccioli tutto in sollecito studio di ritrovare le proporzioni delle cadute dei gravi, ma a condur la difficile impresa vivamente sentiva il bisogno di uno strumento, da misurare esatte le minuzie del tempo. Le pulsazioni delle arterie, i flussi dell'acqua o della polvere nelle clessidre, e simili altri cronometri allora in uso, gli reputava tanto fallaci, da non si confidar che le proporzioni così misurate, nemmen prossimamente, rispondessero alle vere. Occorsogli poi per avventura di fare, agl'inviti del Cabeo, le sopra dette esperienze, « tunc suspicari coepi, scrive lo stesso Riccioli, oscillationes eiusdem perpendiculi quaslibet aequales esse quibuslibet in tempore, quod postea (ciò che a pag. 386 del II tomo dello stesso *Almagesto nuovo*, dice essere avvenuto in Ferrara nel 1634) iteratis accuratius experimentis, perdidici. Necdum enim tum ad manus meas pervenerant dialogi Galilaei *De mundi systemate*, ubi, dialogo II, idem affirmatur, nec D. Joannis Baptistae Baliani opusculum *De motu naturali solidorum:* illos enim biennio, hoc decennio post tantummodo legi » (Almag. novi, T. I, Bononiae 1651, pag. 84).

Gli esperimenti, dai quali dice il Riccioli di avere appresso il fatto annunziato, son descritti nell'appresso proposizione I del cap. XX del II libro, la quale, richiamando i Lettori addietro alla figura 207 per rammemorare a loro che *vibrazione semplice* chiama l'Autore la semplice andata da F in G, e *vibrazione composta* la detta andata col ritorno da G in H, un poco più sotto ad F; è così formulata: « Perpendiculi eiusdem quaelibet vibratio simplex cuilibet vibrationi simplici, et quaelibet composita cuilibet compositae ad sensum aequalis est in tempore sui motus, per se, seu est aequidiuturna, seu, graece, *isochrona* » (ibid., pag. 85).

Numerammo, poi si legge per la dimostrazione, nelle notti del 19 e 20 Maggio, e del 2 Giugno, il numero delle vibrazioni fatte da un pendolo dal punto del passaggio della Spiga, al punto del passaggio di Arturo al medesimo meridiano, e trovammo due volte vibrazioni semplici 3212, e una volta 3214. « At si vibrationes eiusdem perpendiculi inaequali tempore sen-

sibiliter fierent, non posset non esse magna differentia in numero illarum, post multas saltem vibrationes se prodiens. Nusquam autem se prodit, ergo ad sensum sunt aequales in tempore » (ibid.).

Soggiunge immediatamente il Riccioli a queste parole ch' egli intende dire dell' uguaglianza assoluta, escluse le cause accidentali. È notabile poi che riduca queste cause accidentali al vento, « qui ex adverso flaret, aut aliud quidpiam extraordinarium perpendiculum incitaret, aut retardaret » (ibid.). Dicemmo esser ciò notabile, perchè la temuta causa perturbatrice in verità non esiste, essendo, come Galileo aveva già pubblicamente insegnato, del tutto impossibile il far fare a un pendolo le vibrazioni sotto altri tempi, da quelli per naturale necessità determinati « salvo che con allungargli o abbreviargli la corda » (Alb. I, 487).

Dal non aver riconosciuta la natura meccanica dello strumento dipende pure l' altra inutile scrupolosaggine dal Riccioli osservata nelle sue esperienze, qual è quella di tenere esattissimo conto del peso del pendolo e delle sue sospensure. Può essere il peso accidentalmente notato nelle esperienze di colui che sa ridurre il pendolo composto al semplice, e che è ben persuaso essere le vibrazioni maggiori più diuturne, essendo che un maggior peso conferisce alla maggior duratura delle vibrazioni ampie: ma nella mente del Riccioli che professava l' isocronismo assoluto, e che tanto era ancora lontano dal presentir la teoria de' centri di oscillazione, quel notare il peso del grave ondeggiante, e della sua catena, era senza alcuna ragione, e un impaccio di più, volontariamente frappostosi alla facilità, e talvolta anco all' esattezza delle esperienze. Non l' arte insomma, ma la scienza fu che fece difetto in ciò al solertissimo Sperimentatore.

Galileo aveva dell' assoluta uguaglianza dei pendoli assegnata un' altra causa perturbatrice, la quale, perciocchè non appariva avversa alle approvate verità della scienza, riuscì molto più seducente di quella falsa assegnata dal Riccioli. Si riduce quell' accennata causa perturbatrice al mezzo dell' aria « la quale resistendo all' essere aperta, ritarda qualche poco, e impedisce il moto del pendolo, ma l' impedimento è ben poco, di che è argomento il numero grande delle vibrazioni, che si fanno avanti che il mobile si fermi del tutto » (Alb. I, 250). Or essendo da tutti quest' impedimento riconosciuto reale, e dal fatto qui notato da Galileo argomentandosi alla sua piccolezza, questa era tale da lusingar che a lei sola si dovessero attribuir quelle piccole ineguaglianze, notabili all' esperienze più diligenti e più delicate. Di qui s' intende perchè, nella prima metà del secolo XVI, la maggior parte e i più autorevoli fra i Fisici e i Matematici professassero, astraendo dalle piccole cause perturbatrici, dipendenti dalle resistenze del mezzo, con Galileo, col Baliani e con Giovan Marco, l' isocronismo assoluto.

Per citare di quei Fisici, e di quei Matematici qualche esempio, il Mersenno, in un libro, in cui ordinava e dava solenne pubblicità a molte dottrine per la massima parte da lui attinte ai libri, o nei familiari colloqui con gli Scienziati italiani, così scriveva: « Recursus fili AB (fig. 209), a quovis

puncto quadrantis BD, vel BC, redeuntes, sunt proxime isocroni, hoc est fiunt aequali tempore, nam, sive globulum ex B ad G, vel ad E, vel ad D traxeris, tempus, quo descendit a G ad B, propemodum aequale est tempori, quo descendit a G ad B. Dixi *propemodum* et *prox ime*, quod aer, a D ad B interiectus, magis impediat globum B ex D, quam aer, inter E et B interpositus, globum ex E redeuntem » (Cogitata physico mat., Parisiis 1644, pag. 10). Così fatto impedimento avvertiva il Mariotte essere altresì maggiore o minore, secondo la maggiore o minor virtù del peso specifico del pendolo in superarlo, cosicchè da certi calcoli, istituiti nella proposizione VIII del suo trattato *Du mouvement*, conclude che se il pendolo stesso è d'oro « et que la resistance de l'air n'augmente le tems de sa chûte par 90 degrez que de $^1/_{13}$, les grandes et les petites vibrations seront egales. Mais soit que le poids soit de bois ou de plumb, les vibrations par un arc de 30 degrez et au-dessous seront sensiblement egales » (Oeuvres, T. II cit., pag. 566).

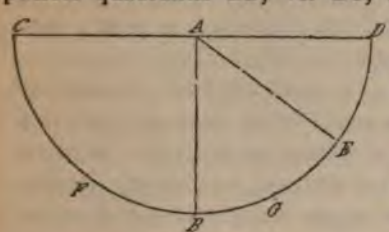


Figura 200

Le teorie però del Mariotte erano per sè medesime insufficienti a decidere la questione dell'isocronismo dei pendoli circolari, la qual questione, prima che pubblicasse l'Huyghens il suo *Orologio oscillatorio*, veniva rimessa al giudizio unico delle esperienze. Queste, non molti anni dopo passata la prima metà del secolo XVII, riuscirono finalmente a confermare i dubbi di quei pochi, che contradissero a Galileo, o ai primi seguaci di lui, concludendo, come si narrerà in quest'altra parte del nostro discorso, che l'isocronismo assoluto, nelle scese per gli archi dei cerchi, repugna alla verità dei fatti, con maggior diligenza che non si fosse fatto fin allora, osservati.

II.

Guidubaldo del Monte, a cui primo Galileo annunziava la sua scoperta, fu anche il primo a contradirla, parendogli irragionevole che, « pigliandosi una quarta di cerchio lunga cento miglia, due mobili uguali possano passarla uno tutta, e l'altro un palmo solo in tempi uguali » (Alb. VI, 22). Soggiungeva, a conferma della sua contradizione, un'esperienza, che Galileo stesso, per le già accennate ragioni, reputava fallace. Nonostante, nel dialogo ultimo Dei due massimi sistemi, descriveva l'Autore l'esperienza medesima di Guidubaldo, suggerendo di farla, con una palla ben rotonda e tersa, dentro la cassa di un vaglio, e affermando, com'avrebbe fatto della proposizion matematica più certamente dimostrata, che « posta la palla in qualsivoglia luogo, o vicino o lontano dall'infimo termine B (immaginando che DEGB, nella precedente figura, rappresenti la quarta della concavità circolare), come mettendola nel punto G, ovvero in E o in D, e lasciata in li-

bertà, in tempi uguali o insensibilmente differenti arriverà al termine B, partendosi dal G o dall' E o dal D, o da qualsivoglia altro luogo » (Alb. I, 488).

Se una tal formulata proposizione fosse puramente teorica o sperimentale, non è difficil decidere a chi ripensa che mancavano, così a Galileo come a Guidubaldo, gli strumenti necessari a misurar, nella scesa del grave o dal punto G o dal punto D, l'uguaglianza o la differenza dei tempi; e dall'altra parte potevasi avere ugualmente dubbio della perfetta forma circolare, così nello scatolone, come nella cassa del vaglio. Fu la sola teoria dunque che resistè alle contradizioni, alle quali non si sarebbe potuto dare per verità risposta definitiva nemmeno dalle esperienze più accurate, come dovettero senza dubbio esser quelle istituite dagli Accademici del Cimento, a cui parve in principio che avesse avuto ragion Guidubaldo, e poi confermarono l'assoluta proposizione annunziata di sopra da Galileo. Sperimentando infatti la prima volta il dì 29 Dicembre 1661, trovarono che « le corse e ricorse d'una palla d'avorio, fatte per un canal circolare, non sono equitemporanee, ma le maggiori sono più veloci, e le minori più tarde » (Targioni, Notizie ecc. cit., T. II, P. II, pag. 669, 70). Il dì 7 del Gennaio appresso, tornando a ripetere la medesima esperienza, scrissero gli Accademici, nel loro solito Diario, di avere invece trovato che « le corse e ricorse d'una palla nel canale circolare, sia quella di metallo o di avorio, maggiore o minore, sono equitemporanee » e che « sia la palla di metallo o d'avorio, grande o piccola, fa ugual numero di vibrazioni in tempi uguali » (ivi, pag. 670).

Ben s'accorsero que' solertissimi Sperimentatori che l'eleggere questo modo era un voler andar, senza vantaggio, ad affrontare le incertezze inevitabili prodotte dagli attriti, e dalla imperfetta rotondità del canale, e tornaron perciò con savio consiglio ai funependoli. Ma perchè pareva a loro che di questi avesse dato certezza di scienza Galileo, e non si potevano indurre a sottoporre al cimento le dottrine del venerato Maestro, se non che quando altri avesse sollevato intorno a quelle qualche temibile dubbio, giova a noi accennare ad alcuni di quei primi e più autorevoli, che, avendo con diligenza osservate le corse e le ricorse dei pendoli, trovarono che non tutte erano equidiuturne, e che le dottrine di Galileo perciò non rispondevano esattamente alla verità dei fatti sperimentati.

Citeremo fra que' liberi censori di Galileo, o fra quegli spregiudicati osservatori dei fatti naturali, Gotifredo Wendelin, e Niccolò Cabeo, l'efficacia dei quali in diffondere la notizia delle loro esperienze si dee forse, piuttosto che a loro stessi, all'opera del Riccioli. Nell'Almagesto nuovo infatti, più facilmente che ne' libri del Matematico straniero, a noi rari, o nelle disperse epistole e nelle erudite dissertazioni di lui, lessero gl'Italiani che alle cause dell'inuguaglianza dei pendoli « addit Vendelinus, si pendulum attollatur ultra gradus 40, aut 45 vibrationes eius, esse longioris temporis » (T. I cit., pag. 85).

Poco più avanti, in questo medesimo cap. XX del libro II, si cita dal Riccioli il trattato del Wendelin *De ecclipsibus, et idea Tabularum atlan-*

ticarum, per mostrar come ivi, in prefinir la misura alla lunghezza del pendolo che batte i secondi, non fosse stato esso Wendelin col Langreno e con altri molto esatto, e richiamando all' esame altre sentenze, in tal proposito soggiunte, il Riccioli stesso così scrive: « Non ostendit autem quomodo vera sint quae subnectit: *Etsi autem verum non est aeque diuturnas esse omnes eiusdem suspensurae oscillationes, verum autem est hyeme, hoc est sole perigeo, plures una hora fieri, quam estate, seu sole apogeo* Et nisi forte putet ob Terrae motum eas incitari, concitato motu diurno ob accessum ad Solem, retardari autem in recessu, quod etiam Keplero, Longomontano et Bullialdo placuisse docebimus; concedit tamen Vendelinus: *Si utrinque pendulum extra lineam perpendiculi sui extrahatur ad gradus 10, conficere oscillationes plurimas, et in longissimum tempus isochronas, seu aeque diuturnas, et ad omnem sensum aequales* » (ibid., pag. 88).

Il Riccioli non crede all' esperienza del Wendelin, che cioè nell' inverno faccia più frequenti il pendolo le sue vibrazioni che nell' estate, perchè, non essendosi ancora scoperto che la causa del misterioso effetto era dovuta alla dilatazion del calore, per cui le sospensure metalliche s' allungano e s' accorciano al variare delle stagioni, s' attribuiva il fatto al moto della Terra, con tanta ostinazione negato dal Riccioli stesso, il quale però non sembra ritroso a concedere al Wendelin l' altra osservazione, di non minore importanza, perchè riduceva alle precision del vero le dottrine di Galileo; che cioè il moto dei pendoli non è uguale per tutta l' ampiezza del quadrante, ma quando solo si riduce alle vibrazioni piccole, come dentro a una diecina di gradi.

Quanto al Cabeo, egli instituiva nel I libro de' suoi Commenti meteorologici una questione sui pendoli, revocando a uno a uno a sottile e rigoroso esame i documenti galileiani, ma più di proposito trattenendosi sopra quello, in cui si asserisce essere uguali in tempo le vibrazioni di due pendoli di ugual lunghezza, benchè uno sia grave e l' altro leggero. Nel primo dialogo infatti Delle due nuove scienze aveva, più chiaramente che altrove, espressa così questa sua dottrina, comparando insieme due pendoli sospesi a ugual lunghezza di filo, ma uno di sughero e l' altro di piombo:

« Slargato il pendolo del piombo v. g. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà, scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l' arco di quasi cento gradi, e ritornando per sè stesso indietro, descrive un altro minore arco, e continuando le sue vibrazioni, dopo gran numero di quelle, si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi uguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta o di venti, di dieci, di quattro; sicchè in conseguenza la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè, sotto tempi eguali, va passando successivamente archi sempre minori a minori. Un simile, anzi l' istesso effetto, fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto, mediante la sua leggerezza, a superar l' ostacolo dell' aria.

Con tutto ciò tutte le vibrazioni grandi e piccole si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora ai tempi delle vibrazioni del piombo » (Alb. XIII, 88).

Ora, osserva il Cabeo che questo, così francamente asserito da Galileo, può ammettersi *si rudi minerva et crassiori mensura examinetur*, ma, se si vuol discutere con più esatti e pazienti esperimenti, si troverà manifestamente falso. « Si enim, ex aequali filo, duo valde inaequalia pondera suspendantur, et remotis illis a perpendiculo utrumque omnino eodem temporis puncto liberetur, post primas undationes statim incipiunt dissentire, nec solum aequales, quoad magnitudinem, undationes non faciunt, sed nec aequales quoad tempus, et sicut gravius longiora spatia metitur, ita etiam longiori mora producitur » (Editio cit., pag. 99). E soggiunge di aver fatto di ciò, per sè stesso e per altri, esperienza con due palle di piombo, ambedue sospese a ugual lunghezza di filo, ma l'una pesa 60 scrupoli, e l'altra 15, e di aver trovato che, mentre questa faceva 115 vibrazioni, quell'altra più pesante ne faceva appena cento nel medesimo tempo.

S'interrompe a questo punto dal Cabeo il ragionamento, per significare ai Lettori un suo dubbio intorno al modo di misurar la lunghezza del filo, d'onde potrebbe in parte dipendere la differenza fra l'esperienze di Galileo e le sue proprie. Avendo la palla di piombo, di 60 scrupoli, assai maggior diametro dell'altra, di soli scrupoli 12, *si dee prender la lunghezza del filo insino a tutto il corpo grave pendente, o insino al centro di esso?* Questo medesimo quesito, in questa medesima forma, fu proposto da Giovanni Pieroni a Galileo (Alb. X, 68), il quale non seppe che si rispondere con certezza di scienza, essendo troppo ancora lontana la soluzion del problema dei centri di oscillazione. Nonostante, udimmo poco fa dire al Baliani doversi misurare i fili nella loro lunghezza *comprehensis semidiametris* dei corpi di varia mole da essi fili pendenti, ciò che anche al Cabeo parve esser *magis secundum naturam rerum*, e ne seguiron gli esempi gli stessi Accademici del Cimento, i quali usarono di sospender palline di oro a tenuissimi fili di seta, per avere il centro dell'oscillazione costituito nel centro della figura.

Ma Galileo, intorno a ciò incerto, per fare esperienza dell'isocronismo di due pendoli di vario peso, sceglieva corpi di differente gravità specifica, quali erano il sughero e il piombo, riducendoli sotto ugual forma e volume, e così rendevasi sicuro della ugual lunghezza delle loro sospensure, o si avessero a computar fino alla superficie o insino al centro del corpo grave pendente.

Comunque sia, questo, dice il Cabeo, m'hanno costantemente dimostrato le mie esperienze, al contrario di quelle descritte da Galileo, « pondus scilicet minus leve plures exhibuisse, eodem tempore, vibrationes » (Comment. meteor., T. I cit., pag. 100). Il Riccioli confermò poi solennemente i risultati sperimentali del suo Collega, nelle proposizioni V, VI e VII del cap. XX del II libro dell'Almagesto nuovo, dove piuttosto che Galileo si prende di mira il Baliani, il quale, come vedemmo, concluse l'uguaglianza dei pendoli

dall' essere tutte uguali le ondulazioni dei corpi di vario peso, come di globi di piombo di due once o di due libbre, e di un pezzo di pietra informe, purchè tutti pendenti da uguali lunghezze.

La detta V proposizione, che contiene in sè le altre due, è così formulata: « Duorum perpendiculorum, in omnibus aequalium praeter quam in gravitate, illud quod gravius est diutius in motu perseverat, et intra aequale tempus plures numero vibrationes peragit » (T. I cit., pag. 85). Questa, insieme con le altre due, « est, dice il Riccioli, contra Balianum, qui, si altitudo perpendiculorum sit aequalis, vibrationes eorum aequidiuturnas putat. Sed ergo non possum oculis meis non credere » (ibid., pag. 85, 86).

Il senso della vista, a cui non si poteva non credere, aveva al Riccioli e al Cabeo testimoniato del vero, ma, dimostrando la falsità dell' isocronismo in due pendoli di differente peso, veniva anche insieme a farne argomentare la falsità dell' isocronismo assoluto, in pendoli di peso uguale, o nel medesimo pendolo, per via di un ragionamento, ch' era riserbato a farsi a un collega dei due commemorati sperimentatori, come or ora vedremo. Fa perciò gran maraviglia che rimanesse intorno a ciò allucinato il Riccioli, il quale non avrebbe affermato quell' assoluto isocronismo, se, piuttosto che servirsi delle osservazioni astronomiche, si fosse rivolto a farne esperienze dirette, sull' andare di quelle che gli avean messo sotto gli occhi la verità dei fatti formulati nelle tre sopra dette proposizioni.

Il Cabeo però, proseguendo nella citata Questione a discutere intorno ai professati insegnamenti di Galileo, affermò rimanergli in dubbio se del medesimo pendolo le vibrazioni maggiori e le minori si spediscano precisamente nel medesimo tempo, perchè da certe esperienze istituite in proposito appariva in que' moti ondulatorii una, piccola sì, ma pur sensibile differenza. « Ego, si rem mathematice definire vellem, adhuc, ut verum fatear, fere sto in ancipiti; nam, si duo aequalia pondera pendeant ex aequali filo, et alterum illorum moveatur per arcus decem graduum, et alterum per arcus triginta quinque graduum, etiam si in initio simul incedant, tamen, post mulias undationes, patebit dissentire » (Comment. meteor., lib. I cit., pag. 100). Soggiunge esser vero che il dissenso è assai piccolo, non trovandosi la differenza di una vibrazione, se non che dopo un lunghissimo tempo, ma chi avesse preso Galileo alla parola, rimovendo l' un dei pendoli per dieci gradi e l' altro, non per trentacinque soli, ma per settanta o ottanta; avrebbe le disegualità in tali moti veduto apparirgli innanzi molto più presto. E perciocchè questo modo di sperimentare, di cui Galileo, nelle sue relazioni con Guidubaldo, non seppe riconoscere l' efficacia, non potevan mancar altri che lo eleggessero come il più facile di tutti, e il più risolutivo; è perciò che sarebbero bastate le osservazioni del Wendelin, del Cabeo e del Riccioli, anche senz' altro, per mettere in trepida sollecitudine gli Accademici del Cimento.

Trattandosi dell' onore dell' adorato Maestro, è facile indovinare che il più affaccendato di tutti gli Accademici fosse il Viviani, del quale facemmo,

a pag. 319 del I tomo della nostra Storia, note alcune esperienze di due pendoli di uguale lunghezza, e sospesi dal medesimo sostegno, che fatto vibrare l'uno si vede spontaneamente incominciare a moversi anche l'altro. Riferimmo allora così fatte esperienze come istituite a fine di confermare il fatto di quella maravigliosa simpatia dei pendoli scoperta dall'Huyghens, e ora soggiungiamo che forse il Viviani prese occasione da Galileo di osservar le medesime cose, e di scoprirne l'occulte e più probabili ragioni.

Nel primo dialogo infatti Delle due nuove scienze s'istituisce la dottrina dei pendoli per applicarla alla soluzione di alcuni problemi di Musica, e principalmente a quello delle due corde tese all'unisono, delle quali vibrando una, per esempio in un cembalo, fa questa tremar l'aria che le è appresso, i cui tremori si distendono per grande spazio, e vanno a urtare tutte le altre corde del medesimo strumento. « Ma la corda, che è tesa all'unisono con la tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto il medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco, e sopraggiungendogli il secondo, il terzo, il ventesimo e più altri, e tutti negli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice » (Alb. XIII, 101).

Or perchè Galileo rassomigliava il vibrar delle corde sonore al vibrar di due pendoli muti, di ugual lunghezza di filo, era naturale sovvenisse in mente al meditativo Viviani che, a quel modo che l'aria comunica il suo moto alla corda quieta, e disposta a vibrare nei medesimi tempi; così avvenisse dell'aria commossa dall'un pendolo, che comunica il suo proprio moto all'altro pendolo quieto, ma disposto pure a vibrar sotto i medesimi tempi anch'esso, perchè sospeso a lunghezza uguale di filo.

Il simpatico mistero si trovava dunque, nel fatto e nelle sue più probabili ragioni, involuto nelle parole di Galileo, e il Viviani, forse alla notizia della osservazione ugeniana comunicatagli dal principe Leopoldo, lo sciolse da que' suoi involucri, e se lo pose a contemplare innanzi agli occhi svelato, nelle descritte danze dei due pendoli uguali. Diceva intanto a sè stesso, in mezzo a così belle scientifiche contemplazioni: « Anche questo darà modo di conoscere se i pendoli sono equidiuturni » (MSS. Cim., T. X, fol. 47).

Questa espressione, lasciamo andare tutte le altre questioni, che si potrebbero movere intorno al curioso fatto osservato dall'Huyghes, e alla parte che v'ebbero i Nostri nello spiegarlo; ci rivela che nell'Accademia fiorentina, specialmente per opera del Viviani, si discuteva intorno all'isocronismo dei pendoli, e si pensava ai modi più accomodati per risolverne i dubbi. Si fu uno di questi modi, e forse dei primi, quello di far correre e ricorrere le palline gravi dentro canali semicircolari, e non avendone avuta sodisfazione, come si vide, si volsero gli Accademici a sperimentare i libramenti di varii liquidi dentro i rami dei loro sifoni, giacchè ritenevasi allora da tutti quel che avea così lasciato scritto il Mersenno, in un luogo delle sue *Nuove osservazioni:* « Quod autem de funependulis audisti .... possis etiam referre

ad vibrationes hydrargirii a tubo quopiam descendentis » (T. III, Parisiis 1647, pag. 159). E benchè queste vibrazioni, o libramenti, fatti per discese rette e non circolari, fossero propriamente isocroni, come ne concluse il Newton nel corollario I della proposizione XLIV dimostrata nel II libro dei suoi *Principii* (edizione cit., pag. 357); ebbero nonostante i nostri Accademici a raccogliere anche di qui poco di certo, come apparisce dalle seguenti relazioni:

« A' dì 23 Novembre 1661, leggesi in uno dei Diarii, osservati i libramenti, che fa l'acqua infusa in un sifone di vetro, con gli suoi rami perpendicolari al fondo; si trovarono equitemporanei tanto quelli che avevano origine da maggiore altezza, che gli altri di minore.... A' dì 24 detto, i libramenti dell'argento vivo, nel sifone di braccia perpendicolari, sono equitemporanei fra di loro, e con quelli dell'acqua infusa alla medesima altezza dell'argento vivo » (Targioni, Notizie ecc., T. II cit., pag. 647).

Corrisponderebbero queste esperienze, come si vede, a quelle dei funependoli di vario peso o specifico, o assoluto, e parevano confermare le osservazioni di Galileo e del Baliani, ritrovate false dal Cabeo e dal Riccioli. Di qui dunque avranno dovuto a principio argomentar gli Accademici la verità dell'isocronismo galileiano, nel medesimo pendolo o in pendoli uguali, ma poi vennero a infirmar la logica dell'argomento altre esperienze, dalle quali ebbero gli Accademici stessi a ricavar che i libramenti dell'argento vivo, in sifoni della medesima altezza « non sono equitemporanei, anzi li massimi son più tardi dei mezzani, e questi ancor più tardi dei minimi » (ivi, pag. 651).

Veniva questo fatto a confermare l'esperienze del Wendelin divulgate dall'opera del Riccioli, per cui stavano gli Accademici in gran trepidazione d'aver a confessar finalmente i falli di Galileo. Lasciati addietro perciò gli altri modi, i quali avevano ritrovati tanto incerti, vennero nella final decisione di sperimentare direttamente, com'esso Wendelin aveva fatto, sui pesi ondeggianti dai fili. Ma come assicurarsi che anche questi secondano i moti dei pendoli con l'argento vivo, facendo più tarde delle mezzane e delle minime le loro massime vibrazioni? Venne allora in mente al Viviani di costruir quel Cronometro, rappresentato in disegno nel libro dei *Saggi*, e coi moti di lui, i quali per forza della molla, fra gli ugualmente scompartiti denti della ruota, erano obbligati a farsi sempre uguali; comparare i moti osservati nei pendoli liberamente oscillanti. L'esperienze corrisposero esattamente con quelle dei libramenti dell'argento vivo sopra descritti, come, sotto i dì 29 Novembre 1661, si registrò nel Diario con queste precise parole: « Esaminato ugual numero di vibrazioni dell'istesso pendolo grandi e piccole, si trova che in tempi uguali, dati dalle vibrazioni di un altro pendolo, lasciato andare sempre dalla medesima altezza, ne vanno più delle minime che delle maggiori, e di queste più che delle massime.

Rimase l'importantissima Nota al foglio 156 del II tomo dei Manoscritti del Cimento, infino al 178⁰, anno in cui il Targioni la pubblicò a pag. 390

del II tomo, parte II, delle citate *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche, avvenuti in Toscana.* Cosicchè non era, prima del Targioni, pubblicamente noto, di questo sperimental lavorio degli Accademici fiorentini, se non che quel cenno, che se ne faceva così nel libro dei *Saggi di naturali esperienze:* « Qui par luogo di dire che l'esperienza ci avea mostrato (come fu anche avvertito dal Galileo, dopo l'osservazione che, prima d'ogni altro, ei fece, intorno all'anno 1583, della loro prossima ugualità) non tutte le vibrazioni del pendolo correre in tempi precisamente tra loro uguali, ma quelle, che di mano in mano si accostano alla quiete, spedirsi in più breve tempo, che non fanno le prime, come si dirà a suo luogo » (Firenze 1841, pag. 21).

La promessa però non fu mantenuta, non facendosi del pendolo, in tutto il Libro, altra parola. Sconsigliò dal proposito il Principe dell'Accademia e i Colleghi il Viviani, trepido per l'onore dell'adorato Maestro, il qual Viviani, costretto a passare al Segretario quel cenno sopra trascritto, gli suggerì le parole incluse fra parentesi, nelle quali, per salvar Galileo, non perdonò al pudore di fornicar pubblicamente con la menzogna. Fra tanti timidi e ciechi adoratori del Nume è da lodare massimamente Paolo Frisi, il quale, con la molta scienza che aveva di quelle cose, giudicando secondo, che richiedeva il dovere, il Soggetto elogiato, e lasciando di ripetere inutilmente, anzi dannosamente le solite declamazioni; scriveva con filosofica libertà in questo proposito: « Non può ammettersi quanto si legge negli atti dell'Accademia del Cimento che il Galileo erasi accorto di qualche disuguaglianza dei tempi delle maggiori e minori vibrazioni » (Elogio di Galileo, Livorno 1775, pag. 96, in nota).

Non era il Frisi di quelli che magnifican Galileo, senz'averlo mai letto, ma cercando per le opere maggiori e minori di lui i tanti luoghi, dove si parla delle proprietà dei pendoli, trovò, come troverebbero tutti i diligenti lettori, che sempre vi si professa il più assoluto isocronismo. Poteva il Viviani attaccarsi a quel che si legge nel II dialogo Dei massimi sistemi, al luogo da noi sopra citato, dove si accenna all'impedimento dell'aria, che *ritarda qualche poco* il moto del pendolo: e, perchè nelle vibrazioni più ampie quell'impedimento è maggiore, argomentarne che dunque le maggiori fra quelle stesse vibrazioni sono, almeno insensibilmente, secondo Galileo, più tarde delle minori. Ma che l'argomento, così artificiosamente condotto, non fosse secondo le finali espresse intenzioni di chi avea scritto quel Dialogo, poteva riconoscerlo il Viviani dalla collazione con le seguenti parole, nelle quali alla dottrina dell'isocronismo dei pendoli si poneva da Galileo stesso l'ultimo e più solenne suggello:

« Sospendansi, egli dice nel IV dialogo Delle nuove scienze, due fili, egualmente unghi e di lunghezza di quattro o cinque braccia, due palle di piombo eguali, e, attaccati i detti fili in alto, si rimuovano ambedue le palle dallo stato perpendicolare, ma l'una si allontani per ottanta o più gradi, e l'altra non più che quattro o cinque; sicchè, lasciata in libertà l'una, scenda, e trapassando il perpendicolo descriva archi grandissimi di 160, 150, 140

gradi ecc. diminuendoli a poco a poco; ma l'altra, scorrendo liberamente, passi archi piccoli di 10, 8, 6 ecc. diminuendoli essa pure a poco a poco. Qui primieramente dico che, in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi 180, 160 ecc., in quanto l'altra li suoi 10, 8 ecc. Dal che si fa manifesto che la velocità della prima palla sarà 16 e 18 volte maggiore della velocità della seconda, sicchè, quando la velocità maggiore più dovesse essere impedita dall'aria che la minore, più rade dovriano esser le vibrazioni negli archi grandissimi di 180 o 160, che nei piccolissimi di 10, 8, 4, ed anche di 2, e di 1. Ma a questo repugna l'esperienza. Imperocchè, se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno, non pur le diecine, ma le centinaia ancora, senza discordar di una, anzi di un sol punto. E questa osservazione ci assicura congiuntamente delle due proposizioni, cioè che le massime e le minime vibrazioni si fanno tutte, a una a una, sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera più nei moti velocissimi, che nei tardissimi » (Alb. XIII, 231).

Si persuaderanno anche i più ritrosi, dietro la lettura di questo certissimo documento, che l'esperienze degli Accademici fiorentini non confermavano, come avrebbe voluto far credere il Viviani, ma riformavano le dottrine di Galileo, e del benefizio di una tale riforma va debitrice la scienza galileiana, come si disse, al Riccioli. Se non fossero le parole di lui venute a mettere il sospetto nei Nostri, stimolandogli a ritornare ai fatti, perchè fossero meglio esaminati, non si sarebbe forse all'infallibile Nume, dai gelosi custodi del tempio, turbata così la pace dei venerandi riposi.

Una tale efficacia del Riccioli era naturale che si dovesse far sentire anche più valida ai liberi ingegni, come per esempio al padre Francesco Lana, il quale incominciò giusto a sospettar della verità dell'assoluto isocronismo professato da Galileo, ripensando a quelle tre proposizioni intorno ai pendoli di ugual lunghezza, ma di peso diverso, formulate, come si disse, dallo stesso Riccioli nel citato luogo dell'Almagesto. Perchè, domandava a sè medesimo, il pendolo più grave fa in ugual tempo minor numero di vibrazioni dell'altro pendolo più leggero? E veniva al Lana la risposta, non data ancora da nessuno, dal ripensar che forse, più lungamente durando il pendolo più grave nelle vibrazioni sue più larghe, eran queste più diuturne di quelle, fatte dall'altro pendolo più leggero, che si riduce più presto a languir nelle vibrazioni più strette. Pareva il felice pensiero essergli confermato dalle esperienze, quando nel 1668 s'abbattè a leggere, nel libro degli Accademici fiorentini, il passo che poco sopra abbiamo trascritto. Non trovandovi espresso nulla, entrò in gran curiosità di sapere come i celebri Sperimentatori si fossero assicurati di quelle disuguaglianze, e dal cenno, che ivi se ne fa, dicendosi che, per ridurlo alla desiderata uguaglianza di moto, *fu stimato bene applicare il pendolo all' orivolo*, congetturò, com'era il vero, che avessero gli Accademici comparate le varietà delle libere oscillazioni con quelle costrette a farsi nello strumento sempre per archi uguali.

Or perchè, così essendo, giudicava il Lana il suo metodo sperimentale assai più sicuro, lo descriveva perciò in una lettera del dì 9 Maggio 1668, diretta da Brescia a quegli Accademici, che dunque non credeva a quel tempo già morti, come temerariamente fu detto e ripetuto da tanti, ma ch' ei sapeva proseguir anzi, benchè dispersi, più largamente che mai gli studi sperimentali sotto la presidenza del cardinale Leopoldo dei Medici. « L' esperienze poi, scriveva il Lana dop' avere ossequiosamente introdotto il discorso, che mi hanno mostrato non compirsi le vibrazioni in tempi uguali, sono le seguenti: »

« Servendomi di due pendoli, uno de' quali corrispondeva nelle sue semplici vibrazioni ad un minuto secondo, l' altro ad un mezzo secondo, li alzai ad un medesimo grado del suo arco, minore di 45 gradi. Mentre il primo compì 64 vibrazioni semplici, il secondo ne compì 129, e perchè ne doveva compire solo 128, la diversità stimai provenirne perchè il pendolo più alto era molto più pesante, onde continuava a scorrere archi grandi, quando l'altro più leggero aveva notabilmente diminuito li suoi archi. Ciò mi fu confermato dalla seguente esperienza: Lasciai cadere il pendolo più lungo dall' altezza di gradi 60, e l' altro dall' altezza di gradi 30: mentre quello compiè 20 vibrazioni, questo ne compiè 41. »

« Più chiara mi parve l' esperienza seguente: Lasciai cadere il maggior pendolo dall' altezza di gradi 20, ed il minore da quella di gradi 30. Quindi accadeva che gli archi di questo pendolo, come quello che era più leggero, ed era anche caduto da maggiore altezza; si andavano impiccolendo più notabilmente, che non facevano gli archi dell' altro pendolo più pesante, e caduto da minore altezza, e che, dopo 100 vibrazioni, incominciarono a descrivere archi uguali. In tutto questo tempo le vibrazioni dell' uno e dell' altro andavano di concerto, compiendosi nel medesimo tempo una semplice dell' uno, mentre si compiva una composta dell' altro, ma poi tosto gli archi del minor pendolo incominciarono a farsi minori di quelli, ch' erano scorsi dal maggiore, e nel medesimo tempo parimente incominciarono ad essere più veloci, sicchè, dopo altre 100 vibrazioni del maggiore, il minore ne compiva 201. »

« Rimanevami alcun sospetto che la predetta disuguaglianza potesse provenire dal maggior peso, ovvero altezza di un pendolo, in riguardo dell' altro, perchè, sospesi due pendoli dalla medesima altezza, l' uno di legno pesante scrupoli 16 $^1/_2$, l' altro di metallo, scrupoli 22 $^1/_2$, e lasciati cadere l' uno e l' altro da una medesima altezza, avveniva che il primo, per essere meno pesante e di maggior mole, incominciò subito a scorrer gli archi molto minori dell' altro, e medesimamente in più breve tempo compivali, e per certificarmi che ciò non provenisse da qualche disuguaglianza nella lunghezza del filo, che in misurarlo avesse ingannato l' occhio, lasciai cadere li medesimi pendoli da inuguali altezze, cioè quello di legno da una minore, e l' altro di metallo da una maggiore. E perchè gli archi maggiori si vanno diminuendo più notabilmente di quello, che facciano li minori, quindi accadeva

che il pendolo di metallo, caduto da maggiore altezza, andava più notabilmente diminuendo i suoi archi, e, con la sua proporzione, anche i tempi delle ondazioni erano più brevi. »

« In queste e in altre simili esperienze ho sempre osservato che un pendolo precorre all' altro, solo allorquando le ondazioni si fanno in archi minori, checchessia del maggior peso, e della maggior mole, purchè i fili siano uguali. » (MSS. Cim., T. XXV, fol. 11, 12).

Si conclude in queste ultime parole il fatto, non bene osservato da Galileo nelle sue prime esperienze descritte a Guidubaldo del Monte, che cioè, lasciati andare due pendoli, benchè di diverso peso, purchè di lunghezze uguali, nello stesso tempo e dalla stessa parte, si vedono andar di pari passo infin tanto che fanno le vibrazioni di uguale, o di poco differente ampiezza di arco, ma al diminuirsi quest' ampiezza notabilmente più nell' uno che nell' altro, si vede sempre preceder quello, che va per archi minori. La costanza di questo fatto osservato fece proporre al Lana, nel suo tomo secondo *Magisterii Naturae et Artis*, il seguente esperimento, che è in ordine il XIX, nel cap. I del V libro: « Unius eiusdemque penduli singulae vibrationes non sunt omnino aequidiuturnae, sed successive minori ac minori temporis spatio absolvuntur » (Brixiae 1686, pag. 342). »

La certezza, che aveva il Lana del fatto, avrebbe desiderato si partecipasse altresì alla ragione del fatto, ma non seppe, come tanti altri, in che meglio riconoscerla che negli impedimenti dell' aria, per cui credeva che il perfetto isocronismo s' avesse a osservare nel vuoto. « Mi sarebbe cosa gratissima, scriveva nei principii della citata lettera agli Accademici fiorentini, il sapere con quale artificio si sono assicurati che l' ondazioni del pendolo siano inuguali di tempo, poichè se fosse con l' applicazione del pendolo all' oriolo, averei qualche dubbio che ciò fosse bastante a provare l' intento, e stimerei piuttosto che ne potesse certificare l' esperienza fatta nel vuoto, in cui parmi che tutte le vibrazioni dovrebbero compirsi in tempi uguali, e di ciò volentieri ne riceverei alcuna prova da lor altri Signori, la quale anche servirebbe a fine di conoscere quanta sia la resistenza dell' aria, in paragone della mole e peso del pendolo, che a me, in un pendolo di piombo pesante scrupoli 8, gr. 39, le cui vibrazioni composte si facevano in un minuto secondo; è stata in proporzione di 10,638 ad 1. Ed in un altro, di mistura poco più grave dell' acqua, cioè 16 volte in circa più leggera del piombo, e 4 volte maggiore nella sua superfice di quello fosse la superfice del precedente pendolo di piombo, fu come 156 a 1 » (MSS. cit., fol. 11).

Le prove nel vuoto, richieste agli Accademici fiorentini dal Lana, erano state parecchi anni prima tentate in varii modi coi libramenti de' liquidi nei sifoni, e direttamente coi funependoli, ma i resultati delle esperienze riuscirono sempre incerti. « I libramenti dell' acqua in un sifone ritorto, leggesi in uno dei Diarii sotto il dì 2 Gennaio 1662, dopo fatto il vuoto, pare che durino più che quando vi è l' aria » (Targioni, Notizie cit., T. II, pag. 651).

Al fol. 78 del tomo X dei Manoscritti del Cimento vedesi, di mano del Viviani, disegnata la camera del vuoto, dalla vôlta della quale pende un filo con una pallina (fig. 210), e benchè non sianvi scritte altre dichiarazioni, s'argomenta pure da quei semplici segni, per sè stessi eloquenti, la non riuscita intenzione degli Sperimentatori. Il Boyle ripetè poi con la massima diligenza lo stesso esperimento, per mezzo della sua Macchina pneumatica, sotto la campana della quale, dop' averne aspirata l'aria, facendo oscillar un pendolo, ne comparava le oscillazioni con quelle fatte da un altro pendolo in mezzo all' aria aperta. « Verum, n'ebbe però a concluder l'Autore, ex facto hoc esperimento parum didicimus, nisi quod discrimen inter motum penduli istiusmodi in communi aere, atque in aere valde rarefacto in vasis, vix sensibile sit » (Nova Experim. Op. omnia, T. I, Venetiis 1697, pag. 61).

Figura 210

Non essendosi dunque potuto decidere con l' esperienza se le disuguaglianze osservate nei pendoli nascevano, come probabilmente si sospettava, dall' impedimento dell' aria, presentivasi del fatto una causa più riposta, la quale s' ebbe finalmente scoperta, invocatosi dai Fisici il valido aiuto della Geometria. Fu il fortunato discopritore Cristiano Huyghens, il quale, messosi addentro alla questione infino dal 1656, la dette nel 1673, con mirabile opera matematica, risoluta. Ei non ebbe a dubitar punto se le massime oscillazioni son più tarde delle minime, essendosene bene assicurato con questo, ch' egli dice facile esperimento: « Nam si pendula duo, pondere et longitudine aequalia, alterum procul a perpendiculo, alterum parumper dimoveatur, simul dimissa, non diu in partes easdem una ferri cernentur, sed praevertet illud, cuius exiliores erunt recursus » (Horologium, Opera varia, Vol. I, Lugduni Batav. 1724, pag. 12). L' esperienza ugeniana è, come si rammemoreranno i nostri Lettori, quella proposta in secondo luogo da Galileo a Guidubaldo del Monte, e poi ripetuta dal Cabeo. Che se questo ne rimase in dubbio, e quell' altro disse di non essersi accorto, in pendoli così oscillanti, di nessuna disuguaglianza di moto, non è da attribuire ad altro, che alla poca perizia, o alla poca diligenza nell' osservare, e, per le preconcette idee della mente, al non aver voluto credere alla testimonianza degli occhi.

Fu quella certissima sperimentata disuguaglianza, che indusse l' Huyghens ad applicare il pendolo alle ruote degli orologi, come v' avea indotto in quel medesimo tempo il Viviani per quelle stesse ragioni, ma il Matematico olandese, più libero nel pensare del Nostro, persuaso dall' esperienze del Boyle e dalle poco sodisfacenti teorie del Mariotte non si potere attribuire all' aria, nè a nessun altra estrinseca causa gli effetti sperimentati, penetrò addentro alla natura delle cose, e sagacemente scoprì che Galileo fu, prima che dai fatti, ingannato dalle speculazioni. « Mensura enim temporis certa atque aequalis pendulo semplici natura non inerat, cum latiores excur-

sus angustioribus tardiores observentur, sed Geometria duce diversam ab ea, ignotamque antea penduli suspensionem reperimus, animadversa lineae cuiusdam curvatura, quae ad optatam aequalitatem illi conciliandam, mirabili plane ratione, comparata est » (Horol. oscill., Op. varia cit., T. I, pag. 30).

La curva tautocrona insomma scoprì l' Huyghens che non era il circolo, come credevasi da Galileo, e da tutti gli altri dietro lui, ma la Cicloide, per la quale, oscillando il pendolo, serba l' isocronismo assoluto. Che se, infino dai tempi del Wendelin, si osservò l' uguaglianza del moto verificarsi nelle piccole digressioni, e fisicamente poi si spiegò il fatto col dire che i piccoli archi pochissimo differiscono dalle corde suttese; ora, per i teoremi ugeniani, si riduceva la fisica alla precision matematica, dicendosi esattamente isocroni i pendoli semplici, le vibrazioni dei quali si fanno per un circolo osculatore alla cicloide. E così venne finalmente la Geometria a togliere d' ogni sollecitudine Galileo, rivelandogli, dopo settantun anno, che se non era spuntato, senza trasgredire i termini meccanici, a dimostrar che i gravi, per qualunque punto della quarta di un cerchio cadendo, giungono al basso nel medesimo tempo; era perchè il falso, per qualunque argomento della retta ragione, non si poteva ridurre al vero.

III.

Annunziando l' Huyghens a Lodovico XIV le nuove scoperte proprietà meccaniche della Cicloide, si compiaceva di aver dato finalmente alla Nautica e all' Astronomia il tanto desiderato esatto misuratore del tempo. Il Viviani meditava pochi anni prima di comparire innanzi alla medesima regia Maestà, per rivendicar que' meriti al suo Galileo, ripetendo al re di Francia quel ch' avea nel 1654 scritto al principe Leopoldo di Toscana, che cioè Galileo, nella sua gioventù « con la sagacità del suo ingegno inventò quella semplicissima e regolata misura del tempo, per mezzo del pendolo.... della quale invenzione si valse poi in varie esperienze, e misure di tempi e moti, e fu il primo che le applicasse alle osservazioni celesti, con incredibile acquisto della Astronomia e Geografia » (Alb. XV, 331, 32).

I vanti del Viviani furono ripetuti, e si ripetono tuttavia da tutti, fuor che da noi, fatti accorti dalla passata storia che, chiunque avesse inteso far del pendolo galileiano un misuratore del tempo, si sarebbe trovato alle mani uno strumento fallace. Non s' accorse l' ammirato Inventore della fallacia, perchè, contro i gratuiti asserti e le correnti opinioni, ei non fece uso mai di un tale strumento, e solo negli ultimi anni della sua vita lo proponeva, nei più incomodi e impraticabili esercizi, al Baliani, posponendolo nonostante alle volgari clessidre.

Questo, che sarà, così al primo annunzio, dispettosamente ripudiato dai lettori dell' elogio di Galileo, è quel che ora intende di venire innanzi a narrare la nostra Storia, la quale, avendo già frugato per i giovanili scritti mi-

nori, e cercate le due maggiori opere distese in dialogo, ha trovato sempre le proprietà del pendolo descritte come una meccanica speculazione, o come una estatica contemplazione delle maraviglie della Natura, ma non mai come un artificio dell' uomo, per servirsene alle più giuste misure del tempo.

Facemmo, a pagine 301, 302 del nostro I tomo, avvertire che, primo a servirsi del pendolo per uso cronometrico, fu il Santorio, e non avremmo risospinta indietro la vista così lontano, se non ci premesse di confessare ai lettori l' errore, in cui allora cademmo, in dar lo strumento santoriano, da una delle antiche misure denominato *Cotyla*, per un automa, mentre era il dito che, movendo o da una parte o da un' altra l' indice per un certo numero di gradi, faceva rotare ora a destra ora a sinistra un cilindro, da cui svolgendosi, o su cui avvolgendosi il filo del pendolo, si poteva a piacere aggiustarlo alla misura corrispondente al numero segnato dalla punta dell' indice stesso sopra la mostra. Il Santorio insomma apparisce nella storia il primo, che applicasse il pendolo agli usi pratici, mentre Galileo si tratteneva sterilemente a contemplarne la teoria. Ma perchè, da chi tutto vuole attribuire a quell' uomo, adorato come divino, anche questa distinzione è negata, è ben lasciare i rettorici discorsi a chi se ne diletta, per ridurci alla severa e schietta conclusione dei fatti.

Nell' Aprile del 1632 Galileo mandava in dono una copia dei dialoghi Dei due massimi sistemi al Baliani, il quale, come in altra occasione accennammo, attentamente leggendo, ebbe a rimaner sorpreso della precision della misura ivi assegnata al tempo di un grave, che sia liberamente sceso per lo spazio di cento braccia, e gli venne gran curiosità di sapere com' avesse fatto Galileo a ritrovar che quello spazio era passato nel preciso tempo di cinque minuti secondi. Ringraziando perciò del dono, scriveva da Genova, il dì 23 del detto mese, una lettera, nella quale, dop' essersi professato obbligatissimo per le tante cose nuove bellissime chiaramente spiegate nel libro, esprimeva così all' Autore il suo desiderio:

« Io riceverei a gran favore che V. S. mi desse conto del modo, con che ha ritrovato che il grave scende per cento braccia in cinque secondi. Altre volte io tentai l' impresa, per mezzo di una palla attaccata ad una funicella, tanto lunga che le sue vibrazioni durassero un secondo per appunto, nè mi è finora riuscito di trovar qual sia la lunghezza precisa della fune.... Di questo orologio, che misurasse i secondi, io mi do ad intendere che me ne servirei a più usi; e in misurar le grandi distanze, per mezzo della differenza del tempo, che è fra la vista e l' udito, se pure è vero, come credo, che tal differenza sia proporzionata alle distanze, onde facendo sparar un' artiglieria lontano circa 30 miglia, purchè io possa vederne il fuoco e sentirne il tuono, dalla lor differenza verrei in cognizione della distanza precisamente; e in ritrovare i gradi della longitudine, mediante il moto della Luna, ancorchè non vi sia ecclissi, atteso che, con un oriolo così esatto, si ritroverebbe precisamente la differenza della distanza della Luna a qualche stella, e dell' un meridiano all' altro, calcolandovi però le anomalie di essa Luna, e molte

cose simili. Che perciò io la prego a dirmi il modo di misurare i secondi » (Alb. IX, 266, 67).

L'orologio così ideato era proprio quello, che si ricercava per la soluzione di tanti problemi o curiosi o utili, e in tutti i modi bellissimi e nuovi, nè poteva il Baliani immaginarsi che non fossero quelle medesime idee passate per la mente inventiva di Galileo. Colui, fra sè pensava, il quale ha prefiniti i tempi al cadere dei gravi, e il periodo al Gioviali, inventore e magnificatore delle proprietà del pendolo, deve aver sicurissimo il modo di misurar col pendolo un minuto secondo, ed egli spero me lo dirà, ma il desiderio non fu sodisfatto.

Due anni e mezzo dopo, Giovanni Pieroni, che si trovava in Austria, e che s'esercitava nell'Astronomia, scrivendo da Vienna il dì 4 Gennaio 1635 allo stesso Galileo, gli diceva di certe sue osservazioni fatte sopra le stelle fisse, e poi soggiungeva: « Io son dietro a farne cento altre, che a suo tempo le comunicherò, ma mi sarebbe di grandissimo vantaggio in esse sapere da V. S. quanto vada lungo un pendolo per misurare uno o alquanti secondi di tempo, o se la lunghezza si prende insino o tutto il corpo grave pendente, o insino al centro di esso. Però, se piacesse a V. S. darmene notizia, non potrei dirle quanto grato favore mi farebbe, e potrebbe dirmelo alla misura del braccio di costì, perchè io la ritenga meco esatta » (Alb. X, 68).

Nemmeno il Pieroni ebbe a questa sua istante domanda la desiderata risposta, e se volesse saper qualcuno chi ci abbia chiarito di una tale notizia, la contraria verità della quale potrebbe risultar forse dai privati commerci epistolari rimasti a noi sconosciuti, risponderemo francamente che, contro l'opinion del Baliani, del Pieroni e di tutti, Galileo non aveva avuto infin allora il pensiero di applicare il pendolo alle osservazioni celesti, e tanto meno aveva conceputa la speranza di risolvere il problema della lunghezza da dare al filo, perchè il pendolo stesso batta esattamente un minuto secondo.

La più certa soluzione infatti di quel problema dipende, come si sa, dalla legge delle proporzioni, che passano fra due varie lunghezze di pendoli, e la durata o il numero delle vibrazioni fatte da ciascuno nei medesimi tempi; legge che voleva prima esser conosciuta in sè stessa, per poi venire applicata a risolvere la questione proposta. Or si comprende bene quanto sia necessario il saper nei presenti dubbi come e quando riuscisse Galileo a scoprir che i tempi delle vibrazioni dei pendoli stanno come le radici delle lunghezze dei fili. Il Baliani dice di essersi abbattuto a caso a osservare il fatto, istituendo nel 1611 quelle sue esperienze intorno al moto dei pendoli di vario peso, per concluderne dal loro isocronismo che le velocità non sono proporzionate alle moli. In mezzo a queste osservazioni dei pendoli di lunghezze uguali, gli venne voglia di sperimentare in pendoli di lunghezze differenti, « in quibus peragendis illud, egli dice, praeter expectationem sese mihi obtulit, quod, quotiescumque globi penderent ex funiculis inaequalibus, ita inaequali motu ferebantur, ut longitudines funiculorum

durationibus motuum in duplicato ratione responderent » (De motu natur. cit., pag. 6).

Galileo, in nessuno dei libri pubblicati da lui infino al 1632 o a qualche anno di poi, fa motto di questa insigne legge, sperimentalmente scoperta dal Baliani. Anzi si conclude da un luogo della giornata quarta Dei due massimi sistemi che l'Autore credeva allora fossero i tempi delle vibrazioni proporzionali alle semplici lunghezze dei pendoli, come, nell'asta accomodata a temperare il tempo degli orologi, fanno i pesi di piombo a dilungarli o a ritirarli più verso il centro. « Qui la virtù movente è la medesima, cioè il contrappeso, i mobili sono i medesimi piombi, e le vibrazioni loro son più frequenti, quando son più vicini al centro, cioè quando si muovono per minori cerchi. Sospendansi pesi eguali da corde diseguali e, rimossi dal perpendicolo, lascinsi in libertà. Vedremo gli appesi a corde più brevi fare lor vibrazioni sotto più brevi tempi, come quelli, che si muovono per cerchi minori » (Alb. I, 487). Ond'è chiaro che i tempi per gli archi son, secondo questo discorso, non proporzionali alle radici, ma alle semplici lunghezze dei raggi.

Si posson di qui tutti facilmente persuadere che colui, il quale versava in così fatti errori, non era in grado di risolvere i quesiti propostigli dal Baliani e dal Pieroni. Troppo erano però quei quesiti importanti, e tali da meritar che vi esercitasse attorno Galileo la sua scienza, la quale nel 1537 parve esaurita. Aveva già riconosciuto allora il suo inganno in paragonare ai moti equabili dei pesi nell'orologio a ruote i moti accelerati dei pendoli, i quali non potevano sottrarsi alle leggi universali dei gravi cadenti, di cui i tempi son anche proporzionati alle radici, e non ai semplici spazi passati. Notabile è che Galileo, rispetto alle cadute per gli archi dei cerchi, incorresse in quei medesimi errori, che fu egli il primo a scoprire nelle cadute rette dei gravi: però è più notabile che, spendendo tanta scienza matematica intorno a queste cadute verticali, si rimettesse per quelle circolari alla semplice esperienza. Ma l'arte sperimentale aveva troppo corte le ali per sollevar l'ingegno a risolvere con precisione matematica il problema della lunghezza, che vuol avere un pendolo per battere i secondi; ond'è che, dovendosi far d'esso pendolo un misuratore del tempo, confidatosi tutto nella falsa legge dell'isocronismo, fondò sopr'essa un progetto, in cui, senza poter andare più avanti per non avere scienza delle proprietà dei pendoli di varia lunghezza, esaurì, come si disse, Galileo le forze del proprio ingegno. Non parvero queste però punto deboli a quell'Uomo, che si lusingava dover lo stesso Orologio a minuti secondi, quando pure alcuno l'avesse saputo trovare, rimanersi inferiore a quel suo squisito *Misuratore del tempo*, che gli incorò la speranza di aver per esso a risolvere con sicurezza il problema delle longitudini.

Sotto il dì 6 di Giugno di quell'anno 1637 abbiamo infatti scritta a Lorenzo Realio, ch'era uno dei deputati dagli Olandesi ad esaminar la proposta di Galileo intorno al modo di trovare le longitudini, una lettera, nella quale è nitidamente specchiata la scienza galileiana dei pendoli nei loro usi

pratici, dedotti dalla teoria, la quale anche qui, con manifesta trasgressione di ogni termine di Meccanica e di Logica, si riduce a concludere il tautocronismo degli archi dal tautocronismo delle corde (Alb. VII, 168). Vi si professa pure il più assoluto isocronismo delle vibrazioni, invocando per confermarlo quell' esperienza, che fece chiaramente vedere il contrario all' Huyghens, e a tutti coloro che non vogliano negar fede ai loro occhi proprii (ivi, pag. 169). Sopra questo principio, che nonostante da Galileo si dà per verissimo e stabile, è fondata la nuova invenzione di misurar i minimi tempi, « perchè fatta una volta tanto, con pazienza, la numerazione delle vibrazioni, che si fanno in un giorno naturale, misurato colla rivoluzione di una stella fissa; s' averà il numero delle vibrazioni d' un' ora, d' un minuto o d' altra minor parte. Potrassi ancora, fatta questa prima esperienza col pendolo di qualsivoglia lunghezza, crescerlo o diminuirlo, sicchè ciascheduna vibrazione importi il tempo di un minuto secondo, imperocchè le lunghezze di tali pendoli mantengono fra di loro duplicata proporzione di quella dei tempi, come per esempio: posto che un pendolo di lunghezza di quattro palmi faccia in un dato tempo mille vibrazioni, quando noi volessimo la lunghezza d' un altro pendolo, che nell' istesso tempo, facesse duplicato numero di vibrazioni, bisogna che la lunghezza del pendolo sia la quarta parte della lunghezza dell' altro. Ed insomma, come si può vedere coll' esperienza, la moltitudine delle vibrazioni dei pendoli di lunghezze diseguali è sudduplicata di esse lunghezze » (Alb. VII, 170).

La legge è dunque formulata qui molto diversamente da quel che, cinque anni prima, si fosse fatto nella IV giornata dei Massimi sistemi, ma come e a qual felice occasione si fosse Galileo ravveduto del suo errore non si cura di dirlo, non essendo dell' indole di quell' uomo, come in simili altri casi notammo, il far pur vista di avere sbagliato. Questo solo ci dice che fu una tal legge scoperta e verificata per via dell' esperienza: e perchè in quel tempo, cioè nel 1637, attendeva a metter in ordine, per darlo alle stampe, il manoscritto del primo dialogo delle Scienze nuove, ivi ebbero solenne pubblicità i fatti osservati, che non avevano, a volere esser giusti, nessun diritto d' essere esposti al mondo come nuovi, essendosi incontrato in essi, infino dal 1611, il Baliani, e avendoli il Mersenno, in un suo libro stampato in francese in Roma nel 1636, già divulgati.

Nuovo sarebbe stato il problema del pendolo a secondi, che pareva aversi risoluto nelle sopra scritte parole al Realio, per cui fa a prima vista gran maraviglia il non veder quella soluzione inserita nei dialoghi del Moto, là dove specialmente sperava d' avercela a trovare il Baliani. « Anzi che in quelli (nei dialoghi del Sistema) V. S. dice qualche cosa, di che io sperava che ne dovesse dar più distinto conto in questi, cioè di aver osservato che il grave discende, di moto accelerato, per cento braccia in cinque minuti secondi di ora; sperava dico che dovesse dir con che ragione si è assicurata che sian cinque secondi, e massime dove dà conto di altre esperienze fatte in simil materia » (Alb. X, 353).

Chi non si sarebbe infatti aspettato che, stabilitasi la legge dei quadrati dei tempi proporzionali alle lunghezze dei pendoli, non avesse Galileo applicato il corollario de' quadrati delle vibrazioni, ad esse lunghezze reciprocamente proporzionali, a dar regola matematica per trovar la lunghezza del pendolo, che batte i secondi? E invece s' applica a risolvere un problema di pura curiosità, qual' è quello « di saper la lunghezza di una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza » (Alb. XIII, 99). Nè il discorso in materia de' pendoli s' introduce in questo primo dialogo per applicare ad essi, nel terzo, le conclusioni intorno ai moti locali, le quali si rimangono ivi perciò una sterile esercitazione, ma per spiegare il fatto assai trito « delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una l' altra si muove » (ivi, pag. 98) e per mostrare il modo, col quale l' occhio ancora possa ricrearsi nel vedere i medesimi scherzi, che sente l' udito nelle varie consonanze musicali (ivi, pag. 109).

Certo una tal negligenza, in soggetto tanto importante, e ad una delle più grandi utilità, che s' aspettavano da Galileo la Dinamica, la Nautica e l' Astronomia preferire gli scherzi della Musica, fa gran maraviglia, la quale ci vien tolta dal pensar che non bastava la notizia di un semplice principio sperimentale, per ricavarne una regola matematica. Che se fosse quel principio per sè bastato, non aveva bisogno di ricorrere a Galileo quel Baliani, il quale aveva parecchi anni prima scoperto che le lunghezze dei pendoli stanno come i quadrati dei tempi delle vibrazioni. Conveniva dunque ridurre questo fatto a un calcolo, il quale, benchè fosse assai semplice, era nonostante così sottile, da sfuggire all' arte dello stesso Galileo. A chi non lo crederebbe faremo intanto avvertire una improprietà di linguaggio, scorsa nella Lettera al Realio, che poi nel Dialogo si ripete, dicendosi là *che la moltitudine delle vibrazioni dei pendoli di lunghezze diseguali è suddupla di esse lunghezze*, e quà, che *le lunghezze delle corde hanno fra loro la proporzione, che hanno i quadrati dei numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo.* La parola *reciproca*, che si legge nell' edizione dell' Albèri, in carattere corsivo, è una correzione introdottavi da una copia dell' edizione di Leyda postillata dal Viviani.

L' improprietà del linguaggio, che in due così insigni scritture non si potrebbe facilmente passare per una semplice inavvertenza, è indizio e causa di una confusion nelle idee, della quale ci porge Galileo stesso l' esempio, quando, poco dopo d' aver annunziata la legge, che governa il moto dei pendoli di varia lunghezza, si propon di ricavarne la soluzione di questo problema, per render visibile il gioco delle consonanze musicali: S' abbiano tre pendoli, e si cerchi quali debban essere le loro lunghezze, perchè, mentre il più lungo fa due vibrazioni, il mezzano ne faccia tre, e il più corto quattro. Questo otterremo, dice il Salviati, « quando il più lungo contenga sedici, palmi, o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove, e il minore quattro » (Alb. XIII, 109). Ma qui è un error di calcolo manifesto, perchè, se i numeri delle vibrazioni son 2, 3, 4, e debbono le lunghezze reciproca-

mente stare come i quadrati di questi numeri, non saranno dunque 16, 9 e 4, ma 36 16 e 9. Fu il primo il Viviani a notare lo sbaglio, e, a pag. 107 di una copia dell' edizione di Leyda, scrisse di propria mano in margine, con insolita libertà, la seguente postilla:

« Quando i numeri delle vibrazioni, fatte nel medesimo tempo dai tre fili pendoli, differenti in lunghezza, sono queste: cioè 2, 3, 4 come gli pone il signor Galileo, dovendo tali lunghezze stare in proporzione reciproca dei quadrati di detti numeri, staranno come questi numeri 9, 4 2 $^1/_4$, cioè 16, 7 $^1/_9$, 4, onde, dove qui al quarto verso dicesi *nove*, è errore di calcolo, e deve dire *sette e un nono*. Che se le lunghezze dei fili de' tre pendoli fossero quali le pone sopra il signor Galileo, cioè fossero 16, 9, 4, i tempi delle loro uniche vibrazioni sarebbero 4, 3, 2: i numeri delle vibrazioni, fatte nel medesimo tempo, sarebbero 3, 4, 6, onde gl' incontri di esse seguirebbero ad ogni 3 vibrazioni del lungo, 4 del mezzano e 6 del corto, e non ad ogni 2, 3, 4, com' ei dice » (MSS. Gal., P. V, T. IX).

L' errore non è, come il Viviani voleva credere, materiale del calcolo, ma formale della regola, male istituita a ben condurlo, ond' è che Galileo, veduta la difficoltà di spuntare a risolvere il problema del pendolo, che batte i secondi, annunziato già nella lettera al Realio, ridusse l' ambita invenzione del suo nuovo Misuratore del tempo per gli usi nautici quale ei lo descrisse per gli usi astronomici nelle *Operazioni*, che son l' unica prima scrittura, nella quale si parli di proposito del pendolo, per uso di Cronometro. E perchè una tale scrittura è del 1639, come apparisce da certissimo documento (Alb. VII, 193) ecco una dimostrativa conferma di ciò, che abbiamo ad altre occasioni asserito, che cioè, non prima del 1637, cominciò a pensar Galileo di far de' pendoli quelle cronometriche applicazioni, delle quali annunziava nel 1639 il definitivo progetto. Consisteva un tal progetto nel servirsi di un pendolo di qualunque lunghezza, e, fallacemente supposto che facesse tutte le sue vibrazioni uguali, contare il numero delle fatte da lui in 24 ore sideree, « imperocchè da esse, in tutte l' altre osservazioni di tempi, potremo avere la quantità loro in ore, minuti, secondi, terzi, ecc., operando con la regola aurea » (Alb. V, 374).

Così essendo, non si trovava ora dunque Galileo chiusa in tutto la bocca, come nel 1632, e nel 1635, quando il Baliani e il Pieroni erano venuti a proporgli i loro quesiti. E perciò al primo commemorato, che nel principio del Luglio 1639 era venuto a ripetere la dimenticata domanda, fatta con tanta istanza sette anni avanti all' occasione del vedersi smarrita la speranza d' avere a ritrovar nei dialoghi Del moto descritto lo strumento, con cui si potesse ognuno certificare essere il tempo speso da un mobile a passar cento braccia precisamente cinque secondi; Galileo, ora liberale dell' acquistata scienza, rispondeva con lettera del dì primo Agosto di quel medesimo anno, dove, dopo aver detto come, facendo uso de' suoi teoremi, si fosse assicurato del tempo assoluto della scesa del mobile per quello spazio, passa a propor l' altro modo da tenersi per ritrovare il tempo relativo.

« Ciò otterremo, scriveva, dalla ammirabile proprietà del pendolo, che è di fare tutte le sue vibrazioni, grandi e piccole, sotto tempi eguali. Si ricerca, *pro una vice tantum*, che due, tre o quattro amici, curiosi e pazienti, avendo appostata una stella fissa, che risponde contro a qualche segno stabile, preso un pendolo di qualsivoglia lunghezza, vadano numerando le sue vibrazioni per tutto il tempo del ritorno della medesima fissa al primo luogo, e questo sarà il numero delle vibrazioni di 24 ore. Dal numero di queste potremo ritrovare il numero delle vibrazioni di qualsivogliano altri pendoli minori e minori a nostro piacimento, sicchè, se v. g. le numerate da noi nelle 24 ore fossero state per esempio 234,567, pigliando un altro pendolo più breve, nel quale uno numeri per esempio 800 vibrazioni, mentre che l'altro misurasse 156 delle maggiori, già avremo, per la regola aurea, il numero delle vibrazioni di tutto il tempo delle 24 ore. E se con queste vibrazioni vorremo sapere il tempo della scesa per il canale, potremo, con la medesima agevolezza, ritrovare non solo i minuti primi, secondi e terzi, ma quarti e quinti, e quanto più ci piacerà » (Lettere di Galileo, Pisa 1864, pag. 42).

Così fatte minuzie erano più però a lussuria di calcolo, che per servire alla precisione delle esperienze, per le quali sarebbesi massimamente desiderato che fosse giusto il numero delle vibrazioni, contate nel tempo delle 24 ore da que' due o tre o quattro amici. Ma dove ritrovar tanta resistenza al disagio, o tanta durazione nella lunga pazienza? E quando pure si fossero ritrovate così rare virtù, nell'abito corporeo e nelle disposizioni dell'animo, chi sarebbesi potuto ripromettere tanta infallibilità del senso, da assicurarsi che, di quelle tante migliaia di vibrazioni, nemmen una gliene fosse sfuggita all'attenzion della vista? Furon quelle riflessioni, che, alle sopra lasciate interrotte, suggeriron le parole seguenti: « Vero è che noi potremo passare a più esatta misura, con avere veduto ed osservato qual sia il flusso dell'acqua per un sottile cannello, perchè, raccogliendo ed avendo pesata quanta ne passa v. g. in un minuto, potremo poi, col pesare la passata nel tempo della scesa per il canale, trovare l'esattissima misura e quantità di esso tempo, servendosi massimamente di una bilancia così esatta, che tira ad un sessantesimo di grano » (ivi, pag. 43).

Ecco dunque dove vanno a finire tutte le declamate eccellenze di quel Misuratore del tempo, con cui si ritroverebbero infallibilmente, in mezzo all'incerto mare, i naviganti olandesi; ecco dove va a sfumar la gloria dell'ambita invenzione! a dir che, rispetto al pendolo, son più esatta misura le clessidre, e, in tanto fasto di novità, tornare indietro a Proclo e a Cleomede. Sentiva il Baliani questi rimproveri nella sua propria coscienza potenti, e s'infervorava sempre più in voler aver quel pendolo a secondi, da cui sperava la felice risoluzione di tanti bei problemi di Ottica, di Acustica, di Geografia, di Astronomia e di Nautica, i quali tutti Galileo, a scusar sè, e a giustificarsi di ciò che aveva scritto per verificare la legge delle cadute dei gravi, sacrificava agl'ignobili vasi sgocciolanti.

Nei giorni, in cui recapitò questa lettera di Firenze, si trovava di passaggio in Genova il p. Niccolò Cabeo, a cui si rivolse il Baliani, pregandolo a voler usar di tutto il suo studio, e di tutta la sua pazienza, per veder di ricavar da que' documenti galileiani la misura giusta del pendolo oscillante a ogni minuto secondo. Tornato il Cabeo a Ferrara, si dette con indicibile assiduità all' opera, e in poco più di una settimana si lusingò di averla condotta a buon termine, scrivendo a Genova, e mandandone la misura. Lieto il Baliani di aver finalmente conseguito lo strumento, che gli potrebbe « servire per un Orologio da misurar molte cose, che richiedano tempo breve » (Alb. X, 360) ne dava, per lettera del dì 19 Agosto, avviso a Galileo, dicendogli essere stato il Cabeo, che, reputato atto a ciò, « e a molto maggior cosa » (ivi) l' aveva, pregatone, sodisfatto del suo desiderio.

Galileo cominciò a quell' avviso a ripensar curiosamente com' avesse fatto esso Cabeo a ritrovare una tal misura, e il dì primo del seguente Settembre significava così al Baliani il suo pensiero: « In risposta alla gratissima del 19 del passato mese, dico che, quanto a misurare il tempo con un pendolo aggiustato a fare le sue vibrazioni in un minuto secondo, si avanza la fatica del fare il calcolo con la semplice operazione della regola aurea, avendo una volta tenuto conto del numero delle vibrazioni di qualsivoglia pendolo, fatte in 24 ore, la quale osservazione è necessario che il p. Cabeo abbia fatta con un pendolo di qualsiasi lunghezza, e da esso cavatone, con l' invenzione delle medie, la lunghezza del pendolo di un minuto secondo » (Lettere di Gal. cit., pag. 47).

Ma che cosa è questa *invenzion delle medie*, domandava a sè stesso il Baliani, a cui era venuta da Ferrara la misura, non però il modo usato in ritrovarla. Rispondeva perciò a Galileo non saper dirgli, in proposito di quel modo, altro che questo: « Il calcolo del padre Cabeo credo che sia fatto al modo di V. S., che così io gli suggerii, quando egli era qui, non però tanto esattamente, da numerare le vibrazioni fatte in 24 ore, ma credo in una o due ore solamente, in qualunque lunghezza del pendolo, col farci poi il conto per la regola aurea, come V. S. dice » (Alb. X, 365).

La regola aurea però, così usata intorno a pendoli di qualunque lunghezza, non poteva bastar per sè sola a ritrovar la prefinita misura del pendolo a secondi, altro che per via di ripetuti tentativi, allungando o occorciando il filo, trovato battere una certa misura del tempo, infino a ridurlo a un secondo preciso; nei quali tentativi consisteva quella, che Galileo chiamava *invenzion delle medie*. Se dovea dunque il Cabeo seguitar necessariamente questa via di prova, non c' era, secondo lo stesso Galileo, nessun' altra regola matematicamente sicura. Le parole perciò scritte nella lettera al Realio non dovettero aver, nella mente dello scrittore, il significato, che sembrava esservi espresso, che cioè, trovato il numero delle vibrazioni fatte in un minuto secondo da un pendolo di qualunque lunghezza, si potesse, dal teorema ivi opportunamente invocato, che cioè *la moltitudine delle vibrazioni dei pendoli di lunghezze diseguali è* reciprocamente *sudduplicata*

di esse lunghezze; dedurne la lunghezza del pendolo a secondi: imperocchè l'operazione fatta con questa regola si riduceva alla certezza di un calcolo aritmetico, consistente nel moltiplicar la misura del pendolo arbitrario per il quadrato del numero delle vibrazioni, fatte da lui in un minuto secondo.

Essendo insomma Galileo persuaso non si poter risolvere il problema del pendolo, determinatamente lungo, altro che per ripetute esperienze fatte col pendolo di qualunque lunghezza, ne concludeva che in precisione era questo suo orologio superiore a quello dell'altro, e che perciò male il Baliani aveva provveduto al suo bisogno, dando la preferenza alla invenzione del Cabeo, che va inevitabilmente sottoposta a qualche errore, « il quale, benchè piccolo, moltiplicato secondo il numero delle molte vibrazioni, può partorire notabile errore, il che non accade nelle vibrazioni, non obbligate alla lunghezza del filo, che, molte centinaia di volte replicata, ci deve dare la misura del tempo; sicchè ogni piccolo errore, preso nella lunghezza del pendolo, va molte centinaia di volte moltiplicato, mentre nell'altra mia operazione l'errore non può nascere salvo che dal numerare le vibrazioni, delle quali una sola parte di una sola vibrazione può essere presa più o meno del giusto » (Lettere di Gal. cit., pag. 48).

Questo, che dice qui Galileo, è come il più distinto suggello a confermar ch'ei non doveva conoscere altro modo, che tentare e ritentare per via della esperienza, perchè, se avesse saputa la regola del calcolo, istituita dietro le ragioni, che serbano insieme i pendoli, tra i tempi del loro vibrare e le lunghezze dei fili; non avrebbe avuto alcun dubbio che, tanto il pendolo obbligato, quanto quello non obbligato a lunghezza, sarebbero andati soggetti ai medesimi errori, dipendenti unicamente dagli sbagli nel numerare le vibrazioni fatte in 24 ore, e nel dedurne di lì il numero delle vibrazioni fatte in un minuto secondo, potendo esser l'une, e perciò anche l'altre, prese, come Galileo stesso dianzi diceva, più o meno del giusto. Se chiamata L infatti l'arbitraria lunghezza del pendolo, e N^2 il quadrato del numero delle vibrazioni, da lui fatte in un minuto secondo, la cercata lunghezza X dell'orologio a secondi vien rappresentata dalla formula $X = LN^2$; è chiaro che tutta l'esattezza, così di questa come dell'operazione di Galileo, dipende dal valore di N, non avendo L nessuna difficoltà a dare a chiunque la voglia la precisa lunghezza sua lineare.

Or perchè da nessuna parte dei consultati commerci epistolari resulta chiaro se il modo tenuto dal Cabeo fosse propriamente quello congetturato da Galileo, nè il Baliani a lui scrisse quanta fosse la ritrovata misura del pendolo, rimarremo qui in gran curiosità di saper la parte più importante di questa storia, se il Cabeo stesso, pubblicando i suoi commentari sulla Meteorologia di Aristotile, non fosse venuto a darci la desiderata notizia. Nella Questione ultimamente citata, nella quale si richiamavano a sottile esame le dottrine galileiane intorno ai pendoli di uguale lunghezza, dop'avere il Cabeo concesso che, per esser piccole le disuguaglianze osservate, si potevano i moti di quegli stessi pendoli reputare isocroni, così soggiunge: « Ex hoc habe-

tur utilissimum sane instrumentum, vel potius Horologium, ad mensurandum tempora brevissima, ita ut ex serico filo suspendendo globulum plumbeum, non solum tibi possis instruere Horologium, quo minuta secunda metiaris, sed etiam 3, 4, immo et 5 unius secundae poteris metiri. Ego mihi comparavi, satis pertinaci labore, mensurando integram horam, longitudinem fili penduli exactissime, qua unam habeo secundam. Longitudo fili est unciarum 9 pedis romani antiqui » (Editio cit., T. I, pag. 100).

La notizia è importante, perchè sappiamo ora di certo che la quantità della misura del pendolo a secondi, reputata dal Cabeo e creduta dal Baliani esattissima, era nove once di piede romano antico, ossia un palmo, che, secondo le comuni tavole di riduzione, corrisponderebbe a 0^m, 223. L'enorme sbaglio, che non poteva solo dipendere dalla poco esatta misura dell'ora, presa forse dagli orologi scioterici o dalle clessidre, farebbe credere che dipendesse piuttosto dalla mala corrispondenza di quei tentativi, ai quali era, secondo Galileo, necessario si riducesse l'osservatore, per conseguire il suo intento. Dal sopra trascritto passo però non s'argomenta nulla in proposito, ma nel II tomo di quella stessa Opera meteorologica ci toglie intorno a ciò l'Autore ogni dubbio. Dice anzi che, nel provarsi ad allungare e ad accorciare il pendolo, per ridurlo alla desiderata misura, si accorse di un fatto inaspettato, che cioè la frequenza delle vibrazioni non diminuiva a proporzion dei fili accorciati. Dop'aver trovato con la regola di Galileo che un pendolo faceva per esempio quattro vibrazioni in un minuto secondo, credeva che, per avere una vibrazione sola, bastasse ridurlo quattro volte più lungo, e trovò invece, con sua gran sorpresa, che si dovea allungare molto di più, cosicchè, se un palmo avesse dato un secondo preciso, per avere un minuto primo, tutt'altro che 60 palmi disse di non aver trovato ancora un filo tanto lungo, che gli fosse bastato al bisogno. « Imminuto filo penduli fiunt quidem undationes incitatiores, at non inci'antur ad rationem imminuti fili, ita ut, si filium fiat dimidio brevius, et undatio duplo fiat incitatior, non hoc inquam sequitur, nam pendulum, cuius filum sit palmare, unam fere absumit secundam singulis undationibus, et tamen filum sexaginta palmorum non unum explet integrum minutum. Immo nullam hactenus taniam fili longitudinem habere potui, quae integrum daret minutum » (pag. 289).

Tale fu la cultura, e tali furono i frutti, che raccolse il Cabeo dal suo pertinace lavoro, dai consigli del Baliani, e dagli insegnamenti di Galileo. Non sapendo il pubblico nulla di così fatti consigli, e di così fatti insegnamenti, rimasti nei privati commerci epistolari, ebbe a far le maraviglie di tanto errore e di tanta ignoranza, di che al Cabeo solo restò a sopportare l'accusa. « Quae omnia non impediunt, scriveva il Mersenno dopo aver letto, ne' commentari alla Meteorologia aristotelica, il passo ora copiato, quin fieri nequeat ut filum palmare secundum minutum fere duret, cum vix secundi respondeat dimidio, adeo ut ostenderit Cabeus se non satis exacte durationes funependuli examinasse, neque rationem temporum duplicatam nosse, ut clarum est ex eodem loco, quod eo magis admiror quod illam rationem

ex Galilaeo didicisse debuerit, quem toties refellere conatus est, quodque ex nostris *Harmonicis*, Romae decennio prostantibus antequam suum in Meteora volumen ederet, rationem illam funependulorum discere potuit » (Reflexiones phisico-malhem., Parisiis 1647, pag. 158)

Forse il Cabeo non aveva letto altro che nell'ultima giornata dei Massimi sistemi, dove s'insinua la falsa dottrina dei tempi proporzionali alle semplici lunghezze dei pendoli. Ma poniamo che avesse appreso, dal primo dialogo delle Nuove scienze o dagli *Armonici*, che que' tempi sono invece proporzionali alle radici delle lunghezze; non gli sarebbe però bastata questa notizia a conseguire una misura del pendolo più giusta, come non bastò al Baliani e a Galileo, dei quali avrebbe avuto più ragione di maravigliarsi il Mersenno. Vien tolta ogni occasione di maraviglia però dal ripensar le cause, che resero così incerti nella dottrina, e così mal sicuri nella pratica quei tre, che primi in Italia dettero opera insieme a risolvere il problema del pendolo a secondi; cause che si riducono, come tante volte abbiam detto, al non aver nessuno di essi penetrate le matematiche ragioni di un fatto, ch'ebbe a rimanersi perciò fra la non superabile angusta cerchia delle esperienze.

In quel medesimo anno 1638, in cui Galileo e il Baliani si confessavano impotenti all'impresa, e vi faceva il Cabeo così infelice riuscita, si stampava in Praga un libro, rivelatore di quella scienza dei pendoli, ch'era venuta meno ai nostri Italiani. Giovan Marco, nella XXVIII proposizione *De proportione motus*, era il primo che, da principii matematici, venisse a dimostrare *Motus circulorum sunt in ratione suorum temporum, quam habent diametri ad se duplicatam* (fol. 37 ad t).

I principii matematici, che servon come di lemmi alla dimostrazione, son pur essi dall'Autore matematicamente dimostrati in altre proposizioni antecedenti, fra le quali è la XIII del trattato, coll'aggiunta di un corollario, che manca alla proposizione III del primo libro manoscritto di Galileo. Essendo AB (fig. 211) verticale e AC obliqua, precisa in C dalla BC condottale perpendicolare, si dimostra in quel manoscritto galileiano che, a movere da A, si passano dal mobile i due spazi AB, AC nel medesimo tempo, e Giovan Marco soggiunge che nel medesimo tempo anche si passerebbe la BC, essendo in C il principio del moto, perchè, costruito il parallelogrammo AD, la BC, in virtù del teorema galileiano, è isocrona a CD, e perciò anche ad AB, ond'è che AB, AC, BC sono isocrone insieme. L'altra proposizione, più prossimo lemma a quella da dimostrare, è la XXVI, che cioè i tempi per gli archi simili son proporzionali ai tempi per i seni corrispondenti.

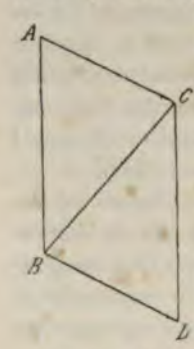


Figura 211

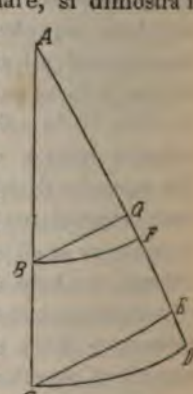


Figura 212

Dietro ciò, ecco insomma come Giovan Marco, con eleganza spedita,

dimostra che il tempo per l'arco CD (fig. 212), di cui il seno è CE, sta al tempo per l'arco BF, di cui il seno è BG, come la radice di AC sta alla radice di AB. Abbiamo T°. CD : T°. BF = T°. CE : T°. BG, e perchè CE è isocrona ad AC, e BG isocrona ad AB, T°. CD : T°. BF = T°. AC : T°. AB. Ma il tempo per AC sta al tempo per AB, come la radice di AC sta alla radice di AB; dunque, secondo queste medesime radici, che son quelle delle altezze dei pendoli, o delle lunghezze dei raggi, stanno anche i tempi per gli archi simili da loro descritti.

Di qui, mentre il Cabeo andava fra le tenebre brancolando a cercar l'esatto misuratore dei secondi minuti, e Galileo conveniva non si potere andar altro che brancolando, ricavava Giovan Marco la regola matematicamente sicura. Supponiamo, diceva, di aver trovato che un pendolo, preso di tal lunghezza che si giudichi alcun poco maggiore della richiesta, fa 1200 vibrazioni in un'ora, o 20 in un minuto, e si voglia ridurlo a farne precisamente 60 in quel medesimo tempo. È certo che tanto dovrà essere più frequente questo di quello, quanto 60 è maggior numero di 20, o tre è maggiore di uno. Or perchè le altezze dei pendoli stanno, secondo il dimostrato teorema, come i quadrati dei tempi, diremo che la maggiore altezza sta nel presente caso alla minore, come il quadrato di tre sta al quadrato di uno, e avremo perciò questa stessa minore altezza, ch'è la conveniente a un orologio a secondi, riducendo a un nono la nota altezza maggiore. « Sumatur quaecumque productio fili, aliquanto tamen longior, quo minus cito a motu conquiescat, numereturque huius escursus per spatium unius horae quadrantis, et sint v. g. 300, eruntque spatio horae unius 1200. Quod si ergo fiat ut quadratum temporis, nimirum trium secundorum, idest 9 ad 1, ita longitudo fili ad minorem, erit huius motus aequalis secundo » (ibid., fol. 63).

Essendo il libro del Matematico di Praga rimasto in Italia e in Francia per molti anni sconosciuto, non ebbero gl'insegnamenti di lui quà dai monti nessuna efficacia, ma pur la soluzion del problema del pendolo a secondi dipendeva dalle dottrine di Galileo e del Baliani così immediata, che non trovarono difficoltà i discepoli a conseguirla da quegli stessi principii, posti così stabilmente dai loro proprii maestri. Da commemorare fra quei discepoli uno dei primi è Benedetto Castelli, il quale, nel secondo libro Della misura delle acque correnti, dedicato manoscritto infino dal 1642 a Cosimo gran principe di Toscana, proponeva per gli usi idrometrici il pendolo, di cui diceva « si devono numerare le vibrazioni, che si fanno mentre dura l'opera, e saranno tanti minuti secondi, quando però il filo sia lungo tre piedi romani » (Bologna 1660, pag. 80). Il Mersenno poi, pubblicando nel 1644 in Parigi il suo libro *Cogitata physico-mathematica*, così, a proposito del pendolo misuratore del tempo, in quella sua general prefazione, scriveva: « Si enim filum illud AB (fig. 213)

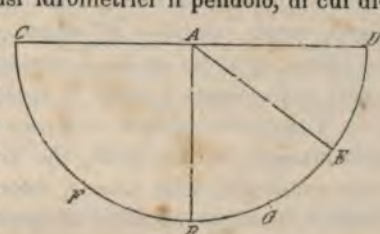


Figura 213

tripedale fuerit, globuli, ad punctum G vel F aut aliud quodvis usque ad C vel D erecti, recursus per semicircumferentiam DBC, tempus unius secundi consumit, recursus vero a D ad B, vela C ad B, semisecundum » (pag. 9).

Tre piedi romani, ossia $0^m,885$, e tre piedi parigini, ossia $0^m,972$, son misure del pendolo a secondi straordinariamente più giuste di quelle date dal Cabeo pochi anni prima, della quale aggiustatezza è da riconoscere la ragione nell'avere il Castelli e il Mersenno non operato a caso, ma dietro quella regola matematicamente certa, che conseguiva, come dicemmo, dai teoremi di Galileo e dai supposti del Baliani, immediata. Non bastava però la semplice regola matematica, sopra la quale proporre la soluzion teorica del problema, ciò che solo erasi contentato di far Giovan Marco; bisognava di più venire ai casi pratici, ed avere in effetto misurate le vibrazioni, fatte da qualunque lunghezza di pendolo in una certa esatta durata di tempo. Deve ciò necessariamente essere stato operato dal Castelli e dal Mersenno, ma come non lo sappiamo: non sappiamo cioè se fu quel tempo misurato dal moto delle stelle, come insegnava Galileo, o dai flussi delle polveri e dei liquidi, o dagli appulsi delle ombre alle linee gnomoniche, secondo si crede aver fatto il Cabeo.

In quel medesimo tempo però del Castelli s'esercitava intorno a ridurre alla sua pratica soluzione il problema del pendolo a secondi un nostro insigne Sperimentatore, che ne lasciò pubblica e particolare notizia del modo, e che, sebben avverso per istituto, si professava nulladimeno in quel caso anch'egli discepolo di Galileo. Giovan Batista Riccioli, proponendosi nel II libro del I tomo dell'Almagesto nuovo di trattar delle oscillazioni dei pendoli, e delle loro applicazioni alla misura dei tempi, concludeva così le brevi parole premesse nel cap. XX al suo trattatello: « Quae igitur, per meipsum, et ope sociorum, ad satietatem usque expertus sum, una cum selectis ex Galileo et Baliano, recensebo » (Bononiae 1651, pag. 84).

Da Galileo e dal Baliani dice di aver principalmente appreso, e di aver poi confermato co' suoi proprii esperimenti che le varie lunghezze di due pendoli stanno reciprocamente come i quadrati dei numeri delle vibrazioni, d'onde conseguono *duo insignia problemata*, il primo dei quali è che, dato il numero delle vibrazioni e la lunghezza di un pendolo, si può di lì ottenerne la lunghezza dell'altro. Ricava di qui il Riccioli la regola per la misura del pendolo a secondi, ma non avrebbe potuto per sè medesima quella stessa regola condurre all'intento, senza premetter la soluzione di un altro problema, qual era quello di ritrovare il tempo del primo mobile, o del giorno solare conveniente a tutto il moto o alle singole vibrazioni di un pendolo dato. Conveniva dunque ricorrere a una misura di confronto, la quale si poteva ottener da quei modi, che più erano in uso appresso agli antichi, come dalle pulsazioni delle arterie, dalle Clessidre, e dagli Orologi solari. Volle il Riccioli esaminar ciascuno di questi tre modi, che gli si porgevano per la pratica facili e pronti, ma che poi ebbe a rifiutar, non essendo nessun di loro trovato esatto.

Quanto ai polsi, aveva letto nella proposizione LVIII dell' *Opus novum* del Cardano che « in hora sunt pulsus arteriarum quatuor millia ictuum, in homine prope temperamentum: (Operum, T. V cit, pag. 489); alla qual sentenza del celebre medico, e del fisico valoroso, parve sottoscrivere anche il Keplero, quando, nell'Epitome astronomica, per comparar le frazioni dell' ora equinoziale ai polsi dell' uomo, concludeva, dopo ripetute osservazioni fatte intorno al loro numero in varii individui: « Breviter, in una hora quatuor millia, plus minus » (Lentiis 1618, pag. 279). Ma il Riccioli, riducendo alle vibrazioni di un pendolo, fatte in un minuto, le pulsazioni osservate in un gran numero di persone, appartenenti al suo proprio sodalizio; trovò che differivano dalle 50 alle 85. Pensò in tale incertezza di fare esperienza delle Clessidre, ma, comparate anch'esse con le vibrazioni di un pendolo, fatte in un quarto d' ora, trovò che ne rispondevano di quelle stesse vibrazioni ora più ora meno, ond' è che, sperando di conseguire una maggiore esattezza, si dette, insieme col p. Francesco Maria Grimaldi, a costruire, con la maggior possibile diligenza, un orologio solare. « Sed quia umbrae ad lineas horarias appulsus non potest discerni adeo axacte, ut non formidemus de aliquorum secundorum errore, ideo, dimisso hoc modo, ad alios me contuli » (Almag. Novi, T. I cit., pag. 86).

I modi, a cui s' ebbe finalmente a rivolgere il Riccioli furon quelli che erano stati proposti da Galileo, e i tre o quattro amici pazienti, ch' egli richiedeva all' operazione, e che rimasero in vita sua non più che una lusinghiera speranza, gli trovò il Riccioli stesso fra' suoi più giovani confratelli. Ne scelse fra questi nove, ch' egli addestrò con gesuitica disciplina, e dal mezzogiorno del dì 2 Aprile 1642 al mezzogiorno del dì appresso, gli tenne vigili in assidua opera diligente a contare il numero delle vibrazioni fatte nelle 24 ore da un pendolo, lungo 3972 centesime di oncia di piede romano antico. Si davano la muta di mezz' ora in mezz' ora, e per evitar la lunga pronunzia dei numeri più grossi gettavano, a ogni sessanta vibrazioni contate, una fava o altro calcolo in una cestella. Si trovò dunque, alla fine dell' operazione, riducendo il giorno solare al sidereo, che un calcolo, ossia sessanta vibrazioni, erano state fatte dal pendolo in 3576 minuti terzi.

Così fatto, non bisognava altro a risolvere il problema della lunghezza del pendolo a secondi, che applicare alla regola teorica i numeri trovati. E perchè, chiamata L la lunghezza del pendolo arbitrario, ed N il numero delle vibrazioni da lui fatte in un certo tempo; chiamata L′ la cercata lunghezza del pendolo a secondi, ed N′ il numero delle vibrazioni, che in quel medesimo tempo si vorrebbe che fosser fatte da lui; la detta regola è espressa da $L' = \frac{LN^2}{N.^2}$, facendosi dunque $L = 3867$, $N = 60$, $N' = \frac{3576}{60}$, s' ebbe $L' = \frac{3867 \times 3600^2}{3576^2}$. « Ergo, si quadratum numeri 3600, quod est 12,960,000, ducatur per altitudinem centesimarum 3867, fiet summa 50,116,320,000, quae divisa per quadratum tertiorum 3576, qnod est 12,787,776, relinquit cente-

simas unciarum 3927; hoc est pedes 3, uncias 3, et $^{27}/_{100}$ » (ibid., pag. 87). E tale è, secondo il Riccioli, la precisa lunghezza del pendolo misurator dei secondi.

Se il piede romano antico fosse precisamente tale, quale ce lo danno le comuni Tavole di riduzione, corrispondente cioè a 0^m, 295, un dodicesimo di lui, ossia un'oncia, equivarrebbe a 0^m, 025, presso a poco, e un centesimo d'oncia a 0^m, 00025; cosicchè 3927 centesime, quante ha trovato il Riccioli dovere andar lungo il pendolo oscillante a ogni secondo, tornerebbero prossimamente 0^m, 98175. Non siam certi però se quali le Tavole ce le danno fossero le riduzioni esatte del piede romano antico, secondo il Riccioli, il quale ne trattò particolarmente nel XII libro della Geografia nuova riformata, designandolo col nome proprio di *Piede vespasianeo*. Ma nel margine inferiore della pag. 58 del I tomo dell'Almagesto esibì, della metà di lui, la precisa lunghezza lineare, scrivendo: « Est autem vera longitudo semipedis romani antiqui quantam vides in sequenti schemate R. » La lunghezza R, quivi rappresentata, è divisa in sei parti equivalenti alle sei once, sopra le quali riportata, con la maggior diligenza possibile, una riga, ci parve che corrispondessero ciascuna a 0^m, 026 prossimamente. D'onde parrebbe che le 3927 centesime si dovessero ridurre a 1^m, 02102, ch'è misura alcun poco maggiore di quell'altra ricavata dalle Tavole di riduzione.

Consistendo lo strumento, usato all'operazione, in un globo di ferro sospeso a una catena di ferro, e resultandone perciò un pendolo composto, non si possono le sopra calcolate misure, in qualunque modo ridotte, riferire a quelle convenienti al pendolo semplice, le quali si sa che, per la latitudine di Bologna, sono 0^m, 993. Ma comunque sia aveva ragione il Riccioli di compiacersi, non solo d'essere stato egli il primo, ma di aver dato, della lunghezza del pendolo a secondi, la misura più giusta di qualunque altro s'esercitasse a calcolarla in quel tempo o poco dipoi. « Gavisus sum autem cum, post aliquot annos, audivi perpendiculi oscillationes ab aliis Astronomis adhibitas, nimirum a Michaele Florentio Langreno, ut ex literis ad me ab ipso datis didici, a Gottefrido Vendelino, a p. Athanasio Kirchero, a Mersenno et aliis, sed non constat omnes aeque accuratos fuisse in mensuris perpendiculi determinandis. Nam, ut una vibratio uni secundo temporis aequivaleat, Mersennus requirit funiculum pedum 3, sed parisiensium. Kircherus autem filum 3 pedum cum dimidio, non adiecto pondere, cui fere subscribit Vendelinus » (ibid., pag. 88). Le cause dell'incertezza e dell'errore, dipendenti principalmente dal non saper determinare il centro dell'oscillazione, e dal reputar le vibrazioni maggiori isocrone alle minori, erano a tutti questi sperimentatori comuni, non eccettuato lo stesso Riccioli, il quale si dilungò nonostante dal vero assai meno degli altri, per la incomparabile diligenza da lui usata nelle osservazioni.

IV.

Al Riccioli dunque si debbono, intorno agli usi del pendolo, attribuire quei meriti, che un opinione universalmente invalsa attribuisce a Galileo, l'opera del quale in proposito ci ha mostrato la storia essere stata incredibilmente debole e scarsa. Del difetto, che ritrovavasi negli insegnamenti del Maestro, n'ebbero a risentire anche i primi Discepoli, i quali è notabilissima cosa che, esercitandosi così valorosamente in svolgere e in confermare i varii teoremi dei movimenti locali, non promovessero nemmen d'un passo, rispetto al pendolo, i principii galileiani. Svolgendo infatti i manoscritti e i pubblici trattati del Castelli, del Renieri, del Cavalieri, del Nardi e di simili altri, non ci siamo abbattuti mai a trovare in essi una proposizione meccanica intorno a quello argomento, e il Torricelli stesso, nel suo celebre trattato, non fa del moto dei gravi penduli da fili nemmeno un semplice motto. Solamente ci è occorso, in consultare i manoscritti di lui, di notare una proposizione, delle feconde conseguenze della quale però non par che si curasse l'Autore, contento a considerarne alcuna della minore importanza. È la detta proposizione così messa in formula, e così dimostrata:

« Quod libet pondus a qualibet potentia moveri; vel nullum pondus pendens tam magnum esse, ut ab omni minima potentia non moveatur. »

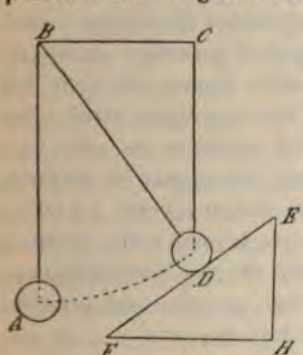


Figura 214

« Sit pondus A (fig. 214) suspensum filo BA, intelligaturque pondus esse ut ipsa BA. Detur iam potentia BC, et ducatur perpeudiculum CD: dico pondus A a data potentia moveri usque in D. Ducatur tangens FDE, horizontalis FH ubicumque, et perpendicularis EH ubicumque. Eritque, ut BD ad BC, ita FE ad EH. Ergo pondus sustinetur a potentia in D, puncto plani; quare etiam in D, puncto quadrantis, et propterea in quolibet puncto arcus AD movetur » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, fol. 97).

Sembrava che dovesse di quì concluderne il Torricelli quel corollario importante, che avea condotto Giovan Marco a instituire le prime teorie dei pendoli, che cioè, essendo BD a BC come FE ad EH, il peso pendulo nel perpendicolo A sta allo stesso pendolo, rimosso nella posizione D, come il seno totale sta al seno dell'angolo dell'inclinazione. Ma, come dicemmo, non ha di una tal conclusione l'Autore nemmeno il minimo pensiero.

Notabile è che Niccolò Aggiunti, in una Nota pubblicata dal Nelli nel suo *Saggio di storia letteraria*, si fosse qualche anno prima proposto di dimostrar questo medesimo del Torricelli, e nel medesimo modo, per servirsene come lemma a concludere il suo assunto, che « se un pendolo grave sarà

rimosso dal suo perpendicolo durerà a moversi alternamente in perpetuo » (Lucca 1759, pag. 89). L'intenzion dell'Autore era quella di confermar con matematiche ragioni ciò che aveva semplicemente asserito come probabile Galileo, nella giornata II Dei massimi sistemi (Alb. I, 250), ma si poteva pure utilmente promovere il teorema a dimostrare altre proprietà meccaniche del pendolo, ciò che qui trascura di fare anche l'Aggiunti.

I primi esercizi, intorno a questo così negletto argomento, fatti nella Scuola galileiana, incominciano dal Viviani, il quale ci lasciava fra i suoi manoscritti questo notabilissimo documento: « La violenza che patisce il filo AB (fig. 215), essendo stirato dal grave A, credo che sia tale, quale è il momento del medesimo grave, movendosi per il piano BA, cioè che la forza fatta dal grave al filo nel luogo AB, alla forza fatta al filo nel luogo BC, che è la forza totale, sia come il momento del medesimo grave sopra un piano inclinato quanto BA, al momento totale per la perpendicolare BC. Credo ancora che la somma dei due momenti del grave A, l'uno per la dirittura del filo BA, l'altro per la tangente AE, sia uguale al momento totale. Inventa un modo per esperimentarlo » (MSS. Gal. Disc., T. CXIII, fol, 30 a tergo).

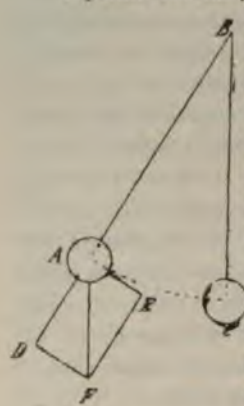


Figura 215

Tanto sentì il Viviani al bisogno la Matematica inesperta, che volle aver refugio nell'esperienza. E che cosa gli doveva l'esperienza dimostrare? questo nè più, nè meno: che cioè la somma dei momenti parziali è uguale al momento totale. Ora, si risovverranno i Lettori delle famose obiezioni del Vanni, dietro le quali si tirerà la memoria quell'altre analoghe parole, lasciateci scritte dallo stesso Viviani, a proposito del momento dei gravi sopra i piani inclinati: *credo che il momento totale sia uguale in potenza al momento gravitativo, e al momento discensivo insieme presi.* La fallacia, che s'asconde in quella parola *potenza,* è nota oramai a chi ha letto la nostra Storia, e dietro quella fallacia, felicemente dal caso emendata, riuscì all'Autore delle *Cinque proposizioni* a dimostrar secondo qual proporzione, nelle discese oblique, si compartano i momenti dei gravi.

Nel medesimo modo, e non già per via della esperienza, si sarebbe forse potuto dar matematica dimostrazione di ciò che il Viviani credeva esser vero nella proposta questione del pendolo, essendo la forza, che stira il filo nella direzione AB, comparabile col momento gravitativo sul piano inclinato, come l'altra forza, diretta secondo la tangente AE, è pur comparabile col momento discensivo. Questo, nelle dette *Cinque proposizioni* si dimostra proporzionale al seno, e quello al coseno dell'angolo dell'inclinazione, ciò ch'è pur vero, secondo che il Viviani credeva, nel pendolo, come si dimostrerebbe, facendo uso del principio della composizion delle forze, imperocchè, se la perpendicolare AF, qual diagonale del parallelogrammo, rappresenta il momento totale, i lati AE, AD, che corrispondono ai momenti

parziali, stanno a quella stessa diagonale come il seno e il coseno dell'angolo DAF, uguale all'angolo dell'inclinazione, stanno al seno totale.

Si diceva che sarebbe il Viviani potuto riuscire a questa medesima conclusione importante dietro ciò ch'era stato dimostrato da lui del momento dei gravi sopra i piani inclinati, ma non siam certi che vi si provasse, e, se dovessimo dare intorno a ciò il nostro giudizio, sarebbe che quella sua scienza del pendolo si rimase, almeno per qualche tempo, un semplice *credo*. Or una tale incertezza nel Viviani, e negli altri più immediati discepoli di Galileo, si contrappone, in modo che fa stupire, con la sicurezza della scienza di Leonardo da Vinci, nei manoscritti del quale si trova, come si riferì a suo luogo, dimostrato il teorema delle forze sollecitanti il pendolo, per ridurlo alla sua prima stazione perpendicolare. Ebbero, come quasi sempre, le speculazioni principio dall'esperienza, la quale, benchè sembri delicatissima, era nonostante assai meglio dimostrativa di quell'altra impossibile, che si proponeva d'inventare il Viviani.

La figura disegnata a tergo del foglio 76 del Manoscritto G, e che noi imitiamo nella figura 216, s'illustra da Leonardo con queste parole: « Il peso ventilante da destra a sinistra, e da sinistra a destra, si fa tanto più grave al suo appendiculo, d'esso appendiculo, quanto esso appendiculo è meno obliquo. » E a tergo del seguente foglio 79 un'altra Nota, nello stesso proposito, così dice: « Il grave ventilante, per qualunque aspetto, avrà tanto più o men gravezza, intorno alla fronte che ha l'asta della Bilancia, quanto la congiunzione, che ha l'appendiculo del peso col braccio della bilancia, sarà più vicino all'angolo retto. » Il modo dell'esperienza è assai chiaro, essendo alle due estremità A, C della Bilancia di braccia uguali, sostenuta in B, penduli, da due fili di ugual lunghezza, i pesi uguali D, E. Nella quiete, o nella posizione verticale di questi pesi, permane l'equilibrio, ma, rimosso per esempio il peso D in F, l'altro contrappeso E la vince, con tanto però minor prevalenza, quanto l'angolo FAD, fatto dall'appendicolo FA con la fronte A della Bilancia, è più vicino all'angolo retto.

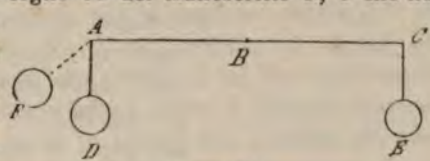


Figura 216

Dimostrava dunque la bella e delicata esperienza che il grave in F pesa meno sulla Bilancia che in D, ma secondo qual precisa proporzione si diminuisce il momento non era l'esperienza per sè stessa atta a rivelarlo con regola certa; ond'è, che rivolgendosi a trattar la cosa con le leggi matematiche del moto, si condusse Leonardo a specular quel teorema, da noi posto a pagine 51 di questo tomo. Deriva da quel teorema per corollario la proporzione del moto di un grave cadente lungo un piano inclinato; proporzione conclusa in modo somigliantissimo a quello tenuto da Galileo, il quale però, considerando il peso sostenuto dal braccio di una leva, piuttosto che da un filo, si precluse, a dimostrar le proprietà meccaniche del pendolo, quel trapasso, che felicemente fu fatto da Leonardo.

Venendo così la scienza galileiana dei pendoli a mancar del suo meccanico fondamento, rimase tutta raccomandata alle esperienze, sterili per sè medesime d'ogni frutto migliore. I frutti infatti che s'ebbero, e si notò anche altrove, furono alcune curiose applicazioni alla Musica, e alla misura delle altezze, ciò che veniva dannosamente a sedur col diletto, e a traviar dall'utile, come si può confermare da questo esempio. A un Matematico di Roma, allettato da quel modo che s'insegna nel primo dialogo Delle due nuove scienze, per dedur dalle semplici vibrazioni la lunghezza di una corda pendente; venne un giorno il capriccio d'inventar qualche altra cosa di simile, per misurar le altezze, servendosi di un filo. Non riuscitogli però il desiderio, si rivolse a Michelangiolo Ricci, il quale dava così, del modo come avea sodisfatto l'amico, la seguente notizia in una lettera, scritta il dì 18 Giugno 1643 al Torricelli:

« Li giorni addietro un amico mio voleva misurare certe altezze, con l'aiuto di un filo, e venne a consultare meco, per trovar qualche mezzo alla consecuzione del suo intento. Fattavi un poco di riflessione, dimostrai che il filo ABC (fig. 217), essendo attaccato a due capi, e che per esso scorra qualche peso, detto peso incurverà il filo in angolo, facendo gli angoli ABE, CBD uguali sopra la retta EBD, tirata nel punto B parallela all'orizzonte. L'avvertenza di questo fu bastante all'amico per conseguire il suo pensiero, ed alla sagacità di V. S. l'aver detto questo sarà più che troppo, per farle intendere dimostrativamente che la cosa vada così » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 136).

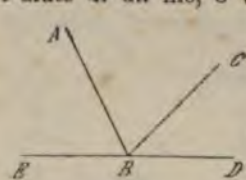


Figura 217

Il teorema si sovverranno i Lettori essere stato dimostrato da Leonardo, in quelle Note da noi trascritte a pagine 68 e 69 di questo tomo, ond'è che molti stupiranno del fortuito incontro fra il semplice Artista di Vinci, e il valoroso Matematico di Roma. Bene è però più da stupire che il Discepolo di Galileo facesse argomento unico e principale, nella dottrina dei pesi pendenti da fili, quel che il Discepolo del Nemorario riguardava come cosa secondaria, e data quasi per mescere all'utile qualche diletto. Ma qual utile, a promover la scienza, ricavasse il Ricci da quel suo teorema, lo lasciamo al giudizio di chi rimedita i fatti di questa Storia.

Sarebbe superfluo l'intrattener più lungamente il discorso a dimostrar che, nella prima metà del secolo XVII, veniva la vera scienza del moto dei gravi per gli archi dei cerchi a mancar nella Scuola galileiana, nè par si accorgessero i seguaci di lei del difetto, se non allora che sentiron vivo il bisogno d'invocare i principii di quella stessa scienza a regolar gli strumenti misuratori esatti dei minimi tempi. Ritorniamo con la memoria a Firenze, quando il principe Leopoldo dei Medici poneva il Viviani e il Borelli quasi pietre angolari, prima di dar forma all'edifizio della gloriosa sperimentale Accademia. Riducendosi principalmente gl'istituti di lei a promovere la Fisica galileiana, si fecero primi soggetti all'esperienze le misure della velo-

cità del suono e della luce. Ma quali si avevano allora strumenti, che servissero all'uso? Erano è vero infin dal 1651 resi pubblicamente noti gli strumenti, e i metodi del Riccioli, ma riuscivano difficilmente praticabili agli osservatori o poco attenti o poco esperti, e in conclusione tornavano fallaci.

Il fatto, di cui s'ebbe finalmente a persuadere lo stesso Viviani, che cioè non tutte le vibrazioni d'un medesimo pendolo sono esattamente uguali, ma che le minori si spediscono in tempo sensibilmente più breve delle maggiori; gli fece, verso il 1656, immaginare quell'Orologio a ruote, mosse dall'elaterio di una molla, e regolate dal pendolo, di cui, nel secondo capitolo del nostro primo tomo, fu narrata la storia. L'Huyghens meditava allora intorno a una simile invenzione, ch'ebbe pubblicità in quel medesimo anno 1657, quando si metteva già in uso il Cronometro fiorentino. La notizia, che è per riuscire delle più importanti nella Storia della Meccanica, e delle invenzioni italiane, vuol trattener qui, ne' suoi particolari, il nostro discorso.

L'esattezza dello strumento, che s'immaginava di costruire il Viviani, dipendeva dalla misura esatta dei pendoli, che si dovevano adattare, e sostituir l'uno all'altro, secondo che si voleva, per esempio un secondo per ogni vibrazione, o qualche altra parte osservabile di lui. Con qual regola dunque si dovrebbero precisare queste misure? Aveva il Riccioli insegnata già quella regola, e l'aveva altresì messa in pratica, ma, poniamo che fosse vera, non aveva altro suffragio che i fatti, dal Riccioli stesso trovati riscontrar con l'esperienze di Galileo e del Baliani. Se fu sentito mai quel difetto della scienza galileiana, che fu più volte da noi lamentato, si fu questa una delle più efficaci occasioni per dover riconoscerlo, e per risolversi ad emendarlo. Si trattava dall'altra parte di applicar quella regola a risolvere un problema di una tal precisione, da non sperar mai di conseguirla, senza il magistero supremo della Geometria.

I primi esercizi, fatti dal Viviani a geometrizzare quel che nel I dialogo delle Nuove scienze si dice essere stato per esperienza scoperto intorno ai tempi delle oscillazioni, in relazione con la lunghezza dei pendoli; appariscono da una di quelle postille alla copia dell'edizione di Leyda, che è il tomo IX della Parte V de' Manoscritti di Galileo. Ivi, a piè della pag. 97, così, di mano propria del Viviani, si legge: « Adunque, di due pendoli diseguali, il tempo per l'arco dell'uno, al tempo per l'arco dell'altro, sta come il tempo pel seno dell'uno, al tempo pel seno di un arco simile dell'altro, i quali seni formano un sol piano inclinato, e per i quali i mobili naturalmente discendenti scorrono in tempi, che hanno suddupla proporzione di essi seni. Or, perchè questi son proporzionali ai loro raggi, che sono le lunghezze dei pendoli, dunque, ecc. »

Supposto ben dimostrato il principio, la conseguenza è matematicamente vera, e si somiglia molto alla proposizione di Giovan Marco, resa molto più semplice, e più bella. Imperocchè, se il tempo per BD (fig. 218) sta al tempo per BE come il tempo per BF sta al tempo per BG, i quali tempi stanno

come le radici degli spazi; essendo la radice di BF alla radice di BG, come la radice di AB è alla radice di CB, ne vien per legittima conseguenza che, come tali radici, le quali son le lunghezze dei pendoli; così stieno i tempi delle vibrazioni per gli archi simili.

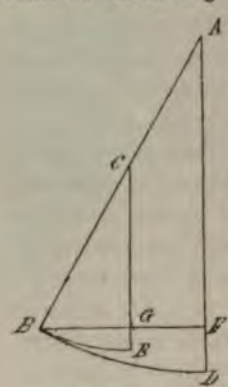


Figura 218

Ma come i tempi per gli archi simili sieno proporzionali ai tempi per i seni corrispondenti, non si accenna da qual principio lo concluda il Viviani. Forse proponevasi di darne altrove, o in altro tempo, la dimostrazione, la quale doveva, come nel trattato di Giovan Marco, dipendere dal teorema, che il momento totale del pendolo nel perpendicolo sta al momento parziale dello stesso pendolo, fuori del perpendicolo, come il seno totale sta al seno dell' angolo dell'inclinazione. Ma perchè intorno a questo teorema il Viviani stesso versava, come vedemmo, in qualche incertezza rispetto al compartire giustamente il momento totale nel discensivo per la tangente all' arco, e nel gravitativo, secondo la direzione del filo; è assai probabile che la dimostrazione, accennata nella detta postilla, si rimanesse ivi incompiuta, e che pensasse l'Autore di sostituirle quell'altra meno matematica e più lunga, nella quale c' incontreremo fra poco.

Ma intanto la Geometria, nel definir quelle relazioni tra le semplici linee e i quadrati, rivelava alla mente del Viviani l' equazione della parabola, per la quale si significherebbero, in nuovo modo elegante, le meccaniche proprietà dei pendoli, facendo alle ordinate rappresentare i tempi delle vibrazioni, e alle ascisse le lunghezze dei fili. Del qual pensiero, appena sovvenutogli, lasciò scritta il Viviani stesso la seguente memoria: « Se le linee OA, OC, OE (fig. 219) rappresentano i tempi delle vibrazioni di diverse lunghezze, le linee AB, GD, HF, ecc., del trilineo parabolico ABI, di cui vertice sia I, rappresentano le lunghezze dei fili: cioè, se la vibrazione di un tempo AO vuole lunghezza di filo quanto AB, la vibrazione del tempo CO vorrà lunghezza del filo quanto GD, ed il tempo EO lunghezza di filo quanto HF, e questo perchè le lunghezze dei fili sono tra loro come i quadrati dei tempi delle vibrazioni, siccome le linee AB, GD, HF sono tra loro, *ob parabolam,* come i quadrati delle AO, CO, EO, ecc. Di qui si potrà cavare la fabbrica di uno strumento, che dia le lunghezze de' fili dei cercati tempi » (MSS. Cim., T. X, fol. 49).

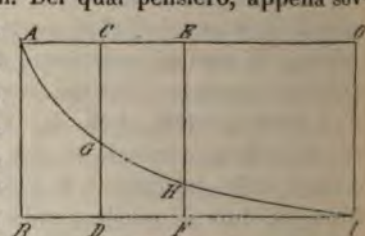


Figura 219

L' idea di questo strumento, così sovvenuta, fece nella mente del Viviani definir la forma del Cronometro, per servire all' esperienze della velocità del suono e della luce, il qual Cronometro, come sappiamo, indicava sopra la medesima mostra variamente i tempi, secondo le lunghezze varie dei fili applicati. Quello strumento dunque, da trovar giuste e speditamente

così fatte lunghezze, era parte essenziale dell' invenzione, e fu perciò l' Inventore sollecito di mandar l' idea conceputa ad effetto. Abbiamo il documento di ciò nella seguente scrittura, nella quale la descrizion del Trilineo parabolico si fa dipendere dai suoi proprii principii matematici, sostituiti alle semplici e fuggitive osservazioni di Galileo.

« Il Galileo, nel primo dialogo delle due nuove scienze meccaniche, a faccia 96 dell' edizione di Leida del 1638, dice, in persona del Salviati, così: *Quanto poi alla proporzione de' tempi delle uniche vibrazioni di mobili, pendenti da fila di differente lunghezza, le replicate esperienze, colle quali ciascuno può sodisfarsi, mi han dimostrato che sono essi tempi in proporzione sudduplа delle lunghezze delle fila, ovver le lunghezze sono in dupla proporzione dei tempi, cioè sono come i quadrati di essi tempi.* Tal proprietà non la fortifica l' Autore con alcuna dimostrazione, bastandogli forse l' esperienza, ch' ei ne doveva aver fatta con diverse proporzioni cognite di fili, e come di fatti riesce, e ciascuno può con somma facilità assicurarsene. Nondimeno, per tentar di convalidarla con qualche ragione, almeno probabile, se non chiarissima, io la discorro in tal guisa: »

« Teorema I. — Considerinsi AB, AC (fig. 220) essere due differenti fila, in un medesimo perpendicolo, con gravi eguali appesi alle loro estremità B, C, ed allontanati dal medesimo perpendicolo per archi simili BD, CE, non maggiori degli archi BF, CG de' quadranti dei loro cerchi. Lascinsi da D e da E in loro libertà: dico prima che il tempo della vibrazione del pendolo AD, per l' arco DB, al tempo della vibrazione del pendolo AE, per l' arco simile EC, ha sudduplа proporzione della lunghezza del proprio filo AD, alla lunghezza del proprio filo AE. »

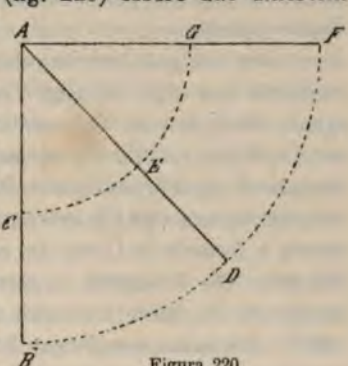


Figura 220

« Imperocchè, essendo FB, GC archi simili, e similmente posti, e proporzionali ai loro semidiametri AB, AC, posti nella medesima dirittura; par ragionevole che il tempo della caduta di un mobile da A in B, al tempo della scorsa del medesimo per l'arco del proprio quadrante, abbia da avere in tutto simile proporzione a quella della caduta del mobile, pel raggio minore da A in C, al tempo della scorsa per l' arco GC del proprio quadrante, non vi essendo ragione per cui tali proporzioni debbano differire. »

« E similmente par ragionevole che, essendo tanto gli archi FB, GC, che gli archi DB, EC, simili e similmente posti, il tempo della scorsa del mobile per l' arco FB del quadrante maggiore, al tempo della scorsa per l' arco proprio DB, abbia da esser la stessa che quella del tempo della scorsa per l' arco GC del quadrante minore, al tempo della scorsa pel proprio arco EC, proporzionale al GC, come il DB all' FB; onde verrebbe per l' ugualità che il tempo per AB, al tempo per DB, fosse come il tempo per AC, al

tempo per l'arco EC: e, permutando, che il tempo per AB, al tempo per AC, stesse come il tempo per l'arco DB, al tempo per l'arco EC. Ma il tempo per AB al tempo per AC ha sudduplа proporzione di AB ad AC; adunque anche il tempo per DB, al tempo per EC, avrebbe sudduplа proporzione dell'AB all'AC, che son le lunghezze de' fili dei pendoli. Ma ciascuna vibrazione di ciascun di essi pendoli, larghe o strette che sieno, nel proprio cerchio passa in tempi uguali, come la esperienza il dimostra, adunque par manifesto quanto senz'altra prova asserì il Galileo, cioè che i tempi hanno sudduplа proporzione delle lunghezze delle fila, ovvero che le lunghezze hanno duplа proporzione dei tempi, cioè sono come i quadrati dei tempi. » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 63).

Soggiunge immediatamente il Viviani che questa bella proprietà, così dimostrata, gli somministrò la fabbrica di quello strumento, di cui gli era già venuta l'idea, e che qui prosegue a descrivere con quelle stesse parole, da noi trascritte a pag. 328, 29 del nostro primo Tomo. A complemento della qual descrizione aggiungeremo qui quel che suggerisce il Viviani perchè, chiunque non si trovasse altro a mano che una semplice riga e una catenella, potesse, più facilmente e con maggior brevità, conseguire il medesimo intento.

« Ma con più brevità conseguiremo, egli dice, l'istesso, senza macchina, mediante una riga CD (fig. 221) la di cui metà CE sia divisa in 60 parti eguali, da E sino in C, e mediante ancora d'un sol filo di catenuzza formata di piccolissimi anelli. Perchè, tenuta essa riga CD orizzontalmente, e fermato in C uno dei capi del detto filo di catena, e questo lasciato far la sacca sua naturale CMHD, che forma sempre parabola, fatto passar rasente il punto D, ed allontanato talmente che di tal sacca la massima altezza EF, la qual passa pel punto di mezzo E, dov'è il numero 60, sia appunto uguale al filo AB (del pendolo che batte i secondi) quivi presentato, e poi questo portato or in G, al numero 30, or in L, al numero 20; le intersecazioni H, M di esso filo colla catenuzza daranno, fuor della sacca, le lunghezze HI, MN, che dovranno avere i pendoli cercati » (ivi, fol. 64).

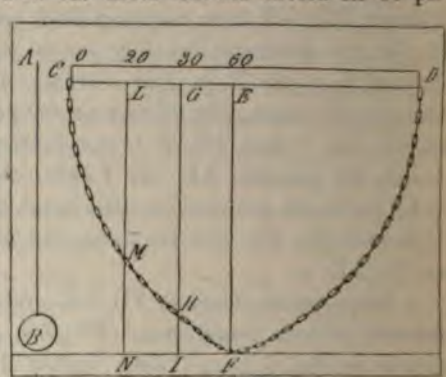


Figura 221

Lo strumento era così ben preparato agli usi di prefinir le misure dei pendoli, dietro i principii matematici dimostrati nel I Teorema, in cui è notabile che sentisse il Viviani di aver dato ragione *probabile,* ma non chiarissima. Questa confessata insufficienza conferma la nostra congettura, che cioè quella prima dimostrazione, accennata a piè della pagina 97 dell'edizione di Leyda, rimanesse incompiuta, per non aversi certezza dei momenti,

in cui si comparte l'assoluta gravità del pendolo, rimosso dalla stazion sua perpendicolare. Versando in tale incertezza, anche il Borelli non seppe proporre altra dimostrazione, da quella che fu poi scritta in ordine la XCII nel trattato *De vi percussionis* (Bononiae 1667, pag. 212, 13) e nella quale, dal suppor, come il Viviani fa, ch' essendo le lunghezze de' raggi proporzionali alle ampiezze degli archi, fossero altresì proporzionali i tempi, si concludeva che questi per essi archi erano proporzionali alle radici delle altezze dei pendoli. A confermar poi la somiglianza del processo dimostrativo, in ambedue gli Autori, sovvien la considerazione che ambedue suppongono essere nello stesso pendolo *itus et reditus aequitemporaneos* (ivi, pag. 212), e ciò conferma che gli Accademici fiorentini non si persuasero delle disuguaglianze delle libere vibrazioni, se non da poi che l' ebbero comparate con quelle, fatte sempre per uguale ampiezza d' arco, nell' Orologio.

Di questo Orologio dunque era stata, nel Teorema I, speculata dal Viviani la teoria, e non rimaneva altro, per metterlo in uso, che a trovar la precisa lunghezza del filo AB (nella precedente figura) corrispondente a un secondo. Come gli stessi Accademici fiorentini risolvessero l'importante problema lo vedremo tra poco, per non perder di mira quello stesso Viviani, a cui preme di seguitare a dar dimostrazione delle conclusioni supposte da Galileo, e specialmente di quella, che le lunghezze dei pendoli stanno reciprocamente come i quadrati de' numeri delle vibrazioni fatte nei medesimi tempi. Furono a quest' effetto preparati altri due teoremi, ai quali si premette dall' Autore un discorso, nelle sue prime parti da noi trascritto a pag. 303, 304 del nostro I Tomo, ma che ora vogliam dar per compiuto, affinchè possa chi legge paragonare i fiori del rettorico elogio con i frutti della semplice Storia.

« Nella medesima età sua giovanile, prosegue dunque il Viviani a dire di Galileo, quando studiava Filosofia, che fu intorno al 1580, si chiarì, coll' aiuto di questo suo pendolo, della falsità di que' due pronunziati di Aristotile, con l' un de' quali egli afferma vedersi che due mobili di gravità diversa discendono per lo stesso mezzo con velocità proporzionali alle medesime gravità loro; con l' altro, che lo stesso mobile si muove per diversi mezzi con velocità continuamente proporzionali alle loro densità e gravezze, facendone, per chiarirsi della verità del primo, varie esperienze nell' aria, con diversi gravi lasciati cader nello stesso tempo dall' altezza del campanile di Pisa, e, per riscontro del secondo, varie altre prove nell' aria e nell' acqua, indagata prima industriosamente la proporzione delle densità e gravità in specie di tali fluidi. »

« Da queste, e da mille altre fallacie degli scrittori antichi, scoperte dal libero ed inventivo ingegno del nostro Accademico, veramente linceo; ebbe la prima origine, e il natale in Toscana questa libertà di filosofare, ch' egli usò sempre, e che si propalò poi per Italia, e per tutte le Università dell' Europa, dove in oggi tanto fiorisce, e con la quale si son fatti finora sì gran progressi in ogni parte della Fisica, dell' Astronomia, dell' Anatomia, e

di ogni altra più nobile facoltà. Ond'è che meritamente l'ingegnoso Gassendo lo riconosce e commenda per padre della vera Filosofia, a confusione di quegli ingrati Italiani, e di alcuni altri oltre a' monti, i quali, benchè di professione religiosa, non sapendo occultar la propria passione, gli si dimostrarono nemici capitalissimi con gli scritti e co' fatti, stimati da loro a lui sommamente pregiudicevoli, quantunque poi sien risultati in gloria al memesimo, ed a loro di biasimo, e vituperio appresso i veri sapienti, e senza passione.... Ma lasciando tale digressione, vengo alla dimostrazione delle conclusioni supposte dal Galileo, e prima pongo il seguente Lemma: »

« *Se due grandezze omogenee ed eguali, sono divise in differente numero di parti eguali, il numero delle parti della prima, al numero delle parti della seconda, sta reciprocamente come una sola parte della seconda ad una sola parte della prima.* »

« Siano AB, CD (fig. 222) le due date grandezze omogenee, eguali, e la prima AB sia divisa in qualunque numero di parti eguali AE, EF, FG, GH, HI, IL, LB, e la seconda CD in altro qualunque numero di parti uguali CM, MN, ND. Dico che il numero delle parti della prima AB, al numero delle parti della seconda CD, sta come una sola parte CM della seconda ad una sola parte AE della prima. »

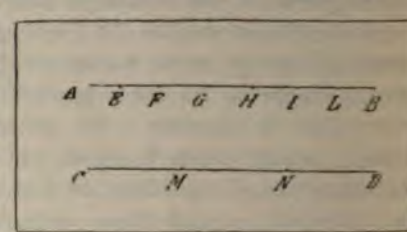


Figura 222

« Essendo il numero delle parti in AB differente dal numero delle parti in CD, pongasi che il numero maggiore sia in AB, ed al numero minore, che è in BD, prendasi eguale il numero AG, talmente che tante parti eguali siano in AG, che in CD. Avrà dunque il numero delle parti in AB, al numero delle parti in CD, la medesima proporzione che il numero delle parti in AB al numero delle parti in AG, cioè che la grandezza AB alla AG, cioè che la grandezza CD, posta uguale alla AB, alla grandezza AG, cioè, che la summultiplice grandezza CM alla ugualmente summultiplice grandezza AE, che è quello che si doveva dimostrare » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 62).

Il Lemma stesso, facendo uso dell'analisi, si dimostrerebbe efficacemente in due parole, perchè, chiamando A, A' le due grandezze omogenee, uguali; N il numero delle parti, in cui si vuol divisa l'una, N' il numero delle parti, in cui s'intende esser divisa l'altra, e P una sola parte di quella, P' una sola parte di questa; le due equazioni $\frac{A}{N} = P$, $\frac{A'}{N'} = P'$ danno $N : N' = P' : P$. In simile spedito modo si dimostrerebbe che i numeri delle vibrazioni stanno reciprocamente come i tempi, e da questo e dal Teorema I si concluderebbe, con pari facilità, che le lunghezze dei pendoli stanno reciprocamente come i quadrati de' numeri delle vibrazioni. Compia infatti un numero N di vibrazioni un pendolo, mentre un altro, nel medesimo tempo θ,

ne compie N'. Il tempo T di una vibrazione del primo sarà $T = \frac{\theta}{N}$ e il tempo T' d'una vibrazione del secondo sarà $T' = \frac{\theta}{N'}$, d'onde $T : T' = N' : N$, e anche $T^2 : T'^2 = N'^2 : N^2$. Chiamate ora L, L' le lunghezze dei pendoli corrispondenti, essendo stato dianzi dimostrato, nel trascritto Teorema I, che $L : L' = T^2 : T'^2$, immediatamente se ne conclude $L : L' = N'^2 : N^2$. Ma il Viviani, proseguendo i metodi antichi, ha bisogno di quel più lungo discorso, che ora leggeremo, per dimostrare i due seguenti teoremi, che sono il II e il III del suo trattatello *Dei pendoli di lunghezze disuguali.*

« TEOREMA II. — *I numeri delle vibrazioni di due pendoli disuguali, fatte dentro a un medesimo tempo, sono fra loro in proporzione reciproca dei tempi delle uniche vibrazioni de' medesimi pendoli, ed anche in reciproca proporzione della somma dei tempi di eguali numeri di vibrazioni di essi pendoli.* — Imperocchè, passandosi le singolari vibrazioni di ciascun pendolo, considerate in sè, in tempi uguali, il numero delle vibrazioni del primo pendolo, al numero delle vibrazioni del secondo, starà come il numero de' tempi uguali del numero delle vibrazioni del primo al numero dei tempi uguali del numero delle vibrazioni del secondo. Ma, per il supposto, il tempo del numero delle vibrazioni del primo è uguale al tempo del numero delle vibrazioni del secondo, poichè quelle del primo si son poste passate nel medesimo tempo che quelle del secondo; adunque, per l' antecedente Lemma, il numero de' tempi uguali delle vibrazioni del primo, al numero de' tempi uguali delle vibrazioni del secondo, cioè, pel dimostrato qui a principio, il numero delle vibrazioni del primo, al numero delle vibrazioni del secondo, sta come il tempo dell' unica vibrazione del secondo al tempo dell' unica vibrazione del primo: e, presi di questi tempi gli egualmente molteplici, come la somma de' tempi uguali di un numero di vibrazioni del primo pendolo alla somma de' tempi uguali d' egual numero di vibrazioni del secondo, il che si doveva dimostrare. »

« TEOREMA III. — *Le lunghezze delle corde de' pendoli hanno fra loro la proporzione reciproca, che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo da essi pendoli.* »

« Essendosi provato nel passato teorema che il numero delle vibrazioni del primo dei pendoli, al numero delle vibrazioni del secondo, fatte in un medesimo tempo, sta reciprocamente come il tempo dell' unica vibrazione del secondo al tempo dell' unica vibrazione del primo, è manifesto che, anche il quadrato del medesimo numero delle vibrazioni del primo, al quadrato del medesimo numero delle vibrazioni del secondo, fatte in un medesimo tempo, sta reciprocamente come il quadrato del tempo dell' unica vibrazione del secondo al quadrato del tempo dell' unica vibrazione del primo. Ma, per il Teorema I, il quadrato del tempo dell' unica vibrazione del secondo, al quadrato del tempo dell' unica vibrazione del primo, sta come la lunghezza del secondo alla lunghezza del primo; adunque anche il quadrato

del suddetto numero delle vibrazioni del primo, al quadrato del suddetto numero delle vibrazioni del secondo, fatte in quel medesimo tempo, sta come la lunghezza del filo del secondo alla lunghezza del filo del primo: onde, permutando queste proporzioni e convertendo i termini, la lunghezza del filo del primo, alla lunghezza del filo del secondo, sta come il quadrato del numero delle vibrazioni del secondo al quadrato del numero delle vibrazioni del primo, il che dovevasi dimostrare » (ivi).

Volle il Viviani stesso fare l'applicazioni numeriche di questo dimostrato Teorema, calcolando le varie lunghezze dei fili, supposto esser cento la lunghezza di quello, che in un dato tempo fa cento vibrazioni. Perchè ne facesse 90, in quel medesimo tempo, trovò che il filo doveva esser lungo 123 $^{37}/_{81}$; perchè ne facesse 80, lungo 156 $^{1}/_{4}$; perchè ne facesse 70, lungo 204 $^{4}/_{49}$, e perchè ne facesse 60, lungo 277 $^{7}/_{9}$. Per aver poi 110 vibrazioni trovò dover essere la lunghezza del pendolo 82 $^{78}/_{121}$, e per averne 120 doveva essere la lunghezza del filo 69 $^{4}/_{9}$ di quelle medesime parti. Si vedono questi numeri scritti in colonne lungo una linea, che rappresenta il filo di un pendolo disegnato nel foglio 51 del X tomo dei manoscritti del Cimento. A sinistra è la colonna dei *Numeri di vibrazioni fatte nel medesimo tempo*, e a destra, nei punti corrispondenti, l'altra colonna dei *Numeri delle lunghezze dei fili*.

Questo trattatello *Dei pendoli*, il quale è il primo, che occorra a commemorar nella Storia della Meccanica in Italia, aveva nella mente del Viviani una duplice intenzione: quella cioè di supplire ai difetti gravi della Scienza galileiana, e l'altra di stabilir bene le teorie, da costruirvi sopra il Cronometro, che doveva nella Corte medicea servire alle esperienze della velocità del suono e della luce. Essendosi dunque tutto così bene prestabilito, come siam fin qui venuti narrando, non mancava a far altro, per mettere il detto Cronometro in uso, che a trovar la lunghezza del pendolo a secondi, perchè si potesse ricavar di lì, o col calcolo o per via dello strumento, le lunghezze delle fila convenienti a dar la richiesta misura delle più sottili minuzie dei tempi. Era stato l'importante problema risoluto, come si disse, dal Riccioli, e per risoluto ritenevasi pure nella Scuola galileiana, come si par dall'esempio del Castelli. Ma perchè dubitavasi, in così fatte misure, di quella precisione, che si voleva per le nuove accademiche esperienze, ne diè il principe Leopoldo, sul cominciar dell'anno 1657, commissione al Borelli, già professore nello Studio pisano. Pensò il peritissimo Astronomo di dedurre il numero delle vibrazioni, fatte in ventiquattr'ore da un pendolo di qualunque lunghezza, in più squisito e più facile modo di quello suggerito da Galileo, ed eseguito dai pazientissimi sodali del gesuita Riccioli; dal contar quelle sole vibrazioni fatte in tempo, che il sole scorre sul circolo equinoziale per tutta la lunghezza del suo diametro apparente, la qual lunghezza essendo, per le diligentissime osservazioni degli Astronomi, nota, dava sicuro il calcolo delle vibrazioni, che da quello stesso pendolo si sarebbero dovute fare in tutto il tempo delle ventiquattr'ore sideree. Dietro

ciò, e dietro la dimostrata legge che le lunghezze dei pendoli stanno reciprocamente come i quadrati dei numeri delle vibrazioni, era dal Borelli, con metodi nuovi, risoluto il problema dell' Orologio a secondi.

Non apparendo, che per noi si sappia, da nessuna parte della Storia, si comprende di quanta curiosità, e di quanta importanza debba riuscir la notizia del resultato dei calcoli del Borelli, applicati a dar nel Cronometro fiorentino le più precise misure dei più minuziosi intervalli dei tempi. Ci porgono i primi cenni di questa così desiderata notizia le seguenti parole, scritte da Pisa, il dì 14 Aprile 1657, dallo stesso Borelli al principe Leopoldo, in una lettera pubblicata fra le altre, che raccolse Angelo Fabbroni: « Intanto invio a V. A. S. le misure squisite delle lunghezze dei pendoli corrispondenti a minutissimi tempi orarii, le quali lunghezze le ho aggiustate, con quanta maggior diligenza ho potuto, il giorno di questo Equinozio passato, numerando diligentemente più e più volte le vibrazioni di tali pendoli nel transito del disco solare mandato da uno squisito perfetto Telescopio, il qual modo è il più squisito e certo, che si possa in tal proposito usare » (Lettere inedite, T. II, Firenze 1775, pag. 60).

Sembra che il Borelli abbia voluto soprabbondare nel rispondere al quesito, ch' era strettamente quello di cercar la misura della lunghezza del pendolo a secondi, perchè se ne sarebbe di lì facilmente, per via del Trilineo parabolico inventato dal Viviani, ricavata la misura di tutti gli altri pendoli minori. Il Borelli invece mandava precise tutt' esse misure, le quali poi eran quelle, che si dovevano direttamente applicare al Cronometro, risparmiando la fatica di calcolarle, o lasciandone solamente la cura di confrontarle nello strumento. Dall' altra parte era assai facile dedur di lì la lunghezza del pendolo a secondi, presa per fondamento ad aggiustar quelle dette misure.

Il medesimo modo, che porgevasi al Principe e al Viviani sì certo, servirebbe anche a noi, desiderosi di scoprire un tal fondamento, da cui dedur la misura del pendolo a secondi, ritrovata per le nuove osservazioni astronomiche del Borelli; se apparisse dalla lettera edita dal Fabbroni la quantità delle varie lunghezze ivi accennate. Ma non aggiungendosi dall' editore l' importante notizia, dubitammo che il Borelli stesso avesse mandate quelle misure, prese sulla lunghezza di qualche filo o di qualche strisciola di carta, la quale, acclusa nella lettera, fosse andata smarrita. Ci occorse, in mezzo a così fatti dubbii, il pensiero che doveva il Principe aver consegnate le ricevute misure al Viviani, il quale aveva a metterle in uso, e ci sembrò per questo probabile che, ad evitare il pericolo di un tal facile smarrimento, ne avesse preso e lasciato scritto più stabile ricordo. La congettura venne presto e felicemente a verificarsi, cercando, secondo questa nostra intenzione, per i Manoscritti del Cimento, nel X tomo dei quali ci occorse a leggere, nel noto carattere del Viviani, così, sulla prima spaziosa faccia del foglio 191:

« Lunghezze mandate dal signor Borelli al serenissimo principe Leopoldo: »

« AB, lunghezza del pendolo, la cui vibrazione è dieci minuti secondi di un'ora, sicchè sei vibrazioni di AB fanno un secondo, e 360 fanno un primo. »

« AC, 15‴; sicchè 4 AC fanno un secondo, e 240 vibrazioni di AC fanno un primo. »

« AD, 20‴; sicchè 3 AD fanno un secondo, e 180 un primo. »

« AE, 25‴; sicchè 2 $^2/_5$ AE fanno un secondo, e 140 un primo. »

« AF, 30‴; sicchè 2 AF fanno un secondo, e 120 un primo. »

« Notisi che in questi il signor Borelli intende per vibrazione una sola andata, od un solo ritorno del pendolo. »

Ma rimase anche di qui la nostra principale speranza delusa, non apparendo, da nessuna parte del Manoscritto, delle indicate lunghezze vestigio. Ci venne allora voglia di consultare l'originale, da cui doveva aver trascritta quella lettera il Fabbroni, e lo trovammo facilmente, nella citata raccolta dei Manoscritti del Cimento, ai fogli 65 e 66 del Tomo XVI. A tergo del precedente foglio 64, bianco nella sua prima faccia, si notò tracciata una linea orizzontale, divisa in parti disugualmente nei punti contrassegnati dalle lettere A, B, C... la qual linea ci apparve prima interrotta nella cucitura, ma poi trovammo che passava di sotto alla piegatura de' detti fogli 65 e 66, per andare a continuarsi nella medesima direzione sulla prima faccia del foglio 67, procedendo nelle divisioni segnate con le lettere D, E, e, com'era cominciata con la lettera A, così terminava con la lettera F.

La corrispondenza di queste lettere, con quelle indicateci dal Viviani, sarebbe per sè medesima bastata a farci accorti dover esser ivi quella linea tracciata per rappresentar le lunghezze dei pendoli, quando non fossero venute a toglierci d'ogni dubbio le sottoscritte dichiarazioni: « AB, lunghezza di pendolo, la cui vibrazione è dieci minuti terzi di ora. — AC, pendolo, la vibrazione del quale è quindici minuti terzi. — AD, di venti minuti terzi; AE, di venticinque minuti terzi; AF, pendolo, una sola vibrazione del quale è trenta minuti terzi. »

Sulle lunghezze della linea AF, disegnata nel foglio del Borelli, prese dunque il Viviani, per fare esperienza del suo Cronometro, le misure dei pendoli, ma non trovò praticabile altro che quella dei mezzi secondi, perchè, come poi fece scrivere nel libro dei *Saggi*, « tutti gli altri più corti riescono così veloci, che gli occhi non gli pòsson seguire » (Firenze 1841, pag. 22). Qui per verità non s'intende come mai i pendoli, più corti di quello dei mezzi secondi, si dicano andar tanto veloci, da non poter esser seguiti dagli occhi, tanto più che non era necessario osservarne direttamente i moti, venendo questi comunicati all'indice, moventesi regolarmente più lento sulla mostra dell'Orologio. Comunque sia, rigettate per inutili le misure dei dieci, dei quindici, dei venti e de' venticinque terzi, trovava il Viviani le altre divisioni, comprese fra un secondo intero e la metà di lui, per mezzo del suo Trilineo parabolico, la massima ordinata del quale, d'onde prendevano regola tutte le altre, s'aveva, con assai facile calcolo, definita da una qualunque delle misure descritte dallo stesso Borelli.

Il modo insomma tenuto dal Viviani è quello stesso, che si porge parato a noi, se vogliamo sapere quant' egli mettesse lunga, tra la riga e il vertice della catenuzza, la linea corrispondente alla lunghezza del pendolo a secondi. Possiamo anche noi infatti tornare sul foglio del Borelli, che ci è rimasto, e da una delle misure calcolate da lui riuscire, con pari facilità, alla medesima conclusione.

Noi ci siamo provati, e misurando, con la maggior diligenza che ci sia stata possibile, la lunghezza della linea AF conveniente a un mezzo secondo, ci è sembrato corrispondesse a $0^m, 289$; cosicchè la lunghezza di tutto il pendolo di un secondo, quale fu ritrovata dal Borelli, e quale fu dal Viviani applicata al Cronometro usato alle più delicate esperienze degli Accademici del Cimento, sarebbe di $1^m, 156$, come resulta dal moltiplicar $0^m, 289$, che è la data altezza del pendolo dei mezzi secondi, per il quadrato del tempo doppio. Difficile è vero, per la grossezza delle linee e de' punti segnati dalla penna del Borelli, e per la difficoltà di mettere in piano il foglio, ritrarre le misure esatte. Ma perchè in somma non potrebbe l' errore importar altro che qualche millimetro, vien questa lunghezza del pendolo a secondi a riuscire in ogni modo eccessiva, e più aberrante dal vero di quella stessa dataci dal Riccioli. Non è possibile, massimamente per esserci rimaste ignote le particolarità dei modi tenuti nelle osservazioni, computare le complicate cause di questi errori, ma le principali, e che furono ad ambedue i Matematici nostri comuni, si riducono al ritener che fecero per isocrone così le massime come le minime vibrazioni, e al non aver saputo ridurre al suo vero centro oscillatorio il pendolo composto.

Comunque sia, non doveva, così come vollero gli Accademici fiorentini, rilasciarsi questa loro opera, data intorno alla costruzione dell' Orologio, alle curiose indagini della Storia, nè par che facesse bene il Viviani a sacrificar l' invenzione alla gloria del suo Maestro. Il Cronometro, ch' egli istituiva sulle dimostrate teorie, e ch' egli costruiva secondo le regole dell' arte, piuttosto che *sull' andare di quello di Galileo*, era sull' andar di quell' altro, che immaginava l' Huyghens qualche mese dopo, e che s' eseguì in Olanda nel medesimo tempo.

CAPITOLO VIII.

Delle resistenze dei solidi

SOMMARIO

I. Delle proposizioni dimostrate da Galileo nel secondo dialogo delle due Nuove Scienze. — II. Dei trattati di Francesco Blondel, di Vincenzio Viviani e di Alessandro Marchetti. — III. Delle controversie insorte fra Alessandro Marchetti e Guido Grandi. — IV. Dell'applicazione della teoria dei momenti. — V. Delle osservazioni dei fatti, e delle esperienze concorse a promovere la nuova scienza di Galileo.

I.

L'altra Scienza nuova, che si compiaceva di avere istituita Galileo, dopo quella dei Moti locali, concerne le dimostrazioni delle virtù dei solidi, nel resistere allo spezzarsi, o gravati dal proprio peso o da pesi stranieri. Benchè sia però, da questa parte, la novità più apparente, non è che mancassero nemmen qui le tradizioni rimaste salve, a comun benefizio degli studiosi, in quei meccanici *Quesiti*, ne' quali raccoglieva Aristotile la preziosa eredità di una scienza più antica. Nel XVI si domanda perchè tanto sien più deboli i legni, quanto sono più lunghi, cosicchè un fuscello, lungo per esempio un cubito, sostenuto a un estremo, si mantiene diritto, e al contrario una verga, lunga cento cubiti, dall'altro suo estremo liberamente pendente, piegasi in basso. « An quia, risponde il Filosofo, et vectis et onus et hypomochlion, in levando, ipsa fit ligni proceritas? Prior namque illius pars ceu hypomochlion fit; quod vero in extremo est, pondus. Quamobrem quanto extensius fuerit id quod ab hypomochlio est, tanto inflecti necesse est magis » (Operum cit., T. XI, fol. 33).

Vuol dire insomma Aristotile: Se i due legni AB, CD (fig. 223) son sostenuti in A, C, rimanendo in B, D liberi, e se si riguardino i loro pesi concentrati nei due punti di mezzo E, F, il primo opera con la leva AE, e l'altro con la leva CF, tanto più lunga, e perciò s'inflette costretto d'ubbedire a una forza maggiore.

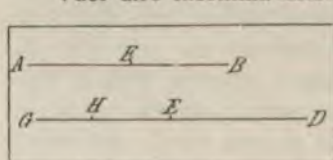


Figura 223

Il solido resistente ha, nel proposto Quesito, da una parte sola l'appoggio, onde, a dar compiuta risoluzione di questa Scienza, par che voglia Aristotile stesso considerare il caso della resistenza, quando il legno ha l'appoggio in ambedue gli estremi, come avviene allora che, per tribbiarlo, un lo tiene di qua e di là con le mani, e lo sforza nel mezzo, puntandovi il piede o il ginocchio « Cur eiusdem magnitudinis lignum facilius genu frangitur, si quispiam aeque deductis manibus, extrema comprehendens, fregerit, quam si iuxta genu? » (ibid.). Pone qui Aristotile il principio verissimo che la minima resistenza del solido CD, sostenuto da ambedue gli estremi, come nella precedente figura, sia nel mezzo, e che fuori da questo mezzo si faccia quella prima resistenza sempre minore, perchè minore è la leva della forza. « Genu centrum est: quanto autem remotius a centro fuerit, facilius movetur quodcumque: moveri autem quod frangitur necesse est » (ibid.). Tale è la ragione perchè, a sforzarlo in F nel mezzo, più facilmente il legno si spezzi, che a sforzarlo in H.

Chi ripensi ora a quei tempi, nei quali i divulgati insegnamenti aristotelici venivano dai teoremi di Archimede in gran parte emendati, e validamente promossi, non crederà possibile che i discepoli di Luca Pacioli lasciassero questa nuova scienza delle resistenze del tutto incolta. A conferma di che basterebbero i teoremi di Leonardo da Vinci, e le disperse speculazioni dei contemporanei e degli immediati successori di lui: teoremi e speculazioni che, giusto per essere state disperse o nei pubblici libri non bene schiarite, resero, come si diceva, le novità di Galileo più apparenti.

Queste novità, che nel 1638 fecero la loro pubblica e solenne comparsa, erano già infino dal 1609 uscite dalla mente dell'Autore, il quale ne lasciò così autentico documento in una scrittura, d'altre simili e contemporanee verità scoperte, rivelatrice importante: « E pure ultimamente ho finito di ritrovare tutte le conclusioni, con le sue dimostrazioni, attenenti alle forze e resistenze dei legni di diverse lunghezze, grossezze e figure; e quanto sien più deboli nel mezzo che negli estremi, e quanto maggior peso sosterranno se quello sarà distribuito per tutto il legno, anzi che in un sol luogo, e qual figura doveria avere acciò fosse per tutto egualmente gagliardo: la quale Scienza è molto necessaria nel fabbricare macchine ed ogni sorta di edifizio, nè vi è alcuno che ne abbia trattato » (Alb. VI, 69).

Hanno tutte le conclusioni qui accennate la loro dimostrazione nel II dialogo delle due Scienze nuove, in forma di trattato, che a rivelar gli influssi delle tradizioni più antiche si divide in due parti, corrispondenti ai due detti Quesiti aristotelici, nell'un de' quali si considera il solido appoggiato a un solo, e nell'altro ai suoi due estremi. A dare scienza di queste passioni della materia bisognava definir prima la natura della forza, che resiste alla separazione delle particelle materiali; forza che per Galileo si riduce a due capi: « l'uno dei quali è quella decantata repugnanza, che ha la Natura all'ammettere il vacuo: per l'altro bisogna, non bastando questo del vacuo, introdur qualche glutine, visco o colla, che tenacemente colleghi

le particole, delle quali esso corpo è composto » (Alb. XIII, 15). La forza così definita è quella, che oggidì si chiama di *coesione*, la quale Galileo applicò al legno, come al vetro e al marmo, e a simili altri corpi duri, cosicchè, distratte appena le particelle, la rottura in tutti, allo stesso modo, ne segue a un tratto e immediata.

Per misurar poi i varii gradi della potenza, necessaria a fare una tal distrazione, Galileo stesso ricorse alla Statica, secondo i principii della quale si possono avere gli equivalenti di qualunque forza dal prodotto del peso per l'altezza verticale a cui vien sollevato. Supponiamo che il solido AB (fig. 224) sia col suo lato CB aderente ad altra materia, dalla quale si voglia staccarlo. Si può operare in due modi: o col tirare perpendicolarmente alla linea del contatto, o col sollevare essa linea da una parte, facendo appoggio dall'altra, cosicchè ci sarebbe nel primo caso bisogno di una potenza assoluta, ossia uguale alla resistenza, e nel secondo basterebbe quella sola potenza, che è respettiva agli effetti della leva. La proporzione, che passa fra l'una e l'altra potenza di rompere un medesimo solido, la conclude Galileo dal detto fondamento statico in modo, che in sostanza riducesi al seguente:

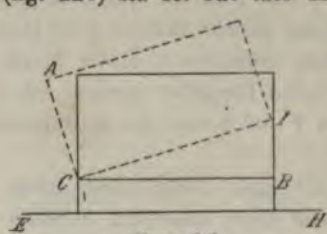


Figura 224

Se la linea CB, aderente prima alla EH, si supponga essere stata staccata in tutti i suoi punti per distanze tutte eguali a BH, la forza che ha prodotto l'effetto è manifestamente quella, che è necessaria a sollevare all'altezza BH tutti i punti materiali contenuti nella linea CB. E perchè questi punti son tanti, quanto è lunga la linea stessa CB, sarà dunque, per il detto principio statico misurata la proposta forza dal prodotto $CB^2 \times BH$.

Nel caso però che si fosse procurata la medesima rottura, applicando la forza in B, e facendo rivolgere la linea CB intorno a C come a centro, il favor della leva diminuisce notabilmente quella prima forza assoluta, e con qual proporzione, comparata con la respettiva, può facilmente concludersi, considerando il punto B sollevato in BI, a un'altezza uguale alla BH. Gli altri punti di mezzo fra B e C saranno sollevati per altezze via via sempre minori, corrispondenti alle ordinate nel triangolo CBI, per cui sarà data la misura della nuova forza dal prodotto di queste stesse ordinate per il numero dei punti materiali contenuti in BC, ossia da $CB^2 \times \frac{BI}{2} = CB^2 \times \frac{BH}{2}$. La cosa può ridursi alla maggiore esattezza matematica considerando BH, BI come distanze infinitesime, e sufficienti a produrre la rottura del solido, cosicchè quella prima forza contemplata sta a questa seconda, come BH sta a $\frac{BH}{2}$. E perchè la forza necessaria a separare le particelle materiali è uguale e contraria alla forza, con cui le particelle stesse resistono all'essere separate, dunque la resistenza *assoluta* è doppia della *respettiva*. « E questa, dice Galileo, sia la nostra prima proposizione » (Alb. XIII, 117).

Posto così alla nuova Scienza il suo fondamento « conviene ora, soggiunge lo stesso Galileo, che cominciamo a investigare secondo qual proporzione vada crescendo il momento della propria gravità, in relazione alla propria resistenza all'essere spezzato, in un prisma o cilindro grave, mentre stando parallelo all'orizzonte si va allungando, il qual momento trovo andar crescendo in duplicata proporzione dell'allungamento, cioè secondo i quadrati delle lunghezze » (ivi, pag. 118). La dimostrazione riducesi alla seguente, supponendo essere AD (fig. 225) la sezione di un solido prismatico fisso nel muro AC con la sua base. Tutto il peso della detta sezione, che si può riguardar come raccolto nel suo centro di gravità H, è dato da

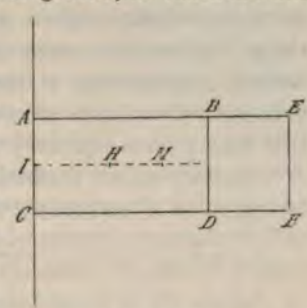


Figura 225

$CD \times AC$, cosicchè, condotta la $HI = \frac{CD}{2}$ perpendicolare alla base, sarà il momento, a cui debbon resistere le particelle materiali AC aderenti al muro, $CD \times AC \times \frac{CD}{2}$. Se ora la sezione stessa s'immagini prolungata in E, cosicchè i pesi delle sue particelle d'ogni parte si raccolgano in M, il nuovo momento, a cui debbon resistere i punti di attacco al sostegno, si troverà allo stesso modo di dianzi uguale a $CF \times AC \times \frac{CF}{2}$. Stanno dunque veramente le due resistenze come CD^2 a CF^2, secondo che diceva di aver trovato Galileo.

Procedendo oltre a dimostrare, secondo i posti principii, le ragioni del resistere allo spezzarsi rasente il muro, a cui siano stati affissi per le loro basi di varia grandezza, due cilindri di lunghezze uguali, come per esempio A, B (fig. 226), osserva l'Autore che « se consideriamo l'assoluta e semplice resistenza, che risiede nelle basi, cioè nei cerchi EF, DC, all'essere strappati, facendogli forza col tirarli per diritto; non è dubbio che la resistenza del cilindro B è tanto maggiore che quella del cilindro A, quanto il cerchio EF è maggiore del CD, perchè tanto più sono le fibre, i filamenti o le parti tenaci, che tengono unite le parti dei solidi. Nel far forza però per traverso ci serviamo di due leve, delle quali le parti o distanze, dove si applicano le forze, sono le linee DG, FH; i sostegni sono nei punti D, F, ma le altre parti o distanze, dove son poste le resistenze, sono i semidiametri dei cerchi DC, EF, perchè i filamenti, sparsi per tutte le superficie dei cerchi, è come se tutti si riducessero nei centri » (ivi, pag. 119, 20).

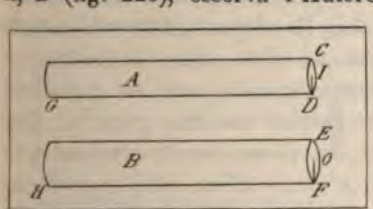


Figura 226

Così dunque la resistenza respettiva del cilindro B sarà tanto maggiore

della resistenza respettiva del cilindro A, quanto il prodotto della superficie del circolo di raggio OF per esso raggio, è maggiore del prodotto della superficie del circolo di raggio ID per il medesimo raggio. Ma le superficie dei circoli stanno come i quadrati dei raggi, dunque starà la prima resistenza alla seconda come OF^3 ad ID^3, o come anche EF^3 a CD^3: ossia, come Galileo propriamente si esprime, la resistenza all' esser rotti i due cilindri « cresce in triplicata proporzione dei diametri delle loro grossezze, cioè delle loro basi » (ivi, pag. 119).

Stabiliti questi fondamentali teoremi della prima parte del suo Trattato, Galileo si trattiene a risolvere alcuni quesiti, e a dedurne alcuni corollarii, o curiosi in sè stessi, o utili per le loro applicazioni, come sarebbe per esempio: perchè una verga più resista all' esser rotta, facendo forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza? Abbiasi la riga BE (fig. 227): chi volesse romperla così ritta troverebbe molto maggior resistenza che a romperla posta per piatto, come nella figura 228, di che la ragione apparisce chiara dai posti principii, perchè, mentre in ambedue i casi la resistenza assoluta è la medesima, essendo le medesime le superficie aderenti, la resistenza respettiva è tanto maggiore nella prima posizione che nella seseconda, quanto AB, o la sua metà che serve di contralleva, è maggiore della metà di CD.

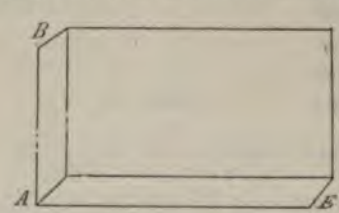


Figura 227

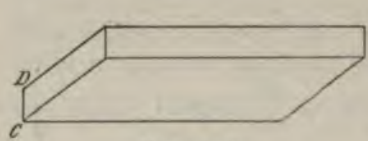


Figura 228

Quest' altra curiosa e importante novità si conclude pure dagli stessi principii: sia il cilindro vuoto AE ugualmente lungo, e ugualmente peso del cilindro massiccio IN (fig. 229): chi si volesse provare a stroncar questi due solidi, facendo forza in E, N contro le basi AB, IL aderenti, troverebbe molto maggior difficoltà nel primo che nel secondo, e ciò perchè, mentre in ambedue la resistenza assoluta è la medesima, la resistenza respettiva nell' uno però è tanto minore della resistenza respettiva dell' altro, quanto il diametro IL, o la metà di lui che fa da contralleva, è minore della metà di AB. Ond' è a concluder di qui con Galileo che « le resistenze di due cilindri eguali, ed egualmente lunghi, l' uno dei quali sia vuoto e l' altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione che i loro diametri » (ivi, pag. 145).

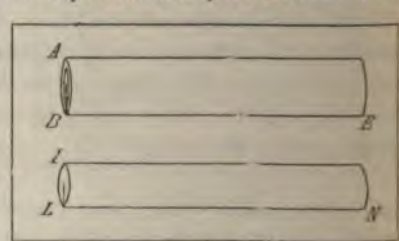


Figura 229

L' utilità di questa conclusione, nelle opere dell' arte, è abbellita per Galileo dal contemplare il provvido e sapiente magistero della Natura nel fab-

bricar le leggere ossa ai volanti per l'aria, o i gracili calami, sopra i quali ondeggiano al vento le pingui spighe nei campi. Considera inoltre l'Autore di questa nuova Scienza che le resistenze dei solidi non mantengono la proporzione delle grandezze, come nella Geometria, nella quale non si muta proprietà alle figure simili; cosicchè s'ingannerebbe molto colui, il quale credesse che, a raddoppiare a un cilindro la base e la lunghezza, dovesse tuttavia serbare una resistenza uguale alla prima. La ragione di ciò si vede nei professati principii chiarissima, perchè sebben nel cilindro doppio sia raddoppiate la leva, e siano altresì raddoppiati i filamenti o i punti di attacco, la contralleva nonostante è cresciuta meno del doppio, e tanto meno quanto minore di due è la sua propria radice. Di qui sapientemente conclude Galileo la ragione del non riuscire secondo i modelli le macchine in grande, e come sarebbe impossibile all'arte fabbricare edifizii grandissimi, e alla Natura alberi o animali di smisurata grandezza, se già non si togliesse materia molto più dura e resistente della consueta, o non si volessero così deformare le ordinarie figure, da metterle in vista di orribili mostri (ivi, pag. 128, 29).

Venivano queste considerazioni ad accennare a un'altra Scienza nuova, che sarebbe tra non molto per istituire il Borelli, e della quale intanto sembra che volesse il Viviani, con queste parole, preconizzare i natalizii:

« Fra le molte ed ammirabili conclusioni, avvertite e dimostrate dal Galileo, bellissima ed utilissima è quella in materia di resistenza dei corpi solidi, a caso per così dire conosciuta e messa in opera dall'Arte, ma prima e più altamente dalla sovrana maestra Natura, la quale, bisognosa in alcuni suoi macchinamenti di diminuire assai il peso, ma meno assai la gagliardia di alcuni corpi, di lor natura molto gravi; ha industriosamente trovatane la maniera e messala ad effetto, e questo ella ha osservato, come acutamente avvertisce il medesimo Galileo, nelle ossa degli animali, le quali, come di materia per sè stessa assai grave, era necessario per certo rispetto farle quanto fosse più possibile leggere negli uccelli, per facilitare il potersi sostenere per aria, e che nel medesimo tempo fossero gagliarde e robuste, ed in particolare quelle delle ali, acciò con forza a volontà potessero battere le medesime ali, che in larghi spazi s'aprono e si dilatano; dovecchè negli animali terrestri, non era necessaria tanta leggerezza, ma bene un'altra sorta di robustezza. Sono perciò con somma provvidenza fatte da Dio le ossa degli uccelli con gran cavità e con sottile corteccia, ma non così quelle dei rettili che, rispetto alla grossezza, hanno dentro poco vacuo. Dico fatto ciò molto provvidamente, perchè dovendo i terrestri esercitare i movimenti loro tra sassi e sterpi, dove si corre pericolo di urtare, era necessario l'ossa loro essere resistenti alle forze, alle quali l'ossa, quanto più cave, tanto meno sono resistenti. Ma nei volatili, ch'esercitano il loro velocissimo corso per il liquido dell'aria, come liberi dal pericolo delli urti, la resistenza non era così necessaria, ma bene la leggerezza » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 18).

Le riferite conclusioni che il Viviani, così discorrendo, applicava alla Meccanica animale, appartengono, come si diceva, alla prima parte del Trat-

tato galileiano, dove si considerano i momenti e le resistenze dei prismi e cilindri solidi, l'una estremità dei quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di un peso premente. « Ora voglio, soggiunge lo stesso Galileo, che discorriamo alquanto dei medesimi prismi e cilindri, quando fossero sostenuti da ambedue le estremità » (Alb. XIII, 132): e propostasi la questione aristotelica del legno, tenuto per i due capi con le mani a fin di spezzarlo, puntandovi contro il ginocchio; considerati, come il Filosofo fa, gli effetti della leva, ne riduce i momenti, con questo fondamentale teorema, alle loro più giuste proporzioni: « Se nella lunghezza di un cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi » (ivi, pag. 135).

Or perchè quello che dicesi dei cilindri si applica ugualmente ai prismi, se sarà dunque una trave prismatica DB (fig. 230), sostenuta nelle sue testate, com'ai palchi delle stanze; e se le resistenze vanno colle dimostrate proporzioni crescendo dal mezzo di qua e di là verso i sostegni, si potrebbe dunque levar della grossezza di essa trave non piccola parte, con alleggerimento del peso, con abbellimento del palco, e con qualche diminuzione del prezzo. Provocò un tal pensiero in Galileo la soluzione di un problema, che si presentava alla sua speculazione di una novità e di una bellezza maravigliosa, e che consisteva « nel ritrovar quale figura dovrebbe aver quel tal solido, che in tutte le sue parti fosse egualmente resistente, tal che non più facile fosse ad esser rotto da un peso, che lo premesse nel mezzo, che in qualsivoglia altro luogo » (ivi, pag. 136, 37).

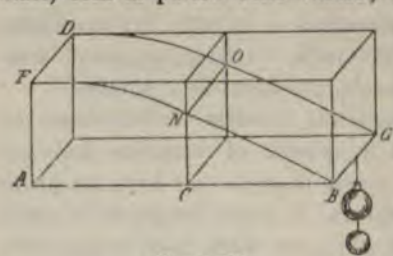


Figura 230

Trovò felicemente la desiderata figura segando la detta trave prismatica BD lungo il filo della parabola FNB, cosicchè il solido parabolico, che indi ne nasce, sia d'ugual resistenza così nella base AD, come in CO, e in qualunque altra sezione. A dimostrar che ciò sia il vero s'apparecchia Galileo con questo Lemma: « Se saranno due Libre o Leve divise dai loro sostegni in modo, che le due distanze, dove si hanno a costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze, dove saranno le resistenze, le quali resistenze stiano fra loro come le loro distanze; le potenze sostenenti saranno eguali » (ivi, pag. 138).

Si può la dimostrazione galileiana ridurre così a maggior brevità e chiarezza: Siano le due leve AB, CD (fig. 231), aventi i loro fulcri in E, F, e si chiamino R, R' le resi-

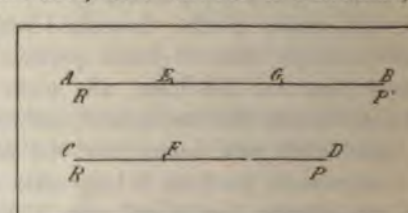


Figura 231

stenze applicate in C, A; P, P′ le potenze applicate in D, B: supposto che sia (I) $EB : FD = AE^2 : FC^2$; (II) $AE : FC = R' : R$, convien dimostrare che $P = P'$. Si prenda sul braccio della Leva EB la lunghezza GE media proporzionale fra EB, FD: avremo (III) $EG^2 : FD^2 = AE^2 : FC^2$; e anche insieme (IV) $EB^2 : EG^1 = AE^2 : FC^2$. Ma abbiamo per le proprietà del Vette, e per la III^a, la V^a $R : P = DF : FC = GE : AE$, e pure, per la proprietà del Vette (VI) $R' : P' = BE : AE$, e per la III^a e la IV^a $R : R' = GE : BE$; dunque la V^a e la VI^a daranno $P : P' = AE : AE$, ossia $P = P'$ come dovevasi dimostrare.

Inteso ciò, torniamo con Galileo indietro sulla figura CCXXX a considerar la trave prismatica ridotta, col filo della sega, al solido parabolico DOGBCA, che è quello che si dice esser per tutto di ugual potenza in resistere a un peso che lo prema. Avendo infatti la resistenza da pareggiare con la leva BA, alla resistenza da pareggiarsi con la leva BC, la medesima proporzione che il rettangolo DA al rettangolo OC, la quale proporzione è la medesima di quella che ha la linea AF alla NC; chiamata dunque come dianzi R′ la prima resistenza, ed R la seconda, sarà $R' : R = AB : BC$. Ma le proprietà della parabola danno $AB : BC = AF^2 : NC^2$ e perciò, per le conclusioni del precedente Lemma, preparato già per applicarsi al caso presente, la potenza, che ha di resistere AB, sarà uguale alla potenza di CO, e di qual si voglia altra sezione condotta nella trave parabolica parallela alla base. Or perchè, per le cose dimostrate dai Matematici antichi, il solido parabolico così rimasto è due terzi di tutto il prisma da cui fu segato, ne conclude perciò Galileo che nella trave, diminuita di un terzo del suo peso, non è però menomata per nulla quella prima potenza che aveva essendo intera.

La conclusione è bellissima, anzi veramente maravigliosa, mentre che però si rimanga nei libri alla contemplazion dei Filosofi, i quali possono con la mente astrarre dalla materia. Ma Galileo si lusingava di esser col suo Teorema venuto a suggerire una utilissima applicazione alle costruzioni, specialmente navali, vedendosi « come con diminuzion di peso di più di trentatre per cento si posson fare i travamenti, senza diminuir punto la loro gagliardia, il che, nei navigli grandi in particolare, per regger le coverte, può essere di utile non piccolo, attesochè in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente » (ivi, pag. 140).

Le contradizioni, ch' ebbe per ciò a patir Galileo dai Meccanici posteriori, si diranno più qua: per ora non son da passare inosservati i due modi, ch' egli propone per descrivere una parabola. Notò il Cartesio che quei modi son puramente meccanici « et secundum Geometriam accuratam falsi » (Epist. cit., P. II, pag. 243) ciò che sapevasi benissimo anche da Galileo, ma tant' era la fiducia che aveva di esser venuto colle sue teorie a recare non piccola utilità all' arte, che scelse i due detti modi perchè *sopra tutti gli altri speditissimi* (Alb. XIII, 144), e perchè la sega in mano dell' operaio è impossibile che vada a filo dell' accurata Geometria. S' aggiungeva la compiacenza della novità non saputa che da quei pochissimi, ai quali fosse per

avventura capitato il Manoscritto di Guidubaldo del Monte, dove dice che la linea dei proietti si rassomiglia a quella disegnata da una catenuzza, pendula nelle sue estremità da due punti fissi orizzontali, e che l'esperienza di tal moto proiettizio « si può far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'orizzonte » (Libri Histoire des Mathem., T. IV, Paris 1841, pag. 397).

Nè furon queste sole le notizie in tal congiuntura partecipatesi a Galileo: l'applicazione delle proprietà dei pendoli al vibrare delle corde sonore, e la soluzion del problema famoso relativo alla corda tocca, che fa simpaticamente tremare le altre corde unisone e quiete, son cose che si leggevano per le neglette carte scoperte dal Libri, più di trent'anni prima, che si vedessero trasposte nel terzo dialogo delle due Nuove Scienze. E qui cadrebbe in proposito il dire qual parte avesse Galileo nelle esperienze dei proietti descritte da Guidubaldo, e qual giudizio facesse delle teorie in proposito o delle opinioni di lui. Ma perchè dovremo di ciò tenere altrove particolare discorso, richiameremo l'attenzione dei nostri Lettori intorno a ciò, che lo stesso Guidubaldo ivi insegna della resistenza delle corde tirate da pesi.

« Una corda che sostenta un peso, egli dice, tanto sostiene essendo corta, quanto lunga. È ben vero che nella lunga, prima per la sua gravità, poi perchè nella lunga ci possono esser molte parti deboli, può esser che ella si tronchi più facilmente e da minor peso, ma se, dove ella si stronca per la sua distrazione, la corda fosse sostenuta poco di sopra, e poco di sotto fosse stato il peso, senza dubbio ella medesimamente si sarebbe stroncata, perchè si sarebbe nel medesimo modo distratta » (ivi, pag. 398). Chi ora collazionasse queste parole con quelle che si leggono in Galileo, nella II giornata delle Scienze nuove a pag. 121 della citata edizione, non ci troverebbe altra differenza che nell'essere dialogizzate.

L'importanza di queste verità, delle quali ebbe forse a persuadersi Guidubalde dop'avere scritto il suo trattato Delle meccaniche, in mezzo ai prevalenti errosi messi in campo dal Simplicio galileiano, consigliò l'Aggiunti di specular quella sua sottilissima dimostrazione, che si riferì a pag. 215, 16 del nostro II Tomo. Anche il Torricelli, benchè vedesse assai chiaro che la forza di un uomo, applicata in B (fig. 232) a un capo della corda di qualunque lunghezza, si propaga uguale di tratto in tratto infino all'altro capo C, a cui il peso da tirarsi è raccomandato; non credè nonostante inutile spendervi attorno qualche discorso.

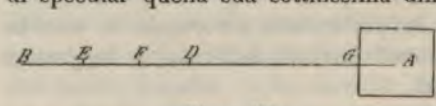


Figura 232

« Io considero qui primieramente, egli dice, che tutta la corda BC averà la medesima tensione in ogni sua parte, cioè tanto sarà tirata nel principio B, quanto nel mezzo D, e quanto verso il fine C. Questo è assai chiaro, astraendo però da qualche varietà, che potesse fare il peso della corda, ed anco astraendo dalla differenza, che potesse nascere dal toccamento della corda sopra il piano a lei sottoposto, che però la considereremo in aria, e

senza la gravità propria. Nondimeno si può con qualche discorso dimostrare così: »

« L'uomo traente conferisce al punto B tanta forza, quanta ne ha esso uomo: il punto B tira poi con tanta forza il punto E suo congiunto, quanta ne ha esso B, cioè quanta è la forza dell'uomo, e il punto E tira il punto F suo congiunto con quanta ne ha esso E, cioè quanta è la forza dell'uomo, e così si può andar discorrendo di tutti i punti, cioè di tutta la corda BC, e concluderemo che l'ultimo punto C, e perciò il gran sasso A, vien tirato con altrettanta forza per appunto, con quanta vien tirato il punto B, cioè con la forza dell'uomo traente, non accresciuta nè diminuita. Concludiamo dunque questo principio: che qualunque volta averemo una lunghezza, cioè una estensione di punti continuati, e che il primo di essi punti venga tirato o spinto con una tal forza, anco tutti gli altri successivamente saranno tirati o spinti con la medesima forza, senza accrescerla nè diminuirla, ma trasmettendola sino al fine » (MSS. Gal., T. XXXVII, fol. 123).

La medesima conclusione scende da un principio dinamico più generale, ed è che la forza comunicata non varia di grado non variando la velocità nella sezione costante, come si suppone avere la corda BC, che tira il sasso. Ma se da D per esempio verso C la corda è più sottile o più grossa, che da D verso B, allora, essendo le velocità in ragion reciproca delle sezioni, la forza non si propaga più eguale, e restando indietro le parti meno veloci si separano necessariamente dalle altre sempre in punti determinati. Nascon di qui certi fatti maravigliosi, che in alcuni moderni scrittori ebbero apparenza di nuovi, ma che furono molto prima osservati dal Viviani, e in alcune sue Note autografe così descritti:

« Il peso A (fig. 233) di cinque libbre stia attaccato dalla sottilissima fune BC, e al medesimo peso stia pendente un'altra simil cordicella BF: dico potersi dar caso che, nel tirar questa a basso con forza, ella si stianti e rimanga la corda BC salda e illesa col peso A, e ciò seguirà per mezzo di una stratta, che si dia alla funicella BF con un colpo. »

Figura 233

« Ma più maraviglia sarà, quando anco la corda BF sia più forte e più grossa della superiore BC, perchè è certo che, tirando a basso da F, questa si romperà nella parte BC. Nondimeno si potrà fare che si rompa la più forte BF, che in B vi sia attaccato un peso tale, che appena sia retto dalla sottil corda BC. Questo si conseguirà per mezzo dell'asta infilata nel muro D, e alla corda nella estremità F, sulla quale asta o bastone si dia un colpo col maglio rasente F. » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 29).

Potrebbero questi fatti passar per semplici giochi, se non avessero una seria applicazione nelle funi da sostener pesi, o da sollevarli per via delle Macchine; ciò che saviamente consigliò Galileo di farne argomento nel trattar delle resistenze. Non poteva egli reputare innocuo l'error di Simplicio

in creder che tanto fossero le corde più valide a sostenere, quanto fossero state più corte, avendo, insiem con lo stesso Guidubaldo, dovuto riconoscere che, dal versare intorno a ciò o nell'errore o nel dubbio, nacque l'imperfezione, in cui si lasciò la meccanica delle Taglie.

Il trattato Delle resistenze dei solidi nel II dialogo galileiano è dunque così, nella novità del suo argomento, compiuto, nè resta a far altro, in mezzo alle ammirazioni, che a notarne i difetti. Chi, non frastornato dal lungo clamor degli applausi, esamina tranquillamente, s'accorge prima di tutto di un disordine nel succedersi delle proposizioni, le ultime delle quali hanno relazione strettissima con le prime. Il difetto, è vero, scomparisce nella forma del dialogo, ed è perciò il dialogo stesso che toglie precisione al trattato, intanto che avvenne in questo quel che nell'altro proposito dei Moti locali, che cioè, per dare inutile sodisfazione ai Simplicii, n'ebbero i Sagredi a rimaner mal contenti.

Giova ricercar nella Storia di questo mal contento un esempio, che ci occorre nella prima lettura del Dialogo, dove, propostosi il caso che si voglia sollevare un masso, per via di una Leva, si domanda qual parte sia del peso totale quella, che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quell'altra, che grava nell'estremità della stessa Leva (Alb. XIII, 115). Il problema era per sè di facilissima soluzione e spedita, perchè supposto essere A (fig. 234) il masso da sollevarsi con l'appoggio in N, è manifesto che la resistenza applicata in C, all'estremità della Leva di primo genere GNC, è la stessa potenza della Leva di secondo genere CHB, che ha l'appoggio in B sul terreno, e il peso in H nell'intersezione della verticale AH fatta scendere dal centro di gravità del masso. Cosicchè, abbassata da C perpendicolarmente la CF sopra la orizzontale BF, e prolungata la AH in O, si rendono, in virtù dei triangoli CBF, HBO, simili le due Leve CHB, FOB, ond'è che avremo, chiamata A la potenza, e C la resistenza, A : C = BF : BO. Questa stessa resistenza dunque, applicata in C all'estremità della contralleva NC, avrà alla potenza G della Leva la relazione così espressa : $\frac{A \cdot BO}{BF} : G = GN : NC$, ossia $\frac{A}{G} = \frac{GN \cdot BF}{NC \cdot BO}$, che vuol dire « il momento di tutto il peso, al momento della potenza in G, avere la proporzione composta della distanza GN alla distanza NC, e della FB alla BO » (ivi, pag. 115, 16) come Galileo si proponeva di dimostrare.

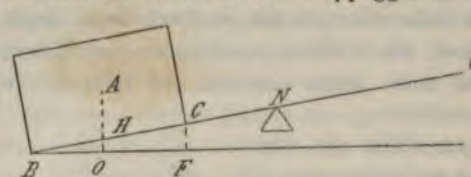


Figura 234

Ma vedasi come quella galileiana dimostrazione, illustrata da una figura poco precisa, e nelle successive edizioni anche più deturpata; s'aggiri per vie più lunghe e faticose, non per altro fine che di renderla di più facile intelligenza: e intanto usciva fuori un Matematico gesuita a mostrare quel

mal contento che si diceva. Volle il Viviani difendere il suo Maestro nella seguente postilla, inserita fra le pagine 112, 113 della citata edizione di Leida:

« Quando il Galileo dice: *la potenza in B alla potenza in C sta come la FO alla OB*, egli intende di quelle potenze, che resistono alle forze del sasso, le quali vengono fatte ed esercitate nei punti C, B, sul Vette o sul terreno, per le direzioni delle perpendicolari all' orizzonte, che passano per detti punti C, B, nella guisa che tutto il sasso fa la sua forza di discendere col suo centro di gravità per il perpendicolo AO: ed in tal maniera intesa la sua dimostrazione cammina benissimo, e non merita di essere incolpata d' alcuno errore dal reverendo padre G..... Che se poi altri volesse intendere che le forze o potenze, delle quali parla il Galileo nella sua medesima dimostrazione, e le quali resistono alle forze del sasso, agissero per altre direzioni diverse da quelle dei detti perpendicoli; allora converrebbe discorrere le cose diversamente, come il Galileo stesso averebbe saputo fare, e far bene, in seguito di tale nuova e diversa ipotesi, senza che il detto Padre se ne pigliasse pensiero » (MSS. Gal., P. V, T. IX).

Ma in verità non si tratta d' ipotesi: si tratta di principii, che non possono essere punto diversi da quelli, che Galileo stesso professa e insegna nelle sue *Meccaniche*, dalle cose dimostrate nelle quali si concluderebbe, checchè se ne dica il Viviani, essere per lo meno una improprietà riguardare come potenza il fulcro della Leva, e non distinguere il genere delle due macchine nella varietà delle loro applicazioni.

Così fatte improprietà nel significare i concetti si vedrebbero forse evitate, se potessimo aver sott' occhio i primi getti, che fece Galileo di quelle sue dimostrazioni, quando non pensava ancora di renderle in così inefficace modo popolari. Ci sarebbe, comunque sia, rimasto di quella prima e più appropriata maniera pubblico documento, quando avesse il Salviati mantenuta la promessa, fatta sulla sera della prima Giornata, di comparire la mattina appresso innanzi agli interlocutori, per trattar con essi delle resistenze dei solidi allo spezzarsi, recando seco *alcuni fogli*, dov' aveva per ordine notati i teoremi e problemi attenenti a quel soggetto (Alb. XIII, 94).

A quest' annunzio incorammo la speranza di avere a ritrovar que' fogli tra i Manoscritti, i quali ci porgerebbero materia a riordinare, e occasione a render pubblicamente noto ai Lettori il primo trattato galileiano Delle resistenze, come facemmo del primo trattato Dei movimenti locali. Ma furono questa volta le nostre ricerche meno felici, perchè non fu possibile di que' fogli ritrovarne altro che pochi, e delle cose dimostrate in altri le semplici conclusioni.

Notabile è tra que' fogli uno, in cui fu scritto il teorema delle condizioni generali dell' equilibrio della Leva, quando il grave non è sollevato di peso, ma da una estremità si appoggia sul suolo; teorema, che appartiene al trattato *Della scienza meccanica*, d' onde lo trasse l' Autore, per metterlo in dialogo in principio alla seconda giornata delle due Nuove Scienze. Fa

perciò maraviglia che l'Albèri, il quale fu primo a reintegrare colla dimostrazione della Leva archimedea quel trattato galileiano, lasciasse da questa parte la reintegrazione incompleta, come l'hanno lasciata gli editori novelli, che troppo spesso seguono, senz'avvedersene, le vestigia di lui. Quel teorema dunque, ch'è quasi un corollario alla terza proposizione *De aequiponderantibus*, fu da Galileo dialogizzato sopra questa scrittura, della quale, come di tutto il trattato delle Meccaniche, non è rimasto se non che la copia:

« Se sia un solido sopra l'orizzonte, e questo si deva alzare, è cosa chiara che, se piglieremo una leva, che abbia il suo sostegno, che, a volerlo equilibrare, bisognerà, volendo prima sollevarlo, mettere dall'altra parte della lieva potenza tale, che abbia al peso assoluto di detto solido la medesima proporzione, che hanno tra loro le parti di detta lieva, ma contrariamente prese. Ma se ci contenteremo di alzarne una parte, e che il rimanente si posi in terra, in questo caso, mentre si comincia ad alzarne una parte, sempre va scemando il peso sopra la lieva, e va crescendo in terra. Però si dimostrerà che detto peso, alla potenza che deve equilibrarlo, in qualsivoglia sito che sarà detto solido, abbi proporzione composta di quella, che hanno tra di loro le parti della lieva, cioè quella che è dal fulcro verso il solido, e di quella, che ha la linea parallela all'orizzonte, compresa tra la perpendicolare che casca dove tocca la lieva nel solido, e dove tocca il solido in terra, a quella che è compresa tra la perpendicolare che casca a detta linea dal centro di gravità di detto solido, e dove tocca detto solido la detta linea orizzontale. »

« Sia il solido A (nella precedente figura) il quale sia equilibrato dalla lieva GC, sostenuta nel punto N, e che posi in terra nel punto B: dico che il peso assoluto di detto solido, in qualsivoglia sito, ha alla potenza posta in G una proporzione composta di quella, che ha la GN alla NC, e di quella di FB alla BO. »

« Facciasi, come la BF alla BO, così NC ad un'altra che sia H, e tirisi AO dal centro della gravità del solido perpendicolare alla BF orizzontale. Perchè dunque la potenza, che sostiene il solido A nel punto C, alla potenza che sostiene il medesimo nel punto B, ha la proporzione che ha la linea BH alla HC, sendo detto solido sostenuto nelli due punti C, B; sarà, componendo tutt'e due le potenze, cioè il peso assoluto del solido A, che è l'istesso alla potenza C, come FB alla BO, cioè come CN alla H. Ma la potenza di C, a quella di G, è come GN alla NC; adunque *ex aequali*, in proporzion perturbata, il peso A alla potenza G ha la proporzione di GN alla H, che è composta di quella, che ha la GN alla NC, e di quella di NC alla H, cioè di BF alla BO, che è quello etc. »

« Per voler poi trovare la quantità, moltiplichinsi insieme le due antecedenti, cioè la GN per la BF, e la NC per la BO, e così sarà noto che potenza ci bisogni in qualsivoglia sito. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 27).

Quali siano, dopo questo, gli altri fogli, da' quali tradusse Galileo nei Dialoghi i dimostrati teoremi, si vedrà nel processo di questo nostro discorso,

e benchè questi, come si diceva dianzi, sian pochi alle nostre speranze, e al desiderio degli studiosi, son sufficienti nulladimeno a confermare quello, che solo congetturando s' annunziava, che cioè si vedrebbero in queste prime forme dimostrative evitate le improprietà e le tediose lungaggini dei teoremi dialogizzati. Ma si vengono altresì, leggendo que' fogli, a scoprir cose bene assai più importanti: Alla seconda parte del trattato si pone per fondamento, come altrove avvertimmo, la proposizione che le resistenze in due punti diversi del medesimo cilindro « hanno fra di loro la medesima proporzione che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi » (ivi, pag. 135). Il teorema però apparisce in questa parte del Dialogo galileiano difettoso per più ragioni: prima di tutto, perchè si suppone, senza dimostrarlo, che la proporzion dei momenti sia composta delle distanze e dei pesi; e poi, perchè non risponde direttamente alla Questione aristotelica che lo avea provocato, a risolver la quale bisognava piuttosto dimostrare in qual ragione stia la medesima forza del ginocchio, rispetto alla resistenza opposta ne' varii punti fuor del mezzo del legno che si vuole spezzato.

Concorsero zelanti a supplire ai difetti del Maestro Michelangiolo Ricci, il Torricelli, il Viviani e il Marchetti, quest' ultimo compiacendosi di aver data dimostrazione della composizion dei momenti, e quegli altri di aver direttamente risoluta la Questione aristotelica, concludendo che, supposto esser rigido il legno e troncativo secondo l' ipotesi galileiana, gli sforzi fatti nelle varie parti di lui dal ginocchio, fuori del mezzo, stanno omologamente come i rettangoli delle distanze dai punti, dove le mani lo tengon preso: d' onde il bellissimo corollario che la scala dei momenti dei detti sforzi è nelle linee parallele al diametro di una Parabola ordinaria, che abbia per base la lunghezza dello stesso legno, compresa fra i due estremi punti di appoggio.

Or si diceva dunque che, leggendo in quei fogli rimasti in mano al Salviati, si scopre con gran maraviglia avere per sè medesimo Galileo già pensato di dimostrar tutto quello, che soggiunsero i quattro sopra commemorati discepoli di lui, per rendere il teorema delle resistenze del solido appoggiato alle sue due estremità d' ogni parte compiuto: nè, senza attribuirlo alla forma del dialogo, e al desiderio di rendere quelle matematiche difficoltà di facile intelligenza a tutti, si comprenderebbe perchè Galileo volesse darci le laboriose scoperte mutilate così nella loro parte migliore.

Di vederle ora finalmente reintegrate non può non nascere vivo il desiderio in chi ama questi nuovi studii galileiani, e noi volentieri sodisfaremo più qua agli studiosi, quando ce ne porgerà l' occasione il discorso. Intanto, quasi per caparra di quello che si promette, daremo fuori uno di quei fogli manoscritti che, sebben non contenga nulla di più di quel che si legge nel Dialogo, quanto alla materia; giova nonostante nella sua forma a confermar ciò che s' è detto più volte, che cioè nella matematica precisione del primo trattato si vedrebbero sparire in gran parte le improprietà ingannatrici, e cessare i tedii impazienti della mente, che vorrebbe correre spedita alla conclusione, e importunamente si vede trattenuta in parole.

Manca a quel foglio il Lemma, che Galileo non scrive, perchè non è suo, ma è, così formulata, la III manifestazione del I dei due Lemmi premessi da Archimede alla proposizione XI Delle spirali: « Si similes figurae describantur ab omnibus, quae sese aequali invicem superant, et ab iis quae sunt illarum maximae aequales; quae sane fiunt ab aequalibus maximae, eorum quae fiunt ab iis quae sese aequaliter excedunt, minora sunt quam tripla: sublata vero figura, quae describitur a maxima, reliquarum sunt plus quam tripla » (Opera omnia cit., pag. 365).

Supposto questo che cioè: se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante siano ciascheduna eguale alla massima, i quadrati di tutte queste saranno meno che tripli dei quadrati di quelle che si eccedono, ma i medesimi saranno più che tripli di quegli altri che restano, trattone il quadrato della massima; ecco come Galileo aveva, secondo l'espression del Salviati, *altra volta dimostrata* (ivi, pag. 140) la sua proposizione, per applicarla al solido paeabolico di ugual resistenza, e così confermare contro i dubitanti l'asserto che egli sia veramente due terzi del prisma, da cui fu segato:

« Sit parabola CBA (fig. 235), parallelogrammo CP inscripta: dico parallelogrammum parabolae esse sesquialter; hoc est esse triplum reliqui spacii ABP extra parabolam. »

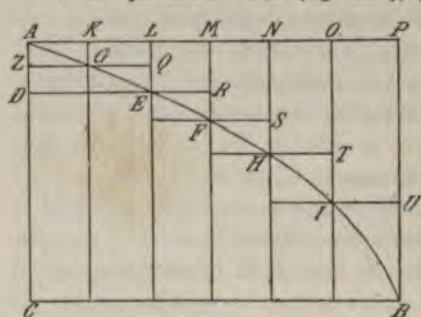


Figura 235

« Si enim non sit, aut erit maius aut minus. Sit primo maius: excessus autem, quo spacium PC maius est quam triplum spacii APB, vocetur X, divisoque parallelogrammo continue in spacia aequalia, per lineas ipsis AC, PB parallelas, deveniemus ad spacia, quorum unum ipso X erit minus, quale sit OB, et per puncta, ubi reliquae parallelae lineam parabolae secant, ducantur aequidistantes ipsi AP, donec figura quaedam spacio relicto extra parabolam circumscribatur, constans ex parallelogrammis AG, KE, LF, MH, NI, OB, quae figura spacium APB extra parabolam minori quantitate superabit quam sit X, cum superet idem quantitate adhuc minori parallelogrammo OB. Ergo idem parallelogrammum CP maius erit quam triplum dictae figurae circumscriptae, quod est impossibile. »

« Non est ille minus quam triplum: nam cum DA ad AZ sit ut quadratum DE ad quadratum ZG; ut autem DA ad AZ, ita parallelogrammum DK, seu KE, ad parallelogrammum KZ; ergo, ut quadratum ZG ad quadratum DE (ita quadratum AK ad quadratum AL) ita parallelogrammum AG ad parallelogrammum KE. »

« Similiter ostendemus reliqua parallelogramma LF, MH, NI, OB esse inter se ut quadrata linearum AK, AL, AM, AN, AO, AP sese aequaliter excedentium, et quorum excessus minimae AK est aequalis. »

« Cum itaque sint huiusmodi spacia ut quadrata linearum sese aequaliter excedentium, quarum excessus minimae est aequalis; si sint alia totidem numero, magnitudine vero unumquodque maximo OB aequalia, parallelogrammum nempe CP componentia, constat haec ad spacia, a sese aequaliter excedentium linearum, minora esse quam tripla. »

« Dico praeterea non esse minus parallelogrammum CP quam triplum, ad idem spacium APB. Si enim CP dicatur esse minus, sit defectus X, et figura similiter inscr batur, constans ex parallelogrammis KQ, LR, MS, NT, OU, quae sint ut quadrata linearum sese aequaliter excedentium etc., quae deficiat a dicto spacio minori quantitate quam sit X (cum deficiat per minorem quam sit OB) quae erit adhuc maior quam tertia pars parallelogrammi CP, quod pariter est falsum, cum sit minor. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 102 a tergo).

La conclusione, nel foglio che veniva a mancare, è taciuta, come quella che occorrerebbe alla mente dei Lettori spontanea, perchè avendo provato non poter essere il triangolo mistilineo ABP nè maggiore nè minore della terza parte del parallelogrammo CP scendeva dunque senz' altro che dovess' essere eguale. Si collazioni ora di grazia questa dimostrazione con quella inserita nel Dialogo, e che comprende quasi mezza la pagina 140, la 141, 42 e un terzo della 143 dell' edizion dell' Albèri, e si vedrà quanto lo sminuzzare le cose per renderle più chiare noccia, in queste matematiche proposizioni, alla chiarezza.

Che se di questa chiarezza l' ordine è causa principale la libertà del dialogo a ogni passo l' infrange, e non è perciò maraviglia se, avendo Galileo incominciato in margine a numerare le proposizioni, fa dopo l' VIII cessare anche questa guida al Lettore. Ne' quei numeri, giusto per far l' ufficio di guida e d' indice, avrebbero reso piccolo servigio, specialmente in rammemorare e in dovere ad altri indicar questo o quello dei dimostrati teoremi. Un tal bisogno fu che consigliava al Viviani di proseguire a segnar sopra la copia da lui postillata l' interrotta numerazione infino alla XV, perchè spesso occorrevagli di citarle nell' esercitarsi che fece intorno a quello stesso argomento. E perchè anche noi, nel dover dirne la storia, ci troveremo nel medesimo caso, abbiam voluto condurre a termine la detta numerazione, della quale intendiamo servirci per togliere ogni equivoco, e per non esser costretti a ripeter sempre le formule, spesso spesso non brevi, di Galileo.

L' equivoco, che potrebbe nuocere alla chiarezza delle cose da dire, e che perciò preme a noi di evitare, può nascer dal credere che si debbano mettere in ordine tutte le proposizioni dimostrate, mentre Galileo stesso incominciò a numerar quelle sole attenenti alla meccanica delle resistenze, lasciando indietro le altre di pura Geometria.

Seguitando dunque anche noi quegli esempii, raccoglieremo qui ordinate le proposizioni o abbiano forma loro propria, o si trovino involte nel conversevole discorso del Salviati. Il primo dei numeri, che apponiamo a

ciascuna, appella alla edizione di Leida, e l'altro, che gli segue appresso, a quella dell'Albèri.

Proposizione I. — « Figuriamoci il prisma solido ABCD, fitto in un muro dalla parte AB, e nell'altra estremità s'intenda la forza del peso E:... il momento della forza E, posta in C, al momento della resistenza, che ha nella grossezza del prisma, ha la medesima proporzione che la lunghezza CB alla metà della BA » (114, 116).

Proposizione II. — « Intendasi una riga AD, la cui lunghezza sia AC, e la grossezza assai minore CB: si cerca perchè, volendola romper per taglio, resisterà al gran peso T, ma posta per piatto non resisterà all'X minore del T » (116, 118).

Proposizione III. — « I momenti delle forze dei prismi o cilindri ugalmente grossi, ma disegualmente lunghi, son tra di loro in duplicata proporzione di quella delle loro lunghezze » (117, 119).

Proposizione IV. — « Nei prismi e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi, la resistensa all'esser rotti cresce in triplicata proporzione dei diametri delle loro grossezze, cioè delle loro basi » (118, 119).

Proposizione V. — « Dei prismi e cilindri, di diversa lunghezza e grossezza, le resistenze all'esser rotti hanno proporzione composta della proporzione dei cubi de' diametri delle lor basi, e della proporzione delle loro lunghezze, permutatamente prese » (121, 122).

Proposizione VI. — « Dei cilindri e prismi simili i momenti composti, cioè resultanti dalle loro gravità e dalle loro lunghezze, che sono come leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime loro basi » (122, 123).

Proposizione VII. — « Dei prismi o cilindri simili gravi un solo e unico è quello, che si riduce, gravato dal proprio peso, all'ultimo stato tra lo spezzarsi e il sostenersi intero » (124, 155).

Proposizione VIII. — « Dato un cilindro o prisma di massima lunghezza, da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d'un altro cilindro o prisma che, sotto la data lunghezza, sia l'unico e massimo resistente al proprio peso » (125, 126).

Proposizione IX. — « Dato il cilindro AC, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, o data qualsiasi lunghezza DE, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia DE, e il suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione, che il momento del cilindro AC alla sua » (128, 128).

Proposizione X. — « Dato un prisma o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato, dal solo suo proprio peso si romperebbe » (131, 131).

Proposizione XI. — « Il cilindro, che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, ovvero da due nelle estremità, po-

trà essere lungo il doppio di quello che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine » (132, 132).

Proposizione XII. — « Se nella lunghezza d'un cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze dei detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione, che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi, contrariamente presi » (135, 135).

Proposizione XIII. — « Dato il peso massimo retto dal mezzo di un cilindro o prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggiore di quello, trovare nel detto cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto come massimo » (136, 136).

Proposione XIV. — « Il prisma, segato diagonalmente, ottiene contraria natura del prisma intero, cioè che meno resiste all'essere spezzato sopra il termine C, che sopra l'A, dalla forza posta in B, quanto la lunghezza CB è minore della BA » (138, 137).

Proposizione XV. — « Nella faccia di un prisma sia segnata la linea parabolica, secondo la quale sia segato esso prisma: dico tal solido esser per tutto egualmente resistente » (140, 139).

Proposizione XVI. — « Le resistenze di due cilindri eguali ed egualmente lunghi, l'uno dei quali sia vuoto e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione che i loro diametri » (147, 145).

Proposizione XVII. — « Data una canna vuota, trovare un cilindro pieno uguale ad essa » (148, 146).

Proposizione XVIII. — « Trovare qual proporzione abbiano le resistenze di una canna e di un cilindro, qualunque siano, purchè egualmente lunghi » (148, 146).

II.

Non oziosamente si disse avere il Viviani preso in mano il lapis, a proseguire la numerazione di queste proposizioni, ma per ridursele più facilmente alla memoria, e indicarle ne' suoi studiosi esercizii. Abbiamo documento certo che cominciarono questi esercizii infino dal 1644, e che vi ritornò sopra, interrompendo spesso l'opera sua, ma non intiepidendo nel suo primo fervore. Quel che via via gli occorreva a notare, sì per ridurre le dottrine del suo Maestro più compiute e più corrette, sì per applicarle a più ampio soggetto, rendendole di nuove o curiose o utili conseguenze feconde; scriveva, secondo il suo solito, sopra foglietti sciolti, che poi alla rinfusa si raccoglievano insieme in un inserto. Erano materiali preziosi e abbondanti, per comporre delle resistenze dei solidi un trattato perfetto, il quale però, per i casi della vita distratta in tante altre cure, e per l'indole propria dell'Autore, si rimase per sempre informe, e se ne potè poco giovare la scienza, e solamente dopo quelle lunghe avventure, che si narreranno in questa Storia.

Intanto, nel 1661, Francesco Clousier pubblicava in Parigi una lettera di Francesco Blondel, sottoscritta il dì 12 Agosto 1657, e indirizzata a Paolo Wrz « in qua, dicevasi nel frontespizio, famosa Galilaei propositio discutitur circa naturam lineae, qua trabes secari debent, ut sint aequalis ubique resistentiae, et in qua lineam illam, non quidem parabolicam, ut ipse Galilaeus arbitratus est, sed ellipticam esse demonstratur. »

La scoperta del Blondel era come un saggio, che si dava al pubbico di studii più ampii, fatti sopra Galileo, intantochè ne aveva l'illustre Matematico francese composto già, nel 1649, un libro *De resistentia solidorum*, ch'egli avrebbe voluto intitolare *Galilaeus promotus*. « Ayant, scriveva in un suo Discorso apologetico nel 1661, pour ce suiet composé le livre, que vous avez veu prest a estre donné au public. Il y a plus de douze ans, que j'appelle *Galilaeus promotus*, *De resistentia solidorum*, et que pouvant quelque jour estre mis en lumiere » (Recueil de plusieurs traietez de Mathem., Paris 1673, pag. 60). Quel giorno però non venne mai, e vedremo perchè il Blondel revocasse quel suo primo fervoroso pensiero, com'attesta il Leibniz in una sua lettera autografa al Grandi: « Blondellus librum De resistentia solidorum composuerat, sed, re melius comperta, cum ego Parisiis agerem, idest paulo post annum 1672, totum revocarat » (MSS. Cim., T. XXIX, fol. 287). Cosicchè non ebbe il pubblico degli studii del Blondel intorno alla resistenza dei solidi altro che le proposizioni, nelle quali si dimostra esser l'ellittico e no il parabolico il solido atto a resistere ugualmente per tutto alla pressione di un peso.

Se fossero, com'asserirono alcuni, queste dimostrazioni approdate per tempo in Italia a dare impulso agli ingegni, non si potrebbe affermar con certezza, ma non sembra che avesse il Viviani, per esempio, bisogno di tali impulsi stranieri: e dall'altra parte, in mezzo a studii così primaticci e operosi, era naturale gli si rivelasse spontaneo alla mente l'errore del Maestro, dalle dottrine stesse insegnate dal quale concludevasi facilmente esser da segar la trave, perchè ugualmente resista, non secondo il filo della parabola, ma secondo quel dell'ellisse, e anzi di altre curve, e di quella stessa parabolica, che si mettesse con la superficie terminata da lei in piano, piuttosto che eretta.

Professa di essersi condotto a queste medesime conclusioni Alessandro Marchetti, non per altro impulso che per quello venutogli direttamente dalla lettura del Dialogo galileiano, incominciata a farsi da lui con più attenzione nel 1659. « Aveva io, egli dice, nello studiare il Galileo intorno alla ugual resistenza del solido parabolico in ogni sua parte, osservato come da tal proposizione il Salviati, principale tra i personaggi dal medesimo Galileo introdotti a parlare in quel suo dialogo, deduce per corollario che potrebbero fabbricarsi i travamenti delle navi con diminuzione di peso di più di 33 per cento, senza diminuire punto la loro gagliardia, al che, facendo io qualche attenta e matura riflessione, e considerando che i suddetti travamenti non si appoggiano a un sostegno solo, come il solido parabolico, del quale

esso Galileo aveva, poco innanzi la suddetta, ammiranda invero e del suo sublime ingegno degnissima, proprietà dimostrato, ma vengon retti in ambedue le loro estremità, ancorchè io mi persuadessi che potesse esser vero, che anche questi secondo la linea parabolica fossero in ogni lor parte egualmente resistenti, per vederlo affermato con tanta franchezza da un sì grand' Uomo; pur nondimeno volli meglio certificarmene per mezzo di qualche evidente dimostrazione, alla quale avendo io più volte pensato e ripensato, e non potendone venire a capo, incolpava da principio il corto mio intendimento, quasi che egli fosse incapace di penetrar colà, ove con una sola occhiata della sua eccelsa mente aveva, col dedurre dalla detta proposizione quel corollario, penetrato il divino ingegno del Galileo. Ma disingannatomi finalmente, e conosciuto, e con geometrica evidenza provato, che non il solido parabolico, sostenuto in ambedue i suoi estremi termini, non era per tutto egualmente resistente, ma che di lui neanche verificavasi la suddetta proprietà, quando viene appoggiato a un sostegno solo, se non in caso che egli si consideri come nulla pesante (cosa che può ben da noi immaginarsi, ma non giammai ottenersi, mettendo in opera le dette travi, per essere queste necessariamente materiali, e però sempre congiunte col proprio peso) presi animo, non solo di speculare o dimostrare alcune altre proposizioni a tal materia appartenenti, ma di mandarle manoscritte, dalla mia villa di Pontormo, dove io allora mi ritrovava, a Firenze, al non mai lodato abbastanza mio gran maestro G. A. Borelli, per sentirne da lui il suo dottissimo e sincerissimo parere. Ed avendomi egli prontamente risposto, e non solo approvato le suddette proposizioni, ma consigliatomi di più a specularne delle nuove, io di buona voglia mi accinsi all'opera, quale, a dir vero, non senza molto studio e fatica ridussi al fine desiderato » (*Lettera, nella quale si ribattono le ingiuste accuse del P. D. G. G., Lucca 1711, pag. 27, 28*). La fatica però, soggiungeva nella prefazione al libro da darsi alla luce, essergli stata non poco alleviata dall' invenzione della composizion dei momenti, per la quale, se prima conveniva dare allo stesso libro il titolo di *Galileo ampliato,* ora poteva, senz' altro, sostituirglisi quello *Della resistenza dei solidi.* « Hinc haud immerito ex hoc libello expunctus titulus *Galilaeus ampliatus,* eiusque vice iure substitutus *De resistentia solidorum* » (Florentiae 1669, pag. IX).

Messa dunque così in ordine l' opera laboriosa, si presenta un giorno il Marchetti innanzi al cardinale Leopoldo, offerendogli il manoscritto, ed esprimendogli il desiderio di dedicarne la stampa all' Eminenza Sua Serenissima. Alla nuova l' animo del Viviani entrò in gran tumulto: egli vagheggiava da lungo tempo il proposito di raccogliere in un volume tutte le cose scritte a illustrar le dottrine del suo Maestro, specialmente attinenti alle resistenze dei solidi, e premessavi la vita di Galileo dedicar tutto a Luigi XIV di Francia, in riconoscenza dei ricevuti onori e delle munificenze. L' opera del Marchetti avrebbe resa inutile, o solamente secondaria la miglior parte dell' opera sua, e non vedendo perciò altro rimedio al suo danno

va al Cardinale stesso, supplicandolo a interporre la sua autorità, per ottener dal Marchetti la dilazione della stampa per alquanti mesi. Il Marchetti, soggiogato, tacque alla proposta, e s' intese che tacendo volesse acconsentire « di che, scrisse poi, dal signor Lorenzo Bellini, e particolarmente dal signor Gio. Alfonso Borelli fui agramente ripreso » (ivi, pag. 25).

Queste e altre simili espressioni darebbero gran fondamento al sospetto che soffiasse, con enfiate guance, nella fiamma il Borelli, avido di vendetta contro il Viviani, ch' egli accusava di avere stimolato, e concorso con lo Stenone a prevenire, nella Miologia, la nuova Scienza dei moti animali. Gli era forse venuto alle orecchie che il Viviani stesso avesse presa, dalle resistenze dei corpi duri, occasione d' entrare in argomento delle resistenze delle ossa e delle membra, ciò che poi era il vero, com' apparisce da certe note, e specialmente da quella, nella quale si propose: « Consideretur magna vis in impellendo, dum crura ad coxas angulos obtusos faciunt » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 38) rassomigliando la forza delle membra a quella stessa di un legno, secondo un simile angolo inflesso.

In qualunque modo, non s' intende a che pro richiedere l' indugio di alquanti mesi, quando, a dar forma all' opera, non sarebbero al Viviani bastati altrettanti anni: nè, risolvendosi ancora di porvi mano, pregava Carlo Dati di tornare al principe Leopoldo, per veder di prolungare ancora di più quell' indugio. Rispose il Principe sentir gran passione di questo negozio; avrebbe fatto il possibile, ma che non voleva comandare. Ciò che inteso il Viviani depose affatto il pensiero, e, per provvedere in qualche modo alla iattura, raccolse le sue carte in un fascio, e andò a farle riconoscere, con la propria firma e con l' impression del sigillo, a Sua Altezza, « il che, scriveva allo stesso Marchetti, riuscirà di mia somma quiete e sodisfazione, per poter far constar, con aprirlo a chi e quando occorresse, che io non m' era mosso nè per iattanza, nè per impedire il proseguimento de' suoi intenti » (*Lettera pubblicata dal Grandi nella Risposta apol., Lucca 1712, pag. 75*). Avvisava nel tempo stesso Francesco Blondel, ch' era allora in viaggio per l' Italia, scrivesse al Colbert per quali penose avventure avea dovuto deporre il pensiero di dedicare il libro su Galileo al Re di Francia.

Un lampo fuggitivo venne poco dopo a rallegrare al Viviani la faccia rannuvolata: la luce lusinghiera appariva attraverso alle parole di questa lettera, che il Marchetti scriveva il dì 14 Febbraio 1668 al cardinale Leopoldo:

« Tre mesi di proroga, domandatami dal signor Carlo Dati per ordine di V. A. R. intorno alla pubblicazion del mio libro di resistenze, son già spirati da molti giorni. Ne dò parte, com' è mio debito, alla R. A. V. ed insieme la supplico vivamente, e con ogni maggiore ossequio di umiltà, a farlo sapere al signor Viviani, acciò, se egli è all' ordine, come credo, con la sua Opera, possiamo, con quelle condizioni e cautele che più parranno convenevoli a V. A. R., dare ambedue principio unitamente alla stampa: se no, io con buona grazia di V. A. R, e sotto il benigno auspicio del suo nome

gloriosissimo, comincerò ogni volta a stampare la mia, nella quale, per lasciare anco libero il campo al signor Viviani di potere con suo comodo ed a sua voglia ampliare le dottrine di Galileo, ed inserirle nella sua Vita, com' ei desidera, tacerò il titolo di *Galileo ampliato*, nè mi servirò d'alcuno principio di quel grand' uomo, come innanzi mi ero proposto, ma solo, con fondamenti proprii miei, tratterò, senza pur farne alcuna menzione, della resistenza dei corpi duri » (MSS. Cim, T. XIX, fol. 144).

Intese il Cardinale che il Marchetti si dichiarasse di voler trattar nel suo libro materie non toccate da Galileo, cosicchè, essendo le opere dei due concorrenti di argomento diverso, si potessero stampare ambedue insieme, senza che l' una recasse all' altra nessun pregiudizio. Lieto di veder che finalmente riusciva a buon termine il geloso negozio, ne diè sollecito avviso al Viviani, il quale subito, con l' animo ravvivato, revocava così dal Blondel la datagli commissione: « Molto opportunamente risolse V. S. illustrissima di non scrivere all' eccellentissimo signor Colbert intorno a quel suo particolare; se non dopo arrivato a Roma, poichè, con la medesima mia lettera e sotto quella fede da lei promessami nel rimanente, devo dirle come in questi giorni il serenissimo Cardinale mi ha significato di aver avuto infallibile certezza che quell' Amico ha variato affatto pensiero, e non tratta punto di resistenze de' corpi duri, nè fa mai menzione del trattato di Galileo, e nemmeno lo nomina. Tanto, e niente più mi ha partecipato S. A., dicendo non saper altro, onde, essendo così, non vedo che io debba qua far istanza di sospensione, ma lascerolla uscire fuori, ed io da qui avanti, con l' animo che V. S. illustrissima per sua bontà me ne ha dato, ripiglierò le fatiche di quella *Vita*, e anderò seguitando ad ordinare e distendere il restante di quella materia informe, che io le feci vedere » (*Lettera pubblicata dal Grandi nella Risposta apol. cit., pag. 83, 84*).

Un anno, e qualche mese dopo, vede il Viviani stesso comparirsi innanzi un libretto in ottavo, legato in foglio, sopravi scritto: *dono dell'Autore*, e, svolta per curiosità la copertina, posa sul frontespizio gli occhi rannuvolati:.... era il trattato del Marchetti *De resistentia solidorum*, uscito allora allora alla luce in Firenze dalla tipografia di Vincenzio Vangelisti. Le figure stesse intercalate nel testo gli rivelarono amaramente che il cardinale Leopoldo aveva frantese l' espressioni del Marchetti, e ch' erano ambedue rimasti ugualmente ingannati nel creder che non si trattasse lì nè di Galileo, nè di resistenze dei corpi duri. Leggendo poi più attentamente, e con animo oramai rassegnato, ebbe anzi a maravigliarsi del riscontro che notava fra le principali di quelle proposizioni e le sue proprie, intantochè, come il Blondel, vedute le cose del Viviani; così il Viviani stesso revocò per sempre le sue, vedute le cose del Marchetti.

Questa conclusione è tutt' affatto contraria a quella dei partigiani, un dei quali più infervorato di tutti, ammirava la mortificazione che allora fece il Viviani stesso « della curiosità, che naturalmente nascer gli dovette nel cuore, di leggere il trattato del Marchetti, e riscontrarlo nelle cose più prin-

cipali, per sapere se in parte o in tutto l'avesse prevenuto, ed in qual modo impugnasse lo sbaglio preso da Galileo » (Grandi, Risposta apol. cit., pag. 86).

Noi invece, vedendo che il Viviani abbandonò per sempre il proposito, con sì fervorose espressioni ultimamente comunicate al Blondel, teniamo che ciò non fosse nè per volubilità, nè per ignavia, ma perchè, riscontrando il Marchetti nelle parti principali, conobbe che veramente lo aveva prevenuto, e che s'era mirabilmente riscontrato seco nell'impugnare lo sbaglio preso da Galileo.

Nello scolio infatti alla proposizione LXXXIII del I libro, l'Autore *De resistentia solidorum* così scriveva: « Hic fortasse non abs re erit animadvertere quod, licet solidum parabolicum, abstrahendo a momento suae gravitatis, sit ubique aequalis resistentiae, quemadmodum in suis dialogis ostendit Galileus, et nos etiam paulo inferius alia via ostensi sumus; si tamen illius pondus consideretur, magis magisque semper resistit, quam magis magisque peragendae fractionis locus eius vertici proximior est » (Florentiae 1669, pag. 60).

Le vie tenute dal Marchetti, per dimostrar che il solido parabolico, supposto senza peso, è di ugual resistenza, sono speditissime, e là dove Galileo premette un lemma e faticosamente, come vedemmo, s'aggira, il Marchetti, col principio della composizion dei momenti già dimostrato, e dietro il dimostrato teorema che i momenti delle resistenze delle sezioni, aventi basi uguali e differenti altezze, stanno come i quadrati di esse altezze, così, in due parole, conclude la sua proposizione.

Sia il solido parabolico DB (fig. 236) e OB una sua parte: posto che i pesi F, G equivalgano col loro momento ai momenti delle resistenze delle sezioni AD, CO, che chiameremo M.° AD, M.° CO, abbiamo M.° AD : M.° CO = F . AB : G . CB. Ma per le cose dimostrate M.° AD : M.° CO = $AF^2 : NG^2$, e in virtù della parabola $AF^2 : NC^2 = AB : CB$, dunque AB : CB = F . AB : G . CB. « Ergo F ad G, hoc est resistentia solidi DB, ad resistentiam solidi OB, proportionem habet aequalitatis » (ibid.).

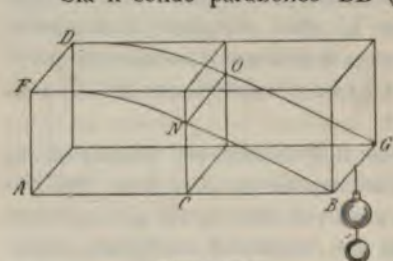


Figura 236

Il Viviani a principio, non sapendosi distaccare dalle orme di Galileo, aveva pensato di sostituire un altro lemma, così intitolato da lui stesso e così scritto: « *Lemma pro propositione XV Galilei, pag. 140, aliter demonstranda, et ope infrascripti lemmatis generalis:* In parabola ABC (fig. 237), ductis ordinatis AC, EF, et inter partes diametri CB, BE sumpta BH media proportionalis, ductis BG, HI, semper erit ut AC ad CG ita EF ad IH. Nam recta CB ad BE, vel quadratum CB ad quadratum BH, est ut quadratum AC ad quadratum EF. Est etiam linea AC ad FE ut li-

Figura 237

nea CB ad BH, vel ut CG ad IH, et, permutando, AC ad CG ut EF ad IH, quod erat etc. » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 54).

Ma ebbe poi anche il Viviani a ritrovare non difficilmente quell'altra macchina, della quale non era nessun'altra più valida *ad attollendam hanc molem:* e come il Marchetti, che proemiando così si esprimeva, erasi nelle due prime proposizioni dell'uno e dell'altro libro accomodata così fatta macchina ai bisogni; così avevasela al medesimo intento apparecchiata il Viviani stesso in questo, ch'egli intitola *Lemma generale:* « Se A (fig. 238) equilibri B, e D equilibri C, sempre il peso A al peso D ha la ragion composta della distanza GE alla EH, del peso B al peso C, o resistenza B alla C, e della distanza LF alla FI » (ivi, fol. 52). Possono vederne i Lettori la dimostrazione trascritta nel trattato del Grandi (Alb. XIV, 16), ma l'intralciato ragionamento si compendia e si dichiara per l'applicazione delle proprietà generali della Leva, dalle quali abbiamo A : B = GE : EH; C : D = FL : FI. Moltiplicate poi insieme queste due proporzioni, e con l'identica B : C = B : C, danno A . B . C : B . C . D, ossia A : D = GE . B . LF : HE . C . FI, com'erasi proposto di dimostrare il Viviani.

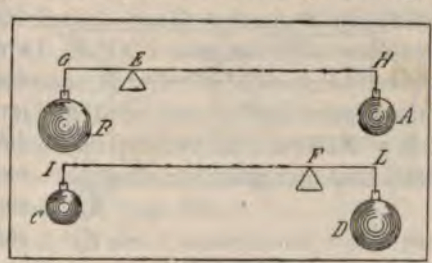


Figura 238

Deduce da questo il Viviani stesso un altro Lemma più particolare, per servire all'uso di quelle dimostrazioni, da trattarsi specialmente con la teoria dei momenti, ed è così formulato: « Se saranno le due libbre AB, CD (fig. 239) coi sostegni E, F, e con le contralleve AE, CF eguali tra loro, e con i pesi e resistenze G, H, che tra loro stiano come le leve EB, FD omologamente; dico che, se in B, D si appenderanno i pesi I, L, che equilibrino le resistenze G, H; che i detti pesi I, L saranno uguali » (ivi, fol. 66). La dimostrazione, che s'ha trascritta dal Grandi nel luogo citato, pag. 17, si conduce direttamente e con gran facilità dagli stessi principii della Leva, i quali danno I : G = AE : EB; L : H = CF : FD. Ma per supposizione G : H = EB : FD, dunque I : L = AE : CF. E pure è per supposizione AE = CF, dunque I = L.

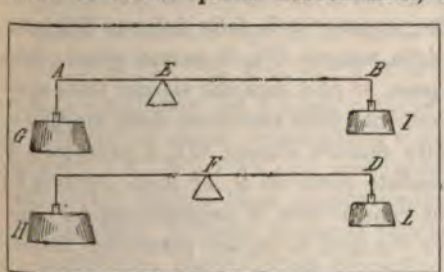


Figura 239

Ora, dietro queste dimostrate proprietà generali del momento dei pesi nella Libbra, e dietro la proposizione III di Galileo, dalla quale avevasi per facile corollario che i momenti delle sezioni ugualmente larghe e differentemente alte stanno come i quadrati delle altezze; ecco come il Viviani, movendo dai principii medesimi posti già dal Marchetti, fosse proceduto con

maraviglioso riscontro per le medesime vie di lui, e fosse giunto perciò, benchè con più complicato discorso, alle medesime conclusioni: In un foglio, inserito poi tra la pag. 140 e 141 della più volte citata edizione di Leida, postillata dal Viviani, il postillatore così di sua propria mano aveva scritto: *Per la faccia 240 della prima edizione di Leida; la proposizione del solido parabolico senza bisogno del Lemma:*

« Il momento della resistenza della sezione AD (fig. 240) a quello della CO, ha la proporzione composta della sezione AD alla CO, ovvero dell'altezza AF all'altezza CN, e della leva della AD, alla leva della CO, ovvero della medesima AF alla CN. Ma tali due proporzioni compongono quella del quadrato AF al quadrato CN, cioè della leva BA alla BC; adunque il momento della resistenza della sezione AD, al momento della resistenza della sezione CO, sta come la leva BA alla leva BC, o come il momento di un grave appeso in B dalla distanza BA, al momento del medesimo grave appeso in B dalla distanza BC. E, permutando, il momento della resistenza della sezione AD, al momento di un grave appeso in B, dalla distanza BA, sta come il momento della resistenza della sezione CO, al momento del medesimo grave appeso in B dalla distanza BC. »

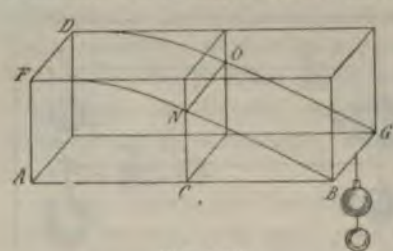


Figura 240

« Se dunque sarà appeso in B, dalla distanza BA, un grave, il di cui momento pareggi appunto il momento della resistenza della sezione AD, anche il momento del medesimo grave, appeso in B dalla distanza BC, pareggerà il momento della resistenza della sezione CN. E perciò questo solido parabolico, nel considerarlo senza peso, si può dire che sia per tutto ugualmente resistente, perchè tanto il momento della resistenza della maggior sezione AD, quanto quello di ogni altra minore sezione CO, è pareggiato dal momento di un medesimo grave assoluto posto in B, or dalla distanza BA, ed ora dalla distanza BC. Onde, per render vera la proposizione del Galileo posta a faccia 140, basta considerare che quel suo solido parabolico sia senza peso, e che i varii momenti della resistenza delle sue varie sezioni sian posti a cimento dei movimenti di un medesimo grave assoluto appeso alle estremità delle lunghezze, che stanno fuori del muro. » (MSS. Gal., P. V, T. IX).

Ecco, come il Viviani avesse *impugnato la sbaglio di Galileo:* nel corregger poi questo sbaglio erano pure proceduti ambedue gli Autori, inconsapevoli, nello stessissimo modo. In un altro foglietto infatti, inserito nella citata copia di Leida, e propriamente applicato alla pag. 141, il Viviani stesso così aveva scritto:

« Pongasi ora che tal solido parabolico AFDOG (nella precedente figura) sia con peso, ora fuori del muro quanto AB, ora quanto CB. Il momento della resistenza della sezione AD, al momento della resistenza della sezione CO, sta come il quadrato AF al quadrato CN. Ma il momento del grave so-

lido ADGB, al momento del grave COGB, avendo ragion composta di quella fra il solido e il solido, cioè del cubo AF al cubo CN, e di quella della leva AB alla leva BC, cioè di quella del quadrato AF al quadrato CN, le quali due ragioni compongono quella del quadrato cubo AF al quadrato cubo CN, e la proporzione del quadrato AF al quadrato CN è sudduplа sesquialtera del quadrato cubo AF al quadrato cubo CN; adunque anche la proporzione del momento della resistenza della sezione AD, al momento della resistenza della sezione CO, è sudduplа sesquialtera della proporzione del momento del grave solido FAG, al momento del grave solido NCG » (ivi).

La conclusione di questo teorema dipende manifestamente da due principii: il primo dei quali, chiamati M.° AD, M.° OC i momenti delle resistenze delle due sezioni, è espresso dall' equazione $M.^{o}\,AD : M.^{o}\,OC = AF^{2} : CN^{2}$, che corrisponde precisamente con la LXXXII del Marchetti, benchè si mettano le ascisse, ossia le lunghezze in luogo dei quadrati delle ordinate: « Solidi parabolici, et ex eo abscissae portionis momenta resistentiarum sunt inter se ut longitudines » (De resistentia solid. cit., pag. 57).

L' altro principio premesso dal Viviani è che i momenti del solido parabolico e della sua parte stanno come le quinte potenze delle basi, o delle loro altezze, avendo le larghezze uguali, ciò che corrisponde pure esattamente con la LXXXIII dello stesso Marchetti: « Solidi parabolici, et ex eo abscissae portionis momenta ponderum sunt in quintupla proportione basis ad basim » (ibid., pag. 58): che vuol dire, chiamati $M.^{o}\,S$, $M.^{o}\,S'$ i momenti di tutto il solido e della sua porzione, $M.^{o}\,S : M.^{o}\,S' = AF^{5} : CN^{5}$. Inalzata ora questa a quadrato, e l'altra dei momenti delle resistenze delle sezioni alla quinta potenza, si ha $M.^{o}\,AD^{5} : M.^{o}\,CO^{5} = M.^{o}\,S^{2} : M.^{o}\,S'^{2}$, ossia $M.^{o}\,AD : M.^{o}\,CO = M.^{o}\,S^{\frac{2}{5}} : M.^{o}\,S'^{\frac{2}{5}}$, che è la proporzion *sudduplа sesquialtera* secondo la conclusion del Viviani; o anche $M.^{o}\,S : M.^{o}\,S' = M.^{o}\,AD^{\frac{5}{2}} : M.^{o}\,CO^{\frac{5}{2}}$, che è la ragion *dupla sesquialtera*, sotto la qual forma, dalle due citate proposizioni LXXXII e LXXXIII, concludesi così la medesima verità dal Marchetti: « Ex duabus hisce propositionibus facile elicitur Solidi parabolici, et ex eo abscissae portionis momenta ponderum esse inter se in dupla sesquialtera proportione momentorum resistentiarum » (ibid., pag. 59).

Passando a esaminare altre parti di minore curiosità, o di minore importanza, ebbe pure a trovare il Viviani, tra le proposizioni del Marchetti e le sue, simili riscontri, che lo fecero con tranquillo animo e con sereno giudizio finalmente persuaso essere per riuscire superflua, almeno nella sostanza, l' opera sua, dopo quella del suo rivale. Altre parti del suo ingegno, non per questo avvilito nè stanco, dedicherebbe, in rendimento di grazie, al Re di Francia, e dignitosamente ritiratosi così da parte pose fine alla controversia.

III.

Sui principii del secolo XVIII, quando già il Viviani dormiva da sette anni nel sonno della pace, si risvegliò quel fuoco che, non sopito ma spento oramai, si credeva sotto le ceneri del sepolcro. Fu Guido Grandi che rinfocolò quelle ire, mostrando di aver sotto la cappa del monaco nascosta la spada per difendere il suo Maestro, come ei diceva, ma veramente per offendere il Marchetti, nell' insegnamento delle Matematiche nello Studio pisano, suo rivaleggiante collega. Nel 1710 pubblicava esso Grandi per la seconda volta un libro intitolato *Quadratura circuli et hyperbolae*, nella prefazione al quale, fra i varii esempii di Matematici illustri, che inconsapevoli s'erano riscontrati nelle medesime conclusioni, cita anche quello del Marchetti, il quale, nel dimostrare la composizion dei momenti si riscontrò con Galileo, col Cavalieri e col Torricelli, e nel trattare delle resistenze dei solidi col Blondel « qui idem Galilaei sphalma de solido parabolico aequalis ubique resistentiae, etiam cum utrimque fulcitur, prior detexit » (ibid., pag. XIII).

L' orlo della coppa, se non esalava le fragranze del buon liquore, non mandava però il fetor del veleno, che raccoglieva nel fondo, e che dalle esperte narici del Marchetti fu troppo bene sentito. Incominciò a lamentarsene con gli amici, e fece, perchè circolasse in Corte, innanzi alla quale massimamente gli doleva di venire accusato, per essere il libro della Quadratura del circolo dedicato al principe Gian Gastone; una scrittura per dimostrare che in verità non aveva tolto nulla nè dal Cavalieri nè dal Blondello. Il Principe e i cortigiani al gran romore che ogni giorno cresceva più levarono le orecchie, e per intendere il diritto o il torto di questa lite si rivolsero al Grandi, che ne scrisse perciò la seguente *Informazione:*

« Il signor dottore Alessandro Marchetti, da due passi dell' Opera del p. Grandi, ultimamente stampata e dedicata al serenissimo principe Giovan Gastone, piglia motivo di lamentarsi e tenersi offeso: L' uno è nella prefazione, pag. XII, § *Nonnulli*, e l' altro è verso il mezzo dell' Opera da pag. 29 a pag. 34. »

« Pretende nel primo luogo che il p. Grandi abbia voluto far credere che l' opera *De resistentia solidorum* del suddetto signor Marchetti fosse da altri rubata. Al che risponde il p. Grandi non esser mai stata questa la sua intenzione, nè potersi ciò dedurre dalle sue parole: anzi apparire il contrario dallo stesso contesto. Persino nella prima stampa di quest' Opera aveva il p. Grandi asserito che, in materie matematiche, era facilissimo che gli Autori s' incontrassero nel dire le medesime cose, come confessa essere talvolta a lui stesso avvenuto. »

« In questa nuova impressione aveva motivo di mostrare ciò più evidentemente con varii esempii. Fra questi, dop' aver nominato monsù di Fer-

mat, il signor Viviani, il Guldino e Grogorio di S. Vincenzio, nomina con lode il signor Marchetti, chiamandolo *praeclarum illum Poetam, nostrique pisani Licei Mathematicum*, ed accennando alla sfuggita il Teorema del momento dei gravi, che si era attribuito, e che poi il Viviani fece vedere pubblicamente che prima era stato detto da Galileo, dal Cavalieri, da Antonio Rocca e dal Torricelli; difende che ciò potesse accadere, senza che possa sospettarsi averlo egli dai suddetti rubato, *cum tamen id citra ullam plagii suspicionem eventus facillime suadeat.* »

« Poi passa al libro *De resistentia solidorum* di esso Marchetti, dove questi cerca di confutare una proposizione di Galileo, e correggerne lo sbaglio preso in tal materia da quel grand' Uomo, il che dice il p. Grandi essere stato stampato otto anni prima da monsù Blondel, che lo stesso sbaglio scoprì, e lo emendò allo stesso modo; e dice che dodici anni avanti avea per ciò scritto un volume *De resistentia solidorum* intitolato *Galilaeus promotus*, che il Marchetti dice nella sua prefazione aver egli prima posto al suo libro, e sotto il qual nome fu dal Rossetti citato: cose tutte di fatto indubitabile, e che può mostrarsi co' libri allora stampati. »

« Quindi passa ad altri esempii, da m. Ischyrnhausen, m. Wallis, m. Leibniz, m. De l'Hopital, m. Parent, al p. Intieri, e finalmente si dichiara di non essere stata sua intenzione di pregiudicare perciò in nulla alla gloria di quei celebratissimi Uomini, con queste parole, che sono a pag. XV: *Cum autem nihil inventionis gloriae praeiudicet quod quis se ab aliis praeoccupatum deprehendat, quia semper invenisse acuminis est, primum invenisse fortunae; non erit opinor qui haec a me superius notata fuisse suspicetur, ut clarissimorum virorum inventis quidquam propterea detraherem, sed unice ut facilem hunc in rebus geometricis consensum pluribus exemplis confirmarem.* Dal che è chiarissimo non essere stata intenzione del p. Grandi nè di offendere in ciò il Marchetti, nè di pregiudicargli in conto alcuno, nè di asserire che quel libro fosse da lui rubato: il che non sarebbe stato a proposito del suo argomento, che era solo dell' incontrarsi casualmente i Matematici nel dire le medesime cose. » (MSS. Cim., T. XXIX, fol. 311, 12).

Accompagnava il Grandi questa Informazione con una sua lettera, scritta il dì 22 Maggio 1711 da Pisa, nella quale, detto di aver risaputo della scrittura che il Marchetti avea sparsa nella Corte medicea, con intenzione di farla stampare, soggiungeva riserbarsi però « di rispondere più individualmente alle sue querele, quando avrò fortuna di vedere la sopra nominata Scrittura, e di difendere que' passi, ch' egli pretende di accusare di errore » (ivi, fol. 303).

Dopo pochi mesi usciva quella desiderata Scrittura in pubblico da Lucca, in forma di Lettera dedicata a Bernardo Trevisano, che, procuratore di S. Marco, era uso con *ragione e con dritto a librar l' altrui colpa e il merto.* (*Sonetto premesso alla Lettera*). Rispondeva contro le accuse del Grandi che, quanto alla composizion dei momenti, era verissimo che il Cavalieri l' aveva dimostrata prima di lui, « con altro metodo però diverso,

egli dice, dal mio, e senza che in quel tempo veduto avessi la sua dimostrazione » (*Lettera nella quale si ribattono le accuse date dal P. D. G. G., Lucca 1711, pag. 20*). Per quel poi particolarmente riguarda il Blondel, reca documenti a provar ch' egli avea già, infino dal 1659, notato lo sbaglio di Galileo, due anni prima che il Matematico francese pubblicasse la sua Epistola al Vulzio. Quanto poi al *Galileo promoto* del medesimo Autore, non essendo stato mai pubblicato « come poteva io, ne conclude il Marchetti stesso, averlo veduto, nè pure avutone alcun sentore, ond' io potessi pigliarne, non dirò i pensieri e le dimostrazioni, ma nè anche lo stesso titolo? » (ivi, pag. 23).

A un animo generoso, e non punto pregiudicato, sarebbero dovute queste risposte bastare per buone ragioni, ma il Grandi, lette per le pubbliche stampe queste cose, mandò ad effetto la promessa di *rispondere individualmente alle querele*, pubblicando in Lucca nel 1712 un libro intitolato *Risposta apologetica alle apposizioni fatte dal signor Alessandro Marchetti, nella sua Lettera diretta a Bernardo Trevisano*. Fu allora che tirò fuori l' arme rimasta, nella prefazione al libro *Della quadratura del circolo*, artificiosamente coperta sotto il finto velo delle parole, e non solo confermò contro il Marchetti le accuse di plagio, ma soggiunse che in quell' avevaci di suo era tutto pieno di errori. Il Marchetti uscì a fare le sue difese in un Discorso, diretto al medesimo Trevisano, e pubblicato in Lucca nel 1714, dimostrando come gli errori fossero da attribuirsi piuttosto al suo avversario.

L' importanza dell' argomento non ci dispensa dall' entrar giudici in questa lite, ma prima vogliam dire che, secondo per lo più avviene fra i litiganti, anche fra questi due fu l' ultimo a tacere colui che aveva meno ragione. E perchè tale all' imparzial nostro giudizio apparisce il Grandi, egli, non perdonando al sepolcro, riepilogò le irragionevoli accuse quattro anni dopo la morte del Marchetti, quando nel 1718 compilò le informi note del Viviani nel trattato *Delle resistenze*. Siam perciò dal filo dell' argomento condotti a dire di una tale compilazione, e prima di tutto dei motivi che s' ebbe di farla, risalendo così ai principii col nostro discorso.

Quando il Viviani protestò al Marchetti di aver levato affatto il pensiero di concorrere con lui, prima di avere in quella medesima Lettera detto del deposito delle sue carte nelle mani del principe Leopoldo, che le sottoscrisse e le legò, fermandone la legatura col suo sigillo; aveva asserito che molte di quelle conclusioni le aveva già comunicate a più d' uno, che pur vive, e che erano ventitre o ventiquattr' anni che aveva cominciato ad applicar la mente a quelle discipline, quando lui che veniva ora a concorrere seco era tuttavia fanciullo.

Le affermazioni erano sincere, e si può per prima loro testimonianza citare il Magalotti, il quale si gloriava così dicendo: « Per tre anni ebbi in sorte di essere tesoriere de' preziosi concetti del signor Vincenzio Viviani, onde appresso di lui *si trovan molte gioie care e belle*, che nelle opere stampate del Galileo non si veggono, e che ben presto verranno in luce »

(*Lettere scientifiche ed erudite, Firenze 1721, pag. 2*). S' accenna in queste parole, che dovettero essere scritte nel 1668, evidentemente al trattato Delle resistenze, per conferma di che, e dell' aver veramente veduto un tale trattato, il Magalotti, in quella sua prima Lettera scientifica, applica alcuni principii ivi supposti, e una proposizione ivi pur dimostrata, per risolvere al priore Orazio Rucellai, che glielo aveva proposto, il problema: perchè in tempo di neve si fiacchino più facilmente i rami agli ulivi, e a simili altre piante.

I villici attribuivano il caso, osservato giusto in que' giorni in certe possessioni del Rucellai, alla neve venuta a piombo, ma il Megalotti, sovvenendosi di aver letto nei fogli manoscritti del Viviani « che la cedenza della materia dei solidi altera la proporzione delle loro resistenze, a segno tale che un medesimo ferro sarà ora più ora meno resistente, secondo la differenza della tempera » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 29) applicò questo principio ai rami degli ulivi con dire che, avendo il freddo altrerata la loro tempera, ne aveva fatto altresì variare i momenti delle resistenze. Rassomigliava poi così fatte alterazioni, prodotte dal freddo nel legno, alle alterazioni prodotte dall' argento vivo, che penetra dentro l' oro, e come questo, ridotto per esempio in forma di cilindro e ficcato nel muro, resisterebbe al proprio peso alquanto meno di un altro cilindro uguale, ma di oro schietto; così per somiglianza affermava che, meno dei naturali, resistono allo spezzarsi i rami penetrati dal freddo.

Volendo ora il Magalotti dare ad intendere la proporzion delle variazioni di così fatte resistenze, comparate con quelle dei cilindri dell' oro, ora puro, ora alterato nella sua naturale gravità in specie, per l' inzuppamento dell' argento vivo; dice che si potrebbero in ambedue i casi reggere i detti solidi da sè stessi, purchè « il quadrato della lunghezza del cilindro dell' oro inzuppato, al quadrato della lunghezza del cilindro dell' oro puro, stia reciprocamente come la gravità in specie dell' oro puro, alla gravità in specie dell' oro inzuppato, siccome dimostra il signor Vincenzio Viviani » (Lettere cit., pag. 7).

Il Grandi, ne' manoscritti ch' ebbe a mano, ritrovò sotto questa forma, del teorema, il semplice enunciato: *Allora i cilindri orizzontalmente fitti nel muro, che sieno d' uguale grossezza, ma di differente gravità in specie, sono d' egual momento verso le loro resistenze, quando i quadrati delle loro lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità in specie, ovvero che le lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità assolute* (Alb. XIV, 31). Il Compilatore supplì di suo alla dimostrazion che mancava, ma che il Magalotti attesta essere stata fatta, e noi, dietro gl' indizii di lui, crediamo che facilmente procedesse così, in maniera forse più conforme col rimanente di quella ivi suggerita dallo stesso Grandi:

Sia GF (fig. 241) la sezione del cilindro dell' oro puro, HM quella dello inzuppato, che manterrà nonostante uguale grossezza. Si vuol sapere qual proporzione debbano avere le lunghezze massime EF, IM verso i pesi assoluti o in specie, a cui que' solidi han da resistere.

Applicato al centro di gravità B il peso P, la resistenza sarà P . AB, come pure, applicato al centro D il peso P′, la resistenza sarà P′. CD. Ora, perchè debbono queste due resistenze respettive essere eguali, avremo P : P′ = CD : AB = IM : EF, che vuol dire che le lunghezze hanno ragion reciproca dei pesi assoluti. Chiamati poi V, V′ i volumi dei due cilindri o delle loro sezioni, e G, G′ le loro gravità in specie, sarà G . V : G′ V′ = IM : EF, ossia G : G′ = V′. IM : V . EF. Ma perchè V = EF . EG, V′ = IM . IH, ed EG = IH; sarà dunque G : G′ = IM² : EF², ossia che le gravità in specie stanno reciprocamente come i quadrati delle lunghezze, secondo avea concluso il Viviani in quel suo manoscritto Delle resistenze, veduto dal Magalotti.

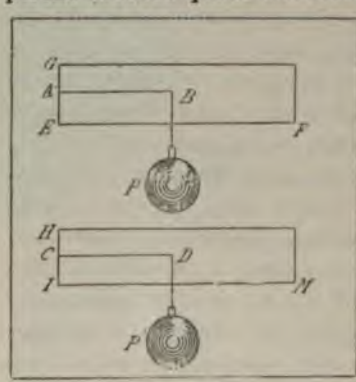


Figura 241

Quella Lettera scientifica al Rucellai sarebbe dunque venuta opportuna ad attestare della reale esistenza di un tal Manoscrito, ma si fece pubblicamente nota troppo tardi, perchè se ne potesse persuadere l'animo sospettoso del Marchetti, il quale anzi reputò, e poi disse al pubblico essere stata un' impostura l'andare il Viviani con quell' involto di carte sotto il braccio al Cardinale dei Medici, e, facendogliele vedere così alla grossa e alla sfuggita, dargli ad intendere che conteneva un' opera simile alla sua, ciò che concludeva non essere altro « che un mero vanto, o che, confrontando egli le sue fatiche con le mie, e conoscendole di gran lunga inferiori, amò anch' egli meglio di sopprimerle, che di pubblicarle » (*Lettera in cui si ribatton le accuse ecc., pag. 25*). E come fossero queste al glorioso nome del Viviani leggere ingiurie, soggiungeva che per invidia s' era astutamente messo a impedirgli per molto tempo la pubblicazion del suo libro, intanto che, con suo grave danno, avesse il Blondel in Francia a prevenirlo.

Volarono le calunniose querele largamente attorno a titillare le orecchie, e a insinuarsi nell'animo dei Matematici, fra' quali il Leibniz scriveva così in una lettera al Grandi: « Clarissimum Marchettum audivi quaeri de insigni Viro, et mihi olim amico, Vincentio Viviano, quod hic illum multos ante annos aeditionem libri *De resistentia solidorum* diu differre coegerit. Ego meum iudicium hic non intorpono, neque Vivianum, quamtumvis amicum, excusarem, si quid in ea re humani passus esset » (MSS. Cim., T. XXIX, fol. 287).

Non voleva il Leibniz coscenziosamente farsi giudice, per mancanza di prove, che il Grandi aveva già in mano infin da quando si dette a scrivere la sua *Risposta apologetica*, a pag. 88, della quale, dop' avere accennato che, dal silenzio tenuto dal Viviani con gli stessi suoi più familiari, s' incominciò a dubitare se veramente avesse atteso a trattare delle Resistenze dei solidi; soggiunge che il medesimo signor abate Jacopo Panzanini, nipote ed

erede dello stesso Viviani, non ne era punto informato, ma che poi, fattagli istanza da chi aveva interessi in questa causa, finalmente ritrovò il Manoscritto in quell' argomento, e con i contrassegni corrispondenti con la descrizione fattane da suo zio al Marchetti, quando lo avvisò per lettera del deposito di quello stesso suo Manoscritto, e della recognizione impressavi dalla mano e dal sigillo del cardinale Leopoldo. La lettera, con cui il Panzanini annunziava al Grandi la scoperta, fu scritta da Firenze il dì 24 Novembre 1711; e incomincia con queste parole:

« Al mio ritorno di villa scrissi altra lettera a V. P. Rev.ma, ed ora che ho avuto tempo di ricercar meglio gli scritti del signor Vincenzio Viviani mio zio, posso aggiungerle che ho trovate alcune sue fatiche in tre fascetti, che uno intorno le Resistenze dei corpi solidi, altro sopra le Galleggianti, ed altro di varie speculazioni meccaniche, quali portano nel frontespizio la firma del fu serenissimo principe cardinale Leopoldo, sotto il dì 2 Marzo 1667 *ab Incarnatione,* e sono infilzati in un cordone di seta, annodato e segnato col sigillo dell'A. S. Rev.ma, che non può revocarsi in dubbio la vera esistenza dei medesimi in quel tempo » (MSS. Gal. Disc., T. CXLVIII, fol. 169).

Venuto il Grandi nelle prossime vacanze del Natale a Firenze, dette a quelle carte una scorsa in casa del Panzanini, trascrivendone qualche cosa, che poi pubblicò nella sua *Risposta apologetica.* Ma sentito dalla lettera del Leibniz che s' erano negli animi insinuate le orgogliose querele del Marchetti, e trovandosi oramai così impegnato in difendere la causa del suo Maestro, giudicò non esserci altro più efficace modo, che di pubblicare il Manoscritto felicemente ritrovato, dietro il quale giudicherebbero i Matematici se era impostura quel che il Viviani diceva di avere speculato intorno alle Resistenze dei solidi, e se erano quelle speculazioni spregevoli, e da non venire in confronto con quelle dello stesso Marchetti. Fatto al Panzanini motto di questa sua intenzione, mentre pensava al modo di mandarla ad effetto, gli si fa innanzi Benedetto Bresciani, che attendeva allora in Firenze con Tommaso Bonaventuri a fare una nuova edizione delle opere di Galileo, fra le quali il trattato Delle resistenze si potrebbe inserire come commento. Acconsentì il Grandi, e fece, per mezzo dello stesso Bresciani, richiedere il Manoscritto al Panzanini, il quale anzi raccolse, insieme con quello delle Resistenze, gli altri trattati di suo zio, della consegna dei quali dava così, per lettera del dì 27 Giugno 1713, avviso allo stesso Grandi:

« Ho consegnato, secondo la richiesta fattami dal signor Benedetto Bresciani, gli tre fascetti consaputi di Vincenzio Viviani, avendomi rappresentato che V. Rev.za si sia esibita di distendere quelle proposizioni in essi enunciate, con ridurle in buona forma. E potendo queste servir di moto alla sua fecondissima mente, per crearne infinite altre, ben volentieri io ne sono contento, e vado fra me stesso considerando la bella sorte toccata a mio zio di aver, dopo la sua morte, un sostenitore della sua gloria di sì alto valore: ricompensa a mio credere centuplicata del zelo sì premuroso, che aveva verso il suo Maestro » (ivi, fol. 171).

Le carte dunque, ch' ebbe sott' occhio il Grandi a esaminare, e che ci son tuttavia rimaste raccolte nel Tomo VII della V parte dei Manoscritti di Galileo, contenevano proposizioni mutilate, informi e senz' ordine, parte scritte in latino, e parte in italiano: lemmi preparati, ma de' quali non appariva la diretta intenzione; pensieri sparsi, propositi di tentar cose nuove, espressi sentenziosamente in parole, o per via di semplici abbozzate figure. Difficile cavar di lì costrutto a un teorema perfetto, o pensiamo a un intero trattato. Supplì felicemente il Grandi, col suo valor matematico, alla dimostrazione di molti teoremi, nel Manoscritto solamente accennati, ma dove s' invoca l' esperienza a conforto della Geometria, non seppe ben comprendere il suo Autore, nè farne perciò rilevare quel che, sopra Galileo e il Marchetti, aveva di più nuovo e importante.

Si propone per esempio, fra gli altri, a risolvere questi problemi: « Cur lignum horizontale facilius inflectatur quam inclinatum, et de proportione diversarum inclinationum. — Cur prisma triangulare facilius inflectatur superficie deorsum spectante, quam angulo. — Non omne pondus, quod potest inflèctere lignum, potest quoque frangere: Lignum enim inflexum minus trahitur, quam horizontaliter distentus, cum ad angulum obtusum trahatur » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 38). Di così fatti quesiti e pensieri compilò il Grandi la sua LXXVIII proposizione (Alb. XIV, 67), che illustrò di considerazioni sue proprie, le quali egli dice darebbero campo « a molte particolari speculazioni, alle quali per ora non posso applicare » (ivi, pag. 68). Ma il Viviani, meglio che alle speculazioni, aveva pensato, nell' incertezza del caso, d'interpellar l' esperienza, accennata in queste due semplici figure 242 e 243, la prima delle quali s' illustra dalla nota seguente: « Sperimenta questo: cioè con che proporzione de' pesi A, B si faccia l' equilibrio della libbra o leva DE orizzontale » (MSS. Gal., P. V, T. VII, a tergo del fol. 24).

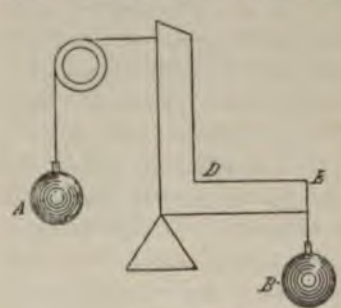


Figura 242

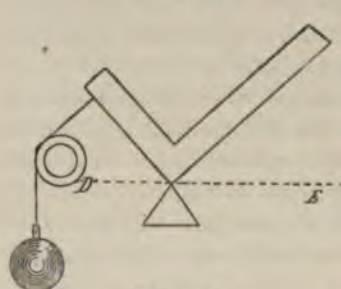


Figura 243

Perchè in questi, e in altri simili segni, di che son piene parecchie facce del Manoscritto, s' ascondeva come si disse l'originalità dei pensieri del Viviani, non sapendoli il Grandi interpetrare, veniva a perdere, nella difesa della sua causa, l' argomento migliore. Nè solo si mettevano così alla luce le medesime cose, ch' erano nel Marchetti, ma si lasciava ben assai più completo del nuovo apparire il libro di lui, che aveva le proposizioni del famoso solido parabolico mancante nella compilazione del Grandi. Mancano qui pure altre proposizioni,

per cui vengono a concludersi dietro un supposto alcuni fra i principali Teoremi. Tale sarebbe per esempio il LVII, che è del prisma parabolico d'ugual resistenza, e nella presente causa di massima importanza: Teorema però che qui non conclude, se non ammesso il non dimostrato che cioè i momenti de' pesi uguali, gravanti in varie parti fuori del mezzo un cilindro, sostenuto nelle sue estremità; stanno direttamente come i rettangoli delle distanze.

Non aveva il Viviani tralasciata questa dimostrazione: l'aveva anzi, come vedremo a suo luogo, resa generalissima in modo, da applicarsi per fondamento alle molte proposizioni del suo trattato, rimaste in aria nella compilazione del Grandi, la quale vien perciò notata di un difetto gravissimo, da cui va senza dubbio esente il Marchetti.

Fu un grande inganno di esso Grandi quel di credere che, nelle sole carte ritrovate dal Panzanini, consistesse tuttociò che delle Resistenze dei solidi aveva speculato il Viviani, e quell' inganno recò alla causa che difendeva gravissimo danno. Videro quelle ordinate speculazioni, nel 1718, in Firenze la luce, inserite nel III Tomo delle opere di Galileo, ma qual effetto ebbe l' intenzione di chi avea condotto il faticoso lavoro? Si veniva senza dubbio a purgare il Viviani dalla calunnia che fingesse di avere un trattato Delle resistenze, e che volesse pubblicarlo per impedire i progressi al Marchetti, ma chi leggeva alla II giornata di Galileo il nuovo commento non poteva non giudicarlo superfluo, dopo quello dello stesso Marchetti: e perchè le novità, per le quali si sarebbe potuto distinguer quello stesso commento, rimanevano nell' opera del Compilatore affogate o spente, inferior nell' ampiezza del soggetto, nella concisione delle dimostrazioni, e nell' ordine delle parti. Ma nell' animo del Grandi prevaleva il pensiero di sè, a quello che doveva aver del Viviani, e parve perciò che avesse presa principalmente quella fatica, per scagliar l' ultima pietra sulla tomba del suo nemico. L' atto, che sa d' empio, era mosso e guidato da quella irragionevolezza, che risulterà dall' esame delle controversie insorte fra i due Matematici professori nello studio di Pisa.

Fermo in quel pregiudizio, comune a tanti, che fosse Galileo infallibile oracolo di ogni verità matematica, non poteva patire il Grandi che si dicesse avere sbagliato il divino Uomo circa all' ugual resistenza del solido parabolico: ciò egli reputava una vera *calunnia*, di che volle agramente riprendere il Marchetti e il Blondel (Alb. XIV, 86), contrapponendo alla loro audacia l' esempio del Viviani, il quale con buona pace dimostrò che tutto il male si rimediava, ponendo il solido con la superfice parabolica in piano, piuttosto che eretta, come per inavvertenza doveva averla disegnata lo stesso Galileo.

I nostri Lettori, i quali hanno oramai i documenti in mano, sanno come si trovassero mirabilmente il Marchetti e il Blondel col Viviani concordi nel correggere quel trascorso: che se l' Autore *De resistentia solidorum* scrisse nella sua prefazione *Salviatus illic veri specie fuit deceptus*,

il Postillatore dell' edizione di Leida scrisse in margine, di rincontro alla proposizione formulata dallo stesso Salviati, *falsa*, dichiarandosi come si rendesse vera, cosiderata la figura in astratto e qual puramente geometrica, e conclucendo nel modo medesimo del Marchetti, come si vide, che l' errore di Galileo non in altro consisteva che nel volere applicare le proprietà di un solido senza peso alla travatura delle navi, per necessità naturale pesanti.

Anzi il Viviani, che in riconoscere gli sbagli del suo Maestro non credeva punto di calunniarlo, ebbe a notare parecchie altre proposizioni partecipanti la falsità medesima di quella famosa corretta dal Marchetti, di cui bene spesso si mostra più sottile e più libero censore. È notabile, fra gli altri esempii di così fatte censure, quella che liberamente egli esercitò intorno alla proposizione XIV, manifestamente falsa nel suo principio, e perciò nella sua conclusione. Dice ivi Galileo: « Questo DB (fig. 244) è un prisma (il Viviani vi aggiunge: *senza peso*) la cui resistenza all' essere spezzato nell' estremità AD, da una forza premente nel termine B, è tanto minore della resistenza, che si troverebbe nel luogo CI, quanto la lunghezza CB è minore della BA » (Alb. XIII, 137): che vuol dire avere le resistenze reciproca proporzione delle lunghezze, con falsità manifesta. Nè par credibile che Galileo non s' accorgesse dello sbaglio, perchè, segato dal piano DMB il prisma nel mezzo, dice più sotto che la resistenza AD sta alla resistenza CO, come il rettangolo AD sta al rettangolo CO. Se ora per questa medesima ragione le resistenze AD, CI debbono stare come i rettangoli son dunque esse resistenze insieme uguali, e dovrebbero esser perciò uguali altresì le lunghezze AB, CB: cosa tanto assurda, da far avveduto chiunque che sarebbe dovuto il ragionamento procedere in quest' altra maniera:

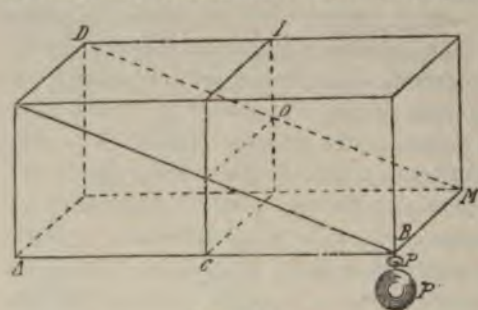


Figura 244

Applicati in B due pesi P . P′ la resistenza della sezione AD è uguale ad AB . P, ed è per somigliante ragione CB . P′ la resistenza della sezione CI. Ma perchè sono le due resistenze uguali, dunque P : P′ = CB : AB, e perciò stanno i pesi e non le resistenze, come Galileo diceva, in proporzione reciproca delle lunghezze.

Il Viviani insomma, così rettamente come dovevasi ragionando, notò in quella sua cartuccia, inserita fra la pag. 138 e 139 della edizione di Leida, riferendosi alla detta proposizione qual si legge nel testo: « È falsa così pronunziata: le resistenze del medesimo prisma o cilindro fitti nel muro, considerati senza peso, sono fra loro come i pesi attaccati alle estremità, che siano bastanti a spezzargli, i quali pesi hanno fra loro la proporzion reci-

proca delle lunghezze fuori del muro. Vera così: gli equivalenti la medesima resistenza assoluta (ossia i pesi assoluti da noi sopra significati con P . P') di un cilindro o prisma senza peso, fitti in un muro da diverse lunghezze, hanno proporzione reciproca delle lunghezze » (MSS. Gal., P. V, T. IX). E rendendo la galileiana proposizione anche più generale, avrebbe volentieri voluto sostituire, a quella falsa messa in bocca al Salviati, quest' altra più conforme col vero, così formulata: « I minimi pesi bastanti a pareggiar da diverse lunghezze la medesima resistenza della sezion verticale di un cilindro o prisma o altro qualunque solido, senza peso, fitto in un muro, sono fra loro in reciproca proporzione delle medesime lunghezze » (ivi).

È lecito di qui argomentare quanto fosse il Viviani docile a pigliare stupidamente contro le calunnie del Blondel e del Marchetti le difese di Galileo, ricorrendo allo strattagemma di riguardare il solido parabolico posato in piano. Si poteva la strana idea sopportare nel Grandi, infintanto che il teorema del Prisma parabolico, sostenuto dalle due parti, gli occorse a notare nel primo frettoloso esame del Manoscritto, separatamente dagli altri: ma quando attese di proposito e con pace a metter ordine a tutto il trattato, dalle relazioni che aveva quel teorema con altri simili ivi dimostrati si sarebbe dovuto avveder che il Viviani, tutt' altro che insorgere avverso, si trovava col Marchetti e col Blondel, per riuscir con loro a un termine, sulla dirittura del medesimo sentiero.

Hanno nel primo aspetto gl' incontri dei tre Autori qualche cosa di maraviglioso, ma è il Grandi stesso che ci toglie ogni maraviglia, avvertendo nella prefazione al suo libro *Della quadratura del circolo,* che in Matematica, a partire dai medesimi principii, chiunque retto ragiona non solo è facile ma è necessario s' incontri nelle medesime conclusioni. Ebbero il Blondel, il Viviani e il Marchetti comune lo studio sul Galileo, non fatto superficialmente e in fretta, come quel del Cartesio, il quale è curioso che, notando tante altre verità di errore, del solido parabolico di ugual resistenza convenisse con lo stesso Galileo che *verum est vere* (Epist. cit., P. II, pag. 243) ad eccezione di tutto il rimanente. I tre sopra commemorati videro invece, al medesimo chiaro lume della Geometria, ch' era falso, e, scorti dalla medesima infallibile guida a investigare la verità della cosa, non poterono non incontrarsi nella medesima conclusione, che cioè il solido parabolico pesante, tanto più resiste, quanto la forza lo preme più presso al vertice, in ragion dupla sesquialtera dei momenti dei pesi ai momenti delle resistenze.

Come procedessero d' ugual passo il Viviani e il Marchetti, in questa investigazione, già di sopra si vide: e si può con certezza argomentare che fossero queste stesse le vie tenute dal Blondel. Scopertosi ora non essere propriamente parabolica la figura del solido, che ugualmente resiste, era naturalissimo che si proponesse ai tre Autori, nel medesimo tempo, il quesito: qual altra dunque dovrebb' essere quella vera figura? E non poteva far altro la Geometria che rispondere: la ellittica, come di fatti dimostrò il Marchetti nella proposizione XXXIX del II libro, e il Viviani nella XCVI del suo trattato.

Ma la dimostrazione di ciò era facile vedere che si applicava a parecchi altri solidi « quae, cum nixa sint super extremitatibus, aequaliter resistunt ponderi, quod intra fulcimentum sit appensum » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 59), fra' quali solidi annovera lo stesso Viviani, in questo luogo citato, il Prisma parabolico, il Semicilindrico e base circolare, il Semicilindrico a base elittica, e le volte, che abbian per centina un semicerchio e una semiellisse, o due semiellissi di egual diametro orizzontale, e di diverso diametro perpendicolare.

Ecco dunque com' ebbe origine nel Viviani l' invenzion di quel prisma parabolico, che s' immaginò il Grandi essere stata fatta per servire appunto « a confutare la calunnia opposta al Galileo, prima da m. Blondello in Francia, e poi dal signor Marchetti in Italia » (Alb. XIV, 87): ecco quanto ridicolo apparisca lo stesso Grandi, quando ci descrive il Viviani, che si mette attorno a duplicare il Cuneo galileiano, e poi lo raddoppia di nuovo, *per maggiore stabilità e vaghezza!* (ivi, pag. 86). Ma, mentre il Valentuomo si trattiene in queste ridicolezze, e per mostrare la maggiore fecondità dell' ingegno del Viviani, sopra quel del Marchetti, ordina le varie proposizioni concernenti la varietà delle forme dei solidi di resistenze uguali; non s' avvede che manca ad esse proposizioni il fondamento, e che quello che vi si sottopone non è il loro proprio.

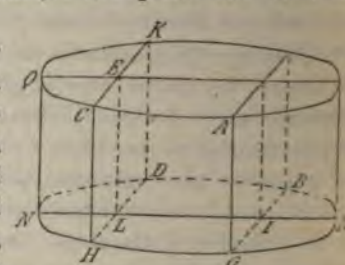


Figura 245

Le XCV, XCVI infatti, questa degli emicilindri di base circolare o di base ellittica (Alb. XIV, 87), quella del Prisma elittico QM (fig. 245), sostenuto alle sue estremità M, N (ivi, pag. 86), si concludono da tali due principii: che i pesi uguali pendenti da I, L stanno come i rettangoli MI . IN, ML . LN, e che i momenti delle resistenze delle sezioni AB . CD son proporzionali alle basi GB, HD. Come alla conclusione mancasse, negli ordinamenti del Grandi, quel primo fondamento, già lo dicemmo: ora è da soggiungere che il secondo ivi indicato non è il suo proprio. Per verificare infatti l'asserta proporzion dei momenti delle sezioni, s' indica la proposizione II: *I momenti delle resistenze, nelle sezioni dei solidi, le di cui basi siano disuguali ed eguali le altezze, sono come le medesime basi* (ivi, pag. 14), la qual proposizione prende valore dalla prima, che dice: *I momenti di resistenza della medesima sezione, o di sezioni uguali, sono tra di loro come le distanze del centro di gravità di esse dal sostegno* (ivi).

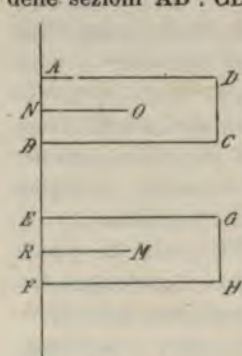


Figura 246

Il Grandi, invocando i principii della Leva, dice questa proposizion del Viviani evidente, e tale senza dubbio sarebbe, mentre che si trattasse delle resistenze respettive, perchè, avendosi le due sezioni AC, EH (fig. 246) con

le altezze AD, EG uguali, e con i centri di gravità in O, M, le leve favorevoli ON, MR producono momenti di forza uguali ad AB . AD . NO, EF . EG . RM; onde, chiamate R . R′ le resistenze delle dette sezioni, se ne conclude R : R′ = AB . AD . NO : EP . EG . RM = AB : EF.

Ma nelle sezioni AB, CD del Prisma parabolico, rappresentato nella figura 245, si tratta di resistenze assolute, dove non è perciò favore alcuno di Leva, e nonostante asserisce il Viviani anche di esse: « Momenta resistentiarum sectionum solidi, quarum bases sint inaequales, aequales vero altitudines, sunt inter se ut ipsae bases », avvertendo che ciò si avvera « in omnibus sectionum figuris, quarum centra gravitatis axes dividant in eadem ratione » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 56). Anzi la stessa proposizione I, che s'è riferita dianzi secondo la traduzione del Grandi, nell'originale è così formulata: « Momenta resistentiarum eiusdem sectionis, vel aequalium sectionum, sunt inter se ut distantiae centri gravitatis ipsarum a fulcimento » (ibid.), ed è nel Manoscritto illustrata da varie coppie di figure uguali, come di triangoli o di ellissi, ora posate sul sostegno con l'apice, ora con la base. Così, il momento della resistenza, nel triangolo ABC (fig. 247), sta al momento della resistenza, nel medesimo triangolo posto secondo DEF, come HG sta ad LF, distanza dei centri di gravità dal sostegno. Similmente, ne' rettangoli AC, EH (fig. 248), aventi le basi BC, DH uguali, i momenti stanno come i quadrati delle altezze AB, ED, e pure ne' rettangoli o ellissi o altro, aventi le altezze AC, ED uguali (fig. 249), i momenti delle resistenze stanno come le basi.

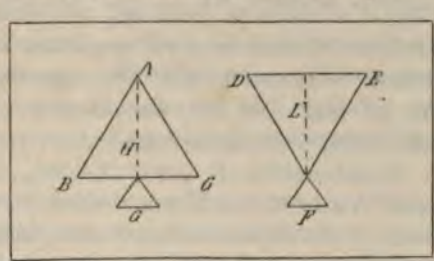


Figura 247

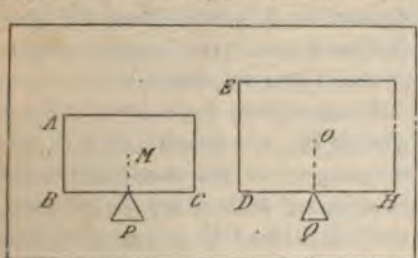


Figura 248

Queste, che noi col Grandi abbiam chiamate proposizioni, il Viviani le intitola *Lemmata universalia pro resistentiis* in servigio principalmente delle proposizioni concernenti i solidi di resistenze uguali. Essendo perciò di tanta importanza nel Trattato quei Lemmi, pensò bene l'Ordinatore di esso Trattato di supplire alle dimostrazioni, che non si trovan nel Manoscritto, ma non ebbe il pensiero nessun buono effetto, per le accennate ragioni del venir meno l'invocato favor della Leva nelle resistenze assolute delle varie disegnate sezioni, i centri di gravità delle quali battono a perpendicolo sul

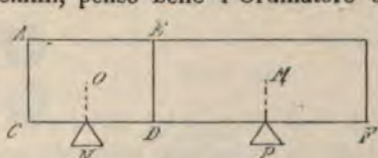


Figura 249

sostegno. Dovette dunque il Viviani, a confortare i suoi Lemmi, avere invocato un diverso principio, che non s'intenderebbe, senza attribuirlo all'animo preoccupato, come il Grandi non indovinasse esser quello dei momenti delle forze proporzionali alle velocità moltiplicate per i pesi.

Così, per esempio, nelle sopra disegnate figure triangolari 247, la resistenza è vinta, quando il centro di gravità è portato da H e da L in G e in F, fuori del sostegno, a che fare ci bisognan due forze, atte a movere il medesimo peso triangolare, l'una con la velocità HG, l'altra con la velocità LF; ond'è ch'esse forze saranno, come conclude il Viviani, proporzionali a queste due distanze. Similmente, nelle sezioni rettangolari di ugual base e di differente altezza, rappresentate dianzi nella figura 248, i momenti delle forze, che vincono le resitenze assolute, sono AB . BC . MP, ED . DH . OQ, e perciò, avendosi $MP = \frac{AB}{2}$, $OQ = \frac{ED}{2}$, torneranno i detti momenti proporzionali ai quadrati delle respettive altezze, e proporzionali alle basi torneranno nelle sezioni AD, EF, rappresentate nell'ultima figura 249, per essere gli spazi ON, MP, che misuran le velocità uguali, ambedue la metà delle altezze rettangolari uguali.

L'universalità di questi Lemmi, dal Viviani applicati ai solidi ugualmente resistenti, conduceva a concludere che infinite posson essere le varie figure di così fatti solidi, non che quelle tre, per le quali il Grandi (Risposta apol. cit., pag. 129) mena vanto di superiorità del suo Autore, sopra l'unico solido ellittico proposto dal Marchetti. S'annovera tra quelle tre figure il Cuneo triangolare, di che certo, essendo cosa di sì facile conseguenza, non avrebbe tenuto conto lo stesso Viviani. Sono di quella facilità indizio le due stesse varie maniere di dimostrare la proposizione, alle quali due maniere dell'Autore ne aggiunge il Grandi una terza, che non è pure da rassomigliar a quest'altra, quale può aversi per via diretta:

Sia il Cuneo triangolare AC (fig. 250), sporgente fuori del muro, ora quanto DO, ora quanto QD, e il peso G pareggi, col suo momento G . DO, la resistenza R della sezione AB, mentre l'altro peso H pareggia, col momento H . DQ, la resistenza R' della sezione FE. Considerando che, per via di uno de' Lemmi universali già dimostrati, le resistenze delle sezioni aventi uguali altezze stanno come le basi AI, NE, o come le lunghezze OD, QD, avremo $R : R' = G . DO : H . DQ = DO : DQ$ e perciò $G = H$.

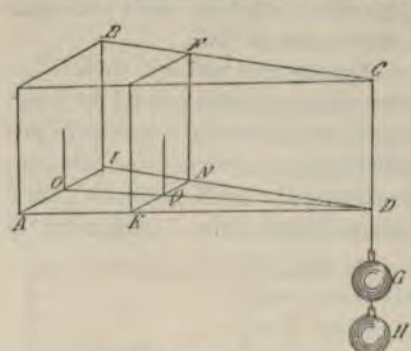


Figura 250

Il discorso lungo, fin qui da noi intrattenuto sulle controversie insorte fra i due Professori pisani, per decider delle ragioni del primato, e dei modi con cui si vollero, circa al solido

parabolico di ugual resistenza, riformare e promovere i teoremi di Galileo; ci ha portato a concludere che fossero d'ogni parte irragionovoli i giudizii del Grandi. Ma perchè l'odio divampa al largo con le sue fiamme voraci, ritroveremo una pari irragionevolezza, quando esso Grandi, non contento di avere accusato il Marchetti di plagio, passa a fare un sottile esame di altre varie proposizioni di lui, per voler notarle vergognosamente di errore.

Nel II capitolo della I parte della *Risposta apologetica* l'Autore, per togliere al Marchetti il vanto di aver egli il primo dimostrata la composizion dei momenti, cita la proposizione VI del dialogo II, e dice che ivi Galileo « suppone evidentemente la ragione de' momenti composta di quella dei pesi e delle lunghezze onde dipendono, e se ne serve al proposito della resistenza dei solidi: sebbene egli ne deduce una conclusione alquanto diversa da quella del signor Marchetti, il quale, esaminando lo stesso soggetto nella proposizione XI del I libro Della resistenza dei solidi, mostra che la ragion de' momenti ne' solidi simili è *duplicata* di quella delle resistenze, quando il Galileo l'ha detta di sopra *sesquialtera*, verificandosi però in diverso senso l'una e l'altra proposizione, come si può supporre, da che in questo particolare non ha preteso il mio dottissimo Avversario di corregger sbaglio veruno nel Galileo » (pag. 37, 38).

Qui però sembra strano che un'assoluta verità matematica abbia ad accomodarsi a diverso senso, e giacchè ambedue gli Autori accolgono le medesime ipotesi, e muovono dai medesimi principii, si vedeva impossibile che una proporzione fosse tutto insieme sesquialtera e duplicata. Certi dunque che doveva la verità essere o da una parte o dell'altra, e scevri dai pregiudizii del Grandi, e di tanti altri insieme con lui, che una conclusione sia vera perchè Galileo l'ha dimostrata; abbiamo voluto meglio esaminare la cosa, e ci pare aver trovato che la ragione sia dalla parte del Marchetti, il quale avrebbe potuto perciò a tutto diritto correggere in Galileo un altro sbaglio, meno assai perdonabile del primo.

Siano i due cilindri simili AB, CD (fig. 251): Galileo dice, nella sua VI proposizione, che i loro momenti « hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle loro basi » (Alb. XIII, 123) e il Marchetti invece formula la sua XI proposizione: « Solidorum inter se similium momenta ponderum in duplicata sunt proportione resistentiarum » (pag. 10). Chiamati C, C′ i due detti cilindri, e M.° C, M.° C′ i loro momenti, convengono ambedue gli Autori nello stabilire l'equazione (A) M.° C : M.° C′ = C . AB : C′. CD. Ma perchè C, C′ stanno come i cubi dei diametri D, D′ delle basi o delle altezze proporzionali, Galileo ha per prima conclusione (B) M.° C : M.° C′ = $D^3 : D'^3$, e il Marchetti (C) M.° C : M.° C′ = $AB^4 : CD^4 = D^4 : D'^4$, d'onde nasce la diversità della conclusione finale, perchè chiamate R, R′ le

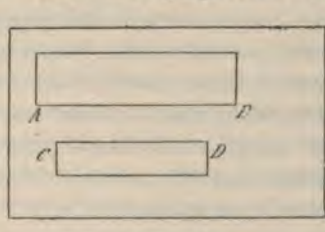


Figura 251

resistenze, essendo pure per ambedue gli Autori (D) $R : R' = D^2 : D'^2$, cubando questa, e quadrando la (B), si ottiene $M.^o C^2 : M.^o C'^2 = R^3 : R'^3$, ossia $M.^o C : M.^o C' = R^{\frac{3}{2}} : R'^{\frac{3}{2}}$, che è la ragione sesquialtera di Galileo: mentre la (D) quadrata, e la (C) danno $M.^o C : M.^o C' = R^2 : R'^2$, che è la ragion duplicata del Marchetti.

Or perchè tutta la question si riduce a saper se AB è uguale a CD, per cui si possano le due quantità eliminare dalla seconda ragione di (A), o se sono diverse, per cui debbano rimaner nella (C) come fattori, chiunque abbia meno scienza del Grandi, ma miglior senso comune, senza mezzi termini, decide esser vera la proposizion del Marchetti, e falsa addirittura quella di Galileo. « La forza della leva AB, egli dice, è eguale alla forza della leva CD, e questo perchè la lunghezza AB, al semidiametro della base B, ha la medesima proporzione, per la similitudine dei cilindri, che la lunghezza CD al semidiametro della base D » (Alb. XIII, 123, 24); nè s'avvedeva il grand' Uomo che, mentre nelle similitudini de' cilindri la ragione è diretta, nella forza della leva è inversa, e che AB, e CD nella (A) non rappresentano le leve, ma le semplici lunghezze delle leve, le quali perciò non compongono da sè sole i momenti delle forze.

Erano state già da noi fatte e scritte queste avvertenze, quando, tornando a svolgere, nel T. IX della P. V dei Manoscritti di Galileo, le postille del Viviani al secondo dialogo delle Nuove scienze, fu trattenuta la nostra attenzione sopra un foglietto, in testa al quale il Postillatore stesso scriveva: *Propos. VI del Galileo generalmente e diversamente enunciata, per esser quella non vera.*

Il più autorevole giudice che si potesse desiderare aveva dato dunque sentenza contro Galileo, e aveva già deciso a favor del Marchetti, togliendo insieme ogni refugio a quei dissennati, i quali non dubitavano di sacrificare all' amore del vero la vana gloria di un uomo. Dicevano costoro, e si ripeteva dal Grandi, ch' era possibile salvar la VI proposizione di Galileo da ogni nota di errore, intendendo delle *resistenze assolute* quel che ivi si dice dei momenti, ma il Viviani soggiunge che non verrebbesi a togliere la falsità, nemmeno così benignamente interpetrando la detta proposizione, la quale può solo esser vera a quel modo, che dal Marchetti fu poi pronunziata. « E per chi dubitasse, dice nella sua postilla il Viviani, che l'enunziazione del Galileo si dovesse intendere così: cioè che i momenti gravanti dei cilindri simili hanno proporzion sesquialtera di quella, che hanno le resistenze assolute però, e non i momenti loro resistenti; pur si prova che, volendo paragonare il rispetto dei momenti gravanti con quello delle resistenze assolute, l'enunziazione sia profferita diversamente così, cioè: *I momenti gravanti dei solidi simili son fra loro in doppia proporzione delle resistenze assolute delle basi.* »

L'esser proceduto a diritto il Marchetti, senza fare nè queste osservazioni nè questi confronti, rivela nell'animo di lui riverenza molto maggiore di quella, che non mostrasse di avere in sè il Grandi, che, riprensore così

zelante dei calunniatori del divino Uomo, non ebbe poi scrupolo di mettersi nel numero di loro, quando vide aver di lì meglio libero il braccio, per avventare al nemico le saette avvelenate. S' argomenta e si prova ciò dal modo che tenne in censurare la II proposizione del libro II *De resistentia solidorum*, e le molte altre dipendenti da lei, tutte dal Grandi allo stesso modo notate di false, perchè fondate, egli dice, sul falso supposto, « cioè che la resistenza d' un solido prismatico fitto nel muro, alla resistenza nel mezzo di esso, in caso che retto sia dall' una o dall' altra parte, sia in ragion suddupla, cioè come uno sta a due » (Risposta apol. cit., pag. 118).

Ora è da osservar che il Marchetti divide, come Galileo, dietro le più antiche tradizioni aristoteliche, il suo trattato in due parti, alla seconda delle quali, che è de' solidi retti nelle due loro estremità, pone per fondamento il supposto dal medesimo Galileo, cioè « che il cilindro che, gravato dal proprio peso, sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, ovvero da due nelle estremità, potrà essere lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine » (Alb. XIII, 132).

Parve ai due Autori la cosa per sè tanto manifesta nelle note leggi degli equiponderanti, che non ci videro nessun bisogno di dimostrarla, e dall' altra parte non ritrovarono ragione alcuna di dubitare che, se per esempio il cilindro AB (fig. 252), confitto con la sua base A nel muro, e il cilindro BC, confittovi con la sua base C, resistono al proprio peso, non debbano altresì resistere attestati insieme i due cilindri in B (fig. 253), componenti un cilindro solo AC doppiamente lungo, non venendosi per questo avvicinamento a far altro, che a favorire anzi la virtù di resistere alla rottura, col contatto adesivo delle due superficie BE, e col reciproco appoggio delle testate.

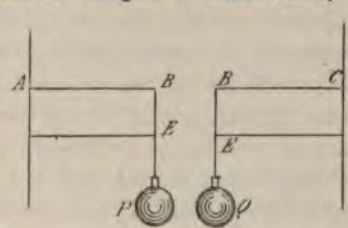


Figura 252

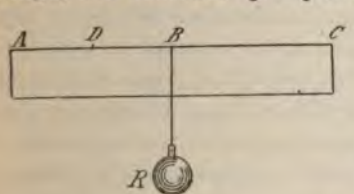


Figura 253

Incominciarono i dubbî a nascere, quando la chiarezza dei fatti venne a intorbidarsi agitata dalle speculazioni, imperocchè, considerati i cilindri AB, BC della figura 252 senza peso, e fatti rappresentare i momenti delle resistenze dai pesi uguali P, Q, operanti col favor delle leve uguali AB, BC; si domandava se attestati i due cilindri si dovevano i pesi P, Q unire insieme, o se bastava un solo di essi a rappresentare le parti congiunte: sarebbe lo stesso che domandare se in B, nella figura 253, le due linee BE, BE si son fuse in una, o se, per la semplice congiunzione, si mantengan distinte. E giacchè, considerate le gravità dei due cilindri AB, BC riunite nei loro centri, i pesi P, Q son la metà dei pesi di essi cilindri, si riduceva la domanda a sapere se il peso R,

pendente dal mezzo del cilindro doppio a rappresentarne la resistenza, sia uguale alla somma dei pesi P, Q, o ad uno di essi solo. Che se sia uguale alla somma, e la resistenza in B patisca perciò doppia violenza, non potrebbe esser vero il supposto di Galileo, se non a patto che il cilindro AC sia più sottile o più corto.

Fu il dubbio primo a nascere nella mente del Viviani, il quale si pose perciò innanzi a risolvere così il quesito: « Se il cilindro AB, nell'ultima figura 253, fitto nel muro, è bastante a spezzare in B, cioè a superare la resistenza B, col proprio peso e con la leva AB, aggiungendo dall'altra parte altrettanto cilindro BC, pare che la medesima resistenza B venga violentata da doppia forza, e che, per spezzarsi col sostegno in mezzo, voglia essere la metà più sottile, o di lunghezza media proporzionale tra AB e BD metà di AB » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 29).

Rimaste queste cose lungamente sepolte nei manoscritti, è notabile che entrasse nel medesimo filo delle speculazioni, sulla fine del secolo XVII, un celebre matematico francese, Filippo De-la-Hire, che nel suo *Traité de Mecanique* risolve con nostra gran meraviglia le questioni della Libbra, avuto riguardo ai pesi che tendono al centro della Terra, in quel modo che vedemmo averle già risolute il Torricelli nei manoscritti suoi sconosciuti. L'Accademico parigino dunque, trattando nella sua proposizione CXXVI *De la resistance des solides*, scrive così a proposito della proposizione XI di Galileo: « Il dit que ce cylindre doit se rompre de même, soit qu'il soit soutenu par son milieu, ou par ses extremitez: mais il n'a pas fait assez d'attention à ce qu'il a avancé, et s'il s'étoit donné la peine d'en suivre la démonstration jusqu'à la fin, il auroit trouvé que, dans sa supposition des liens, ce cylindre ne doit avoir que la moyenne proportionelle entre AB (nell'ultima nostra figura), et sa moitié DB » (A Paris 1695, pag. 483).

La dimostrazione si può, per brevità e per maggiore chiarezza, ridurre alla forma seguente: Sia il cilindro ABC sostenuto nel suo mezzo B, come si rappresenta nella figura ora citata: il momento della sua resistenza, chiamata B la base dello stesso cilindro, sarà B . AD . DB. Abbiasi poi un altro cilindro di ugual grossezza, e perciò di ugual base, ma talmente lungo che la metà sua EG (fig. 254) sia media proporzionale tra AD, DB: il momento della resistenza in E sarà uguale a B . EG . EG. Ma EG . EG, ossia EG^2, è per supposizione uguale ad AD . DB, dunque le due resistenze sono uguali.

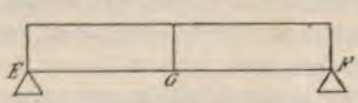


Figura 254

Dir che Galileo non si *donné la peine* di condurre alla sua final conclusione una dimostrazione così fondamentale, doveva secondo il Grandi parere un'altra calunnia: eppure, per offendere il Marchetti egli approva le censure del De-la-Hire, salutato ossequiosamente col nome di *profondissimo Geometra*, e con lui ripete « che, dall'essere un cilindro retto nel mezzo equilibrato con la sua resistenza, non doveva il Galileo inferire che il medesimo reggere si dovesse appoggiato a due sostegni nelle sue estremità, e

che piuttosto dovea dire che la lunghezza d'un cilindro, da reggersi sopra due sostegni, esser debba mezzana proporzionale tra quella lunghezza, che si può reggere pendente da un muro, e la doppia della medesima » (Risposta apol. cit., pag. 122): d'onde, contro il Marchetti, conclude che la resistenza di un solido prismatico fitto nel muro, alla resistenza nel mezzo di esso, non sta come uno a due, ma come uno a quattro, e che son perciò da correggere tutte le proposizioni *De resistentia solidorum,* dipendenti dalla seconda del secondo libro, col duplicare il conseguente delle proposizioni, ivi dall'Autore assegnate.

Rispondeva il Marchetti, per difendere sè dalle accuse e insieme anche Galileo, dimostrasse il suo Avversario perchè mai il peso B della figura 253 debba esser la somma dei due pesi P, Q pendenti nella precedente figura, e non piuttosto uguale a uno di essi solo, essendo che da un tal supposto non dimostrato pigli tutta la virtù di concludere la proposizion del De-la-Hire. E giacchè la dignità di Galileo vedeva essere così avvilita dal suo stesso Difensore zelante, egli è il Marchetti il primo che, cogliendone di qui l'occasione, pensi a salvarla dalle apparenti contradizioni.

Sui principii del primo dialogo delle Nuove Scienze leggesi descritto il fatto di una colonna di marmo che, posata presso la sua estremità sopra due pezzi di trave, si ruppe a sottoporle un terzo simile sostegno nel mezzo (Alb. XIII, 9). « Or dal successo, da Galileo raccontato, osserva il Marchetti, e dalla cagione dal medesimo assegnatane, pare che quel grand'Uomo si desse a credere che la resistenza di un medesimo cilindro, appoggiato nel mezzo ad un solo sostegno, sia minore della resistenza del medesimo appoggiato a due ne' suoi punti estremi, il che è poi tutto il contrario di quello che lo stesso Galileo afferma nella proposizione XI del secondo dialogo » (Discorso cit., pag. 59, 60).

Essendo questo insomma il principo, posto per fondamento alla Scienza delle resistenze dei solidi appoggiati su due sostegni, premeva troppo al Marchetti di confermarlo, almeno con l'autorità di Galileo, e perciò impiega l'ultima parte del suo *Discorso apologetico,* da pag. 58 a pag. 68, a provar che le teorie professate nel secondo dialogo non contradicono alle esperienze descritte nel primo, sì perchè le due travi, che facevano alla pesante colonna da sostegni, non essendo punti indivisibili non dovevano segnare le distanze precise dal mezzo; sì perchè, non essendo la colonna un cilindro perfetto, ma, come tutte le altre colonne materiali erette per i nostri edifizi, essendo sensibilmente più grossa da una parte che da un'altra, il centro di gravità non doveva riuscire appunto nel mezzo della figura, dove si dice esserle stato sottoposto quel terzo sostegno, per maggior sicurezza.

Quanto poi al principio, da cui s'informa la proposizion del De-la-Hire, con tanto ardore proseguita dal Grandi, faceva argutamente osservare esso Marchetti che il peso del cilindro EGF nella figura 254 « allora tutto si raccoglie ed esercita la sua energia sul proprio centro di gravità, quando pende in aria liberamente, senza esser retto da alcun sostegno, il che non succede

nel caso, nel quale il cilindro EGF è appoggiato ne' suoi estremi a due sostegni, i quali vengono a scemarli la metà del suo peso » (Discorso cit., pag. 56). Accusava perciò di falsi i modi di dimostrare del De-la-Hire e del Grandi, i quali, nel computare il momento della parte EG del cilindro, prendono per leva favorevole EG, mentre dovrebbe esser quella vera leva la distanza del centro di gravità di esso EG dal suo proprio sostegno. Così se ne concluderebbe che tutto il cilindro EF, appoggiato dalle sue estremità, è lungo e grosso quanto AC appoggiato solo nel mezzo, come lo rappresenta la figura 253, e come fu supposto da Galileo.

La forza di queste ragioni non poteva non essere presentita dal Grandi, il quale, trovandosi la mente già tentata dai dubbii, ne volle avere il giudizio del Leibniz. Rispondeva il celebre Matematico, letto il libro del Marchetti: « Haerebam in primis in eius demonstratione, quando accedebat ad solidum utrinque fultum. Sane, cum tunc ruptura alicubi fit in medio, contingit aliqua veluti extritio, quae non est obvia, cum solidum ex muro proiectum est, et rumpitur prope murum » (MSS. Cim., T. XXIX, fol. 287).

Questa osservazione consigliò forse il Grandi a tenere una via di mezzo, in risolvere la questione, dicendo che la proposizione del De-la-Hire è vera, quando il solido semplicemente si appoggia con le sue estremità sui sostegni. « Quando poi, soggiunge, i termini di un solido fossero immobilmente fitti in due pareti, ed impegnativi dentro, allora cresce il doppio di prima la resistenza di esso solido, perchè, dovendosi spezzare, dovrebbe rompersi ancora vicino ai due sostegni, le quali due frazioni equivalgono appunto alla rottura del mezzo, come mostra il p. Hosté, libro II, propos. LIX e LXII *Della costruzion dei vascelli,* d' onde in tal caso si verifica esattamente la proposizione del Galileo » (Risposta apol. cit., pag. 122, 23).

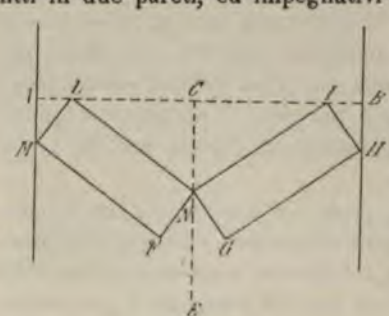


Figura 255

La proposizione LIX, che qui il Grandi cita dal II libro della *Theorie de la costruction des vaisseux* di Paolo Hosté, è così formulata: « Si le poids C (fig. 255), en faisant l'ouverture FNG, fait aussi les ouvertures AML, BHI, ces deus ouvertures prises ensemble vaudront autant que l'ouverture FNG » (A Lyon 1697, pag. 114): di che la dimostrazione è ovvia, dietro i primi elementi della Geometria, essendo l'angolo FNE = AML, come pure, per simili ragioni, l'angolo GNE = IHB.

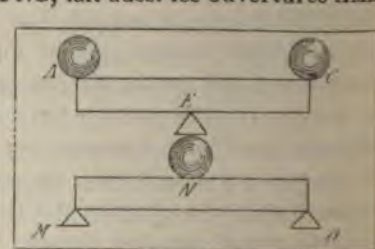


Figura 256

Questa LIX proposizione però dipende dalla XVII, che poteva forse il Grandi citare più opportunamente, perchè, date due travi, una AC (fig. 256),

appoggiata nel mezzo E, e gravata dai pesi A, C ne' suoi estremi; l'altra MO, perfettamente uguale alla AC, ma appoggiata dalle due parti M, O, e caricata nel mezzo dal peso N; dimostra l'Hosté « que la vitesse de la puissance N est moins grande que la vitesse des poids A, C » (ivi, pag. 101). E nel corollario alla seguente proposizione XVIII, nella quale dimostra che la velocità del peso N, sta alla velocità dei pesi A, C, come il coseno dell' angolo della metà dell' apertura sta al seno totale; osserva che, se l'apertura è infinitesima, o come diremmo volgarmente se la trave è semplicemente *incrinata*, il peso N sarà uguale alla somma dei pesi A, C. « Si on fait l'ouverture de la poutre infinement petite, la vitesse de la puissance N sera egale à la vitesse des poids A, C; c'est pourquoi la puissance N sera egale aux poids A, C » (ivi, pag. 102).

Così essendo, occorre ora a domandare se citasse opportunamente il Grandi queste proposizioni dell'Hosté a decider tra il De-la-Hire e il Marchetti la differenza, incominciata da un semplice dubbio del Viviani intorno alla proposizione XI di Galileo. È facile a rispondere che non può nel presente giudizio nulla valere l'autorità dell' Hosté, il quale ammette ipotesi e professa principii tutt' affatto diversi da quelli di Galileo, e perciò del De-la-Hire e del Marchetti. Lo fa avvertire l'Autore stesso nella prefazione a questo secondo libro, dove, dopo aver detto che il desiderio di fare accorti gli Stati di tante inutili spese, nel provvedere alla stabilità delle navi da guerra, gli avea fatto intraprendere la fatica di ricercar la teorica delle loro costruzioni; soggiunge di non aver ignorato che Galileo l'avea prevenuto, nel trattar l'argomento, « quoique les voyes que j'ai tenues soient tout a fait differentes » (ivi, pag. 94). La qual differenza apparisce notabile dalla proposizione XXV, in cui si dimostra che la scala dei momenti dei pesi uguali attaccati ad una libbra, sostenuta ne'suoi estremi, sta nel triangolo, mentre per Galileo sta nella parabola.

Al giudizio dunque del Matematico francese, male a proposito invocato dal Grandi, potremo sostituire quello del nostro italiano Mariano Fontana, il quale, avendo nel primo de' suoi tre libri *Della dinamica* preso ad esaminar sottilmente la proposizione del De-la-Hire, con la quale s'accorda *il celebre geometra Guidone Grandi*, sentenza che *questi s' ingannano senza dubbio, e che il Galileo ha ragione*. Gli argomenti da provar ciò si riducono principalmente a quelli, con i quali il Marchetti si studiava di salvare i principii ch' egli professava dalle fallacie de' due contradittori ora commemorati « l'errore dei quali, dice il Fontana, ha origine dalla supposizione, la quale essi fanno, che tutto il peso del prisma EF, nella nostra figura 254, sia riunito nel suo centro di gravità in G.... Ma, da quanto fu dimostrato di sopra, chiaro apparisce che non è permesso, nel presente caso, di supporre tutto il peso del prisma EF nel suo centro di gravità. I due segmenti EG, GF formano due sistemi, e questi sono in una vera opposizione l'uno contro l'altro. Quindi si può bene supporre che il peso di ciascun segmento sia nel suo centro di gravità, ma non già che i pesi dei due segmenti siano

riuniti nel centro di gravità del prisma.... Veramente è singolare che uomini forniti di tanto ingegno, e di così squisita dottrina, non vedessero che altro effetto dee fare il peso tutto riunito in G, ed il peso stesso distribuito nella lunghezza del prisma » (Pavia 1790, pag. 306, 7). Il qual discorso si può concluder col dire che, riducendo in G il centro, il prisma si considera come se dovesse rimanere intero, e non disposto alla rottura.

IV.

Risulta da tutto il precedente discorso il mal animo, e il perverso giudizio del Grandi verso il Marchetti, ma abbiamo voluto riserbare alla presente parte del nostro capitolo l'esame di un'altra accusa di plagio, perchè ci porge occasione a un argomento speciale, e importante in questa storia Delle resistenze.

L'Autore dunque *De quadratura circuli*, in quel luogo della sua prefazione, da noi altrove citato, incominciò maliziosamente dall'accennare al teorema meccanico de' momenti composti delle distanze e dei pesi: e perchè di ciò il Marchetti menava vanto come di una scoperta sua propria, egli al contrario, per attutirne la baldanza, citava un passo dalla *Scienza delle proporzioni*, dove il Viviani dichiara essere stato il detto teorema Dei momenti insegnato già, e messo in uso da Galileo, dal Cavalieri, dal Rocca e dal Torricelli. Poi soggiunge l'Autore di quella Prefazione, facendo vista di volere scusare il Marchetti: *cum tamen id citra ullam plagii suspicionem eventu facillimum suadeat obvia cuilibet ex primis vulgatisque Mechanicae principiis dictae propositionis deductio.* Ma il velo, tolto a queste parole da lui stesso, che con tant'arte ce lo aveva messo, mentre lo rende colpevole della più scaltra e più vile ipocrisia, viene a confermar sempre meglio l'irragionevolezza di quelle accuse, che vedemmo non aver provocate altro che l'odio.

Proponiamoci prima di tutto quel che scrisse il Viviani nella sua *Scienza universale delle proporzioni*, in quel luogo citato dal Grandi, cioè dopo la conclusione V che dice: *Quorumcumque gravium a quibuslibet distantiis suspensorum momenta sunt in ratione composita ex ratione distantiarum et ex ratione gravitatum.* » Questo teorema, ivi si legge, fu dimostrato dall'acutissimo matematico il padre Bonaventura Cavalieri, e da lui stampato nel 1647, alla proposizione VI della sua quinta *Esercitazione geometrica*, benchè di tal conclusione si fosse prima servito un tal Giovanni Antonio Rocca, insigne Geometra e discepolo di detto Padre, in un suo proprio lemma meccanico, il quale fu poi riferito dal Torricelli, in piè della proposizione XVIII delle sue *Quadrature della parabola*..... Ma però questa medesima conclusione molto prima era nota al nostro Galileo, come apparisce da quel suo teorema meccanico, nel trattato *Delle resistenze*, premesso come lemma al problema che propone: *Dato il peso massimo retto dal mezzo d'un ci-*

lindro o prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggiore di quello, trovare nel detto cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto come peso massimo: dove manifestamente si riconosce tal quinta conclusione, ed ancora il mezzo per dimostrarla » (Firenze 1674, pag. 8, 9).

Potrebb' essere che il Viviani s' inducesse a fare questi cenni storici del Teorema meccanico dei momenti, per levare ogni vana presunzione dall'animo del Marchetti: non apparisce da nessuna parte del suo discorso però che fosse propriamente questa la sua intenzione, della quale nonostante si fa interpetre il Grandi, per aver, nell' offendere il comune nemico, un ausiliario così potente. Il Marchetti, che sotto la pelle dell' agnello, della quale s' era coperto l'Autore della Quadratura del circolo, sapeva bene nascondersi l' arti insidiose del lupo, intese che Galileo, il Cavalieri e il Torricelli gli venivano proposti, per rinfacciargli la temerità di essersi appropriata un' invenzione, della quale si riconoscevano quelli per primi autori. E perchè si sentiva, per solo avere ignorata la storia, la coscienza franca intorno a ciò di ogni colpa volontaria, ne volle far pubblica confessione in modo, che, se non in ogni incidente, nel merito principale della causa però noi giudici imparziali abbiam dovuto riconoscerne l'innocenza. Affinchè poi la promessa imparzialità del giudizio apparisca sincera, e venga ad aver perciò sull' animo e nella mente dei nostri Lettori maggiore efficacia, vogliamo che le difese, prima di sentirle uscire dalla bocca dell' imputato, resultino in favore a lui dal diligente esame dei fatti.

E per cominciare da Galileo, la proposizione, nella quale da lui dice il Viviani essere invocato il Teorema dei momenti, è la XII, così formulata: « Se nella lunghezza d' un cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno tra di loro la medesima proporzione, che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi, contrariamente presi » (Alb. XIII, 135).

Proponiamoci la medesima figura galileiana, per noi la 257, nella quale A, B rappresentano i minimi pesi atti a rompere il cilindro AB in C, come E, F rappresentan pure i minimi pesi, per rompere in D: abbiamo, per la teoria della leva, $A : B = BC : AC$, $E : F = BD : AD$, le quali due equazioni danno per composizione ciascuna $A + B : B = BA : AC$; $E + F : F = BA : AD$; d'onde s' ha, permutando, $A + B : E + F = \frac{B}{F} : \frac{AC}{AD}$. Ma per le supposte cose, e per ragione del Vette « come la forza B alla F, così, dice Galileo, sta reciprocamente la linea DB alla BC » (ivi) e perciò, sostituendo nell' ultima $\frac{B}{F}$ il suo uguale $\frac{DB}{BC}$, si viene alla proposta conclusione $A + B : E + F = BD . AD : AC . BC$.

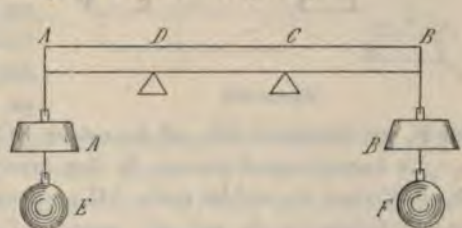


Figura 257

Diceva il Viviani, come dianzi udimmo, che in questo processo dimostrativo di Galileo si riconosce la conclusion dei momenti, *ed ancora il mezzo di dimostrarla*. E infatti, se per momento s'intende, com'esso Galileo nella *Scienza meccanica* insegna, *quell'impeto di andare al basso composto di gravità e di posizione* (Alb. XI, 90), i prodotti B . BC, F . BD rappresentano due momenti M°. B, M°. F uguali, perchè i due pesi B, F, operando colle distanze BC, BD, s'è supposto che producano effetti uguali. Abbiamo dunque M°. B : M°. F = B . BC : F . BD; equazione, che tiene in sè scritta la scoperta del Marchetti dei momenti proporzionali ai prodotti delle distanze e dei pesi.

Ma poteva il Marchetti rispondere che in Galileo si riconosce il Teorema ne' suoi principii, non però nella forma della conclusione, in dar la qual forma poteva tuttavia compiacersi l'Autor *De resistentia solidorum* di essere stato il primo. Or che avrebbero mai detto e fatto il Grandi e il Viviani, se avessero saputo che Galileo, anche in mettere in espressa forma la conclusione aveva prevenuto e superato il Marchetti? Nessuno par che fin qui abbia avuto notizia dei pochi rimasti fra que' fogli, dove il Salviati diceva di aver per ordine notati i teoremi e problemi attenenti alle Resistenze, e colui stesso, che gli raccolse nel Volume in cui noi gli abbiamo trovati, mettendo innanzi il foglietto che doveva venir dopo, poneva e sè, e chiunque avesse superficialmente svolte le dotte carte in grande difficoltà di ricavarne il costrutto. È tempo perciò che diamo ai nostri Lettori la già promessa sodisfazione, negata al Viviani, al Grandi e ai tanti altri Galileiani sviscerati, trascrivendo dall'autografo il Teorema famoso così formulato:

« *Ponderum, in Libra suspensorum, momenta habent rationem compositam ex ratione ipsorum ponderum, et ex ratione distantiarum.* — Pendeant pondera DE et F (fig. 258) ex distantiis AB, BC: dico momentum ponderis DE, ad momentum ponderis F, habere rationem compositam ex rationibus ponderis DE ad pendus F, et distantiae AB, ad distantiam BC » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 40).

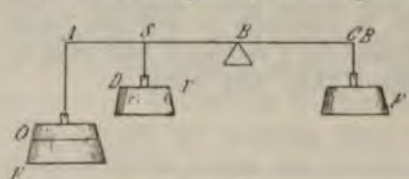


Figura 258

La dimostrazione muove da due principii: il primo dei quali è quello, che il Viviani riconobbe nella XII proposizione del II dialogo delle Scienze nuove, dichiarata da noi più sopra, e l'altro, che immediatamente deriva dalle proprietà del Vette, gli effetti del quale son proporzionali alle forze applicate nelle medesime, o in eguali distanze. Presa perciò del maggior peso DE tanta parte DO, che, avendosi per l'uno dei proposti principii F : OD = AB : BC, il momento di F sia uguale a quello di DO, avendosi per l'altro dei premessi principii M.° OD : M.° DE = OD : DE; se si ponga in questa equazione M.° OD = M.° F, e $OD = \frac{F . BC}{AB}$, si giunge alla conclusione M.° F : M.° DE = F . BC : DE . AB, alla quale pure giunge Galileo, mettendo in quest'altra forma il suo discorso:

« Ut enim AB ad BC, ita fiat pondus F ad pondus DO: cum ergo pondera F et DO habeant rationem distantiarum AB, BC permutatam, erit momentum ponderis F aequale momento ponderis DE. Cum igitur sint tria pondera utcumque ED, F et DO, erit ratio ponderis ED ad DO composita ex ratione ED ad F, et F ad DO. »

« Ut autem pondus ED ad pondus DO, ita momentum ED ad momentum DO: pendent enim ex eodem puncto. Igitur, cum momentum DO sit aequale momento F, ratio momenti ED, ad momentum F, erit composita ex ratione ponderis ED, ad pondus F, et ponderis F ad pondus DO. »

« Factum est autem pondus F, ad pondus DO, ut distantia AB ad distantiam BC; ergo patet momentum ponderis ED, ad momentum ponderis F habere rationem compositam ex rationibus ponderum ED, F, et distantiarum AB, BC » (ibid.).

Seguita un corollario, che serve per lemma a un'altra proposizione, nell'intender la quale s'aggiungerà nei nostri Lettori, alla maraviglia dell'aver Galileo lasciata indietro quella prima proposizione importante, la maraviglia dell'averne anche insieme lasciata una seconda, per sè, e per le sue applicazioni al trattato delle resistenze, assai bella.

« Quod si suspendatur, così dice quel corollario, ex puncto S (nella medesima fig. 258), facta distantia BS aequali distantiae BC, pondus T aequale ponderi F, erit eius momentum momento F aequale, et similiter ponderum ED et T momenta habebunt rationem compositam ex ponderibus ED, T, et ex distantiis AB, BS. »

« Sit modo cylindrus EGT (fig. 259), respondens Librae ABCD, utcumque sectum in SG: dico momentum totius cylindri pendentis ex C, ad momentum frusti EG pendentis ex B, esse ut rectangulus DCA, ad rectangulum DBA. »

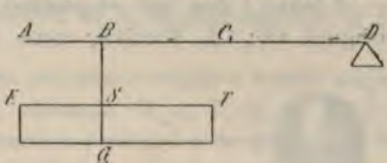


Figura 259

« Ex demonstratis enim momentum ponderis EGT, ad momentum ponderis EG, habet rationem compositam ex pondere EGT ad pondus EG, et distantiae CD ad distantiam DB. Pondus autem EGT, ad pondus EG, est ut linea AC ad AB; ergo momentum ponderis EGT, ad momentum ponderis GE, habet rationem compositam ex CD ad DB, et ex CA ad AB, quae est rectanguli DCA, ad rectangulum DBA » (ibid.).

Rimaste queste cose ne' Manoscritti sconosciute, non si poteva a tutto diritto negare al Marchetti il vanto di aver egli il primo esplicato, e premesso in forma al suo libro Delle resistenze il Teorema meccanico dei momenti: cosicchè o cessa, o viene ad essere infirmata quell'accusa di plagio, mossagli incontro dal Viviani e dal Grandi, per quello che s'appartiene a Galileo.

Quanto poi al Torricelli, è verissimo che, alla proposizione XVIII del secondo libro Delle quadrature della parabola, soggiungeva il Lemma, in cui

il Rocca servivasi per dimostrarlo di questo principio: che cioè, se sia data una linea retta ponderosa sostenuta in un punto, che la divida in due parti, il momento dell' una al momento dell' altra « habebit rationem compositam ex ratione magnitudinum, et ex ratione distantiarum » (Opera geom., P. II cit., pag. 77): ma nè dall' uno, nè dall' altro Autore però si dimostrava perchè dovesse aversi quella detta ragione. Anzi lo stesso Torricelli aveva dato al Marchetti, e a Giuseppe Vanni suo discepolo, come altrove accennammo, occasione di esser ripreso intorno alla seconda proposizione *De motu gravium*, nella quale si pronunzia che il momento del grave scendente per l' un piano inclinato sta al momento del discendente per l' altro, *ut moles ad molem* (ibid., P. I, pag. 100), mentre la ragion vera di essi momenti è composta dei pesi assoluti, e delle distanze.

Benchè quella seconda torricelliana proposizione sia vera, e si possano in qualche modo salvare i principii di mezzo, ivi invocati per dimostrarla, è però un fatto notabilissimo che il Torricelli, in due teoremi lasciatici manoscritti, mostrò di esser davvero scorso in quegli errori, pubblicamente notati nella meccanica Esercitazione del Vanni.

È il primo dei due detti Teoremi proposto dall'Autore in questa forma: « Se due pesi di diversa gravità in specie, ma di mole eguali, saranno posti a distanze disuguali dal centro, il peso assoluto del primo, al peso assoluto del secondo, averà la proporzione composta della proporzione, che ha la gravità in specie del primo alla gravità in specie del secondo, e della proporzione, che ha la distanza del primo alla distanza del secondo dal centro. »

« Siano i due pesi *ut ponitur* L, O (fig. 260) il centro C, e le distanze disuguali OC, CL. Facciasi, come la gravità del primo O, alla gravità del secondo L; così la linea A alla B; e, come la distanza del primo, alla distanza del secondo, così la linea B alla D: dico che il peso assoluto di O, all' assoluto di L, è come la linea A alla D. » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, fol. 77).

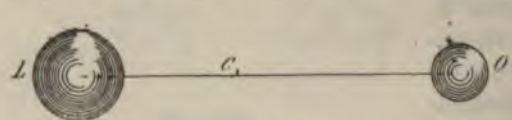


Figura 260

Per rendere, in poche parole e più chiara, la dimostrazion dell'Autore, chiaminsi G . O, G . L le gravità dei due pesi, e D . O, D . L le loro distanze: abbiamo, secondo il supposto, G . O : G . L = A : B; D . O : D . L = B : D. Moltiplicando termine per termine fra loro queste due proporzioni, o poi eliminando la quantità B dalla seconda ragione, se ne conclude immediatamente G . O × D . O : G . L × D . L = A : D.

Ora, è di qui manifesto che, essendo per la fatta supposizione le moli, ossia i volumi uguali, questa prima scritta ragione rappresenta la composizion dei momenti, e son perciò essi momenti che stanno come A a D, e non i pesi assoluti, come diceva il Torricelli.

L' errore, incredibile in tanto Uomo e in tanto facile argomento, fu no-

tato già dal Viviani, quando, nel raccogliere anche queste fra le altre torricelliane proposizioni, rimaste senz' ordine e senza forma nei manoscritti; la metteva per la X nel trattato, ch' egli aveva preso a compilare *De molu ac momentis*, avvertendo ch' era stata da lui « fatta latina, e corretta col mutare per tutto le parole *peso assoluto*, dicendo *momento*, ed aggiungendo alla parola *gravità* sempre *in specie*, perchè, se in luogo di momento dicesse peso assoluto, ed in luogo di gravità in specie dicesse solamente gravità, tutta la proposizione e dimostrazione è falsa » (ivi, fol. 95). Onde a renderla vera il Viviani stesso intendeva così di proporla: « Si duo pondera diversae gravitatis in specie, sed aequalium molium, appensa fuerint in aequalibus a centro distantiis, momentum primi ponderis, ad momentum secundi, habebit rationem compositam ex ratione gravitatis in specie primi, ad gravitatem in specie secundi, et ex proportione distantiae primi, ad distantiam secundi » (ivi).

L' altro Teorema, soggiunto nel manoscritto del Torricelli a dimostrare la ragion dei momenti, da qualunque distanza pendano i gravi, e qualunque sia la loro gravità specifica, e il loro volume; vien proposto dall'Autore in questa forma: « Se saranno due solidi di gravità diversa in specie, di mole disuguali, posti in distanze disuguali dal centro, e se si farà come la gravità del primo, alla gravità del secondo, così l' A al B, e come la mole del primo, alla mole del secondo, così B al C, e come la distanza del primo, alla distanza del secondo, così C al D; averà il peso assoluto del primo, al peso assoluto del secondo, la proporzione che ha l' A al D. »

« Sia il primo A, il secondo B, il centro C; e siano le linee D, E, F, G, come si suppone: dico che il peso assoluto di A, al peso assoluto di B, è come D a G » (ivi, fol. 77).

È facile scoprire anche in questo un errore simile a quello scoperto nel Teorema precedente, imperocchè, chiamate $G.A$, $V.A$, $D.A$; $G.B$, $V.B$, $D.B$, le gravità in specie, le moli o i volumi e le distanze di A e di B, si hanno le tre equazioni $G.A : G.B = D : E$; $V.A : V.B = E : F$; $D.A : D.B = F : G$, le quali moltiplicate insieme, ed eliminato il comun prodotto $E \times F$ nella seconda ragione, concludono $G.A \times V.A \times D.A : G.B \times V.B \times D.B = D : G$. Ora, perchè $G.A \times V.A$, $G.B \times V.B$ sono uguali ai pesi assoluti di A e di B, è manifesta la falsità della proposta torricelliana, e come essi pesi assoluti, non semplicemente, ma moltiplicati per le distanze, ossia i loro momenti, abbiano come D a G le loro ragioni.

Il Viviani perciò, che raccolse anche questa seconda proposizione, per metterla in ordine la XI nel trattato torricelliano *De motu ac momentis*, notava in margine al suo manoscritto di averla « fatta latina, corretta come la passata, perchè era falsa al modo scritto dall' Autore » (ivi, fol. 96), onde egli avrebbe voluto renderla alla verità, pronunziandola in quest' altra maniera: « Si fuerint duo solida A, B, diversae gravitatis in specie et inaequalium molium, ex inaequalibus a centro C distantiis appensa, et fiat ut

gravitas specifica primi A, ad specificam secundi B, ita linea D ad E, et, ut distantia primi ad distantiam secundi, ita E ad F, et, ut moles primi A, ad molem secundi B, ita F ad G; erit momentum primi, ad momentum secundi, ut D ad G » (ivi).

Insufficientemente dunque il Rocca, e male a proposito il Torricelli si citavano quali premostratori del Teorema dei momenti, cosicchè non restava altro che il Cavalieri a dar valore all' argomento del Grandi. Nella V Esercitazione geometrica si può dir che veramente apparisca, così, nella sua più espressa e più ordinata forma, il Teorema, che dovea levar tanto romore: « Quorumcumque gravium, a quibus libet distantiis suspensorum, momenta sunt in ratione composita ex ratione distantiarum, et gravitatum » (Bononiae 1647, pag. 336). L'Autore premette, a dimostrar questa, due altre proposizioni, la prima delle quali facilmente conclude, dalle proprietà del Vette, ch' essendo uguali le distanze, i momenti son proporzionali ai pesi; e la seconda, ch' essendo uguali i pesi, i momenti son proporzionali alle distanze.

Ciò premesso, abbiansi, dice il Cavalieri, due pesi E, D (fig. 261) applicati nelle estremità della Libbra CB, sostenuta in A. Prendasi un terzo peso F, uguale ad E, e si sospenda in G, a una distanza AG uguale ad AB: avremo per la prima M.° F : M.° D = F : D, e per la seconda, M.° E : M.° F = AC : AG. Moltiplicate queste due equazioni, eliminato M.° F da ciascun termine della prima ragione, e ad AG sostituito AB, ad F, E; si giunge in ultimo ad avere M.° E : M.° D = CA . E : AB . D, nella quale concludesi l'intenzione del Cavalieri, da lui stesso così espressa: « Momentum E, ad momentum D, est in ratione composita ex ratione CA ad AB, et ex ratione gravitatis E, ad gravitatem D » (ibid.).

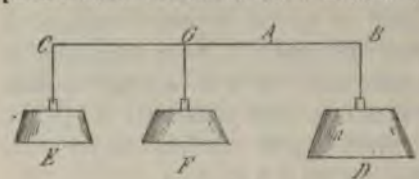


Figura 261

Rispose il Marchetti, in sentirsi indicare questa dimostrazione, pubblicata da un Matematico tanto celebre ventidue anni prima della sua, che il metodo però era diverso, e che non aveva allora veduto il libro del Cavalieri (Lettera cit., pag. 20). Il Grandi gli rinfacciò ch' ei l' aveva *esistente nella sua libreria* (Risposta cit., pag. 31), nè valse il rispondere che non tutti si leggono i libri, che s' hanno per i palchetti, perch' esso Grandi negasse fede a quelle buone ragioni.

Ora, il nostro giudizio è alquanto diverso, e, se il Marchetti confessò ingenuamente di non aver lette le Esercitazioni geometriche, crediamo dicesse la verità, confortata dall' esempio di certi altri fatti, ricorsi indietro in questa nostra Storia. Si rammemoreranno i Lettori di ciò, che dicemmo nel II capitolo baricentrico, a proposito del teorema del Guldino, rimasto ignoto al Borelli e al Viviani, benchè avesse fatta pubblica e si battagliera comparsa nella III Esercitazione del Cavalieri. Com' è dunque certo che il Borelli e il Viviani non avevano letto il libro nel 1656; così può credersi che non l' avesse letto il Marchetti, seguitando l' esempio de' suoi maggiori,

i quali, male insinuati da Galileo, non facevano troppo buon viso all'Autore della Geometria degl' indivisibili.

Comunque sia, venivano i fatti a decidere la controversia del primato, e perciò il Marchetti, il quale sentivasi forse, meglio che dal suo Avversario, rimproverare dalla propria coscienza la vanagloria dell'aver descritta innanzi al suo libro la mirabile invenzione occorsagli del meccanico Teorema; si volse a dire « che non del detto Teorema, per sè medesimo considerato feci io gran caso, nè della sua invenzione e dimostrazione sperai gran lode, ma bensì dell'avere io avvertito quanto egli a maraviglia giovar potevami a dimostrar brevemente e facilmente, non solo tante mie nuove proposizioni intorno alla resistenza dei corpi duri, ma eziandio quelle stesse, le quali con altro mezzo, e con assai maggior lunghezza e difficoltà, aveva già dimostrate il gran Galileo » (Lettera cit., pag. 22).

Il Grandi, che, a confettar d'aloe sulla lingua del suo avversario anche quest'ultima compiacenza, non aveva materia, e di quella che poteva avere non seppe far uso, contrappose insipide ragioni, riducendosi, per confrontar la lunghezza e la brevità, infino a contar le linee spese nelle dimostrazioni dai due Autori. Che se avesse ricercato, o si fosse saputo prevalere degli argomenti, avrebbe potuto provar contro il Marchetti che, anche prima di lui, il Torricelli e il Viviani, e anzi il medesimo Galileo, in certi fogli smarriti, avevano promossa la nuova Scienza istituita nel II dialogo delle Scienze nuove, applicandovi il Teorema dei momenti. Noi, per render di così belle, e così importanti notizie rifiorita la nostra Storia, faremo quello che avrebbe dovuto fare lo stesso Grandi, incominciando dal riferire un Teorema sconosciuto al pubblico, dove il Torricelli promoveva le dottrine della proposizione XII galileiana.

È questa proposizione, come altre volte s'è detto, il fondamento alla parte seconda del Trattato, che è delle resistenze dei solidi, appoggiati nelle loro estremità a due sostegni: e benchè nella figura, che nella nostra 262 ritorna sott'occhio, e nella dichiarazione di Galileo non apparisca tale, è pur assai facile ridurvela, essendo manifesto che rimangono le proposte condizioni inalterate, mettendo in A, B i sostegni, e facendo da D, C pendere due pesi uguali alla somma di A, B, e di E, F. Intese la detta proposizione XII così trasformata il Torricelli, quando scrisse: « Il Galileo mostra che preso il punto A (fig. 263) nel mezzo, ed il B nò nel mezzo, la resistenza in A, alla resistenza in B, sia come reciprocamente il rettangolo CBD al rettangolo CAD. »

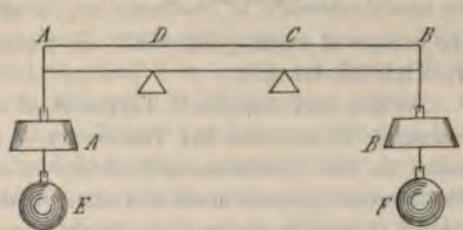


Figura 262

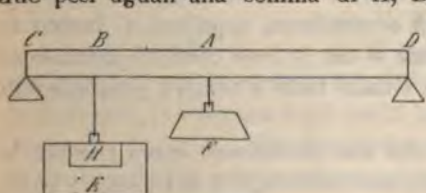


Figura 263

« E stante questo, immediatamente soggiunge, sia attaccato in A il peso F, e sia tale che basti per romper l'asta, cioè sia uguale alla resistenza, che essa ha in A. Sia poi un altro peso H, uguale all'F, ma attaccato in B: dico che il momento del peso F, al momento di H, sta come il rettangolo CAD al rettangolo CBD. »

« Intendasi il peso E tale, che sia uguale alla resistenza dell'asta in B: perciocchè per momento qui intendiamo la proporzione, che ha l'attività o forza del peso attaccato verso la resistenza dell'asta; averanno dunque li pesi E ed F, ne' siti loro, egual momento e virtù verso l'asta. »

« Ora, perchè E ed H sono nello stesso sito, sarà il momento E, al momento H, come la mole E alla mole H; cioè la mole E alla mole F; cioè la resistenza di B alla resistenza di A; cioè il rettangolo, per Galileo, CAD al rettangolo GBD. È dunque vero che il momento E, cioè il momento F uguale, ha la medesima proporzione al momento H, che ha il rettangolo CAD al rettangolo CBD. »

« Intendansi ora due altri pesi uguali fra loro I ed L (fig. 264), e si attacchino dai punti A, B. È chiaro che il momento F, al momento I, per essere nel medesimo sito, sta come la mole alla mole, ossia, come il momento H al momento L. Adunque, permutando, come il momento F al momento H, così il momento I al momento L. *Vel sic melius:* momentum I ad F est ut moles ad molem. Ergo, permutando, momentum I, ad momentum L, ut momentum F ad H; nempe ut rectangulus CAD ad rectangulum CBD. » (MSS. Gal. Disc, T. XXXVII, fol. 65).

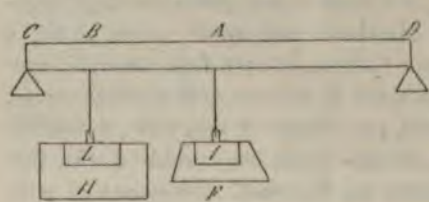


Figura 264

Veniva così dunque il Torricelli ad arricchire la Scienza galileiana delle resistenze di un altro bel Teorema, cioè che i momenti dei pesi uguali, prementi un'asta sostenuta agli estremi in varii punti della sua lunghezza, son direttamente proporzionali ai rettangoli descritti con le distanze dai due sostegni. Comunicò, come tutte le altre speculazioni, anche questa al suo giovane amico e discepolo in Roma Michelangiolo Ricci, il quale,, eccitato così dagli esempii del Maestro a speculare su quel medesimo argomento offertogli dalla proposizione XII di Galileo, s'accorse che il problema proposto nella seguente XIII, e per risolvere il quale Galileo stesso era ricorso al semicerchio, si scioglieva con mirabile facilità e speditezza, applicandovi invece la parabola, notissima proprietà della quale è che le linee condotte parallele al diametro segan la base in modo, da riuscir tutte e sempre proporzionali ai rettangoli costruiti sulle sezioni.

A dimostrar perciò al Torricelli che non infruttuose erano riuscite le sue premure, e non inefficaci gli esempii, così scrivevagli il dì 18 Luglio 1643, lo stesso Ricci, in una lettera da Roma: « E poichè vedo che V. S. è così

proprizio al mio profitto, non voglia gravarsi di leggere la infrascritta dimostrazione, la quale, quando mi venga approvata da V. S., mi renderò sicuro, non solo della bontà della dimostrazione, ma assieme d'aver ben capita la materia delle resistenze del Galileo, intorno alla quale versa. »

« Sia dato il prisma o cilindro AB (fig. 265), nel quale, preso ad arbitrio il punto E, sia quivi sostenuto il peso L come peso massimo. Dato poi un altro peso G, si cerca di trovare nel prisma AB il luogo, dove il peso G sia retto come peso massimo. »

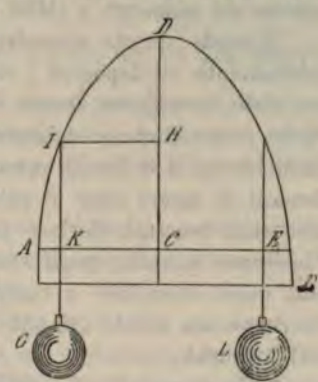


Figura 265

« Sulla lunghezza AB s'intenda descritta la parabola ADB, il cui diametro DC, e ad esso sia parallela la FE. Si faccia, come il peso G al peso L, così la retta EF alla parte HC del diametro DC, e dal punto H si tiri la HI parallela alla BA, e dal punto I la KI parallela al diametro DC: dico il punto K essere il punto cercato, perchè il peso G al peso L si è fatto come la FE alla HC, ovvero KI, cioè, come il rettangolo BEA al rettangolo AKB; cioè, come la resistenza in K, alla resistenza in E. Dunque, permutando, il peso G, alla resistenza in K, ha la proporzione del peso L alla resistenza in E, che sono uguali per il supposto, e però il peso G sarà sostenuto in K come peso massimo. Il che ecc. » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 11, 12).

Il Torricelli, non solo approvò la proposizione del Ricci, ma ebbe a ringraziarlo come colui, ch'era venuto con quella sua parabola a rivelargli un'altra cosa bellissima, da mettersi per corollario al Teorema dianzi riferito, cioè che i momenti dei pesi uguali prementi l'asta, o, come il Viviani incominciò a dire, la *Scala* di essi momenti è in una parabola, che insiste come su base sulla lunghezza stessa dell'asta. Gli passò di qui l'agile pensiero a quell'altra parabola, che Galileo diceva esser descritta da una catena che faccia saccaia, e si compiacque di aver avuto a ritrovare in quel suo Teorema, e nel corollario suggeritogli dal Ricci, la dimostrazione desiderata.

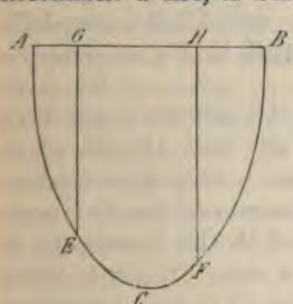


Figura 266

Sia la catena ACB (fig. 266): pensò il Torricelli che ciascuno anello di lei, come per esempio E, F, fossero ivi scesi, trasportativi dai punti G, H con forze, misurate dai pesi di essi anelli moltiplicati per le velocità GE, HF: cosicchè, chiamate F, F' cotali forze, e P il peso, in ciascuno degli anelli uguale, fosse $F = P . GE$, $F' = P . HF$, ossia $F : F' = GE : HF$. Ma perchè sono queste forze evidentemente uguali ai momenti, ch'eserciterebbero gli stessi anelli, se si considerassero come infilati nella linea AB; e stanno, per il dimostrato Teorema, essi momenti come

i rettangoli AGB, AHB; dunque F : F′ = AGB : AHB, e perciò AGB : AHB = GE : HF. Dunque la linea curva AECFB, in che disponesi la catena, è veramente, come Galileo diceva, una parabola. Tale è l'esplicato discorso, che si condensa dal Torricelli in questa sua Nota: « Funis, seu catenula ACB pendens, parabolam format, quia unaquaeque portio pendens descendit pro ratione sui momenti » (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, fol. 81).

Rimaste queste speculazioni lungo tempo sepolte nella cassetta, dove gelosamente si deposero i manoscritti del Torricelli, il Viviani, a cui non era stato consegnato ancora il deposito prezioso, era per sè medesimo (non punto meno studioso de' dialoghi di Galileo, di quel che si fossero il Torricelli stesso e il Ricci) entrato in quel medesimo filo di speculazioni, e, credendosi di essere stato il primo, era per altre vie riuscito a dimostrare i medesimi teoremi. Scrisse perciò in fronte a una sua carta questo titolo: *Theorema a nullo, quod sciam, demonstratum comprehendens illud quoque, quod ostenditur a Galileo, ad fac. 136, secundi dialogi De resistentia corporum solidorum* (MSS. Gal., T. CXVII, fol. 22). Il Teorema poi è così formulato:

« Sia il peso D (fig. 267) appeso al mezzo C della leva AB, sostenuta negli estremi A, B, ed egual peso E penda dal punto F, fuori del mezzo di AB: dico che il momento di D in C, al momento di E in F, sta omologamente come il rettangolo ACB al retrangolo AFB » (ivi). La dimostrazione è molto elaborata, coll' intenzione di renderla comprensiva della XII di Galileo, della quale vedemmo come il Torricelli invece avesse fatta la sua un semplice corollario.

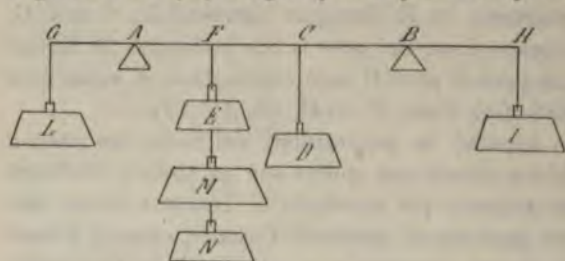


Figura 267

« Prolunghisi, prosegue il Viviani, tal linea AB dall'una e dall'altra parte, cosicchè AG, BH siano uguali fra loro ed alle metà AC, CB, ed in H penda I metà del peso D, ed in G penda il peso L metà del medesimo peso D, che il momento di D in C sarà ugual momento de' due L, I posti in G, H. Si faccia poi come FA ad AG, così L ad M, che il momento di M sarà uguale al momento di L. Si faccia ancora come FB a BH, così I ad N, che il momento di N sarà uguale al momento di I; onde il momento di ambedue L, I, in G, H, cioè il momento di D in C sarà uguale al momento di ambedue M, N in F. Ora il peso M all' L sta come GA ad AF, ed il peso L cioè l' I al peso N sta come FB a BH, cioè a GA; dunque, per la ragione perturbata, il peso M all' N sta come BF ad FA, ed i pesi M, N ad N come BA ad FA » (ivi).

Dalle equazioni M : L = GA : AF; I · N = FB : GA composta per mol-

tiplicazione la $M : N = FB : FA$, e da questa per somma la $M + N : N = FB + FA : FA$, ossia $M + N : N = AB : FA$; ecco come il Viviani procede in questa sua dimostrazione: Si ha per supposto $N : 2\,I = BH : 2\,FB$, la quale, a moltiplicarla con l'ultima ritrovata, dà $M + N : 2\,I = AB \,.\, BH : 2\,FB \,.\, FA$. Ma perchè $2\,I = E$, $BH = \frac{HC}{2} = \frac{AB}{2}$, sarà $M + N : E = AB^2 : 4\,BF \,.\, FA$, ossia $M + N : E = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 : BF \,.\, FA$. E perchè $AB = AC = CB$, dunque $M + N : E = AC \,.\, CB : BF \,.\, FA$. Ora, essendo che i pesi $M + N$, E, attaccati al medesimo punto F, stanno come i loro momenti, e per le cose già dimostrate $M.^o\,D = M.^o\,(M + N)$, dunque in ultima conclusione $M.^o\,D : M.^o\,E = AC \,.\, CB : BF \,.\, FA$.

A chi poi desiderasse avere la dimostrazione ne' modi, e secondo il linguaggio proprio dell'Autore, sodisfaremo seguitando così a trascrivere di là, dove sopra lasciammo interrotto il manoscritto:

« Ma i pesi M, N al doppio di I, cioè ai pesi L, I, cioè al solo peso E hanno ragion composta della M, N alla N, cioè, pel dimostrato adesso, di BA ad AF, e di N al doppio di I, cioè di HB al doppio di BF, cioè di HC ovvero BA al quadruplo di BF; e la ragion composta di BA ad AF, e di BA al quadruplo di BF ha quella del quadrato BA al rettangolo di AF nel quadruplo di BF; adunque i pesi M, N al peso E stanno come il quadrato di BA al rettangolo di AF nel quadruplo di BF: o, presi i suqquadrupli di tali spazi, come il quadrato di BC, cioè il rettangolo BCA al rettangolo BFA. Ma il momento dei pesi M, N in F, al momento del peso E in F, sta come il composto dei pesi M . N al peso E, cioè, pel provato adesso, come il rettangolo BCA al rettangolo BFA, ed il momento de' pesi M, N in F si provò uguale al momento del peso D in C; adunque anche il momento del peso D in C, al momento dell'egual peso E in F, sta come il rettangolo BCA al rettangolo BFA, il che ecc. » (ivi).

Avvertiva nell'intitolazione il Viviani che questa sua era comprensiva della XII di Galileo, la quale infatti deriva per corollario dalla equazione $M + N : E = AC \,.\, CB : AF \,.\, FB$, postovi $E = D$; corollario dal Viviani stesso così formulato: « Di qui si cava che i pesi M, N ed il peso D, che hanno momenti uguali, hanno ragion reciproca dei rettangoli ACB, AFB » (ivi).

Derivavasi pure dal Viviani di qui un altro corollario, nel quale si riscontrava col Torricelli, come s'era riscontrato nel dimostrare la proposizione principale. Quel corollario era dall'Autore messo in questa forma: « La scala dei momenti de' pesi uguali G, H, nella precedente nostra figura 266, attaccati ad una Libbra, sostenuta ne' suoi estremi A, B, sta nelle linee EG, FH della parabola ACB, parallele al diametro, essendo la libbra AB base di detta parabola » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 61).

Incontratosi il Grandi in questo corollario, staccato dalla sua proposizione, lo inserì per il teorema LIV nel trattato Delle resistenze, supplendo così di suo alla dimostrazione, che in quella parte del manoscritto si tro-

vava mancare: « imperocchè i detti momenti sono come i rettangoli AGB, AFB fatti dalle parti di essa Libbra, come dimostra il Galileo nella proposizione XIII. Ma a questi rettangoli sono proporzionali le linee GE, HF, tirate nella parabola parallele al diametro, dunque ecc. » (Alb. XIV, pag. 79).

Per quella che qui il Grandi chiama proposizione XIII s'intende veramente, secondo la segnatura incominciata da Galileo, la XII, nella quale che non si dimostri essere i momenti come i rettangoli AGB, AFB lo seppero molto bene il Torricelli e il Viviani, i quali altrimenti non si sarebbero affaticati, nè compiaciutisi di avere essi i primi ritrovato il nuovo teorema. La compiacenza poi da parte di esso Viviani era troppo giusta, perchè, da quel ch'ei credeva *a nullo demonstratum*, gli venivano felicemente concluse le proposizioni dei solidi di resistenze uguali, della Scala dei momenti nella parabola, e di tante altre belle dottrine aggiunte alle galileiane, che nell'opera del Grandi si rimangono come rivi senza sorgente, non scoprendosi quella unica da lui indicata, a chi si metta più diligentemente a cercare, così manifesta.

Quando Lodovico Serenai consegnò i manoscritti torricelliani al Viviani, questi, nel mettere all'ordine il trattato *De motu ac momentis*, ebbe a disingannarsi, ritrovando per que' fogli quel ch'egli credeva non aver nessun altro dimostrato prima di lui. Abbattutosi poi in quella Nota, nella quale, dalla Scala dei momenti de' pesi in una Libbra sostenuta dalle due parti, si concludeva essere la linea, in che disponesi la catena una parabola; scrisse in margine: *Questa io la tralascio, perch' è di Galileo.* (MSS. Gal. Disc., T. XXXVII, fol. 81).

Ma dove ha dimostrato, dai principii meccanici, Galileo, avrebbe potuto domandare il Torricelli al suo discepolo, amico e collega, che la sacca di una fune o di una catena è in figura di parabola? Nel secondo dialogo delle Scienze nuove, dopo la XV proposizione, null'altro si fa che affermare, dietro ciò che apparisce alla vista: « la catenella si piega in figura parabolica » (Alb. XIII, 144).

Or chi sa come sarebbero rimasti i due interlocutori, se fosse entrato qualcuno in mezzo a loro, mostrando una carta autografa, dalla quale manifestamente apparisse che Galileo aveva già da sè dimostrato il Teorema da ambedue creduto una loro propria invenzione; che ne avea dedotta per corollario la scala parabolica de' momenti dei pesi uguali attaccati nella lunghezza di una Libbra, e che ne aveva pure indi concluso dovere in figura di parabola insenarsi, rilasciata dai due capi fissi, una catena?

Quella carta autografa, che non videro mai i due Discepoli zelanti, può essere ora alla notizia di tutti che, andando a squadernare il secondo tomo della parte quinta dei Manoscritti di Galileo, fermino sul foglio 43 la loro attenzione. Ivi apparirà grandeggiare in campo una figura, da noi rappresentata nella 268, sottovi scritte, da una parte del foglio, sentenziosamente così queste righe: « Il grave in G preme con manco forza che in S, secondo la proporzione del rettangolo FGC al rettangolo FSC »: ciò ch'esat-

tamente corrisponde col Teorema *a nullo quod siam demonstratum*, in cui il Viviani, come Galileo, ma dopo Galileo non saputo, asserisce che il momento del peso in G, al momento del medesimo peso in S, sta omologamente come il rettangolo FGC al rettangolo FSC.

Le linee ST, GD, nella figura galileiana, accennano evidentemente che i momenti dei pesi in S e in G son proporzionali ad esse linee condotte parallele al diametro AQ della curva FAC, la qual curva essere intesa per quella, in cui si piega la catena, e dover essere parabolica, è dichiarato espressamente dalla Nota scritta in capo al foglio, che così dice: « Passi la catenella per i punti F, C, e, dato lo scopo Z, tira tanto la catena che passi per Z, e troverai la distanza SC, e l'angolo della elevazione. Dimostrasi che, siccome è impossibile tirar la catena in retto; così essere impossibile che il proietto vadia mai per diritto, se non nella perpendicolare in su, come anco la catena a piombo si stende in retto. Siccome la parabola del proietto è descritta da due moti, orizzontale e perpendicolare; così la catenella resulta da due sforzi: orizzontale da chi la tira nella estremità, e perpendicolare *deorsum* dal proprio peso. »

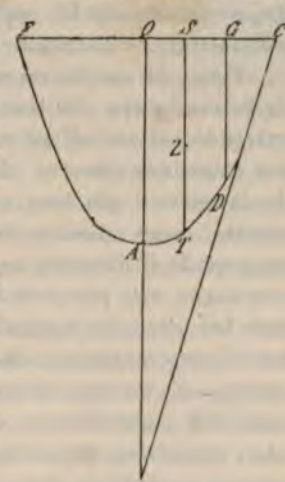


Figura 268

Queste note furono scritte verso il 1637, che vuol dire un ventisette o vent'ott'anni dopo essere stati scritti que' fogli, nei quali erano secondo il Salviati, messi in ordine di trattato i teoremi e problemi delle Resistenze, fra' quali teoremi doveva essere dimostrato anche quello dei pesi uguali prementi in varii punti la lunghezza di un'asta, con momenti proporzionali direttamente ai rettangoli delle distanze dagli appoggi; intorno a che Galileo avea prevenuta l'industria del Torricelli e del Viviani, il quale a pag. 105 della sua *Scienza delle proporzioni* (Firenze 1674), facendosi a indovinar come Galileo deducesse che la sacca naturale delle catenuzze s'adatta sempre alle linee paraboliche, colse così nel vero com'avesse avuto sott'occhio il manoscritto da noi sopra citato. Ma la parabola de' proietti, venuta come vedremo, ad esercitare l'ingegno dello stesso Galileo in su gli ultimi anni de' suoi studii meccanici, gli fece revocare alla mente le prime antiche speculazioni, sperando che alla Dinamica nuova fosse per recare qualche lume la statica delle resistenze.

Era senza dubbio significantissima l'analogia tra la catena e il proietto, che non si possono tirare in linea retta, per non esser possibile spogliar del loro peso naturale la palla scagliata, e gli anelli tesi da qualunque forza: com'era pure assai lusinghiero il pensiero del Torricelli, che fossero cioè i pesi in T e in D scesi da S e da G, trattivi con forze proporzionali alle linee ST, GD, condotte parallele al diametro della parabola. Ma non sem-

bra che l'analogia più regga, quando, dalla Statica trapassando ai più assoluti principii della Dinamica, Galileo rassomiglia i moti, che fanno piegar la catena, ai medesimi moti, da' quali resulta la linea dei proietti. Che se, in considerare la scesa degli anelli, gli spazi ST, GD non son passati staticamente con moto equabile, ma dinamicamente con moto accelerato, non sarebbe possibile dimostrar che la curva FAC è una parabola, a quel modo che, se le cose da lui supposte fossero state esattamente vere, era riuscito a dimostrare il Torricelli.

Forse del confidarsi che si potesse con matematica esattezza la catenaria rassomigliare alla traiettoria fu sconfortato Galileo dall'esperienza, descrivendo coi metodi geometrici una parabola, e adattandovi sopra pendente una catenuzza. Osservò che tali adattamenti si fanno via via più precisi, che la curva è più tesa, cosicchè, mentre prima aveva assolutamente sentenziato, come udimmo, che la catenella *si piega in figura parabolica*, ora, temperando il discorso, soggiunge che *si piega in linee, le quali assai si avvicinano alle paraboliche* (Alb. XIII, 163). Fa a questa opinione di Galileo bel riscontro quella dell'Huyghens, il quale, in descrivere nella sua *Astroscopia* l'antenna, che porta in alto la lente, dice del filo che, raccomandato da un capo a essa lente per moverla, scende giù con l'altro alle mani dell'osservatore: « Quae ad eius flexum attinent, Geometriae rationibus experimentisque expendi possunt: nempe contentum filum, flexu illo exiguo, parabolicam lineam tam prope exprimit, ut pro vera absque errore habeat » (Opera varia cit., pag. 268).

Così l'Huyghens dunque come Galileo ritenevano che fosse la catenaria una parabola, specialmente quand'è piccolo il flesso. Ciò dall'altra parte è confermato assai bene dall'analisi, comparando l'equazioni delle due curve, che per l'una è $X : X' = y^2 : y'^2$, e per l'altra $X : X' = yc : y'c'$, intendendosi per c, c' i tratti, che son compresi fra il principio delle ascisse e il fine delle ordinate, i quali tratti è manifesto che tanto più si accostano con esse ordinate, quanto il flesso è minore, o la catena è più distesa.

Ritornando ora colà, d'onde siam deviati col nostro discorso, son tali i teoremi e tali le conclusioni della teoria dei momenti applicata alle resistenze da Galileo, dal Torricelli e dal Viviani: teoremi e conclusioni, che si sarebbero dovuti citare dal Grandi, se avesse voluto con argomenti rintuzzare la gloria, che il suo rivale menava d'essere stato, a maneggiar quella teoria egli il primo fra tutti. Ma perchè esso Grandi far ciò o non potè o non seppe, resta a concludersi dunque il nostro lungo ragionamento con dire, che irragionevoli appariscono da ogni parte le censure di lui contro quel trattato *De resistentia solidorum*, meditato dal Marchetti e scritto in gran parte ne' tempi delle vacanze autunnali, passate ora nella paterna casa di Empoli, ora nella prossima villa di Pontormo, ai verdi campi della quale, e ai pioppi pampinosi, memorie dolcissime della nostra fanciullezza, ci sia permesso di mandare un saluto.

V.

Le cose, ne' precedenti articoli di questo capitolo esposte intorno alle Resistenze, non sono state altro che di speculazioni, alle quali si vedeva d'alto precedere l'infallibile scorta della Geometria. Tale, dall'altra parte, è stata sempre la legge storica del pensiero, che concepisce le forme astratte, prima di considerarle incarnate nella materia, come per un esempio insigne, e appropriatissimo al caso dell'Archimede novello, può vedersi nelle opere dell'Archimede antico. Come dunque, alla Statica e alla Idrostatica archimedea, che considerano la gravità ne' solidi, e la fluidità nei liquidi astrattamente dalle altre passioni della materia, successero le due nuove Scienze, che vollero richiamare le matematiche astrazioni a rispondere alla presente realtà dei fatti; così avvenne della Scienza delle resistenze dei corpi allo spezzarsi.

Fu dei primi a dar mano all'opera Paolo Wrz, o Vulzio, come lo chiamarono i nostri Italiani, se ha da credersi al Leibniz, il quale, dop'avere accennato al libro delle Resistenze, che il Blondel avea revocato, soggiunge così, nella citata lettera autografa al Grandi: « Paulus Wurzius, qui ductor exercitus apud Batavos, paulo post initium Belli gallici, idest paulo post eumdem annum 1672, obiit, idem argumentum tractarat per experimenta, quae Galilaeo haud consona deprehenderat, sed scheda eius periere » (MSS. Cim., T. XXIX, fol. 287).

Che tra i teoremi galileiani e gli sperimenti non fosse per passare quella consonanza, si vedeva per necessità conseguente dalla legge sopra accennata, ma il Viviani ne aveva riconosciute le intime cause speciali, forse prima del Vulzio, quando scrisse nella seguente nota: « Pare che in questa Scienza delle resistenze si deva astrarre la flessibilità dei corpi, che fanno molla, potendo questi alterare le proporzioni investigate, siccome la temperie e varie crudezze di metalli » (MSS. Gal., P. V, T. VII, fol. 29).

Apparisce da altre Note sparse per queste medesime carte manoscritte, e dal Grandi secondo noi, nelle *Definizioni* premesse al Trattato e nelle *Supposizioni*, non bene ordinate; che il Viviani aveva già pensato di ritrovare, per via di esperimenti opportuni, le relazioni che passano fra la resistenza assoluta e la respettiva in varie qualità di corpi, sperando così di poter ridurre le verità della Geometria a consentire in qualche modo con le verità naturali. « Si sperimenti, egli scrive, quanto peso ci voglia a strappare i cilindri di vetro per diritto a piombo, attaccando al termine inferiore tanto peso, che faccia lo strappamento. — Di qui si cava la *tariffa* delle resistenze assolute di uguali sezioni di metalli, e si può provare se doppia sezione voglia doppio peso, come la ragione ce ne persuade » (Alb. XIV, 5).

La particolare scelta delle materie, fatta dal Viviani per le sue esperienze, aveva un fine importantissimo nella decisione dell'ipotesi ammessa

da Galileo, perchè i metalli duri, e specialmente il vetro, pareva che si potessero proporre per gli esempii delle rotture, che si fanno istantanee. Ma quando il Viviani stesso ebbe a sperimentare, nell'Accademia del Cimento, che anche il vetro cede alle forze del calore, *per lo ficcamento de' volanti corpiccioli del fuoco nell'esterna porosità* (Saggi cit., pag. 118), entrò in sospetto che dovesse similmente cedere alle forze di un peso; sospetto, che si verificò con quella bella esperienza, descritta poi nel citato libro dei *Saggi*, dove si legge che, adattati due vasi di vetro, uno conico l'altro piramidale, negl'incastri di una grossa tavola, essendo vuoti, tornando a rimetterveli pieni di argento vivo, non v'entravano al segno di prima, *secondo che la forza del peso gli distendeva* » (ivi, pag. 125).

Lo stesso vetro dunque, n'ebbe di qui a concludere il Viviani, è di que' corpi, che fanno molla, e si dovrebbe perciò, secondo i propositi scritti, astrarre anche questo dalla Scienza matematica delle resistenze, cosicchè non vedeva a qual mai corpo in natura si potessero adattare le ipotesi e i teoremi di Galileo. Parrebbero queste conclusioni contradire a uno di quei supposti, premessi al suo Trattato in tal forma: « La separazione delle due superfice del solido, tenuto per traverso, si fa nel medesimo istante, tanto nei punti remoti dal sostegno, che nei vicini, e che in quelli di mezzo, stante che tale separazione si fa con moto regolare dell'una superfice, che si muove dall'altra che sta ferma » (Alb. XIV, 9). Ogni contradizione però sparisce, penetrando addentro alla intenzione del Viviani, il quale, professando l'ipotesi e i teoremi galileiani come formule astratte, si proponeva di ridurle poi ai casi particolari della tale o tale altra materia resistente, introducendovi quelle, ch'ei chiamava *tariffe*, e i moderni *coefficienti sperimentali*. Il sapiente istituto, il quale mirabilmente si conforma con quello proseguito oggidì, dopo tanti pericoli, dalla Scienza, non ebbe effetto per quelle avventure, che si son già narrate nella nostra Storia.

Apprese nonostante da' familiari colloqui col Viviani sembrano nel capitolo XVIII della Meccanica le osservazioni del Mersenno (Parisiis 1644, pag. 62-68), il quale poi, nel III tomo delle Riflessioni fisiche matematiche, faceva notar che il ferro e gli altri metalli, anzi tutti i corpi, s'inflettono prima di rompersi: difficoltà per chi tratta delle resistenze, *quam et ipse Galileus vitavit*. E bench' egli si presumesse di aver proposte le cose con certezza di dimostrazione, « examine diligenti egent, quod inibunt, quibus otium et voluntas adfuerit » (Parisiis 1647, pag. 151).

Il primo, a cui venne questa volontà, ed ebbe quest' ozio, sembra essere stato il Mariotte, il quale narra nel trattato *Du mouvement des eaux* di aver fatto, insieme col signor Hubin, un'altra bella esperienza, dopo quella de' nostri Accademici fiorentini, di un filo di vetro grosso un quarto di linea e lungo quattro piedi, che stirato si allungava, e lasciato ritornava allo stato di prima. Ebbe di qui a persuadersi il Mariotte, come il Viviani, non v'esser corpo, per quanto credasi rigido e duro, che si rompa a un tratto, senza prima cedere o più o meno alla forza del peso. Ma mentre il Nostro non

si credè per questo di dover bandire l'ipotesi galileiana dal Trattato delle resistenze, il Francese dettesi a speculare, e a sperimentare per sostituirvene un'altra.

Supposto dunque che siano tutti i corpi duri intessuti di fibre, le quali cedano alquanto alla forza, che tenterebbe di romperle, pensò il Mariotte che le resistenze, specialmente respettive, dovevano avere effetti diversi da quelli ammessi da Galileo, secondo il quale i momenti di esse resistenze non variano, per variar la potenza dei punti di attacco, che in ciascuno secondo lui è assoluta, ma per solo variar la distanza dal fulcro nella contralleva: mentre veramente attendendo alla maggior e minor tensione delle fibre, che debbon rompersi tutte insieme, il momento varia, sì per la distanza dal fulcro, e sì per la potenza, che non può, rispetto alla naturale testura del corpo resistente, mantenersi assolutamente uguale in ogni parte della stessa contralleva.

Spiegava il Mariotte assai bene così il suo concetto: Abbiasi la Libbra ACB (figura 269), col fulcro in C, ed essendo BC a CE come dodici a uno, sospendansi in E, in D, a una distanza DC doppia di EC, e in A, a una distanza AC doppia di DC, i tre pesi I, H, G, ciascuno uguale a dodici libbre, ai quali tutt'e tre farà perciò equilibrio in B il peso F, che sia di sette libbre. Questo sarebbe conforme con l'ipotesi di Galileo, secondo la quale le resistenze rappresentate da I, H, G, operanti ciascuna col peso assoluto di dodici libbre, non per altro variano i loro momenti, che per variare le distanze delle contralleve EC, CD, CA dal loro punto di appoggio.

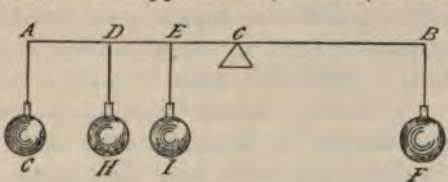


Figura 269

Succede però la cosa molto diversamente, soggiunge il Mariotte, quando le resistenze non son rappresentate da pesi, che operino ciascuno con assoluta potenza indipendentemente gli uni dagli altri, ma da fibre, che vengano stirate con varia violenza, e l'una delle quali non si rompe, se non si rompe nello stesso tempo anche l'altra. Rappresenti ACPQ (fig. 270) un solido, stabilmente congiunto con la contralleva DC per via delle tre corde uguali, e di ugual resistenza DI, GL, HM, in distanze CA, CE, CB dal fulcro, che stieno fra loro, e con la leva CF, come i pesi considerati di sopra. Si supponga che, a voler rompere ciascuna di esse corde, si debba prima distrarla per due linee dallo stato attuale. A che fare, attaccato in F, sia bastante il peso R di quattro libbre; e si supponga altresì, ciò che è assai verosimile e confermato dalle esperienze, che le tensioni siano proporzionali alle forze tendenti: egli è chiaro, dice il Mariotte, che bisogneranno due libbre in R per

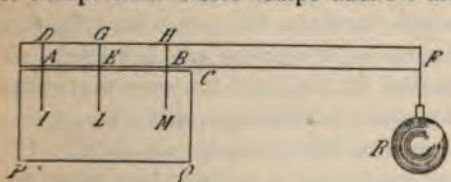


Figura 270

distendere due linee la corda GL, essendo sola, e una libbra solamente per distendere allo stesso modo la corda HM. Ma perchè, quando la corda DI è distratta due linee, la corda GL non è distratta che una linea sola, e la corda HM una mezza linea; ne segue, per la seconda delle fatte supposizioni, che, quando si tirano tutte insieme, un peso d'una libbra in circa sarà bastante a fare equilibrio con la tensione della corda GL, tesa non più di una linea, e sole quattr'once basteranno, per fare equilibrio con la tensione HM, benchè la resistenza assoluta di quest'ultima sia una libbra. Cosicchè, per ridurre le tre corde in questo stato, basterà porre in R poco più di cinque libbre, e non sette, come vorrebbesi per Galileo.

Per riscontrare la verità di questo ragionamento istituì il Mariotte, alla presenza del Carcavy, del Roberval e dell'Huyghens, alcune esperienze con cilindri di legno secco, e con cannelli di vetro, e sempre afferma di aver trovato che, per la più giusta misura delle loro resistenze respettive, non bisognava prendere la proporzione della lunghezza alla metà, ma a un terzo poco più della grossezza. Cosicchè, trattando nel secondo Discorso della parte quinta *Del moto delle acque,* delle forze di resistenza dei condotti, avuto riguardo alla materia e alla pressione, renunziò all'ipotesi, e alle conseguenze ch'indi ne trasse Galileo, di cui così parla l'Autore, nell'introdurre il citato Discorso:

« Galilée a fait un Traité de la resistance des solides, ou il explique à sa manière la force, que doit avoir un poids, lorsqu'il est suspendu à l'extremité d'un solide fiché dans un mur. Comme si le mur est AB (fig. 271) et le solide CDEF, et que le poids G soit suspendu en F par la corde FG, il dit que la longueur FD est comme le bras d'un levier, et que l'epaisseur CD est comme le contre-levier, en sorte que, si on vouloit separer une partie, qui est en C, et que sa resistance absolue fût de 10 livres, il faudroit que le poids G fût seulement de 2 livres, si la longueur FD etoit 5 fois plus grande que DC. Mais en considerant une autre partie comme I, également distante de C et D, il ne faudroit qu'une livre en G, parce que le levier FD seroit alors 10 fois plus grand que le contre-levier DI. Et parce qu'il suppose que la rupture se fait en même tems dans toutes les parties de CD, dont les unes sont entre D et I, et les autres entre I et C, il pretend qu'il faut considérer l'augmentation de la force du poids, selon la raison de FD à la moienne distance DI, ce qui pourtant repugne a plusieurs experiences, que j'ai faites avec des solides de bois et de verre, ou j'ai trouvé qu'il faloit prendre la raison de FD a une ligne moindre que DI, comme le quart de DC, ou le tiers, et non de FD à la moitié de DC » (Oeuvres, T. II, A la Haye 1740, pag. 461).

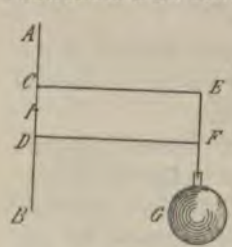


Figura 271

Il ragionamento e le conclusioni del Mariotte sedussero i Matematici, e giacchè il Francese aveva tentata una dimostrazione, ma non osò di ridurla a tutto il rigore della Geometria, se ne assunse l'incarico il Leibniz in una

Dissertazione, inserita, per il mese di Luglio 1684, negli Atti degli Eruditi di Lipsia. Incomincia a fare osservare l'Autore che due corpi coerenti non si staccano a un tratto, come può giudicarsi per l'esempio di un bastone, che si piega, prima di rompersi, o di una corda, che si distende, prima di strapparsi. Anzi che qualunque materiata forma, per quanto rigidissima, s'infletta a ogni legger colpo, si dimostra nel suono, il quale non per altro si produce, che per le reciprocate vibrazioni, benchè insensibili, del corpo risonante. Lo stesso vetro è flessibile, a quel che pare da' filamenti di lui, e benchè massiccio si contrae e si dilata al calore, e sotto un peso che non leggermente lo prema, come si legge nel libro degli Sperimenti fiorentini. Le parti pure delle piante e degli animali ci son dall'Anatomia descritte come tessili.

« Consideremus ergo, prosegue a dire il Leibniz, velut fibras quasdam, quae partes corporum connectant, et intelligamus trabem MC (fig. 272) parieti, vel substentaculo DE plurimis fibrarum plexibus alligari in punctis A, H, B, et aliis intermediis innumeris. Appenso iam pondere in C, movebitur nonnihil trabs circa fulcrum A, et punctum trabis B, a pariete discedens, a puncto parietis B veniet ad punctum a pariete distans M, secumque trahens fibram, quae parieti annectitur, eam tendet instar chordae, sive ultra naturalem suum statum extendet » (Opera omnia, T. III, Genevae 1768, pag. 163). Lo stesso avverrà di qualunque altro punto H, ma la fibra HK sarà stirata con tanto minor forza della fibra BM, quanto il quadrato di AH è minore del quadrato di AB.

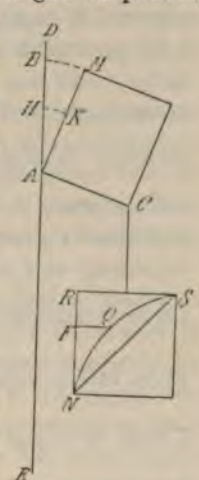


Figura 272

Da questa proposizione, che cioè i momenti delle resistenze fatte dalle varie fibre son proporzionali ai quadrati delle distanze dal fulcro, piglia ogni valore la teoria leibniziana, la quale perciò si dimostra dall'Autore con un matematico discorso, che noi riduciamo così a poche parole. Supposto, com'è ragionevole, e com'è, dice il Leibniz, dimostrato altrove, che le forze sieno proporzionali alle tensioni, e che queste siano proporzionali alle lunghezze, a cui son ridotte le fibre, il momento M.° F della forza di resistenza, che fa la fibra BM, sarà evidentemente AB . BM, come, per ugual ragione, il momento M.° F' della forza, che fa la fibra HK, sarà AH . HK. E perchè la similitudine dei triangoli dà BM : HK = AB : AH, sarà dunque M.° F : M.° F' = $AB^2 : AH^2$.

È questa, come si vede, l'equazione a una parabola, che piacque al Leibniz di descrivere dentro il quadrato SN, preso a rappresentare, con le infinite linee tutte uguali a SR delle quali s'intesse, la resistenza assoluta della trave. Se si sega il lato RN in F, in modo da avere RN : FN = AB : AH, e se da F si conduce alla parabola, parallela all'asse delle ascisse, la FQ, avremo, per le proprietà di essa parabola, RS : FQ = $NR^2 : FN^2$, ond'è M.° F : M.° F' = RS : FQ; che vuol dir che, se RS rappresenta la resistenza in B, FQ rappresenta la resistenza in H.

Si può la medesima conclusione applicare a tutti gl'infiniti punti, compresi fra R ed N, da ciascun de' quali condotte le ordinate alla parabola, si verrà di tutte insieme a tessere la superficie del trilineo parabolico concavo NRSQN, il quale servirà perciò a rappresentare la resistenza respettiva della trave, come il quadrato SN, allo stesso trilineo circoscritto, s'era preso dianzi a reppresentare la resistenza assoluta. Ma il trilineo è la terza parte del quadrato, dunque anche la resistenza respettiva è la terza parte dell'assoluta. « Generaliter ergo, conclude il Leibniz la sua dimostrazione, pondus, trabem parallelepipedam directe evellens, erit, ad pondus abrumpens transverse seu per modum vectis, ut longitudo vectis, ad tertiam partem crassitiei trabis » (ibid., pag. 164).

Alcuni Autori di Meccanica resero più semplice questa dimostrazion leibniziana, introducendovi il centro di gravità, ma potevasi invece applicare il centro delle forze parallele, che conduce alla medesima conclusione per una via, la quale, essendo la più diretta, è anche perciò la più conveniente e la più spedita. Sia infatti P il peso che, applicato all'estremità di una leva lunga quant'uno de' lati del quadrato MC, opera con momento uguale alla potenza, che sarà perciò espressa da P . AB. La resultante di tutte le forze parallele resistenti è data da $\frac{BM \cdot AB}{2}$, che è la somma di tutte le fibre, o infinite linee, di cui si tesse il triangolo ABM, il quale si può per maggior precisione riguardare come infinitesimo, e il punto di applicazione della detta resultante sarà in H, a due terzi dalla linea AB, a partire dal fulcro. Sarà perciò il momento della resistenza $\frac{BM \cdot AB}{2} \times \frac{2\,AB}{3}$, che, dovendo per l'equilibrio essere uguale al momento delle potenza, darà $P \cdot AB = \frac{BM \cdot AB \cdot AB}{3}$. e fatto $Q = BM \cdot AB$, $P = \frac{Q}{3}$. Ma perchè Q è manifestamente la somma di tutte le forze uguali, che concorrono a fare la resistenza assoluta, e P dall'altra parte rappresenta la forza della resistenza respettiva; questa è dunque la terza parte di quella.

Suppongasi ora che il peso del quadrato materiale SN sia quel che ci vuole per strappare direttamente la trave MC dalla parete AB, con la quale era prima coerente: per aver la quantità del peso, che applicato in C è necessario a troncar la medesima trave per traverso, ossia col far girare il lato AM intorno al centro A, bisogna secondo Galileo segare il quadrato lungo la linea retta NS, e, secondo il Leibniz, lungo il filo della parabola SQN, e il peso del trilineo concavo NRSQN, secondo l'uno Autore, o il peso del triangolo RSN, secondo l'altro, daranno quello che si cercava.

La maggior parte dei Matematici, specialmente stranieri, preferì l'ipotesi leibniziana, della quale il Varignon, in una delle pubbliche adunanze, tenute nel 1702 dall'Accademia di Parigi, diceva che, sebbene la gli sembrasse *tres vraisemblables, pourroit n'etre pas encore au gré de tout le*

monde. Giacomo Bernoulli infatti dirigeva, sotto il dì 12 Marzo 1705, a quella medesima Accademia una lettera, nella quale, dopo avere accennato alle nuove ipotesi, che il Mariotte e il Leibniz volevano sostituire alla galileiana. soggiuge: « Mais aucun de ces Auteurs ne considerant les corps comme sujets à compression, et sur-tout leur hypothese des tensions des fibres, proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas precisement avec la Nature » (Opera, T. II, Genevae 1744, pag. 978).

Sarà pur troppo vero che le tensioni delle fibre, nello strapparsi naturalmente i solidi, non sono proporzionali alle forze tendenti, ma è falso che nessuno de' due Autori commomerati non consideri i corpi come soggetti a compressione, leggendosi così espressamente scritto dal Mariotte, in quel suo, da noi sopra citato Discorso: « Cela étant supposé, si DCEF (nella precedente nostra figura 271) est un bâton quarré fiché dans un mur, on peut concevoir que depuis D jusqu'a I, qui est la moitié de l'epaisseur DC, les parties se pressent par le poids G: celle, qui sont proches de D, davantage que celles vers I; et que depuis I jusques a C, elles s'etendent » (Oeuvres cit. pag. 465).

Tale è l'espresso concetto del Mariotte, benchè pochi sian per concedergli che il punto della distinzion tra le fibre stirate e le compresse sia nella precisa metà della grossezza DC del bastone; e tanto meno sien disposti a concedere quel che il Mariotte stesso soggiunge e ammette come verosimile, che cioè « ces pressemens resistent autant que les extensions, et qu'il faut un même poids pour les faire » (ivi).

Ora, in correggere specialmente la prima di queste ipotesi, tutt'altro che verosimile, consiste il merito e la novità della *Veritable hypothese de la resistance des solides,* come al Bernoulli stesso udiremo confessar tra poco, nel concludere il suo discorso, il quale piglia valore dal suppor che sia medesimo l'effetto della rottura, e sia uguale la forza necessaria, tanto a portar la trave BD (fig. 273) con la sua base da AB in AF, facendola girar sul sostegno A, quanto a farla indietreggiare in GF, strisciandola sullo stesso sostegno, cosicchè, nel triangolo BSF, sian comprese tutte le fibre stirate, e nel triangolo GSA tutte le fibre compresse. Dietro la quale ipotesi dimostra il Bernoulli che la forza di produr tali effetti di compressione e di distrazione è quella medesima, che potrebbe estendere le fibre tutte insieme comprese nel triangolo BAF, o comprimere tutte le altre, comprese nel triangolo GAF, ciò ch' egli fa nel IV lemma, così propriamente da lui formulato: « La même force, qui fait plier une poutre ou perche ABCD de AB en GF, en etendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle BSF, et comprimant l'autre de la quantité du triangle ASG; seroit capable d'ètendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apui A de la qnantitè du

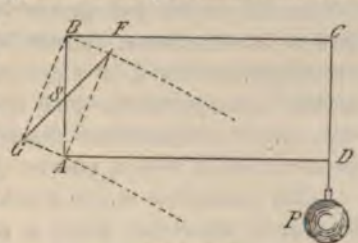


Figura 273

triangle ABF, ou bien de comprimer cet assemblage sur l'apui B ou F de la quantité du triangle BAG, ou FAG » (Opera cit., pag. 982).

In virtù di questo Lemma si scioglie dal Bernoulli stesso, con l'aiuto dell'analisi infinitesimale, il primo dei due problemi da lui promessi in principio della sua Lettera, concludendo che la forza, sufficiente a rompere a diritto la trave, sta a quella, necessaria per romperla a traverso, come la lunghezza AD sta a una quarta proporzionale, che è sempre minore della terza parte della grossezza AB. « Ce qui s'accorde avec les experiences de mr. Mariotte, qu'a toujours trouvé cette quantité moindre que le tiers, et plus grande que le quart de la hauteur AB » (ivi, pag. 988).

Sarebbe l'opera del Bernoulli riuscita proficua, quando i fondamenti, posti a quella sua analisi, fossero andati esenti da tutte le più giudiziose censure. Ma insorsero il Bullinger e il Parent, i quali opposero, fra le altre cose, che sebben sia lo stesso, geometricamente parlando o rispetto alla semplice situazione, il considerar la testata della trave, prima trasferita in AF e poi in GF, o il considerarla come portata a un tratto in GF; non è però vero che possa la medesima forza indifferentemente operare o l'uno o l'altro effetto. Conclusero perciò i due savi e valorosi Censori che la soluzione del difficile problema era da sperar, non dall'analisi, ma dalla esperienza.

Fu questa via, tra'Nostri, dop'essersi lungamente intrattenuto in esercitaziani geometriche, e in speculazioni loquaci, approvata e proposta agli studiosi, in fine alle *Istituzioni* meccaniche, dal Grandi, quand'una delle principali questioni, ch'egli ebbe col Marchetti, parve che decisamente venisse a risolversi dall'esperienze, fatte in Padova dal Poleni. Si rammemoreranno i nostri Lettori che, nella proposizione III del secondo libro *De resistentia solidorum*, professava l'Autore essere la resistenza del prisma appoggiato ai due estremi doppia della resistenza del medesimo prisma affisso a una parete: contro la qual supposizione, fatta prima da Galileo, il Grandi, animato dal De-la-Hire, prese a dimostrar che, non doppia era la detta resistenza, ma quadrupla, e secondo alcuni calcoli anche ottupla dell'altra. Or perchè non poteva la mente desiderosa del vero assoluto acquietarsi in tali incertezze, volle il Poleni esaminare i fatti, e sperimentando sopra un prisma di abete, e sopra varii cilindri di cera e di vetro, raccolse da queste sue esperienze, come il Grandi stesso riferisce nelle *Istituzioni* citate, che *la proporzione dei pesi, ne' casi supposti, è sempre vicina alla proporzione di uno a quattro* (Firenze 1739, pag. 160).

Nel medesimo tempo o poco prima Pietro van Musschenbroek istituiva in Olanda esperienze simili a quelle del nostro Poleni, costruendo perciò una Macchina particolare. Anzi, tanto sentì il Professore ultraiettino la necessità dell'argomento, che tutto volle percorrere il campo della nuova Scienza galileiana, intorno alla quale scrisse, e pubblicò in Leida nel 1699 una elaboratissima dissertazione intitolata *Introductio ad cohaerentiam corporum firmorum*. Concede che sia una tal coerenza dovuta all'attrazione molecolare, ma in che consista, e da che dipenda una tal misteriosa forza

attrattiva non trova che sia detto da quella nuova Filosofia, della quale esplica le dottrine, che specialmente si leggono ne' dialoghi di Galileo, ne' discorsi idraulici del Mariotte, e nelle scritture accademiche del Leibniz e del Bernoulli. E giacchè egli pur conviene con i tre ultimi Autori commemorati che tutti i corpi sono più o meno flessibili, « quaenam proportio aut proportiones, essendo così poi domanda, erunt inter cohaerentiam absolutam et respectivam? » (pag. 528). Il Mariotte, soggiunge, ritrovò quella proporzione essere di tre o di quattro a uno, nè si può negare che talvolta non sia così, come ci risultò da varii nostri esperimenti, « verum plurimas alias proportiones dari etiam ex illis constabit, et quidem aliquando esse ut 8 ad 1: immo omnes intermedias inter 3 ad 1, et 18 ad 1 obtinere, quod probat Mariotti assertum non esse universale » (ibid).

Nè si confidi, prosegue a dire il Musschenbroek, di aver nulla di universale asserito ne' suoi teoremi il Leibniz, perchè, sebben sia vero talvolta che gli allungamenti delle fibre son proporzionali alle forze traenti, per lo più si osserva che, moltiplicandosi i pesi non si moltiplicano a proporzion le estensioni, come si vede per la seguente esperienza. Presa una corda da violino, lunga tre piedi, si fece tirar da pesi ora di 2, ora di 4, di 6, e di otto libbre, e si osservò essere i respettivi allungamenti 9, 17, 23, 27 linee, mentre dovevano essere 9, 18, 27, 36 linee, se fosse stata vera l'ipotesi leibniziana delle forze proporzionali alle tensioni (ivi, pag. 530).

« Sequitur ex his, ne conclude l'Autore, non dari in Natura unam regulam universalem exponentem proportionem eamdem inter cohaerentiam respectivam et absolutam, qualem Geometrae dare annisi sunt, cum diversissima esse debeat proportio pro varia corporum flexibilitate, quemadmodum revera experientia evincit. Si Philosophi, antequam operam huic doctrinae navassent, prius plurima tentamina accurata instituissent, multis pepercissent laboribus, neque unquam uni universali regulae incubuissent. Quot enim fere diversa corpora dantur, totidem diversae proportiones inter cohaerentiam absolutam et respectivam deprehenduntur » (ibid., pag. 534). A questa diversità di proporzioni corrispondevano quelle, che il Viviani chiamava *tariffe*, ond' è notabile che, nella sentenza approvata oramai da tutti i Fisici e da tutti i Matematici, dopo tanti pericoli fatti, si riscontrassero, nel mezzo e nel principio del faticoso cammino di quasi due secoli, l'olandese Alunno del Newton, e il fiorentino Discepolo di Galileo.

CAPITOLO IX.

De' proietti

SOMMARIO

I. Di ciò che speularono il Tartaglia, il Cardano e il Benedetti, e come fossero, sui principii del secolo XVII, promosse da Guidubaldo del Monte quelle speculazioni. — II. De' progressi fatti da Galileo: com'ei credesse la linea descritta dai proietti esser, nella sua parte curva, circolare, e come primo il Cavalieri la dimostrasse parabolica. — III. Della prima parte del quarto Dialogo galileiano; ossia della misura degl'impeti in ciascun punto della parabola. — IV. Della seconda e terza parte del trattato galileiano; ossia della massima ampiezza dei tiri a mezza squadra, e della costruzione delle Tavole ballistiche. — V. Delle difficoltà mosse contro la teoria del moto parabolico, e di alcune esperienze istituite per confrontarle co' teoremi di questa nuova Scienza.

I.

Nel trattato Delle resistenze consisteva l'altra Scienza nuova, che s'istituiva da Galileo, dopo quella Dei moti locali, e noi ne abbiamo voluto discorrere nella nostra Storia, con ordine diverso da quello che tenne ne' suoi dialoghi l'Autore, ma che meglio si conforma coi tempi, e con l'origine delle speculazioni. Vedemmo infatti come fossero, nel 1604, già posti al trattato *De motu* i fondamenti, mentre solamente cinque anni dopo s'incomincia ad aver le prime notizie delle proposizioni dimostrate intorno al resistere dei corpi duri.

Si comprendono nella general denominazione di moti i così detti naturali e i violenti, i quali hanno nei detti dialoghi un discorso distinto sì, ma nella successione non interrotto, e da Galileo composto con tale artificio, da parer che la Scienza dei gravi naturalmente cadenti fosse nata a un parto con quella de' proietti. Venuti alla luce i tre dialoghi tutti insieme, il pubblico, che con tanto applauso gli accolse, non si curò di sapere come si concepisse, o secondo qual ordine si svolgessero gli organi al nuovo parto maraviglioso, e fu perciò facilmente creduto dai Lettori quel che più premeva all'Autor di far credere, che cioè nei foglietti, recati seco dal Salviati per leggerli nella terza e nella quarta Giornata agl' interlocutori, fossero scritti

insieme i teoremi dimostrativi delle proprietà dei moti naturali, e dei violenti: ond'essendo propriamente la scienza di questi incominciata dalla dimostrazione delle traiettorie paraboliche, si veniva destramente a insinuare che anche una tale dimostrazione facesse parte delle dottrine più antiche, comprese nel trattato Dei moti locali. Dai fatti diligentemente esaminati però si scopre che i teoremi, per i quali si veniva a far della manuale arte balistica una terza Scienza nuova, non occorsero al pensiero di Galileo che in sugli ultimi anni della sua vita scientifica, a appariscono ne' suoi libri come improvvisi raggi di sol vespertino, che sia rimasto tutto il dì nuvoloso. Ma perchè, per essere un frutto serotino, non vuol dire perciò che sia difettoso, e suole anzi di più acquistare di pregio, rimarrebbe l'industria usata da Galileo per farlo apparir primaticcio un mistero, se non ci fosse rivelato dalla storia, che siam per narrare, e che insomma si riduce tutta e procede dalla scoperta delle Traiettorie paraboliche.

In qual difetto si rimanesse intorno a ciò la Scienza del moto, la quale aveva pure tant'oltre progredito, sulla fine del secolo XV, per gl'impulsi avuti da Giordano Nemorario; si mostra con l'esempio di Leonardo da Vinci, le dottrine del quale intorno ai proietti sono oramai note ai nostri Lettori, cosicchè, nel 1537, ebbe un secolo prima di Galileo ogni ragione il Tartaglia d'intitolare il suo libro *Scientia nuova*. Le proposizioni però, che qui concernono le traiettorie, sono false nella loro radice, concludendosi nella quinta del primo libro, così formulata: « Niun corpo egualmente grave può andare per alcun spacio di tempo, over di luoco, di moto naturale e violente insieme misto » (Vinegia 1537, fol. 15 a tergo). Scende questa dalla prima difettosa, e dalla terza, manifestamente falsa nell'asserire che « quanto più un corpo egualmente grave se andara luntanando dal suo principio, over proprinquando al suo fine nel moto violente, tanto più andarà pigro e tardo » (ivi, fol. 13 a tergo).

S'incontra nonostante al primo aprire del libro, nell'Epistola dedicatoria a Francesco Maria Della Rovere, duca di Urbino, una vera novità, la promessa dimostrazione scientifica della quale apparisce meravigliosa, che cioè, *per mettere a segno un pezzo de artiglieria, al più che può tirare, bisognava che la bocca del pezzo stesse ellevata talmente, che guardasse rettamente a 45 gradi sopra al orizonte* (ivi, fol. 3).

Narra il Tartaglia come, a lui di queste cose inesperto, fosse proposto il problema da un cordiale amico suo, *peritissimo bombardiere in Castel vecchio*, e come gli occorresse in tale occasione, per aggiustare l'inclinazione del pezzo, d'inventare una Squadra di legno « over di alcun metallo (come l'Autore stesso ce la descrive nel suo *Primo quesito*) fatta con diligentia, la quale ha interchiuso uno quadrante, cioè una quarta parte dun cerchio, e tutto quel spacio vol esser diviso prima in 12 parti equali, e queste 12 parti li chiamaremo ponti. Anchora cadauna di queste tai parti over ponti vol esser anchora divisa in altre 12 parti equali, le qual parti chiamaremo menuti, e questi menuti si segnano con lineete alquanto più corte

di quelle delli ponti. Fatto questo bisogna ficare uno pironcino di ferro, over di ottone, precisamente nel centro del quadrante, e a quel tal pironcino attaccarvi uno perpendicolo girabile, cioè uno fil di seta o daltro con un piombino da capo » (Quesiti et Inventioni, Venetia 1546, fol. 5).

Di un tale strumento, il quale *già più di cent'anni*, scriveva nel 1641 il Torricelli a pag. 227 della prima parte delle Opere geometriche, *è stato in uso, ed è ancora l'unico regolatore dei Bombardieri*, si servì il Tartaglia per eseguir l'esperienza del massimo tiro, che mostrò, contro la comune opinione, avvenir veramente allora quando, infilata la più lunga delle due gambe della Squadra nella bocca del cannone, il perpendicolo batteva nel sesto punto. Confermavano dunque i fatti quel che, dice il Tartaglia stesso al Duca d'Urbino, *dimostrai con ragioni naturale et geometrice, di poi che hebbi ben masticata e ruminata tal materia*, le quali ragioni naturali e geometriche sono esposte nel secondo libro, alla VIII proposizione che dice: « Se una medema possansa eiettara, over tirara corpi egualmente gravi simili et eguali in diversi modi violentemente per aere. Quello che farà il suo transito elevato a 45 gradi sopra a l'orizonte fara etiam il suo effetto più lontan dal suo principio sopra il pian dell'orizzonte, che in qualunque altro modo elevato » (Scientia n. cit., fol. 27 a tergo).

Chiunque s'abbatta a udire una tal proposta, per que' tempi sì nuova, corre curiosamente trepido a leggerne la dimostrazione, ma rimane com'un che sogni, e che, mentre stende le braccia all'oggetto desiderato, si desta. Le ragioni geometriche del Tartaglia consistono nel suppor che le traiettorie si compongano di moto violento schietto, in parte retto, e in parte curvo, e di moto naturale lungo la tangente all'estremo punto della curva: le ragioni naturali poi si riducono a invocar l'assioma che, fra due massimamente contrari, è sempre un luogo di mezzo. Dietro le quali due ragioni, e dietro il fatto accomodatizio che cioè il termine del moto violento nella verticale è più al di sopra, e nella orizzontale più al di sotto dell'orizzonte, che in tutte le altre inclinazioni intermedie; così procede il Tartaglia e conclude il suo proprio discorso:

« Perchè evidentemente sapemo che, se un corpo egualmente grave sarà eietto, over tirato violentemente per il pian de l'orizzonte, quel andara a terminare il suo moto violento più sotto a l'orizonte, che in qualunque modo elevato, ma se lo andaremo allevando pian piano sopra a l'orizonte per un tempo andara terminando il detto suo moto violente pur sotto a l'orizonte, ma continuando tal elevatione evidentemente sapemo che a tempo terminara di sopra al detto orizonte, et poi, quanto più se andara elevando tanto più andara a terminare più in alto, e finalmente, giongendo alla perpendicolare sopra al orizonte, quel terminara più in alto over più lontano di sopra al detto piano del orizonte, che in qualunque modo ellevato: onde seguiria, per le antecedenti propositioni over argumentationi, che gli sia una ellevatione così conditionata, chel debbia far terminare precisamente in el proprio piano del orizonte, la qual argumentatione essendo vera se verifi-

cara realmente al senso, etiam al intelletto, in quella ellevatione, che è media fra quelle due massimamente contrarie in terminatione et questa ellevatione media è quando il detto transito, over moto violente dun corpo egualmente grave, è allevato alli 45 gradi sopra al orizonte » (ivi, fol. 29).

Nessuno si crederebbe che, a determinare l'inclinazione del pezzo, per avere il tiro della massima volata, fosse condotto il Tartaglia da così fatto strano discorso, ond'è più ragionevole il pensare che indovinasse il vero, argomentando piuttosto dall'attenta osservazione dei fatti. Basta guardare, quando fanno tra loro alle sassate per le strade i monelli, che sempre gettano il sasso *a mezz'aria*, e i più esperti così puntualmente, com'avessero in mano la Squadra.

Più difficile però sembrava a indovinare dai fatti un'altra verità, dipendente dalla prima scoperta, e benchè Galileo, promettendo di dimostrare che sono uguali fra loro i tiri, quando le elevazioni superano o mancano dalla semiretta per angoli uguali, dicesse ciò *forse per l'esperienza non è stato osservato* (Alb. XIII, 251), il Tartaglia, non per osservazioni sperimentali, ma per ragioni evidentissime asserisce, innanzi al Duca di Urbino, di aver concluso questo medesimo, cent'anni prima che venisse a concluderlo Galileo col suo discorso dimostrativo. « Oltre di questo, Signor generosissimo, con ragioni evidentissime conobbi qualmente un pezzo de artiglieria posseva, per due diverse vie, over ellevationi percottere in un medemo luoco: etiam trovai il modo di mandar tal cosa accadendo a essecutione: cose non più audite, Signor Preclarissimo, ne d'alcun altro antico ne moderno cogitate » (ivi, fol. 5 a tergo).

Comunque sia, benchè s'abbiano qui due felici divinazioni del vero, le quali, in qualunque modo si vogliano interpetrare, lasciano l'animo nostro pieno di maraviglia; non conferivano certo a sollevare l'arte del Bombardiere alla dignità di scienza: e nonostante non abbiamo in tutto il libro del Tartaglia altro che questo, che potesse poi dalla Scienza venire assunto per suo soggetto. Le altre parti più principali, che consistono nel definire la qualità della linea descritta dal proietto, e la quantità dell'impeto, non hanno altro valore che di semplici supposizioni, le quali derivano la loro falsità dalla viziata radice della proposizione quinta del primo libro. Si suppone infatti in secondo luogo, a scientifico fondamento del libro secondo, che « ogni transito, over moto violente de corpi egualmente gravi, che sia fuora della perpendicolare de l'orizonte, sempre sara in parte retto e in parte curvo, e la parte curva sara parte d'una circonferentia di cerchio » (ivi, fol. 19 a tergo). E in suppor ciò consiste tutta la scienza del Tartaglia intorno alle traiettorie. Per quel poi riguarda le quantità degl'impeti si riduce ogni scienza alla già citata proposizione terza del primo libro, nella quale s'insegna tanto esser più debole il moto del proietto, quanto più si dilunga dal suo principio.

Se non che manifestamente contradiceva a questa proposizione l'arte ballistica, principal virtù della quale è anzi quella di allungare la linea del tiro, perchè faccia la palla maggior passata. Si studiò per questo il Tarta-

glia stesso di togliere la contradizione nel secondo dialogo del primo libro, dove, proponendosi dal Duca di Urbino, interlocutore, il caso di avere a battere una fortezza o con un cannone, che posto in monte tiri da vicino di punto in bianco, o con un altro cannone, che tiri in direzione inclinata, posto in pianura e alla stessa Fortezza più di lontano; si domanda quale de' due strumenti sia per fare maggiore effetto.

Il Duca, secondo i supposti principii, e secondo ciò che appariva per ragion naturale, non penava a credere ch'essendo l'artiglieria sul monte più vicina alla fortezza *la balla doveria far maggiore effetto in lei* ma Niccolò risponde esser tutto il contrario, come troppo ben sanno gli stessi Bombardieri: sembrava però strano a credere al Duca che una medesima palla sia, con la medesima carica, spinta più vigorosamente in alto e lontano, che in piano e vicino, per cui Niccolò cerca di soddisfarlo, ricorrendo alla Scienza dei pesi, per la quale si vede che, stando una Libbra a livello, si abbassa molto più in ugual declinazione ch'essendo elevata. Così per esempio, declinando la libbra AB (fig. 274) dalla posizione orizzontale AB per l'angolo AOC, si abbassa della quantità OE, mentre declinando dalla posizione verticale FI, per un angolo FOG, uguale ad AOC, si abbassa solo quanto FH, molto minore di OE.

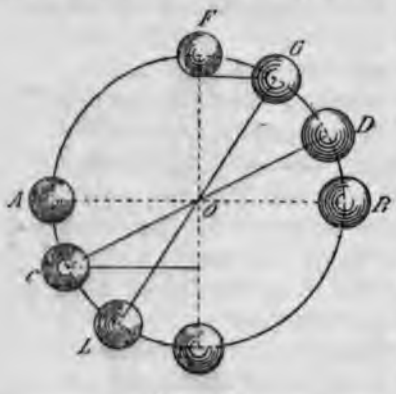


Figura 274

« Voglio inferir per questo (risponde Niccolò al Duca, che non vedeva dove fosse per riuscire il discorso) che ogni artegliaria essendo alivellata, la se intende esser nel sito della equalità, e la balla, tirata da quella in tal sito, usce del pezzo più grave, che in qualunque altro modo ellevata, over separata da quel sito della equalità, per le ragioni di sopra adutte, e però in tal sito la balla va con più difficoltà, e molto più presto comincia a declinar al basso, cioè verso terra, et in maggior quantità lei va declinando, che in qualunque modo ellevata, cioè che lei va, come fra bombardieri si dice, molto manco per linea retta, che in qualunque altro modo ellevata, e però li effetti di tiri fatti in tal sito saranno men vigorosi, over di meno effetto che in qualunque altro verso » (Quesiti et inventioni cit., fol. 9 a tergo).

Si può dalle cose fin qui esposte argomentar che poco o nulla promosse il Tartaglia la Scienza dei proietti, lasciata quasi intatta ai suoi successori, alle speculazioni dei quali egli propriamente il primo veniva a proporre una *Scientia nuova*. Ma per investigare con la speranza di qualche buona riuscita le proprietà del moto violento si comprendeva come bisognasse prima definirne la natura, intorno a che esso Tartaglia, non avendo insegnato nulla di nuovo, lasciava con gli errori di Aristotile a combatter gl'ingegni.

Fu de' primi il Cardano a mostrar con ragioni, che non superavano la capacità del senso comune, quanto fosse falso quel che insegna il Filosofo della freccia che o lungi o presso alla corda si move al moto dell' aria che la circonda, e approvando per verissimo detto che *omne quod movetur ab aliquo movetur*, soggiunge: « sed illud quod movet est impetus acquisitus, sicut calor in aqua, qui est ibi praeter naturam ab igne inductus, et tamen, igne sublato, manum tangentis exurit, et ideo et accidens violenter adhaerens vim suam retinet » (De subtilitate, Lugduni 1580, pag. 93).

Giulio Cesare Scaligero, entrato col Cardano in gara di sottilizzare d'ingegno, diceva che, a mostrar la futilità delle ragioni di Aristotile, non era argomento migliore di un' esperienza da lui stesso così descritta: Abbiasi una levigatissima tavola, nella quale s' incida col tornio una ruzzola, a cui si dian le mosse per via di un manubrio che, sostenuto esso stesso da due forcelle, la sostenga: vedrai manifestamente essa ruzzola seguitare a moversi in giro, benchè non mossa dall' aria. « A tabula (fig. 275) B orbis, C, C vectis, D manubrium, F, F furcellae. Non enim tunc in motu circulari locus erit aeri impellenti. Jam ipse aer inter orbem ac tabulam adeo exiguus, ut nullas vires ad fictum illum motum sit habiturus. Et ipsius orbis politisima levitas neutiquam a circumstante aere agitationis instigationem recipere poterit » (Adversus Cardanum, Exercitationes, Francofurti 1592, pag. 130).

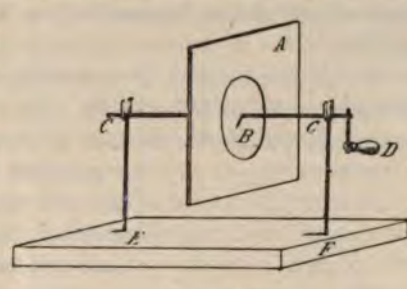


Figura 275

Ma più efficaci di tutti, a restaurare il vero sopra i demoliti errori aristotelici, furono gl' insegnamenti del Benedetti, sentenziosamente raccolti in queste parole scritte in una di quelle Epistole, che sulla fine del secolo XVI erano il più gradito pascolo de' matematici studiosi: « Omne corpus grave, aut sui natura aut vi motum, in se recipit impressionem aut impetum motus, ita ut, separatum a virtute movente per aliquod temporis spatium, ex seipso moveatur » (Speculat., lib. cit., pag. 286, 87). Cosicchè Galileo, che ne' suoi Dialoghi e negli scritti minori spende, a dimostrare *a quo moveantur proiecta*, così lunghi discorsi, niente altro fa che confermar le dottrine, ripetendo bene spesso gli argomenti medesimi de' suoi predecessori.

Aperta così alla Scienza la prima entrata al vero, col definir la natura del moto violento, fu possibile al Cardano e al Benedetti farvi anche qualche progresso, di cui vanno principalmente debitori i due valent' uomini all' avere scoperta la gran fallacia, che ascondevasi nella proposizione quinta del primo libro della *Scientia nuova*, dove afferma l' Autore non poter alcun grave andare per alcun tempo di moto misto tutt' insieme di naturale e di violento. Nè per vero dire ad avvedersi della falsità di una tale proposta ci bisognava troppo grande sagacia, contradicendosi manifestamente que-

sta con ciò che supponesi nel secondo libro, dove si dice: « Niun transito, over moto violente d' un corpo egualmente grave, che sia fuor della perpendicolare del orizonte, mai puol havere alcuna parte, che sia perfettamente retta, per causa della gravità che se ritruova in quel tal corpo, la quale continuamente lo va stimulando e tirando verso il centro del mondo » (fol. 19 a tergo). Se dunque la gravità non abbandona mai il proietto, continuamente tirandolo verso il centro del mondo, e se in ciò consiste il moto suo naturale, mal si dichiara dal Tartaglia esser, nel principio della traiettoria *insensibilmente curva*, quel moto violento puro. « Sed si dixisset ipse, soggiungo il Benedetti, illum motum esse purum naturalem, hoc esset falsum, eo quod purus naturalis motus alicuius corporis non impediti, extra locum suum, sit per lineam rectam et non per curvam » (Specul., lib. cit., pag. 365).

Il Cardano si salvò provvidamente dall' errore, professando le dottrine aristoteliche dei moti misti, dai quali insieme, secondo lui, resulta la parte curva della traiettoria, che non è circolare, come volle dire il Tartaglia, ma sì piuttosto somigliantissima alla Parabola. « Cum vero pila ad supremam rectam pervenerit, non per circulum, nec recta rursum illic descendit, sed media quasi linea, quae Parabolae ferme imitatur circumambientem lineam, ut BC (fig. 276) est. Demum, ex C in D, motu gravis recti ad unguem. Quae igitur proiiciuntur tribus ex motibus constant: primo, violento, ultimo exquisite naturali, et medio ex utroque mixto. Propter tam multiplicem motus rationem metiri ad unguem talia plane est impossibile » (De subtil. cit., pag. 96).

Figura 276

E veramente impossibile era la cosa a que' tempi, in cui del moto naturale e del violento s' ignoravano le leggi, per cui, nel ravvisare ad occhio una somiglianza tra la linea descritta dai proietti e la parabola, s' arrestava, per quanto nuovo e inaspettato apparisse, di queste cardaniche speculazioni ogni progresso. Per quella medesima difficoltà di misurare *ad unguem* le traiettorie, riusciva pure impossibile di determinarne nei vari punti le quantità degl' impeti respettivi, ond' è che non seppe il Cardano far altro che ripetere l' opinion di Aristotile, « qui dixit motum naturalem in fine, violentum in principio, proiectorum in medio fieri velociorem » (De subtil. cit., pag. 94).

Il Benedetti stesso, benchè riconoscesse falsa l' applicazione de' principii statici della Libbra, fatta dal Tartaglia nel suo secondo Quesito, non seppe però sostituirvi un' altra dottrina, che sentisse meglio del vero. Era facile avvedersi ch' essendo la libbra G, nella nostra figura 274 qui poco addietro, nelle condizioni della libbra L, ne seguirebbe che ugualmente valido fosse il colpo della bombarda elevata o depressa sotto l' orizzonte per angoli uguali: *id quod non ita se habet*. Ma la vera causa per cui la bom-

barda elevata fa più valido il colpo, soggiunge tosto il Benedetti, si riduce principalmente a ciò che, con tanto maggior forza si muove un corpo, quanto più ne raccoglie in sè resistendo per più lungo tempo alla virtù movente. « Atque hoc supradictis ictibus elevatis accidit, quia gravitas pilae ea est, quae resistens virtuti moventi dat ei commoditatem colligendi, dictam virtutem, multo magis quam esset ea, quae ad depressiorem elevationem eam impelleret » (Speculat., lib. cit., pag. 258).

Non rivolse il Benedetti sopr' altre parti dell' argomento le sue speculazioni, ma pure egli aveva col Cardano recato non piccolo giovamento alla Scienza, liberandola dai più dannosi errori del Tartaglia. Ma come per lo più avviene che i primi abiti si dismettono, almeno in parte, più difficilmente; così avvenne degl' insegnamenti di quella, che appariva propriamente agl' ingegni una *Scientia nuova.* Il più notabile esempio di ciò n' è offerto da Galileo, sul giovanile ingegno del quale non valse l' autorità del Benedetti a rimoverlo dall' opinione, che non v' abbia nella traiettoria mistione alcuna di moto, per cui sia vero che va il proietto sempre più tardo, quanto più si dilunga dal suo principio. Una delle cose infatti che proponevasi di dimostrar nel dialogo *De motu gravium* è: « undenam accidat quod motus naturalis velocior in fine quam in medio vel in principio; violentus vero velocior in principio quam in medio, et hic quam in fine existat » (Alb. XI, 11).

Professando poi, come il Tartaglia, che la traiettoria si compone di moto puro violento, di moto circolare e di moto naturale, par che voglia Galileo rispondere al Benedetti col dire che nel moto circolare non è vero che siano misti insieme due moti, ma è un moto puro distinto, che non è nè naturale nè violento. Supposto che la circolazione, come de' proietti avviene, si faccia intorno al centro della Terra, ch' egli immagina esser centro di una sfera che gira, così Galileo stesso dimostra non essere nè violento nè naturale il moto di tale sfera: « Motus itaque naturalis est dum mobilia incedendo ad loca propria accedunt; violentus vero est dum mobilia, quae moventur, a proprio loco recedunt. Haec, cum ita se habeant, manifestum est sphaeram supra centrum mundi circumvolutam neque naturali, neque violento motu moveri » (ibid., pag. 65).

Vedremo come questa giovanile opinione della linea circolare, che descrivono i proietti, venisse per Galileo a trovare una conferma e quasi una dimostrazione di fatto nel moto circolare della Terra, ma giova intanto sapere come risolvesse l' altro quesito proposto nello stesso luogo del Dialogo dianzi citato, « cur tormenta tum muralia tum manualia longius per rectam lineam plumbeas sphaeras iaciunt, si eas per lineas inclinatas orizonti proiiciant, quam si per lineam eidem orizonti parallelam. »

La soluzione, dalla quale doveva dipendere ogni scienza dell' arte ballistica, si legge nell' altro trattato giovanile *De motu*, e si riduce insomma in attribuire il fatto a due cause. La prima è quella, che vedemmo essere stata assegnata già dal Benedetti, in risolvere il problema del Tartaglia *De ictu bombardae*, e che si conclude anche per Galileo da quel principio che

dice « virtutem impellentem acrius longe imprimi in eo quod magis resistit » (Edizion nazionale, T. I, 1890, pag. 337). L'altra causa però è d'invenzione propria, e balenandovi dentro un concetto nuovo merita di essere attentamente considerata.

Si getti il mobile A (fig. 277) ora per la verticale AB, ora per le oblique AC, AD, AE: la causa per cui in AB la rettitudine è maggiore che in AC, in AC maggiore che in AD, e in AD maggiore che in AE, dice Galileo, è questa: che nella direzion verticale il mobile non può tornare indietro, al termine da cui si parti, che per la medesima rettitudine dell'ascesa, per cui è costretto di sfogare tutto il suo impeto per quella via. Ma nelle direzioni oblique può tornare indietro per una via diversa, deflettendosi prima di esaurir tutto per linea retta il primo impeto conceputo. E perchè questa facilità di defletter dal primo corso è tanto più grande, quanto l'angolo fatto dalla direzione del tiro con l'orizzonte è più acuto; s'intende perchè, gettato il mobile ora per AC, ora per AD, ora per AE, vada in dirittura per tratti via via sempre minori. « Verum, si fertur per lineam perpendicularem AB, ab ea nullo modo mobile declinare potest, nisi super eadem recedendo, ad terminum a quo recessit, accedat; hoc autem, dum vivet, nunquam patietur virtus impellens. Cum autem mobile per lineam AC fertur, quia adhuc inclinatio, ad terminum a quo, tendit, nisi valde debilitata, eam non sinet virtus motiva. Cum autem fertur per AE horizonti fere aequidistantem, potest quantumlibet cito inclinari incipere mobile; inclinatio enim haec recessum a termino non impedit » (ibid., pag. 339, 40).

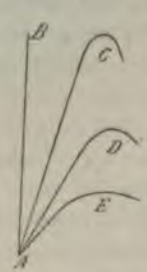


Figura 277

Si diceva che da queste galileiane speculazioni si vede balenare in volto alla Scienza de' proietti un concetto nuovo, il quale sarebbe poi per pigliare essenza di vero, quando l'impeto verticale, che ora s'esaurisce nella rettitudine e nella deflessione del moto, s'intenderà compartito fra lo spingere in alto il mobile, e il mandarlo al largo per l'orizzonte, in quelle che si chiameranno *altezza*, e *amplitudine* della Parabola. Prima però che questo essenzial vero gli si facesse noto, persistè Galileo per quarant'anni nell'errore, da cui venne non per propria ma per altrui virtù finalmente salvato. Come questo avvenisse è ciò che ci resta a narrar di più nuovo, e anche di più curioso, perchè fu Galileo stesso che, scoperte le leggi dei moti naturali, dava altrui il modo di dimostrar le leggi dei moti violenti. Il primo esempio del non aver saputo adoperar l'argomento colui, che industriosamente l'avea fabbricato, risale a quegli anni, ne' quali, dall'aver supposto le velocità proporzionali ai tempi riuscì a concluder che gl'incrementi degli spazi nel moto accelerato stanno come la serie de' numeri impari, e che *la velocità nel moto violento va decrescendo con la medesima proporzione, con la quale nella medesima linea retta cresce nel moto naturale.*

Che occorressero a farsi queste scoperte verso il 1604 si provò altrove, e si conferma qui da una lettera, scritta il dì 9 d'Ottobre di quell'anno, e

nella quale il Sarpi così comincia, per esporre e avere da Galileo la soluzione di un dubbio: « Già abbiamo concluso che nessun grave può essere tirato all'istesso termine in su, se non con una forza, e per consequente con una velocità. Siamo passati, così V. S. ultimamente affermò ed inventò, che per li stessi termini tornerà in giù pei quali andò in sù » (Alb. VIII, 29).

Le medesime cose che al Sarpi furono nel tempo stesso partecipate da chi le affermò e inventò a Guidubaldo del Monte, il quale, rimeditando il fatto che, spinto il mobile da A in B (fig. 278) torna da B in A, avendo in C, D, E e in tutti gli altri punti intermedi acquistata nello scender la medesima velocità, che ivi ebbe nel risalire; dovette concluderne che, leggermente inclinata la direzione del tiro tanto da distinguere le due vie, quella FG per cui cala è simile alla AF per cui il mobile monta. Nè si vedeva perchè la medesima conclusione non si potesse applicare al caso, in cui declinando anche di più la direzione del tiro, il proietto va, come per ACE (fig. 279), per una via più aperta.

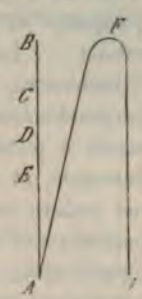


Figura 278

Imbevuto Guidubaldo delle più sane dottrine del Benedetti fu da lui persuaso che, non potendo per il tratto AB la gravità abbandonare il proietto, nè per il tratto DE la gravità stessa essere abbandonata dal primo impeto impresso, che non può tutto essersi esaurito; quelle linee son ambedue curve generate da moto misto: ond'essendo di moto misto resultante tutta intera la traiettoria, ebbe a concluderne, dietro gli avvertimenti del Cardano, che non per sola la parte inflessa BCD, ma che per tutta la lunghezza ACE la linea del moto si compone in modo, da rassembrare una parabola. E perchè il mobile per l'aria non lascia di sè vestigio, Guidubaldo stesso ricorse all'ingegnoso partito di tirar sopra un piano una palla tinta d'inchiostro, la via disegnata dalla quale, arrovesciata e tenuta pendula, gli pareva, con que' punti interrotti pel saltellar che andando faceva la palla stessa, rassomigliarsi alla sacca di una catena lentamente sospesa. Gli venne allora in pensiero che anche la sacca della catena risulti da un moto naturale consistente nel peso degli anelli, misto al moto violento di chi la tira ai due capi, è fu il primo a rassomigliare a vista la catenaria e la traiettoria fra loro, e ambedue alla parabola.

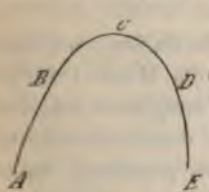


Figura 279

Questi pensieri venutisi, sul principio del secolo XVII, a svolgere dalle precedenti tradizioni, e dalle nuove dottrine galileiane, segnano nella Scienza de' proietti un tal progresso, da non restar altro al perfezionamento di lei, se non che la Geometria v' apponesse il suggello del vero. Dalla natura e dalla qualità della curva riconosciuta veniva sicuro il modo di misurare gli effetti del colpo, e nelle varie elevazioni le ragioni del tiro; ond'è che veramente i teoremi dimostrati trent' anni dopo nel terzo dialogo delle due Scienze nuove si contengono, come in germe, in queste parole di Guidu-

baldo, che si leggono sulla fine del manoscritto di lui, pubblicato fra le Note all' ultimo tomo della *Storia* del Libri:

« Se si tira una palla o con una balestra o con artiglieria o con la mano o con altro instrumento sopra la linea del horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar che nel montare, e la figura è quella che, rivoltata sotto la linea horizontale, fa una corda che non stia tirata, essendo l' un e l' altro composto di naturale e di violento, et è una linea in vista simile alla parabola.... La esperienza di questo moto si po far pigliando una palla tinta d' inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare al horizonte: che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro che, siccome ella ascende, così anco descende, et è così ragionevole, perchè la violentia, ch' ella ha acquistata nel andare in su, fa che nel callar vadi medesimamente superando il moto naturale nel venire in giù: che la violentia, che superò dal B (nell' ultima figura) al C, conservandosi, fa che dal C al D sia uguale a CB, e descendendo, di mano in mano perdendosi la violentia, fa che dal D al E sia uguale a BA, essendo che non ci è ragione che dal C verso DE mostri che si perda a fatto la violentia; che se ben va continuamente perdendo verso E, nondimeno sempre se ne resta, che è causa che verso E il peso non va mai per linea retta » (A Paris 1844, pag. 397, 98).

Furono senza dubbio queste speculazioni risapute da Galileo, ma non ci è riuscito ancora di sapere in che modo. Disse una volta Muzio Oddi al Cavalieri che esso Galileo e Guidubaldo avevano con le artiglierie fatto insieme esperienze intorno ai proietti, ciò che deve esser dunque avvenuto prima del 1607, anno in cui morì Guidubaldo. Di queste pubbliche esperienze però non abbiamo nè documento certo, nè parole che ne facciano qualche cenno, e dall' altra parte l' esperienza riferita nella sopra addotta scrittura era così semplice e così naturale, da non aver bisogno d' altro aiuto o testimonio. Noi perciò crediamo che il manoscritto ritrovato dal Libri, o nell' originale o in copia, fosse, poco dopo il 1607, capitato alle mani di Galileo, e perchè vi si ritrovavan dottrine di acustica, di resistenze e di moti, che egli intendeva appropriarsi, non potendo, per la ragion che ne avrebbero potuto richieder coloro, i quali avesser veduto o sentito dire del Manoscritto, tutto defraudare a Guidubaldo; per dir com' egli ci entrasse di mezzo dette voce che avevano sperimentato, specialmente con le artiglierie, quelle cose tutt' e due insieme.

Comunque sia però delle esperienze, che sian propriamente dell' Autore del manoscritto le speculazioni ammirate, si prova dal fatto, che Galileo rifiutò di esse la parte migliore, rimanendo tuttavia in dubbio intorno alla qualità della linea descritta dal proietto, e inclinando molto verso la prima concepita opinione che cioè, così la traiettoria come la catenaria partecipassero la loro curvità non dalla parabola, ma sì piuttosto dal cerchio. Come avvenisse la subitanea conversione, e come quel Salviati, già disposto fin da principio ad accogliere il risoluto problema della corda non tocca che

risona all' unisono di un' altra vibrata, e la ragion della resistenza de' canapi uguale in tutta la loro lunghezza; si risolvesse all' ultimo di derivare altresì ne' suoi dialoghi, dal manoscritto di Guidubaldo, il modo di descriver meccanicamente la parabola, e di applicare ai proietti quella mistione di moto naturale e di violento, che ritrovasi nella catena; lo vedremo nella seguente parte del nostro discorso, dop' esserci trattenuti a veder quali fossero i progressi, che fece Galileo speculando sopra le più approvate speculazioni dello stesso Guidubaldo.

II.

Dovea fra le approvate speculazioni senza dubbio esser quella dell'ugual viaggio, che il proietto fa nel salire e nello scendere, e della ugual velocità, che si trova ne' due punti, ne' quali son dalla medesima orizzontale intersecati i due rami della via, essendo tuttociò consequente come avvertimmo, dallo stesso principio galileiano, « che il cadente naturale ed il proietto violento passano per la medesima proporzione di velocità » (Alb. VI, 25). Così non in sola la traiettoria ABC (fig. 280), ma in tutte le altre EBF, GBH, aventi la medesima altezza BO, si avvererà che il cadente naturale in M e in O dovrà avere la medesima proporzione di velocità che il proietto violento in N e in P, in C e in H.

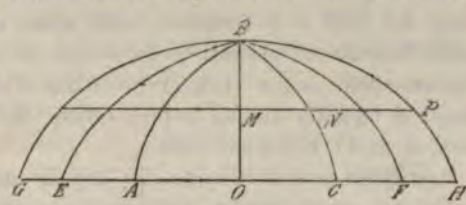


Figura 280

Ma qui occorse alla mente di Galileo un dubbio, che gli ragionava non parer verosimile che in N e in P abbia il grave la medesima velocità, o partitosi da B con moto iniziale, o partitosi dalla quiete: per gli stabiliti principii dinamici infatti il cadente naturale da B, per i piani convessi BN, BP, ha acquistato i medesimi gradi di velocità, che in M, come si dice avere acquistato il proietto violento. Quella velocità però, proseguiva a ragionar Galileo, non l' ha il grave acquistata, se non col tempo, il quale è proporzionato alle lunghezze dei piani BN, BP, ond' ei sarebbe ragionevole il dubitar dell' ugualità degl' impeti, quando anche i tempi del proietto fossero via via tanto più lunghi, quanto son più lunghi i descritti viaggi.

Veniva così dunque a proporsi una nuova questione importante, che pareva risolversi dal considerar che forse è l' impeto impresso, il quale opera nel proietto violento quel che nel cadente naturale opera il tempo, cosicchè mentre qui gl' impeti naturali in M, in N e in P son ragguagliati dai diversi tempi spesi nelle cadute, sien là invece ragguagliati dagl' impeti violenti, che una forza straniera partecipa al mobile, rimanendosi per qualunque lunghezza di via i tempi sempre fra loro uguali. Pareva insomma a

Galileo assai verosimile che, se fosse in B la bocca di un cannone livellato, i tempi spesi a descrivere i getti BH, BF, BC dovessero essere tutti fra loro uguali, e al tempo in cui la palla sarebbe giunta dallo stesso punto B in O, per semplice via naturale.

Il discorso richiedeva dalla esperienza qualche conforto, e perchè non poteva una persona privata avere a sua disposizione artiglierie militari, e dall'altra parte non eran queste sempre nè di pronta nè di comoda osservazione a un Filosofo, pensò di servirsi dei getti d'acqua, il maggiore o minore impeto dei quali s'attemperava assai facilmente col crescere o col diminuire l'altezza del liquido nel vaso. Ebbe per Galileo di qui occasione una Scienza nuova, gli oscuri natalizi della quale si celebrarono nella proposizione che i getti dell'acqua, essendo il cannone livellato, giungono a terra nel medesimo tempo delle gocciole naturalmente cadenti, tiratesi sotto dallo stesso cannone, e che gli zampilli, da qualunque forza sian fatti, purchè giungano alla medesima altezza, si spediscono tutti in tempi uguali. E perchè non erano questi effetti dipendenti che dalla sola gravità, non dubitò Galileo di applicarli ai tiri delle artiglierie, compiacendosi così di avere, tra il finir del 1608 e il cominciar dell'anno seguente, progredito nell'acquisto della Scienza de' proietti, e di averne fatta la prima felice applicazione alla materia delle acque. Tali erano infatti l'espressioni della sua compiacenza, quali si leggono in una lettera scritta da Padova a un Principe di casa Medici, il dì 11 Febbraio 1609:

« Sono adesso intorno ad alcune questioni che mi restano intorno al moto dei proietti, tra le quali molte appartengono ai tiri delle artiglierie, e pure ultimamente ho ritrovata questa: che, ponendo il pezzo sopra qualche luogo elevato dal piano della campagna, e appuntandolo livellato giusto, la palla uscita dal pezzo, sia spinta da molta o da pochissima polvere, o anco da quanto basti solamente a farla uscire dal pezzo, viene sempre declinando ed abbassandosi verso terra con la medesima velocità, sicchè nello stesso tempo, in tutti i tiri livellati, la palla arriva in terra e siano i tiri lontanissimi o brevissimi, oppure anco esca la palla dal pezzo solamente, e caschi a piombo nel piano della campagna. E l'istesso occorre nei tiri elevati, li quali si spediscono tutti nell'istesso tempo, tuttavolta che si alzino alla medesima altezza perpendicolare.... Nella materia delle acque e degli altri fluidi, parte ancor lei intatta, ho parimente scoperte grandissime proprietà della Natura » (Alb. VI, 69, 70).

Le grandissime proprietà nella natura de' fluidi scoperte si riducevano insomma alla sopra riferita proposizione, ma il tema delle Artiglierie si presentava bene assai più vasto e più importante, derivando una sua tale importanza, non da solo avere avvertito l'isocronismo delle traiettorie, ma dall'avere riconosciuta l'egualità degli impeti ne' due punti del loro viaggio intersecato dalla medesima orizzontale. Così veniva l'antica arte ballistica ad essere radicalmente riformata, perchè, là dove il Tartaglia aveva insegnato che tanto è più debole il colpo, quanto la palla è più lontana dalla bocca

del cannone, e il Cardano che il maggior impeto del proietto è nel mezzo; la nuova Scienza, come cosa inaspettata e quasi incredibile, rivelava che il medesimo effetto fa la palla alla bocca del cannone elevato, e nel luogo più lontano, dov' ella batte per terra.

Erano queste verità intravedute come in ombra o indicate per assai verosimili dall' esperienza, ma non dimostrate dalla Geometria o da discorso, che potesse servire di fondamento alla Geometria, e nonostante lusingarono tanto Galileo, da proporsi di stendere delle Artiglierie, con le quali ei pure confessa di non aver mai fatto esperienza (Alb. II, 100), un intero trattato, i sommi capi del quale si trovano così intitolati e ordinatamente scritti di propria mano di lui, in un foglio che ci è rimasto:

« I. Particolari privilegi dell' Artiglieria sopra gli altri strumenti meccanici. »

« II. Della sua forza, ed onde proceda. »

« III. Se operi con maggior forza in una certa distanza, o da vicino. »

« IV. Se la palla vadia per linea retta, non sendo tirata a perpendicolo. »

« V. Che linea descriva la palla nel suo moto. »

« VI. La causa ed il tempo dello stornare il pezzo. »

« VII. Impedimenti che rendono il pezzo difettoso ed il tiro incerto. »

« VIII. Del metterle a cavallo e scavalcarle. »

« IX. Della fabbrica del calibro. »

« X. Dell' esamine circa la bontà e giustezza del pezzo. »

« XI. Se quanto è più lungo il pezzo tiri più lontano, e perchè. »

« XII. A quale elevazione tiri più lontano, e perchè. »

« XIII Che nel termine la palla in giù, nel perpendicolo, torna con la medesima forza e velocità che andando in su. »

« XIV. Diverse palle artifiziate e lanterne e loro uso. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 193).

Molti de' proposti soggetti della trattazione concernono, come si vede, la parte fisica o tecnica dell' Arte militare, ma quei che principalmente s' appartengono alla Scienza meccanica son fra' primi che s' incontrano in questo elenco il terzo, il quarto e il quinto, i quali ultimi due, insieme col XII, venivano da Galileo risoluti con le ragioni medesime del Tartaglia. Rispetto al quarto infatti l' osservazione scritta nella seconda supposizione del secondo libro della *Scientia nuova* vedesi tradotta in queste parole, con le quali Simplicio, domandato quanto stia il proietto appena uscito di mano al proiciente a declinare in basso, risponde: « Credo che cominci subito, perchè, non avendo chi lo sostenti, non può esser che la propria gravità non operi » (Alb. I, 215). In piena conformità coi quali principii Galileo pure scioglie il quinto dei proposti quesiti, dicendo che la linea descritta dalla palla nel suo moto è in parte tale da potersi avere per retta, e in parte manifestamente curva, e la parte curva *sarà parte di una circonferentia di cerchio*, come si legge nel detto libro della *Scientia nuova*. All' altro quesito XII non poteva Galileo stesso risponder di meglio di quel che, non con ragioni geome-

triche ma sperimentali, avea già risposto il Tartaglia, che cioè l'elevazione, alla quale tira l'obice più di lontano, è nel sesto punto della Squadra. Il problema poi, scritto nel sopra addotto elenco in undecimo luogo, ritenevasi come risoluto di fatto per il Cardano, il quale annovera fra le cause che rendono o più tardo o più veloce il moto violento « quod per magnum spatium: ideo machinae bellicae quo longiores eo procul magis eiaculantur » (De subtil. cit., pag. 93). E probabilmente al fatto, che si credeva confermato dall'esperienza, si riducevano anche le ragioni di Galileo.

I galileiani quesiti dunque, da risolversi coi principii nuovi, non si riducevano che al III e al XIII, ne' quali volevasi dimostrare, contro le comuni opinioni, e contro le dottrine a que' tempi insegnate, che la palla può avere, così da vicino come a distanza, la medesima forza, essendo questa tanta nel salire quant'è nello scendere, e spedendosi in egual tempo i due viaggi contrarii. Furono tali le conclusioni, che principalmente incorarono, verso il 1609, la speranza di farsi maestro al mondo dell'arte bellica nell'animo di Galileo, ma ripensando poi che queste nuove erano bene assai piccola parte delle dottrine antiche, e che non trovavano ancora nella Geometria nessun solido fondamento; non solo ei depose il pensiero di trattar delle Artiglierie, ma non fece per allora altro conto dello scoperto isocronismo dei tiri, fatti con qualunque forza di punto in bianco, aspettando che gli occorresse, a confermare il vero, discorso più dimostrativo di quello, che si fondava nel comparare gl'impeti del proietto per le vie aeree, e del cadente naturale lungo i piani convessi.

Non poteva la desiderata dimostrazione aspettarsi da altro, che dal principio dei moti composti, perchè dall'ammetter che il viaggio del proietto resulti da un moto verticale e da un altro orizzontale, come avvien per esempio nel considerar la palla di artiglieria scender lungo l'albero maestro, mentre la nave si muove; era manifesto che la perpendicolar caduta naturale e la trasversale violenta, descritta dalla palla stessa, si spediscono nel medesimo tempo.

Una tal composizione di forza però, ne' moti violenti, era stata apertamente negata dal Tartaglia, e benchè il Benedetti avesse lasciato scritto che era ciò un grande errore, e avesse il Cardano dimostrate le proprietà, che egli chiama ammirande, dei moti misti, la XLIX proposizion nonostante pareva scritta apposta da lui nell'*Opus novum*, per concluder tutt'altrimenti di quel sincronismo, che era nuovamente venuto a concludersi da Galileo.

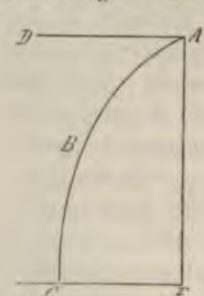


Figura 281

La detta cardanica proposizione è così espressa: « Omne mobile motum duobus motibus non ad idem tendentibus, utrumque seorsum tardius moveretur simili motu » (Operum, T. IV, Lugduni 1663, pag. 490). Sia A (fig. 281) il mobile, mosso per ABC, con moto misto di naturale e di violento, e sia D il termine dell'uno, E il termine

dell'altro: dice il Cardano che più tardi giungerà in C, che in D, e in E. Quanto ad E, la cosa è chiara: prima, perchè manca ad AE, per agguagliarsi ad AC, la parte AD, e poi, perchè, per la definizione della linea retta, AC è più lunga di AE « quare tardius mobile perveniet ad C quam ad E duplici ratione. Dico etiam quod tardius ad C quam D. Quia enim vis, quae fert ad D, repugnat ei quae fert ad E, et vis quae fert ad E repugnat ei, quae fert ad D: Igitur tardius perveniet ad C, quam D » (ibid.).

Galileo invece aveva scoperto che giunge in C e in E il mobile nel medesimo tempo, e fu per questa contradizione che sempre più diffidò di quei moti misti, introdotti dal Cardano nella Scienza dei proietti. Ma perchè in ogni modo non potevasi aver quel ch' esso Galileo cercava di dimostrare, se non che facendo uso del principio che, imbevuto oramai delle viete dottrine del Tartaglia, egli avea ripudiato; sarebbe alle speculazioni, così felicemente incominciate, venuto ad arrestarsi ogni progresso, se non gli fosse avventurosamente occorso di scoprire che non in sè, ma nel modo, era fallace l'argomento, di cui s' era servito il Cardano.

Venne quell' avventurosa occasione alquanti anni dopo, quando a lui, dichiaratosi Copernicano, opponevano i Peripatetici che, se la Terra veramente girasse in ventiquattr' ore in sè stessa, i corpi gravi, lasciati andar dall' alto di una torre, non verrebber a batterle al piede. Confermavano il loro discorso con l'esempio di una nave, nella quale se, mentre sta ferma in porto, si lascia dalla sommità dell' albero cadere liberamente una pietra, quella batte a piè dell' albero stesso a piombo sotto il luogo, dove si lasciò cadere; il quale effetto, soggiungevano, non avviene, quando va il naviglio innanzi con corso veloce, perchè, nel tempo che il grave scende nel perpendicolo, egli è già trascorso per linea orizzontale, e perciò il termine della caduta non è più, come dianzi, a piè dell' albero, ma verso la poppa.

Dicevano così costoro, non perchè avessero osservato i fatti, ma perchè, secondo il loro vizioso istituto, dovevano i fatti accomodarsi e rispondere alle ragioni, le quali si leggevano a nome di Aristotile scritte nella detta proposizion XLIX del Cardano. Ivi erasi concluso che in C il moto è più tardo che in E, per cui se AE rappresenta l'albero della nave, e ABC la linea del viaggio fatto dal cader della pietra, essendo per questa linea, ch'è della perpendicolare più lunga, il moto più tardo, deve la pietra stessa, correndo innanzi la nave, necessariamente restare in dietro.

L'istituto di Galileo era a questo peripatetico tutt' affatto contrario, ond'è che saviamente secondandolo, giunse per la via regia della esperienza a scoprir la fallacia di un tal discorso fattogli allora, insieme con altri anche più scipiti, da un tal Francesco Ingoli, casuidico di Ravenna. A lui e a' peripatetici colleghi suoi rispondeva Galileo stesso nella primavera del 1624, ritrovandosi a Roma, rimproverandoli del produrre esperienze come fatte e rispondenti al bisogno, senz'averle mai fatte nè osservate « ed una di tali esperienze, poi soggiunge, è appunto questa del sasso cadente dalla sommità dell' albero nella nave, al piè della quale va sempre a terminare e fe-

rire, tanto quando la nave è in quiete, quanto mentre ella velocemente cammina, e non va, com' essi credevano, scorrendo via la nave, mentre la pietra per aria viene a basso, a ferir lontano dal piede verso la poppa. Nella quale occasione io sono stato doppiamente miglior filosofo di loro, perchè eglino al dir quello che è contrario in effetto hanno anco aggiunta la bugia, dicendo d' aver ciò veduto dall' esperienza, ed io ne ho fatto l' esperienza, avanti la quale il natural discorso mi avea molto fermamente persuaso che l' effetto doveva succedere come appunto succede » (Alb. II, 99).

Ritrovato così che i fatti confermavano il discorso naturale, Galileo credè che la fallacia dell' argomento del Cardano consistesse nell' ammetter che l' uno dei moti fosse d' impedimento all' altro. Ond' essendo il vero che l' impeto, con cui va la nave, resta indelebilmente impresso nella pietra, dop' essersi separata dall' albero, e che questo moto non reca impedimento o ritardamento al moto all' ingiù; in quest' amica composizione di forze, che egli aveva prima tante volte repudiata, vide chiara Galileo stesso la ragione, che da tanto tempo cercava, del sincronismo nel perpendicolo e nella trasversale, o sia il grave, mentre cade naturalmente, trasportato dalla nave, o da altro con cui si muova, o dall' impeto nella medesima direzione impressagli dal proiciente.

« Quando sia vero (così nel secondo dialogo dei Massimi Sistemi è messo in bocca al Sagredo) che l' impeto, col quale si muove la nave resti impresso indelebilmente nella pietra, dopo che s' è separata dall' albero, e sia in oltre vero che questo moto non arrechi impedimento o ritardamento al moto retto all' ingiù naturale della pietra, è forza che ne segua un effetto meraviglioso in natura. Stia la nave ferma e sia il tempo della caduta d' un sasso dalla cima dell' albero due battute di polso: muovasi poi la nave, e lascisi andar dal medesimo luogo l' istesso sasso, il quale, per le cose dette, metterà pure il tempo di due battute ad arrivare a basso, nel qual tempo la nave avrà v. g. scorso venti braccia, talchè il vero moto della pietra sarà stato una linea trasversale assai più lunga della prima retta e perpendicolare, che è la sola lunghezza dell' albero; tuttavia la palla l' avrà passata nel medesimo tempo. Intendasi di nuovo il moto della nave accelerato assai più, sicchè la pietra nel cadere dovrà passare una trasversale ancor più lunga dell' altra, e insomma, crescendosi la velocità della nave quanto si voglia, il sasso cadente descriverà le sue trasversali sempre più e più lunghe, e pur tutte le passerà nelle medesime due battute di polso. »

« A questa similitudine, quando in cima di una torre fosse una colubrina livellata, e con essa si tirassero tiri di punto bianco, cioè paralleli all' orizzonte, per poca o molta carica che si desse al pezzo, sicchè la palla andasse a cadere ora lontana mille braccia, or quattro mila, or sei mila, or dieci mila ecc. tutti questi tiri si spedirebbero in tempi uguali tra di loro, e ciascheduno eguale al tempo, che la palla consumerebbe a venire dalla bocca del pezzo sino in terra, lasciata senz' altro impulso cadere semplicemente giù a perpendicolo. » (Alb. I, 171, 72).

A questa medesima conclusione, quando non s'erano ancora le dispute co' Peripatetici anticopernicani fatte così fervorose, era, come vedemmo, già venuto Galileo nel 1609, per discorso però, a cui mancava la fermezza del fondamento, la quale, ritrovata ora nel principio dei moti misti, fece deliberarlo di divulgar la scoperta come cosa nuova fra i discepoli e gli amici curiosi. Il Castelli la insegnava pubblicamente, illustrandola con l'esperienza de' getti di acqua e degli zampilli a' suoi scolari di Pisa, fra' quali sapremo tra poco con certezza essere il Cavalieri. Mario Guiducci la leggeva nel 1626 in una solenne adunanza agli Accademici fiorentini, applicandola ad illustrare un luogo di Omero. Nel canto XXI dell'Odissea dice il Poeta che Penelope, per far cimento del valore dei Proci, presentò a loro innanzi il fortissimo arco di Ulisse, offerendo in premio per sposa sè stessa a chi di loro avesse avuto forza di caricarlo, e di far passar libera la scoccata saetta per gli anelli di dodici accette, orizzontalmente disposte in fila.

Vuole il Guiducci far rilevar l'acutezza del concetto omerico, osservando che quel gioco presupponeva le proprietà delle curve descritte dai proietti, le quali vanno sempre piegandosi verso terra, ma quel piegamento è tanto meno sensibile in una breve distanza, quanto il proietto è gettato con maggior forza. Così, poniamo che sia il primo anello collocato in AB (fig. 282), e l'ultimo in BC, stando gli altri dieci fra mezzo. Tirando la freccia in modo, ch'ella imbocchi sotto il punto A il primo anello, proseguendo il suo impeto descriverà una curva, la quale potrebb'essere così AD, come AE, secondo che l'arco era più o meno teso. Che se ebbe tal tensione, da poter rilasciato sospinger la saetta per la via AE, gli anelli saranno tutti passati fuor fuori, ma se fosse stata invece AD quella via, per più debole impulso dato alla corda, non sarebbero stati passati se non che quegli anelli soli, i quali fossero stati fra' punti B e D collocati nel mezzo.

Figura 282

Il gioco dunque ingegnosamente proposto da Penelope era bene atto a misurare la forza della tirata dell'arco, ed era fondato sopra una nozione, che facilmente s'aveva dalla volgare esperienza. Ma il Guiducci vuol ridurre a un principio scientifico quello strattagemma; principio, ch'egli dice essere stato nuovamente da Galileo così proposto: « I proietti scacciati con violenza dal proiciente, il quale non sia elevato nè inclinato, ma parallelo all'orizzonte, arrivano nel tempo medesimo al piano sottopostoli della terra, come se vi fossero dalla medesima altezza lasciati cadere perpendicolari » (Prefazione alle rime di M. A. Bonarroti, Firenze 1863, pag. CXXXII). E dop'aver fatto osservare che un uomo, sdrucciolando dall'albero di una barca, giunge al piede nel medesimo tempo o la barca stessa stia ferma o si muova,

benchè in questo caso descriva una trasversale tanto più lunga; « nella stessa guisa, soggiunge, avvien per l'appunto ai proietti, il cui moto, essendo composto di due moti, procedenti da due virtù diversamente motrici, cioè una naturale per linea tendente al centro, l'altra violenta per linea orizzontale; non può questa impedire nè ritardare l'altra naturale e al centro, sicchè il proietto non termini nell'istesso tempo il suo moto, nel quale lo finirebbe, se progressivamente non si movesse » (ivi).

Agli Accademici fiorentini veniva così dunque anticipata da sei anni la lettura di quella pagina, che vedrebbe il pubblico impressa nel secondo dialogo dei Massimi Sistemi, ne' quali il Sagredo, a quel che dianzi udimmo, discorre nella sostanza e nella forma come il Guiducci. Se non che questi, prima di descrivere l'esperienza della nave, avverte esservi di ciò la *dimostrazione geometrica*, la quale egli però non dice, e non accenna, perchè forse da Galileo gli era stata solamente promessa. Ne' citati Dialoghi infatti la proposizion de' proietti non piglia altro valore dimostrativo che dalla esperienza, se forse nella composizion dei moti, che non s'impediscono, non si volesse far consistere tutta la promessa Geometria.

Del non esservi poi, nè in questo nè negli altri più lunghi discorsi, che ne' Dialoghi si fanno intorno ai proietti, nulla di geometrico; è manifesto argomento il non decidersi la qualità della linea, che descrive la pietra con moto naturale misto al moto violento, o della barca, che con lei si muove, o della forza a lei impressa dal proiciente. Quella linea è sempre da Galileo vagamente chiamata col nome di *trasversale*, nè si decide mai se sia retta o curva, o essendo curva a quale specie di linee curve appartenga. A pag. 169 della prima edizione, fatta nel 1632 in Firenze sotto gli occhi dell'Autore, quella trasversale è disegnata come retta, essendo in apparenza tale, perchè il grande impeto del cannone, che ivi si rappresenta, non rende in sì breve tratto sensibile l'effetto della gravità in inclinare a basso la palla. Che sia però quella linea realmente curva, non potendo il proietto essere abbandonato mai dalla gravità sua naturale, Galileo lo teneva per cosa certa, come aveva insegnato il Tartaglia, di cui si crederebbe però avesse ripudiato l'errore delle curvità circolari nella traiettoria, ora che alla singolar proprietà de' proietti, scoperta nel 1609, si diceva d'aver ritrovata la geometrica dimostrazione. È un fatto ch'egli non ha più allo stesso Tartaglia quella prima fede, che gli fece risolutamente negare le similitudini paraboliche, quando Guidubaldo gliele mostrava nelle vestigie lasciate impresse sulla tavola levigata dalla palla intinta nell'inchiostro, ma vacilla. Così vacillando però inclina tuttavia a credere che la curva del proietto, o apparisca come tale o no, sia in ogni modo parte di un cerchio descritto con un raggio o più lungo o più corto.

Nella Risposta all'Ingoli sopra citata così concludesi l'esperienza della pietra, lasciata liberamente cader giù dall'albero della nave: « Dicovi pertanto, signor Ingoli, che, mentre la nave è in corso, con altrettanto impeto si muove ancor quella pietra, il qual impeto non si perde perchè quello che

la teneva apra la mano e la lasci in libertà; anzi indelebilmente si conserva in lei, sicchè mediante quello ell'è bastante a seguitar la nave, e per la propria gravità, non impedita da colui, se ne discende al basso componendo di ambedue un sol moto *e forse anco circolare*, trasversale, e inclinato verso dove cammina la nave » (Alb. II, 100). La sostanza delle dottrine esposte in questa Lettera copernicana venne poco di poi dialogizzata nei Massimi Sistemi, dove si dice vedersi il sasso uscito dalla fionda *descrivere un arco* (Alb. I, 212), e distendersi *non rettamente ma in arco* (ivi, pag. 254) si dice, vibrando il pendolo, la catena, che, secondo Guidubaldo, s'incurva a somiglianza di un ramo della parabola.

Che devasi in questi passi intendere *arco di cerchio*, secondo l'opinione rimasta per quarant'anni di studio intorno alle proprietà dei proietti nella mente di Galileo sempre tenace; si conferma da ciò, che dice in questa stessa Giornata, dove parla della fionda e della catena del pendolo, per determinar la specie della linea, che descrive una pietra, cadendo da un'alta torre di moto naturale composto col moto vertiginoso della Terra. Sia B (fig. 283) la base, e C la sommità della torre, i quali due punti, rivolgendosi intorno ad A centro terrestre, descrivano i due archi BI, CD: « divisa poi la linea CA in mezzo in E, col centro E, intervallo EC, descrivo, dice Galileo, il mezzo cerchio CIA, per il quale dico ora che assai probabilmente si può credere che una pietra, cadendo dalla sommità della torre C, venga, movendosi del moto composto del comune circolare e del suo proprio retto » (Alb. I, 184). È manifesto perciò che la cercata linea, descritta nel cader la pietra dalla sommità al piè della torre, è la CI, arco del semicerchio AIC. E perchè a questa similitudine va la cosa, quando si supponga in C un cannone livellato, che avesse potenza di spinger la palla da C in D, nello stesso tempo che quello spazio percorresi dalla Terra, il proietto dunque, secondo Galileo, descriverebbe la medesima linea CI; ossia il medesimo arco di cerchio. Di qui nella lettera all'Ingoli vien con tutta la precisione dichiarato il pensiero di chi la scrisse, perchè se BC rappresenta l'albero della nave, e BI la superfice convessa dell'acqua, movendosi da B in I essa nave, mentre dalla sommità dell'albero cade al piede la pietra, questa descriverà la linea CI, che è *la trasversale, inclinata verso dove cammina la nave e forse anche circolare*, di cui, come dianzi vedemmo, ivi scrive l'Autore.

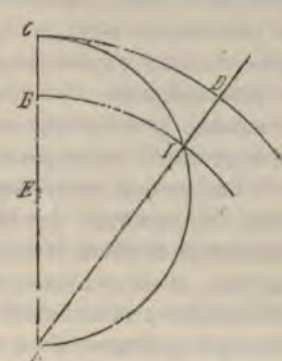


Figura 283

Se si debbon dunque intendere le parole come tutti schiettamente le intendono a significare le idee, nè nei Dialoghi famosi, nè in nessuna delle precedenti scritture, si dimostra da Galileo la propria specie della curva disegnata nell'aria dal proietto, e *forse*, e *probabilmente* si dice essere un

arco di cerchio. Anche il Cartesio confessava a que' tempi di non avere ancora intorno a ciò fatto nessuno studio. Credeva che una palla gettata con più o meno forza descriva due linee omogenee, « sed cuiusmodi sint istae lineae nunquam examinavi » (Epist., P. II cit., pag. 312). Di qualunque specie però esse linee si fossero in questo si trovavano i Matematici concordi, in escluderle cioè dal rappresentare curvità circolari. Quando il movimento retto verso il centro della Terra fosse uniforme, dice il Salviati galileiano, essendo anco uniforme il circolare verso oriente, si verrebbe a comporre di ambedue un moto per una linea spirale di quelle definite da Archimede. Ma perchè il moto retto del grave cadente è continuamente accelerato, è forza che la linea del composto dei due movimenti sia un mezzo cerchio (Alb. I, 182, 83).

La fallacia di questo discorso, preveduta infino da Leonardo da Vinci, ebbe facilmente a notarsi dai lettori del Dialogo, concordi nell' ammettere che non potesse la linea del cadente al centro dall' alto della torre esser di diverso genere dalla spirale, benchè confessassero assai facilmente dover procedere con altro passo dall' archimedea. Di ciò faceva il Fermat in Francia argomento alle sue censure, e il Cabeo fra' Nostri diceva, più giudiziosamente delle altre volte, che nell' esempio della pietra cadente dall' albero, mentre la nave scorre sopra la liquida circolar superfice del globo, la trasversale CI generata con duplice moto s' incurva in arco no di circolo ma di spirale « quae composita est cum consurgat ex duplici motu descensionis et progressionis, quorum alter rectus est, alter circularis supra centrum Terrae, sicut ex duplici motu generatur spira » (Comment. meteor., T. I cit., pag. 89).

Era fra quei lettori del Dialogo di Galileo Bonaventura Cavalieri, il quale, avuto nel carnevale del 1632 il libro in dono da un suo scolare in Bologna, scriveva il dì 22 di Marzo all' Autore di averlo, in que' giorni di comune allegrezza, allegrissimamente veduto « anzi divorato con gli occhi, raccogliendo con somma avidità i fiori di sì vago giardino » (Alb. IX, 264). Ma poi, entrato più addentro ai riposti orti di Accademo, e ivi quietamente sedutosi all' ombra per saggiarne i frutti, ebbe a trovarli agresti in alcune parti, e principalmente in quella che riguarda la linea descritta dai proietti. Non si poteva dar pace che dalla composizion di due moti, l' uno equabile orizzontale, e l' altro accelerato in modo da crescer gli spazii, secondo la serie dei numeri impari, come ivi s' insegna, se ne avesse a concludere in quel medesimo libro che la resultante è per un arco di cerchio.

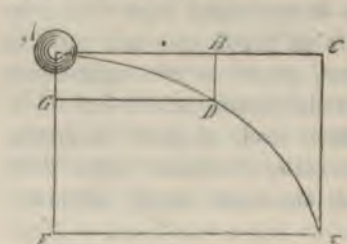


Figura 284

Sia A (fig. 284), ragionava così presso a poco il Cavalieri, un proietto spinto da qualunque forza per la orizzontale AC, sulla quale seguiterebbe a moversi equabilmente, se non lo inclinasse a basso la sua propria gravità, in direzione perpendicolare parallela alla AF. Supponiamo che, mentre il moto violento farebbe passare il mobile da A in B, la naturale sua forza

di gravità l'avesse fatto scendere in D per la linea BD, e mentre passerebbe in C, nel tempo AC, l'abbia quella stessa forza di gravità fatto scendere in E, per la linea CE. Si possono riferire i punti D, E agli assi ortogonali AC, AF, e così vedere a quale specie di curva appartengano. Rappresentando infatti, come s'è detto le AB, AC uguali alle applicate GD, FE i tempi, e le ascisse AG, AF uguali alle BD, CE gli spazii, i quali per la legge galileiana stanno come i quadrati di quegli stessi tempi; sarà per conseguenza $AG : AF = GD^2 : FE^2$. I punti D, E dunque e gli altri infiniti, per cui passa il proietto, son disposti lungo una linea parabolica, ed è questa, pensava il Cavalieri, conclusione verissima in Geometria, mentre che si rimanga sulla superficie terrestre, dentro i quai limiti le linee BD, CE son parallele, e verissima pure sarebbe anche in Natura, se si potesse toglier di mezzo l'impedimento dell'aria.

Teneva lo stesso Cavalieri da qualche tempo fra' suoi fogli un trattatello degli specchi parabolici, iperbolici ed ellittici, e ricondotto nel 1632 alla cattedra di matematiche nello studio di Bologna, con aumento di cento scudi, fece proposito, come significava in una sua lettera a Galileo (Alb. IX, 269), di stampare finalmente il libretto, e di dedicarlo per ringraziamento alla Reggenza. Mentre ivi insegnavasi con metodi nuovi a descriver le sezioni coniche, si dimostravano alcuni loro mirabili effetti intorno al suono, al calore e alla luce, per cui parve convenirsi al libro il titolo di *Specchio ustorio.* La legge della diffusione sferica, per cui crescono le superficie ondose lucide, calorifiche e sonore come i quadrati de' raggi, suggerì al Cavalieri, dopo la lettura del Dialogo galileiano, quella bella dimostrazione delle proporzioni del moto nei liberi cadenti, attissima a rivelar che gl' imponderabili stessi non si sottraggono alla legge universale dei gravi, e che tutto cospira quaggiù in un' armonica unione di forze.

Dal venir così confermati i principii dottrinali del moto, posti da Galileo, prese occasione il Cavalieri di mostrarne le conseguenze, per ciò che s' appartiene ai proietti, e l' una e l' altra parte pensò d' inserir nel trattato delle sezioni coniche, dove si vedrebbe a una nuova e mirabile dignità esaltata la Parabola. Introdottosi perciò ne' capitoli XL e XLI alla *Cognizione del moto,* e dal diffondersi concentrico di un punto in circoli ondosi, confermata, per la Geometria degl' indivisibili, la legge degli spazii proporzionali ai quadrati dei tempi; passa nel XLII a proporsi il quesito *Qual sorta di linea descrivano i gravi nel loro moto, spiccati che siano dal proiciente,* e lo risolve dicendo: « che i gravi, spinti dal proiciente a qualsivoglia banda fuorchè per la perpendicolare all' orizzonte, separati che siano da quello, ed escluso l' impedimento dell' ambiente, descrivono una linea curva insensibilmente differente dalla Parabola » (Specchio Ust., ediz. 2ª, Bologna 1650, pag. 99).

La dimostrazione è conclusa dal principio dei moti misti, a quel modo che dicemmo di sopra, ma era appena scritta e ordinata per le stampe che, rileggendola il Cavalieri, pensava a quel che nel vederla vorrebbe dir Ga-

lileo. Dubitava non dovesse incontrare a questi proietti terrestri la medesima sorte che ai celesti: e com' esso Galileo persisteva tuttavia in approvar le orbite circolari, benchè ellittiche le avesse dimostrate il Keplero; così s' aspettava che volesse mantener circolari le traiettorie anc' ora, che dagli stessi principii di lui si concludevano paraboliche con facile discorso. Par che, nell' atto stesso di venire scacciati dall' animo, scappino que' dubbi dalla punta della penna, mentr' è menata a scrivere così in fine della detta dimostrazione: « Ci contenteremo di questo poco, per intender le varie condizioni e nobiltà delle Sezioni coniche, avendole anco il Keplero in supremo grado nobilitate, mentre ci ha fatto vedere con manifeste ragioni, ne' Commentari di Marte e nell' Epitome copernicana, che le circolazioni de' Pianeti intorno al Sole non sono altrimenti circolari, ma ellittiche » (ivi, pag. 101, 2).

Poi, quasi impaurito il Cavalieri al pensiero di diventare anch' egli oggetto al disprezzo e all' ira di Galileo, come per somiglianti motivi era diventato il Keplero, cercò le vie di placarlo e di comprimerne i moti del terribile sdegno. Rileggendo a questo intento quella infelice opinione messa in bocca al Salviati, e che illustravasi dalla figura rappresentata da noi nella 283 qui poco addietro, ebbe a notar che la linea CI, secondo la quale anderebbe in aria la palla esplosa dal cannone livellato, e posto in C con la bocca; è una minima particella del grandissimo circolo AIC, che ha nella descrizione di Galileo per diametro il semidiametro della Terra: onde, avendo nel corollario al cap. LVI del medesimo Specchio ustorio dimostrato, in preparazione alla teoria de' circoli osculatori, che uno specchio sferico pochissimo cavo, o una lente sferica pochissimo colma, pochissimo differiscono dalla Parabola e dall' Iperbola nella curvatura; per salvare in qualche modo l' errore di Galileo, e per farlo apparire meno strano dal vero, volle soggiungere ivi queste parole: « Potrà insieme ancora la dottrina di questo corollario dar sodisfazione a coloro, che stimassero la strada disegnata dal proietto esser circolare, poichè, essendo quel cerchio notabilmente grande, ed il viaggio del grave poca parte dell' intera circonferenza, può esser che talora riesca pure pochissimo differente dalla Parabola » (ivi).

Nell' Agosto del medesimo anno 1632 lo Specchio ustorio era già stampato, e l' Autore nè dava così avviso a Galileo in una lettera scritta l' ultimo di quel mese da Bologna: « Non mancherò di fargli avere uno de' miei libretti ora stampati, quale ho intitolato *Specchio ustorio,* nel quale vedrà un mio pensiero intorno lo Specchio d' Archimede, dove tratto universalmente delle Sezioni coniche, considerando alcuni effetti di natura, ne' quali hanno che fare. Ho toccato qualche cosetta del moto de' proietti, mostrando che dovria essere per una Parabola, escluso l' impedimento dell' ambiente, supposto il suo principio del movimento dei gravi che si velociti secondo l' incremento de' numeri dispari continuati dall' unità, attestando però d' aver imparato in gran parte da lei ciò ch' io tocco in questa materia, adducendo insieme anch' io una ragione per quel principio » (Alb. IX, 286).

Era nella ragione di quel principio, che definiva gli spazi proporzionali

ai quadrati dei tempi, scolpita così a vivo l'effigie della Parabola, che Galileo ebbe a stupire di non averla riconosciuta se non ora, che veniva ad aprirgliene gli occhi la lettera del Cavalieri. Avrebbe sentito dispetto di sè, invidia della sorte altrui, se non fossero tali due sentimenti rimasti conculcati dal baldanzoso insorgere di quell'ardor di rapina, che spira dalle seguenti parole scritte in una lettera al signor Cesare Marsili, cittadino di Bologna, e protettore dello stesso Cavalieri:

« Tengo lettera del padre fra Bonaventura con avviso come S. P. ha nuovamente stampato un trattato dello Specchio ustorio, nel quale, con certa occasione, dice avervi inserito la proposizione e dimostrazione della linea descritta dai proietti, provando com'è una linea parabolica. Io non posso nascondere a V. S. I. tale avviso essermi stato di poco gusto, nel vedere come, di un mio studio di più di quarant'anni, conferitone buona parte con larga confidenza al detto Padre, mi deva ora esser levato la primizia, e sfiorata quella gloria, che tanto avidamente desideravo, e mi promettevo da sì lunghe mie fatiche: perchè veramente il primo intendimento che mi mosse a specular sopra il moto, fu il ritrovar tal linea, la quale, se ben ritrovata, è poi di non molto difficile dimostrazione, tuttavia io che l'ho provata so quanta fatica ho avuto in ritrovar tal conclusione. E se il padre fra Bonaventura mi avesse innanzi la pubblicazione significato il suo pensiero, come forse la civil creanza richiedea, io l'avrei tanto pregato, che mi avrebbe permesso che io avessi prima stampato il mio libro, dopo il quale poteva egli poi soggiunger quanti trovati gli fosse piaciuto. Starò attendendo di veder ciò che ei produce, ma gran cosa certo ci vorrebbe a temperare il mio disgusto, e di quanti miei amici hanno ciò inteso, dai quali, per mia maggior mortificazione, mi vien buttato in occhio il mio troppo confidare: porta la mia stella che io abbia a combattere, e anco con pèrdita, la roba mia » (Alb. VII, 5, 6).

La mattina del 19 Settembre 1632, otto giorni dopo la data di questa lettera da Firenze, va il Marsili a picchiare alla cella di fra Bonaventura, il quale ebbe a legger negli occhi di lui l'afflizione, prima che nel foglio apertogli innanzi. S'aspettava piuttosto che, per aver nello Specchio ustorio concluso diversamente da quel ch'era scritto nel Dialogo, se ne volesse risentir Galileo, nè sapeva intendere com'a veder dimostrata la Parabola dei proietti si dovesse aspettar la stampa di un nuovo libro, quando in quello dei due Massimi Sistemi, allora allora stampato, s'escludeva la parabola, per ammettervi il cerchio. Non avrebbe mai creduto il buon Frate che l'Uomo tanto riverito e amato, per non confessare di non aver saputo vedere nei suoi propri principii una conseguenza così manifestamente immediata, si fosse messo a profferire altrettante menzogne, quante nella lettera al Marsili erano le sentenze, per cui ingenuamente credendo a quei quarant'anni, a cui leggeva risalire un tale studio, e a questa fede associando le notizie avute dall'Oddi, pensò che delle traiettorie paraboliche si trattasse infin da quelle prime esperienze, che si diceva essere state fatte dallo stesso Galileo insieme con Guidubaldo Del Monte. — E dall'altra parte, discorreva fra sè il Ca-

valieri, ho io veduto tutto quel che, da' Dialoghi in fuori, si discorre da quel grand' Uomo intorno ai moti violenti? A me pareva per verità, essendo scolare in Pisa, che il padre don Benedetto non pronunziasse mai esser parabolici i getti dell' acqua, e che si limitasse a far notar l' ugual tempo, in cui il liquido cade o naturalmente o per l' impeto ricevuto dall' altezza del suo livello nel vaso; ma forse io non intesi bene tutta intiera la dottrina di Galileo, che il Castelli ci dimostrava con sì bella esperienza. —

Così discorrendo, si disponeva il buon uomo a lasciarsi docilmente spogliare del suo: e giacchè nessuna naturale estrinseca forza par che possa usar sull' animo violenza, convien dire che avesse qualche cosa del demoniaco o del mago colui, che usò nel rubare tant' arte, da movere il legittimo possessore della roba a portargliela infino a casa, confessandosi sinceramente convinto d' avergliela rubata, come fece insomma il Cavalieri in questa lettera a Galileo:

« Il cordoglio, ch' ella mostra d' aver sentito, come l' illustrissimo signor Cesare Marsili mi ha significato, per avere io toccato non so che della linea parabolica descritta dai proietti nel mio Specchio ustorio, non è al sicuro stato tale e tanto, quanto il mio, per avere io inteso ch' ella abbia ricevuto offesa da quello, che io sono trascorso a fare, piuttosto per eccesso di reverenza, che per altro. Quello che ho detto del moto, l' ho detto come suo discepolo e del padre don Benedetto, avendone visto fare esperienze da lui con altri scolari, da' quali pure ho sentito l' istessa conclusione, e ch' ella n' era l' autore, sicchè non può cader dubbio alcuno ch' io me la potessi arrogare come cosa mia.... Aggiungo di più ch' io veramente pensai che in qualche luogo ella ne avesse trattato, non avendo io potuto aver fortuna di vedere tutte le opere sue, e questo molto me l' ha fatto credere il sentirla fatta tanto pubblica, e per tanto tempo, che l' Oddi mi disse, dieci anni sono, ch' ella ne aveva fatto qualche esperienza col signor Guidubaldo Del Monte » (Alb. IX, 291, 92).

Un altr' animo franco da quella suggezione avrebbe potuto rispondere a Galileo; ma se tanto vi stava a cuore la gloria di raccogliere il frutto delle vostre fatiche di quarant' anni, e tanto trepidaste che non venissero gli altri a sfiorarvela, perchè, invece di confidare a loro privatamente la cosa, non ve ne assicuraste la proprietà nella pubblicazione del Dialogo famoso, come pur faceste di tutte le altre conclusioni da voi ritrovate intorno alla scienza del moto? O che strana cosa è mai questa, che voi dite di aver conferito con larga confidenza a fra Bonaventura la proposizione che dal moto retto del cadente, mescolato con l' equabile per l' orizzonte, resulta una parabola, e poi, con pubblica solennità, scrivete che probabilmente dalla mistura di que' due moti si compone un arco della circonferenza?

La domanda nasceva dalle pretensioni di Galileo tanto spontanea, che egli stesso, sentendone la molestia, aveva pensato di spacciarsene col rispondere che era detto a quel modo per celia, e per parlare, non già da scienziato, ma da poeta. « Nel Dialogo, sebbene vien detto poter essere che,

mescolato il retto del cadente con l'equabile circolare del moto diurno, si componesse una semicirconferenza, che andasse a terminare nel centro della Terra; ciò fu detto per scherzo, come assai manifestamente apparisce, mentre vien chiamato un capriccio e una bizzarria, cioè *iocularis quaedam audacia*. Desidero pertanto in questa parte esser dispensato, e massime tirandosi dietro questa dirò poetica finzione quelle tre inaspettate conseguenze, cioè che il moto del mobile sarebbe sempre circolare, secondariamente sempre equabile, terzo, che in questo apparente moto *deorsum* niente si mova di più di quello, che si faceva mentre era in quiete » (Alb. VII, 155).

Il Salviati per verità si mostra persuaso del suo discorso, non meno qui che là, nella lettera all'Ingoli, e il Sagredo gliel'approva dicendo di non poter credere che la linea del moto composto, secondo la quale va per aria il proietto, sia diversa dalla circolare (Alb. I, 183). — Ma giacchè voi, signor Galileo, avete voluto mettere la dignità de' vostri attori in commedia, e intorno a cosa di tanta importanza, e che tanto premeva di sapere ai Principi e ai Capitani conduttori degli eserciti in guerra, vi compiacete di averne nella massima Opera vostra discorso in burla, diteci in qual altra vostra, o dissertazione, o lettera, o nota, in quarant'anni di studii fatti intorno ai proietti, avete scritto delle loro vie paraboliche sul serio. Nel 1592 vi troviamo a specular la ragione, per cui il proietto va tanto più lungamente in linea retta, quanto l'angolo fatto dalla direzione del tiro con l'orizzonte è più acuto: nel 1604 Guidubaldo Del Monte vi fece ravveduto di questo errore, ma nel concedergli che la traiettoria non può non esser curva in ogni sua parte, gli negaste le somiglianze con la Parabola, alla quale preferiste una linea, che si componesse d'archi di cerchio con vario raggio di curvatura. Scopriste nel 1609 l'isocronismo dei getti di qualunque ampiezza, purchè ugualmente alti, per semplice congettura, di che poi nel 1624 diceste di aver trovato la dimostrazione, non già nella teoria del moto parabolico, ma nell'esperienza della pietra, che cade dalla sommità a piè dell'albero sempre, o stia ferma la nave o velocemente si muova. S'arrestarono a questo punto i vostri progressi, che infino al 1632 rimasero stazionari, intanto che, se voi non producete documento anteriore al mese di Settembre di quell'anno, noi non vi leveremo l'accusa di avere, in modo indegno di un Filosofo e di un animo onesto, usurpata al Cavalieri la tanto ambita scoperta.

Galileo presentì pur troppo nella colpevole sua coscienza i terrori di questa minaccia, i quali ei s'argomentò d'illudere, mettendo in mano al Salviati certi foglietti, perchè, sopr'essi scritti in latino, leggesse agl'interlocutori i teoremi *De motu proiectorum*, come seconda parte di quel trattato più antico *De motu loculi*, in modo da fare apparir che tutto avesse l'Accademico dimostrato nel medesimo tempo. I documenti però attestano che, mentre le prime proposizioni latine dei moti accelerati risalgono al 1604, quelle de' proietti son, per la massima parte, scritte nel 1636 e 37. Nel Gennaio di quest'anno, come si rileva da una lettera di Dino Peri, l'Elzevirio in Leida aveva sotto i torchi i Dialoghi delle Resistenze e del Moto, ma no

quello de' proietti, perchè l'Autore v' andava tuttavia lavorando (Alb. X, 184): e che vi lavorasse nel Febbraio seguente e nel Marzo, Galileo stesso lo scriveva al Micanzio (ivi, pag. 188) e al Magiotti, che rispondeva godere della notizia in estremo (MSS. Gal., P. VI, T. XIII, fol. 14). De' faticosi calcoli aritmetici, fatti per costruire la *Tabula altitudinum semiparabolarum ad singulos gradus elevationis,* è tutto pieno il tergo di una lettera di Alessandro Ninci, scritta da Campoli nel Marzo del 1636 (ivi, P. V, T. II, fol. 125).

Del non essere i foglietti, che il Salviati legge nel terzo Dialogo, contemporanei a quelli letti nel quarto, par che possa esser non lieve argomento il non aver l'Accademico avvertito ch' essendo gli spazi come i quadrati dei tempi, le relazioni, che passan fra loro, son rappresentate dalle ascisse e dalle ordinate di una semiparabola, ciò che, dalla contemplazione de' moti naturalmente accelerati, avrebbe per diretta via potuto condurre a riconoscer le proprietà della parabola ne' proietti; *quod non scripsit Galilaeus* osservò il Torricelli (Op. geom., P. I cit., pag. 110), il quale fu primo a dimostrare in pubblico che nella Parabola stessa convengono mirabilmente le due specie di moti.

Per confermar poi il nostro discorso che cioè, a rivelar l'ingegno della Natura *circa parabolicam lineam ludentis,* Galileo convertito non attese che negli ultimi anni della sua vita, si avvertirà che non abbiamo dell'avvenuta conversione documento anteriore al dì 5 Giugno 1637, in quella lettera scritta a Pietro Carcavy di Parigi, e nella quale, riducendo gli scherzi del Dialogo al serio, si legge che « sebbene dalla composizione del moto equabile col retto perpendicolarmente discendente, con l'accelerazione fatta nella proporzione da me assegnata, si descriverebbe una linea che, andando a terminare nel centro, sarebbe spirale; nientedimeno, sinche noi ci trattenghiamo sopra la superfice del globo terrestre, io non mi pento d'assegnare a tale composizione una linea parabolica » (Alb. VII, 155).

Convien dir che da scherzo intendesse pure di parlare il Salviati anche colà, dove nel Dialogo copernicano afferma incurvarsi in arco la catena ondeggiante col grave fatto pender da lei, ond' è che, discorrendone sul serio la prima volta in quarant' anni nel nuovo Dialogo meccanico, non solo ivi si dice che quella medesima catena s' incurva in figura di parabola, ma, dop' avere insegnato il modo di descriverla com' insegna Guidubaldo, accogliendo ora amichevolmente quel che sempre erasi rifiutato; s' aggiunge l' altra maniera di servirsi, per quella medesima descrizione, direttamente della catena, *punteggiandone sopra un muro la strada* (Alb. XIII, 144).

Mentre avrebbe dovuto il Salviati ripensar che il primo modo di descriver con maravigliosa facilità quante parabole uno vuole, col tirare una palla inumidita sopra la superfice di uno specchio inclinato, non era invenzion dell'Amico; piglia occasione di soggiungere che s' ha di lì esperienza il moto de' proietti farsi per linee paraboliche: « effetto non osservato, prima che dal nostro Amico, il quale ne arreca anco la dimostrazione » (Alb. XIII, 144). Nella prefazioncella latina alla Giornata terza intorno i movimenti locali, os-

serva lo stesso Amico del Salviati che, gettato un grave per aria, descrive una certa linea curva, « verumtamen eam esse Parabolam nemo prodidit » (ibid., pag. 148). Se fosse Galileo potuto starsi sicuro che si tenessero per anticamente scritte nella realtà queste parole, come si volevano fare apparire nella forma, bastava avere ingerita ne' lettori una tale persuasione, perchè non dovessero mettersi a ricercar d' altro. Ma pure compariva quell' annunzio di novità alla luce nel 1638, che vuol dire sei anni dopo che l' aveva già prodotto l' Autore dello Specchio ustorio, per cui gli avversari o i poco facili a credere a coloro, che vogliono in ogni cosa apparire i primi, avrebbero potuto notar l' Autore della detta prefazioncella o di avere ignorate le tradizioni della Scienza, o di aver profferito una menzogna manifesta.

La sagacità di Galileo aveva prevedute anche le punte di questa saetta. Atterrito dalle parole scritte al Marsili, concludeva il Cavalieri così le sue difese: « Insomma, s' ella pur vuole che sia errore, non è di malizia al sicuro. Vegga pur quello vuole che io faccia per darle sodisfazione, che io son prontissimo a farlo. Ne ho dato fuori solo alcune copie quà in Bologna: frattanto io non ne lascerò uscire altre, sino a che sia aggiustato il negozio, se si può, in modo che ella vi abbia sodisfazione. Perchè o io differirò a darne fuori più, sinch' ella non abbia stampato il suo libro Del moto, o ch' ella potrà stamparlo con l' antidata... o che finalmente abbrucerò tutte le copie, perchè si distrugga con quelle la ragione d' aver dato disgusto al mio signor Galileo » (Alb. IX, 263). Galileo, benchè facesse altra vista, fu inteso piacergli meglio di aver sodisfazione in quest' ultimo modo, e così, com' era il suo piacere, fu fatto. Le copie dello Specchio ustorio nel 1638 erano divenute sì rare, che ne sarebbe andata perduta per sempre ogni memoria, se Urbano Davisi, discepolo e ascritto al medesimo ordine religioso dell' Autore, non avesse fatto ristampare il libro nel 1650 in Bologna.

I tiranni, con esempio non infrequente nelle Storie civili, hanno lavato le loro colpe col sangue, generosamente versato a pro della patria: Galileo, che s' è presentato a noi sotto l' aspetto di un tiranno, lavò pure le colpe co' sudori della sua fronte, sparsi a pro della Scienza, la quale videsi entrare per lui, da quel varco apertole dal Cavalieri, al possesso di una provincia nuova.

III.

Posta, nella Giornata quarta, dove si seguita il discorso Dei movimenti locali, per principio fondamentale la proposizione che il proietto *dum fertur motu composito ex horizontali aequabili, et ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione;* conclude Galileo da essa ordinatamente le principali proprietà dei moti violenti. Queste proprietà erano dall' altra parte oramai note, per le belle esperienze di Gui-

dubaldo Del Monte, e per le ammirabili congetture del Tartaglia, intantochè si proponeva al Promotor dei due Autori a dimostrare per scienza, e per ragion conseguente dal moto parabolico, che massima è l'ampiezza del tiro elevato a mezza sqadra: ed essendo gl'impeti nell'ascesa e nella discesa uguali, si lasciava a lui il prefinirne la giusta quantità in ciascun punto della traiettoria.

Ma non poteva il moto parabolico non ridursi, e non rientrare in quelle leggi universali, dimostrate da Galileo nella precedente Giornata, rimanendo in ogni modo gl'impeti proporzionali ai tempi, e variando solo la linea della caduta, che non è retta ma curva. Che poi il moto curvo circolare non si acquisti mai naturalmente, senza il moto retto che lo precede, fu speculazione antica dello stesso Galileo, il quale, applicandola alla Cosmografia, immaginò che il Creatore, collocato nel Sole immobile il centro, avesse fabbricato tutti i pianeti nel medesimo luogo, « e di lì datali inclinazione di moversi, discendendo verso esso centro, sin che acquistassero quei gradi velocità, che pareva alla Mente Divina: li quali acquistati, fossero volti in giro ciascheduno nel suo cerchio, mantenendo la già concepita velocità » (Alb. I, 34, 35).

Quale efficacia dovessero avere questi pensieri in confermar, nella mente di chi gli avea concepiti, l'opinione delle traiettorie, circolari esse pure, come le orbite celesti; si comprende assai facilmente. Ma, riformatasi poi quell'opinione, il concetto della genesi del moto curvo parabolico dal moto retto precedente rimase, e immaginando che si riducesse quel moto retto d'accelerato in equabile, col rivolgersi per l'orizzontale, si dispose Galileo a riconoscer per vero che, mentre, rimanendosi il detto moto equabile, circolerebbe intorno al centro; mescolato col moto naturale, che non abbandona il mobile nemmeno per la scesa curvilinea, compone quella stessa linea, che sarebbe stata per sè circolare, in parabolica.

S'immagini essere in C (fig. 285) un grave spinto con un dato impeto nella direzione orizzontale CO: descriverà per l'aria la semiparabola CD, con l'impeto retto precedente, dovuto alla caduta, che sia per

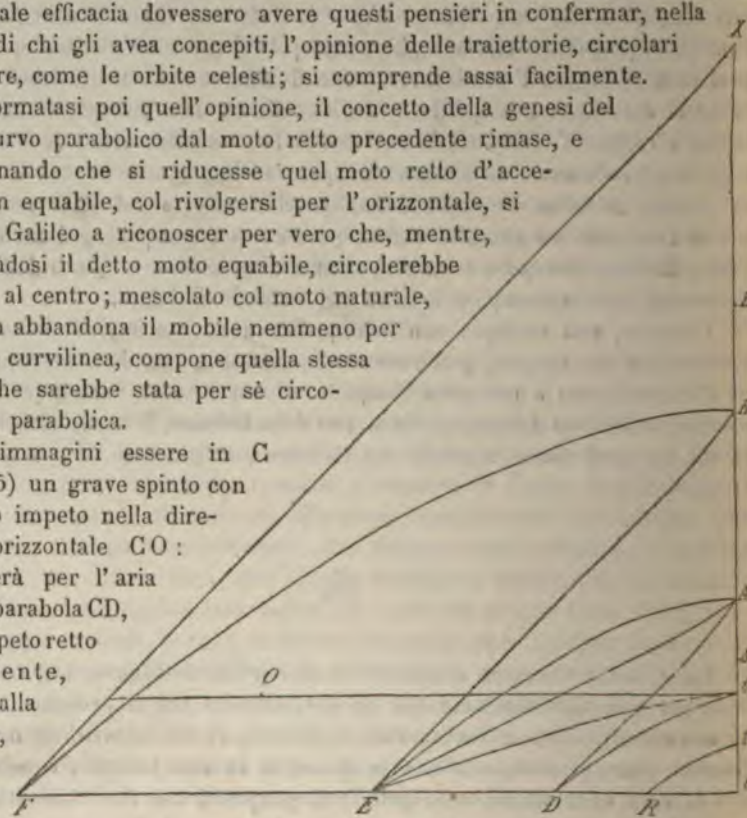


Figura 285

esempio tale qual' è da A in C, volto a sfogarsi orizzontalmente per la linea CO; e con l' impeto naturale, che seguita ad accompagnare il mobile in descrivere la semiparabola, il quale impeto è tanto, quanto ne acquisterebbe il cadente in G, per la libera scesa CG.

Sopravvenga in C un impeto doppio, qual si produrrebbe, quando il moto retto precedente fosse fatto per l' altezza BC, quadrupla di AC: per quest' impeto così concepito si passerebbe orizzontalmente dal mobile uno spazio EG, doppio del primo DG, e per una simile ragione si passerebbe lo spazio FG, doppio di EG, quando il moto retto precedente in C fosse per un' altezza quadrupla alla BC.

Dietro un ragionamento, dalle già dimostrate leggi dei moti naturali in simil guisa iniziato, speraya Galileo di poter determinare in D, in E e in F le quantità degl' impeti respettivi. Sia, diceva, in C l' impeto del cadente da A uguale a 100, e poniamo CG uguale ad AC. Essendo così dunque in D composti insieme due impeti, ciascun de' quali è come 100, sarà il totale 200. In B, l' impeto retto precedente, dovuto alla caduta in C dall' altezza BC, è doppio del cadente da A, e perciò è come 200; onde, aggiuntosi l' impeto acquistato dal venir per la parabola CE, o per l' altezza CG, ch' è pur 100; tutto intero l' impeto in E tornerà 300. Per queste medesime ragioni si vedrà che in F la somma de' due impeti è 400 più 100, che vuol dir 500. L' impeto in F, pareva di poter concludere a Galileo, sta dunque all' impeto in E, come 5 a 3, e l' impeto in E, all' impeto in D, come 3 a 2, cioè, secondo dicevasi allora, in sesquialtera proporzione.

« Cadens ex A in C, conversus, describit parabolam CD. Si vero momentum velocitatis in C duplum foret, describeret parabolam CE, cuius EG dupla esset ad GD: impetus enim duplus in C permeat in orizontem duplicem spacium tempore eodem. Sed, ut acquiratur in C momentum duplum, necesse est casum fieri ex quadrupla altitudine, nempe ex CB. Pariter, ex altitudine quadrupla ad CB, describetur parabola CF, cuius amplitudo GF dupla est ad GE. »

« Verum mobile in D videtur supra impetum in C addere impetum acquisitum per parabolam CD, quod respondet altitudini CG. Mobile vero in E idem momentum addit supra impetum quam habuit in C, qui erat duplus ad impetum alterius mobilis; ergo impetus mobilis in E videtur esse sexquialterus ad impetum mobilis in D. Similiter invenietur impetum in F, ad impetum in E, esse ut 5 ad 3. »

« In elevatione igitur EA, si proiectum habuerit impetum sexquialterum ad impetum in D, proiecti secundum elevationem DA proiicientur secundum parabolas EC, DC, intra easdem parallelas, sed distantia EG dupla erit ad DG. » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 90).

Incominciano di qui ad apparire in queste prime speculazioni galileiane due supposti, i quali son di non lieve importanza nella Storia dei proietti. Il primo è che la stessa semiparabola venga a descriversi o dall' esplosione in C, con tiro di punto in bianco, o dall' esplosione in D, secondo l' eleva-

zione DA. Ora, essendo DA tangente alla parabola in D, si suppone in secondo luogo che, cessando il moto parabolico di accelerarsi nel punto D, proseguirebbe indefinitamente il suo moto per la direzione di essa tangente. Era anche questa però dottrina antica di Galileo, il quale aveva nella Giornata seconda dei Massimi Sistemi fatto sentenziare al Salviati « che il proietto acquista impeto di moversi per la tangente dell' arco, descritto dal moto del proiciente nel punto della separazione di esso proietto dal proiciente » (Alb. I, 213).

Ritenuto dunque per vero che la direzione del tiro in D, per la quale si ritesse dal mobile la semiparabola DC, sia secondo la tangente DA, essendosi fatto AG uguale a GD, l' angolo ADG tornerà semiretto, e Galileo preparavasi questa costruzione, col fine di dimostrar ciò che il Tartaglia avea congetturato sugli avvisi dell' esperienza. Facciasi GH doppia di AG: essendo EG pure doppia di DG, ossia di AG, congiunti i punti E, H l' angolo HEG sarà a mezza squadra, e il medesimo proietto dal medesimo punto E secondo le direzioni EH, EA, descriverà le due semiparabole EA, EC, le quali avranno la medesima ampiezza.

Ora, applicando Galileo i teoremi già dimostrati rispetto agl' impeti proporzionali ai tempi, i quali stanno come le radici degli spazi, calcola le quantità dell' impeto necessario al proietto in E perchè possa descrivere la semiparabola EA: quantità che, dovendo resultare dall' impeto del cadente in A da H, ritrovato 141 (essendo AC sempre cento), e dall' impeto in G da A, che è pur 141, sarà uguale a 282. Ma l' impeto necessario in E perchè possa il proietto disegnare la via EC fu ritrovato dianzi 300, dunque, nell' elevazion semiretta, si passa il medesimo spazio che in elevazion minore, con tanto minor forza, quanto 282 è minor di 300, e perciò con forza d' impeto uguale, nel tiro a mezza squadra, si passerà secondo tal proporzione uno spazio maggiore. Soggiunge Galileo un altro simile esempio di ciò, duplicando in GX la GH, e comparando l' impeto necessario a descriver la semiparabola FH, secondo l' elevazion semiretta FX, con l' impeto necessario a descriver la semiparabola FC, e trova quello tanto esser minore di questo, quanto 400 è minore di 500.

Restava a comparar l' impeto, nella elevazion semiretta, con l' impeto a una elevazione maggiore, e dal calcolo resultò ancora a Galileo che l' uno riusciva sempre maggiore dell' altro. Presa perciò CG uguale a RG, considerava la semiparabola RC generata dal moto retto antecedente, l' impeto del quale in C, da S, trovò esser come 50, e dal moto conseguente per CG, l' impeto del quale in G da C fu posto come 100; cosicchè l' impeto totale in R, nella elevazione maggiore della semiretta, per la quale si suppone esser descritta la R C, tornerebbe uguale a 150. Divisa poi la CG in mezzo in T, passava Galileo a calcolar l' impeto che, dal medesimo punto R, farebbe descrivere al proietto la via RT, secondo la elevazion semiretta RC, e trovato al calcolo essere in T l' impeto del veniente da C 70 $^1/_2$, ne concluse che l' impeto della elevazion semiretta in R era 141, minore di 150.

Incollato sotto il foglio, da cui fu trascritto il modo di misurare gl'impeti ne' punti F, E, D, delle semiparabole aventi la medesima altezza CG, si trova un pezzetto di carta, in un angolo della quale, dalla medesima mano di Galileo, è scritta in tre linee la tavoletta: « Impetus in C, cadentis ex A, sit 100; — cadentis ex B erit 200; — impetus in E erit 300. » Di contro, e sotto, seguita questa Nota, nella quale si contempla il caso della elevazion maggiore della semiretta, che vuol aver maggior forza, per fare la medesima volata:

« Cadentis in A ex H impetus in E erit 141: cadentis vero per parabolam AE impetus in E erit duplicatus, nempe 282. Constat igitur maiorem esse impetum venientis per parabolam CE in E, quam venientis per parabolam AE. Et si proiectum ex E, secundum elevationem EH, habet impetum ut 282, conficiet parabolam EA: secundum elevationem vero EA, conficiet proiectum parabolam EC, si habuerit impetum ut 300. Ergo, in elevatione semirecti EH, ab eadem vi, longius eiaculatur, quam in elevatione ea, quae minor est semirecti. »

« Cadentis in H ex X impetus in H erit 200: cadentis vero per parabolam HF impetus in F erit duplicatus, nempe 400. Impetus in F est 500 venientis per parabolam CF: venientis vero per parabolam HF impetus in F est 400. Ex quo patet etiam longius eiaculari ab eadem vi per elevationem semirecti, quam per minorem « (ibid.).

È sotto a questa scritta dalla penna di Galileo l'altra Nota relativa ai calcoli comparativi fra l'impeto della elevazion semiretta e un'altra che di lei sia comunque maggiore, e di contro alla tavoletta che dice, scritta in due linee, « Impetus in C ex S erit 50; — in R erit 150 » si leggono queste parole: « Impetus vero in T ex C est fere 70 $^1/_2$; conversi per parabolam TR in R erit 141: minor nempe quam venientis ex S per C in R, qui fuit 150. Unde constat quod in elevatione semirecti RT ab eadem vi longior fit proiectio, quam per elevationem RC » (ibid.).

Queste non erano propriamente dimostrazioni, ma una buona promessa e una lieta speranza che, dalle generali proprietà dei moti naturali, si sarebbero potute ritrovare, alle proprietà dei moti proiettizi, le matematiche dimostrazioni, le quali, svolte da principii proprii e ordinate, aggiungessero una parte nuova e desideratissima al trattato Dei movimenti locali. Essendo que' principii premonstrati nella parabola, dovevano alcuni necessariamente ridursi alle proprietà geometriche di lei, dipendenti dalla principalissima che dice essere le ascisse proporzionali ai quadrati delle ordinate, d'onde il Cavalieri, e poi Galileo, ne conclusero le fondamentali proprietà meccaniche della curva, facendo alle ascisse rappresentare gli spazi e alle ordinate i tempi. Il supposto, applicato ne' calcoli precedenti, che cioè l'elevazione del tiro sia designata dalla tangente, faceva alla Meccanica invocare quell'altra proprietà geometrica della Parabola, che dice essere la suttangente dupla all'ascissa; proprietà che Galileo, com'Apollonio, dimostra dagli assurdi, dopo aver premessa l'equazion della curva, che il Torricelli dice « Apollonii quidem, sed marte proprio a Galileo demonstratam » (Op. geom. cit, pag. 110).

Ma i principali elementi delle traiettorie dovevano necessariamente costituirsi infino da quelle prime speculazioni galileiane intorno alla misura degl' impeti, che contenevano in germe la scienza de' proietti, dalle quali speculazioni apparisce ridursi quegli elementi a tre: alla linea del moto retto antecedente, alla linea del moto retto conseguente, e alla linea della distesa orizzontale, i quali tre elementi della Scienza nuova, perchè volevano essere designati con nomi propri, chiamò Galileo *sublimità* la prima delle dette linee, *altezza* la seconda, e *amplitudine* la terza. « Advertatur semiparabolae CD (nella precedente figura) *amplitudinem* a me vocari horizontalem GD; *altitudinem* CG, nempe eiusdem parabolae axem: lineam vero AC, ex cuius descensu determinatur impetus horizontalis, *sublimitatem* appelllo » (Alb. XIII, 237).

Perchè dalla sublimità dipende il moto proiettizio per l' orizzonte, in che consiste la violenza del tiro, e il fine per cui si mettono in esercizio le macchine ballistiche, si comprende com' uno de' primi e de' più importanti problemi, che si proponesse a risolvere Galileo, fosse quello di trovare il punto sublime, da cui dovrebbe cader il grave per descrivere una data Parabola. Son della soluzione rimaste ne' manoscritti le prime prove, le quali si vedon movere dalla considerazione del caso più semplice, in cui cioè l'ampiezza è doppia dell' altezza, perch' è allora la tangente stessa, che decide, nell' incontrare l' asse prolungato, il punto della sublimità che si cercava. Passa da questo Galileo al caso, in cui l' ampiezza abbia all' altezza qualunque proporzione; e perchè in ogni modo la Parabola è la medesima, e medesimo è il punto sublime, dimostra essere un tal punto nel prolungamento dell' asse, a una distanza dal vertice, che sia terza proporzionale tra l' altezza e la metà della base.

« Sit parabola ABC (fig. 286), cuius amplitudo CD dupla sit altitudinis DA, et illa tangat EC in puncto C: erit AE aequalis AD, et cadens ex E, conversum in A, describit parabolam ABC. »

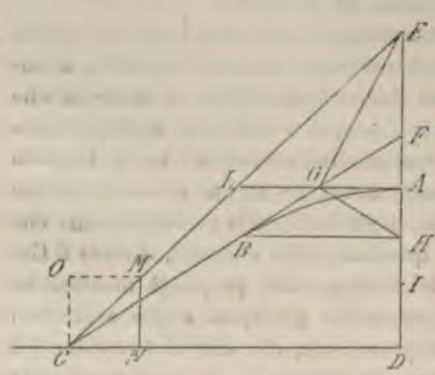


Figura 286

« Sumatur in parabola quodlibet punctum B: contemplandum est quomodo, pro describenda parabola AB, requiratur idem impetus cadentis ex E usque ad A. Ex A reperiatur punctum E, ex quo decidat proiectum. Tangat BGF ipsam in B, et ducatur horizontalis BH: erit AH aequalis AF. Dico modo punctum E reperiri, quia ut AF ad AG, ita est GA ad AE, quod sic probatur. Ut DA ad AG, ita dupla DA ad duplam AG, nempe DC ad HB: et ut quadratus DA ad quadratum AG, ita quadratus DC ad quadratum HB, et ita est linea DA ad AH, seu EA ad AF » (MSS. Gal. ibid., fol. 115).

La conclusione, che nel manoscritto galileiano segue immediata, dipende dalle cose dimostrate, ed espresse dalla serie di queste equazioni: $DA^2 : AG^2 = DE^2 : HB^2 = AD : AH = EA : AF$, le due estreme ragioni delle quali danno $EA . AF = AG^2$ ossia $AF : AG = AG : EA$. « Constat igitur quod, si datae parabolae AB inveniendus sit punctus sublimis E, ex quo cadens conficiat parabolam AB, posita AF aequali AH, et ducta FGB, quae parabolam tangat in B, sumpta tertia proportionalis ipsarum FA, AG, dabit AE, ex qua cadens etc. quod erat faciendum » (ibid.).

Seguono sotto a queste, nel medesimo foglio, altre linee, in principio delle quali si legge *Melius*, e in margine è notato *Scritta*, e vuol dire che la medesima dimostrazione fatta meglio era stata inserita nel Dialogo, dove propriamente si legge sotto la proposizione quinta *De motu proiectorum*. Nel trascriverla però di qui Galileo fa alcune leggere variazioni, come in tutte le altre, nelle quali si nota che furono scritte. E perchè possano di tali variazioni i Lettori avere un' idea, trascriveremo dal citato foglio il secondo modo di trovar meglio la sublimità, data che sia la parabola.

« Melius: Sit parabola AB (nella passata figura) cuius amplitudo BH, et axis perpendicularis HE, in quo invenienda sit altitudo, ex qua cadens parabolam describat. Ponatur AF aequalis AH, et connectatur FB secans horizontalem AG in G, et tangentem parabolam in B. Sitque ipsarum FA, AG tertia proportionalis AE. Dico E esse punctum quaesitum. »

« Si enim intelligatur EA esse mensura temporis casus ex E in A, et impetus acquisiti in A, erit AG (media nempe inter EA, AF) tempus et impetus venientis ex F in A, seu ex A in H. Sed impetus in A cadentis ex E, tempore E A, cum impetu acquisito in A, conficit in horizontali motu aequabili duplam EA; ergo etiam eodem impetu, in tempore AG, conficiet duplam GA, nempe BH, et in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore GA, conficit AH. Ergo eodem tempore conficiuntur amplitudo et altitudo AH. Describitur ergo Parabola AB ex casu F, quod quaerebatur » (ibid.).

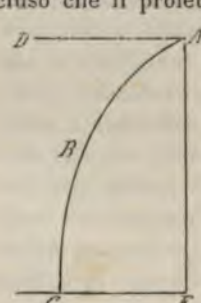
Ne deduce di qui Galileo il corollario, che la metà della base è media proporzionale tra la sublimità e l' altezza della semiparabola, ciò che dava occasione al Viviani di sciogliere così in un modo assai più spedito quel medesimo problema: « Quaeratur sublimitas parabolae AB, cuius axis AH (nella medesima ultima figura) basis HB. Ducatur tangens BF, ac tangens AG, et iuncta HG, ipsi ad G perdendicularis, erigatur GE axi occurrens in E. Nam AE erit sublimitas quaesita. Est enim AG dimidium basis HB, media proportionalis inter altitudinem et sublimitatem, per corollarium huius. Ergo AE erit sublimitas quaesita » (MSS. Cal., P. V, T. IX. *Postille del V. all' edizione di Leida*).

Il quesito dicemmo essere stato uno dei primi, a cui si propose di rispondere Galileo nel dimostrare le meccaniche proprietà dei proietti, il trattato delle quali, nell' intenzione che s' era formata allora, si limitava alla misura degl' impeti, e alle ragioni dei tiri elevati a mezza squadra. Diremo com' egli aggiungesse poi a queste due una terza parte, nella quale appli-

cava agli esercizi militari le teorie, insegnando a calcolare e a disporre in Tavole digradate i tiri del cannone. Ma è da vedere intanto quanto sudasse il grand' Uomo, e quanto s' affannassero dietro lui il Torricelli e il Viviani per determinar l'impeto in ciascun punto della parabola, ch' è problema di sì facile soluzione a chiunque non rifiuti di far uso del parallelogrammo o del rettangolo delle forze. Per avere infatti le relazioni tra l' impeto totale e gl' impeti parziali nel punto C della parabola ABC, nella precedente fig. 286, non occorre far altro che prendere della tangente CE una porzione a piacere qual sarebbe CM, e sopr' essa come diagonale costruire il rettangolo ON, di cui il lato MN rappresenterà l' impeto perpendicolare, e l' altro CN l' impeto orizzontale. E perchè il triangolo CMN è simile al triangolo CED, s' hanno le cercate proporzionalità rappresentate dagli stessi elementi della Parabola, nella quale la tangente CE è tanta parte della suttangente ED e dell' ordinata DC, quanta parte l' impeto totale è del diretto nel perpendicolo, e per l' orizzonte.

A un tal termine conducevano insomma le tortuose erte vie, proseguite da Galileo e dai due sopra commemorati Promotori di lui, nè si crederebbe che il veder riuscire quelle due vie sì diverse a un termine, non valesse a persuader così grandi e liberi ingegni che dovevano ambedue essere ugualmente buone, e ch' era una follia lasciar, per mettersi agli erti e lunghi, i più brevi e piani sentieri. Dev' essere stato dunque motivo a così strano modo di procedere qualche fallacia, l' origine della quale facilmente si scopre nelle cose poco addietro narrate.

Si rammemoreranno i Lettori come il Cardano considerando che i due moti composti AD, AE (fig. 287) s' impediscono a vicenda, ne aveva concluso che il proietto in C arriva più tardi di quel che non avrebbe fatto liberamente cadendo per AE: Galileo aveva invece scoperto, per ragione e per esperienza, che tanto la linea trasversale AC, quanto la diretta AE, son passate dal mobile scendente in A dalla quiete nel medesimo tempo, ond' è che, trascorrendo in una fallacia simile a quella del Cardano, dal non essere il moto resultante per AC indugiato, ne aveva concluso che i due componenti per AD e per AE non s' impediscono, e che la somma delle parti doveva esattamente essere uguale all' intero. Secondo una tal conclusione vedemmo essere stati, nella figura 284, computati gl' impeti in F, in E e in D resultanti dalla somma esatta del moto retto antecedente, e del conseguente nella Parabola.



(Figura 287)

Se non che dal pensar che il moto retto antecedente volgesi per l'orizzontale GD; che il retto conseguente prosegue per il perpendicolo AG, e che il composto d' ambedue è diretto secondo la tangente AD, incominciò a nascere nella mente di Galileo il dubbio che si venisse una linea retta a fare uguale alla spezzata: dubbio ch' ei si studiava di quietare dicendo non si

trattar di linee geometriche circoscriventi uno spazio, ma di linee dinamiche rappresentanti una forza o una potenza, sicch' essendo l' angolo AGD retto è verissimo che la potenza o il quadrato di AB è uguale alla somma delle potenze, o dei quadrati di DG e di AG.

Prende da un tale equivoco tutto il suo valore dimostrativo la proposizione II del quarto Dialogo galileiano, dalla quale dipendendo la teoria degli impeti riesce questa, nell' intenzion dell' Autore, per tutto falsa, e avventurosamente si corregge e riducesi al vero, con l' intender che gl' impeti non siano proporzionali alle potenze, ma alle semplici linee, cosicchè la somma delle componenti di tanto ecceda la resultante del moto, di quanto i due lati del rettangolo distesi in dirittura eccedono la lunghezza della diagonale. Si può ora di qui intendere perchè Galileo e i seguaci di lui scegliessero le vie aspre e tortuose, e come, per essere i due impeti nella Parabola ortogonali, si rendano avventurosamente veri i loro teoremi, dando altro significato alle loro espressioni, che son bene spesso quelle medesime di chi fa libero uso del parallelogrammo delle forze. Così non infrequentemente leggesi nelle dimostrazioni di Galileo comporsi i due moti nella *diagonale*, invece di dir nell' *ipotenusa*, secondo il linguaggio proprio alle professate dottrine. Ma i discorsi s' intenderanno meglio dal passar che faremo all' esame dei fatti.

Le proposizioni terza e quarta, nella quarta Giornata delle due Nuove Scienze, e tutta l' interlocuzione che le commenta, non sono altro per così dire che una soluzione assai lunga, e spesso spesso noiosa, della seguente Nota manoscritta, nella quale la concisione aggiunge al pensiero mirabile chiarezza: « In motu ex quiete eadem ratione intenditur velocitatis momentum et tempus ipsius motus. Fiat enim motus per AB (fig. 288), ex quiete in A, et accipiatur quodlibet punctum C, et ponatur AC esse tempus casus per AC, et momentum celeritatis in C acquisitum esse pariter ut AC. Sumaturque rursus quodlibet punctum B: *Dico tempus casus per AB, ad tempus per AC, esse ut momentum velocitatis in B, ad momentum in C.* »

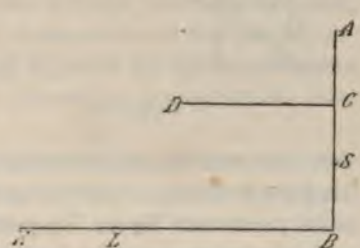


Figura 288

« Sumatur AS media inter BA, AC, et cum positum sit tempus casus per AC esse AC, erit AS tempus per AB. Demonstrandum igitur est momentum celeritatis in C, ad momentum celeritatis in B, esse ut AC ad AS. »

« Sumantur horizontales CD dupla ad CA, BE vero dupla ad BA. Constat ex demonstratis cadens per AC, conversum in horizontem CD, conficere CD motu aequabili, aequali tempore atque ipsam AC confecit motu accelerato naturaliter: et similiter BE confici eodem tempore atque AB. Sed tempus ipsius AB est AS, ergo horizontalis BE conficitur tempore AS. »

« Fiat ut tempus SA ad tempus AC, ita EB ad BL. Cumque motus

per BE sit aequabilis, erit spacium BL peractum tempore AC, secundum momentum celeritatis in B. Sed secundum momentum celeritatis in C, eodem tempore AC, conficitur spacium CD: momenta autem celeritatis sunt inter se ut spacia, quae iuxta ipsa momenta eodem conficiuntur tempore; ergo momentum celeritatis in C, ad momentum celeritatis in B, est ut DC ad BL. »

« Quia vero ut DC ad BE, ita ipsarum dimidia, nempe CA ad AB; ut autem EB ad BL, ita BA ad AS, ergo, ex aequali, ut DC ad BL, ita CA ad AS: hoc est, ut momentum celeritatis in C, ad momentum celeritatis in B, ita CA ad AS: hoc est, tempus per CA, ad tempus per AB, quod erat demonstrandum. »

« Determinatur ergo impetus in singulis punctis parabolae ABC (fig. 289) ex potentia momenti acquisiti per descensum EA, quod semper servatur idem, et determinatur impetum orizontalem BH ex potentia alterius momenti acquisiti in descensu perpendiculari. Ut v. g, in B, erit impetus determinatus a linea potentiae EA, et mediam inter AD, AH, quae sit AI. » (MSS. cit., P. V, T. II, fol. 91 a tergo).

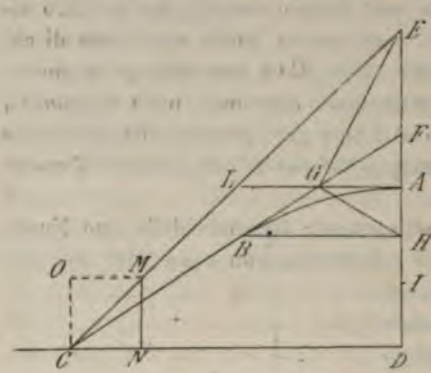


Figura 289

Poche parole bastano a esplicare il concetto, da Galileo esplicato nel Dialogo con sì prolisso discorso, osservando che s'insegna ivi il modo di determinar l'impeto, in qualunque punto della Parabola, dall'impeto misurato in quel particolar punto di lei, che ci vien riferito dall'ordinata doppia all'ascissa, e perciò uguale alla suttangente, qual sarebbe il punto C nella precedente figura. Essendo in questo caso EA, uguale ad AD, i due impeti orizzontale e perpendicolare sono uguali, ond'è che la potenza resultante dalle due dette potenze componenti s'avrà, secondo Galileo, costruendo un triangolo co' cateti uguali ad AE, dall'ipotenusa del quale avremo rappresentato l'impeto che si cerca. Or perchè in questa medesima figura che abbiamo sott'occhio AL è uguale ad AE, il triangolo EAL con l'ipotenusa EL, ci porge la desiderata dinamica costruzione già fatta.

Di qui passa Galileo, come si diceva, a determinar l'impeto in qualunque altro punto della Parabola, come sarebbe in B, in cui l'impeto orizzontale rimanendo il medesimo sarà come dianzi rappresentato da AE. Non riman dunque che a determinar la lunghezza dell'altro cateto, rappresentante l'impeto perpendicolare, il qual impeto è tanto, quant'è del cadente da A in H, ed ha perciò per misura AI, media tra AD, AH, essendo presa AD qual misura del tempo e dell'impeto per AD. Cosicchè, se la orizzontale AL si risega in G in modo, che sia AG uguale ad AI, sarà essa AG il

cateto che mancava a costruire il triangolo dinamico, e l'impeto in C starà all'impeto in B, nella medesima Parabola, come la potenza dell'ipotenusa EL sia alla potenza dell'ipotenusa EG.

È un fatto dunque che il primo modo, insegnato da Galileo per misurare gl'impeti ne' vari punti della traiettoria, anco corretto dalla falsità sua radicale, è indiretto, e perciò faticoso. Gl'immediati Promotori di lui che, non accettando pure la regola del parallelogrammo, non poterono nemmen essi mettersi per le vie più dirette, si dovettero contentare di rendere i metodi medesimi del Maestro o più facili o più eleganti. La Storia non ha fin qui conosciuto fra que' Promotori che il Torricelli, ma noi ora gli aggiungiamo collega il Viviani, il quale, nella postilla manoscritta alla citata copia di Leida, osservava, nella presignata figura, ch'essendo BF tangente e AG, uguale ad AI, media tra AD, cioè AE, e AH; congiunta la GH, il triangolo EGH torna rettangolo in G, ond'è che, circoscrittogli col diametro EH un mezzo cerchio, la cercata misura dell'impeto in B è data dalla sottesa EG, che si potrà dunque definir colla semplice riga e col compasso.

« Quum, in superiori constructione, sit AI, vel AG, media proportionalis inter AD, AH, vel inter AE, AH, si iungatur GH erit angulus EGH rectus, ac ideo EG media proportionalis inter EH, AE. Impetus ergo in B facilius reperitur describendo semicirculum super EH, cuius circumferentia, secans AL in G, dabit chordam EG pro mensura impetus in B » (MSS. Gal., P. V, T. IX, pag. 256).

« Vel sic expeditius: Sumatur AG aequalis dimidio ordinatae HB; nam, iuncta EG, erit mensura impetus in B. Vel ducta ex B contingente BF, secante AL in G, erit EG mensura impetus in B, quae est quoque mensura impetus in H, post casum EH, quod EG sit media proportionalis inter AE, EH » (ibid., pag. 257).

Come corollario al teorema di Galileo, ridotto così alle più semplici conclusioni, credeva il Viviani di poter dire che, essendo in ogni semiparabola, come per esempio in ABC, nella solita figura, gl'impeti verticali, ne' vari punti della discesa come in B, C, proporzionali alle AG, AL, e l'impeto orizzontale il medesimo AE; che questo sempre sta a quelli come la linea sublime sta alla metà delle semibasi. « Essendo AE misura dell'impeto orizzontale, e AG misura del perpendicolare in B, e AL misura del perpendicolare in C, avrà sempre l'orizzontale al perpendicolare, in qualunque dato punto della parabola come in C, la medesima proporzione dell'AE, sublimità della parabola, alla AL, metà della semibase CD » (ivi, pag. 262).

Galileo stesso però aveva pensato di far del corollario soggiunto poi dal Viviani un bel teorema da potersi vantaggiosamente sostituire alla proposizione quarta del Dialogo: teorema, ch'ebbe a rimanersi escluso dal trattato, quando il problema di ritrovar la sublimità della parabola e il corollario di lui, che cioè l'ampiezza è media fra l'altezza e la sublimità, furono posposti alla detta quarta proposizione, la quale dicemmo dover essere stata dimostrata e rassegnata in ordine delle prime. Quel galileiano teorema, in

cui, con sì spedito modo elegante, dimostravasi che, essendo l'impeto orizzontale rappresentato dalla linea sublime, il verticale per ogni punto della parabola veniva rappresentato dalla metà della semibase, è quale qui noi dall'autografo lo trascriviamo, e che, se fosse stato noto al Viviani, gli risparmiava la sollecitudine della riferita postilla:

« Parabola BD (fig. 290), describitur ab elevatione AB, cum altitudine BC. Ponatur AB esse tempus et impetum casus AB, sitque DE tangens parabolam: erit EB aequalis BC. Cumque BF sit subdupla amplitudinis CD, erit quoque media inter sublimitatem AB, et altitudinem BC, eritque tempus casus et impetus per BC in C. Iuncta igitur AF erit mensura impetus in D cadentis per ABD » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 84).

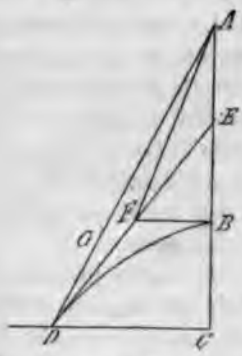


Figura 290

Sfuggì però in tal proposito a Galileo stesso e al Viviani una considerazione importante, per la quale si sarebbero facilmente condotti a quella tanto desiderata, e non mai conseguita semplicità di costruzione, che ne suggerisce l'uso del parallelogrammo delle forze. Si tiene infatti nel superior teorema per dimostrato dal corollario alla quinta proposizione del Dialogo, essere $FB^2 = AB \cdot BE$, la quale equazion duplicata dà $2FB \cdot FB = AB \cdot 2BE$, ossia $DC \cdot FB = AB \cdot EC$, d'onde $AB : FB = DC : EC$, proporzione, da cui si conclude che, essendo AB misura dell'impeto orizzontale, e FB del verticale, se DC si farà misura dell'orizzontale, sarà EC invece misura del verticale, come del resto s'avrebbe avuto, applicandovi la semplicissima regola del parallelogrammo.

È notabile che il Viviani giunse a questa medesima conclusione, a dimostrar cioè che l'impeto orizzontale e il verticale son proporzionali alla semibase e alla suttangente, e che perciò l'impeto totale vien rappresentato dalla diagonale del rettangolo costruito sopra i due detti elementi della Parabola. Ma è bene assai più notabile ch'ei concluda dall'errore una verità, verso la quale mostravasi tanto ritroso.

Riduciamoci nuovamente sott'occhio la figura 286. Dice il Viviani di aver provato che la tangente al punto C passa per L, dove arriva la LE misura dell'impeto composto in C, e che, essendo AL media fra AD . AH, ossia fra AE, AF, dalla proporzione $AF : AL = AL : AE$ si conclude che gl'impeti orizzontale e verticale possono essere così bene rappresentati da AF, AL, come da AL, AE, ossia da CD semibase e da DE suttangente. Ma o fosse causa la fretta dello scrivere, o il lubrico della dottrina galileiana, sopra la quale credeva nonostante di poter fermare il piede, scivolò in quell'errore che i nostri Lettori avranno di già notato, non essendo altrimenti AL media fra AD, AH, ma fra AD, AE, le quali due linee, per essersi EC condotta tangente in C, ed E costituito punto sublime, sono tra loro uguali. Dall'equazione $EA : AL = AL : AD$, essendo $AB = AE$ concludesi legitti-

mamente che l'impeto orizzontale e il verticale possono essere così rappresentati da EA, AL, come da AL, AE, ossia dalla semibase CD, e dalla suttangente DE, la quale suttangente è in questa particolar costruzione la somma dell'altezza, e della sublimità della parabola.

« Avendo io provato nella IX precedente (scrive il Viviani in quella sua postilla al dialogismo, che segue alla quarta proposizione galileiana) che la tangente in C passa per L, dove arriva la EL misura dell'impeto composto in C, ed essendo AL media proporzionale fra le AD, AH, sarà AL media ancora fra le AE, AF; onde AF : AL = AL : AE. Ma quando AF è misura dell'impeto orizzontale, la AL è misura dell'impeto perpendicolare; adunque, se AL sarà misura dell'orizzontale, sarà AE misura del perpendicolare, ovvero CD dell'orizzontale e DE del perpendicolare, e così seguirà in ogni altro punto della parabola fuori di C. »

« Di qui è manifesto che, se il cadente, giunto in C, restasse di più accelerarsi col moto perpendicolare, conservando poi in sè l'uno o l'altro impeto, co' quali si trova quivi; continuerebbe a moversi per la tangente EC, prodotta in infinito sotto C, perchè per quella sola direzione segue che il mobile passa sempre di perpendicolo e di orizzonte parti proporzionali sempre agl'impeti perpendicolare ed orizzontale già concepiti nel punto C » (MSS. Gal., P. V, T. IX, pag. 262).

Accennammo alla lubricità della dottrina galileiana, nel dar regola di misurare gl'impeti nella parabola, come a una delle occasioni date all'error del Viviani, a cui non si può credere che non entrasse di ciò qualche sospetto, come siam certi ch'entrò nell'animo dello stesso Galileo, quando, per accertarsi se veramente l'impeto totale resulta uguale in potenza alle potenze parziali, ricorse a farne la riprova coi numeri. Nell'angolo sinistro e inferiore del foglio, dov'è il Teorema galileiano ultimamente trascritto, leggesi la seguente Nota illustrata dalla nostra figura 290: « Attende numquid tempus et impetus per AB, cum parabola BD, est idem cum tempore et impetu per inclinationem AD » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 84). La riprova particolare di ciò consegue dalle fatte riprove delle misure degl'impeti, generalmente dimostrate e concluse in quel medesimo Teorema, dando alle linee, prese a rappresentare il moto retto antecedente e il moto retto conseguente, particolari valori numerici, e contentandosi dell'approssimazione dei resultati, com'apparisce da questa Nota, che si trascrive:

« Tutta AC 140; e tanto sia il tempo e l'impeto in C, il quale impeto è di passare 280 nel tempo 140. »

« AB 80: sarà il suo tempo la media tra AC, AB, cioè tra 140 e 80, che è 105, e però nell'orizzontale BG la velocità sarà di passare, nel tempo 105 di AB, 160, che è il doppio di AB. Ma il tempo di BC, dalla quiete in B, è la media tra AC 140 e BC 60, che è 91; adunque diremo: in questo tempo 91, quanto si passerà di BG, della quale nel tempo di AB, che è 105, se ne passa 160? — Per la regola se ne passerà 138, e torna bene, cha tanto è CD. »

« Sia AB 80, tempo ed impeto in B, che nella BG, in tempo 80, passerà 160. Il tempo di BC sarà la media tra BC 60, e AB 80, che sarà 69. In questo tempo 69, quanto si passerà in BG, dove in 80 di tempo si passa 160? — Si passa 138 e torna bene. »

« AB 60, tempo et impeto; BC 30. Sarà suo tempo et impeto la media tra 60 e 30, che è 42 1/3; adunque tutto il tempo di ABD è 102 1/3. L'ampiezza CD è doppia della media tra AB, BC: è dunque 84 2/3. Ma tutta AC è 90, e CD 84 2/3; adunque AD sarà 123, ed il tempo di tutta AD sarà quanto la media tra DA e AG, che torna 100 e più, e mostra star bene » (ivi, a tergo del foglio 86).

Assicurato così da queste riprove, confidò Galileo che fossero vere le regole da lui dimostrate per la misura degl' impeti. Abbiamo detto in che modo si studiasse il Viviani di confermarle, e come, in volerle render più semplici, s' incontrasse finalmente dopo lunghi raggiri nella regola stessa del parallelogrammo. Ora è da vedere come a tal conclusione riuscissero pure le vie segnate dal Torricelli, benchè siano rifiorite così di eleganza nuova, da ingannar la fatica e il tedio della lunghezza. È dall'insigne Promotore conseguito un tale effetto principalmente, con introdur la parabola per la scala degl' impeti e dei tempi nelle libere cadute naturali. Ridottaci nuovamente sotto gli occhi la figura, sopra la quale vedemmo dianzi come Galileo condusse la dimostrazion sua laboriosa, il Torricelli così ragionava: Dati gli spazi AC, AB (fig. 291), se AC è la misura del tempo e dell' impeto per AC, la misura del tempo e dell' impeto per AB sarà la media fra AC, e AB: che se l'impeto in C si rappresenta con la orizzontale DC, e l'impeto in B con la orizzontale BE, avremo dunque CD : BE = AC : VAC . AB = VAC : VAB, ossia $CE^2 : DB^2 = AC : AB$; equazione di una parabola. « Hinc manifestum est, ne conclude perciò il Torricelli, impetus gravium in fine portionum diametri parabolae esse inter se ut lineae, quae ordinatim applicantur ad extrema ipsarum portionum puncta » (Op. geom. cit., pag. 113).

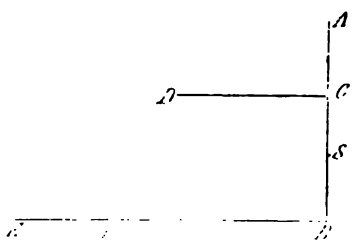


Figura 291

Vedendosi di qui aprire un campo nuovo, erasi poco prima compiaciuto il Promotore che, di quel che egli veniva ora ad annunziare nel suo corollario, *non scripsit Galilaeus* (ibid., pag. 110). Ed è ciò verissimo, giudicando dai Dialoghi e dalle altre opere pubblicamente note, ma fra' Manoscritti è rimasta autografa una proposizione, la quale fa mirabile riscontro con la X torricelliana del primo libro. La proposizione di Galileo, tirata fuori da quel prunaio dove l'abbiamo trovata, è dunque tale.

Siano AB, AC (fig. 292) due spazi, e AD medio fra loro. Se AB rappresenta il tempo per AB, AD rappresenterà il tempo per AC. Sia poi BE la velocità e l' impeto in B, e si faccia BA : AD = BE : CF; sarà CF l'im-

peto in C, presa AC per misura dello spazio. Ma se, condotta la AE, si prolunghi infino a che ella non s' incontri con DQ in Q, sarà DQ = FC misura dell' impeto in D, presa AD per misura del tempo. Ora, dal dato $AD^2 = CA \cdot AB$ avendosi $CA : AD = AD : AB = QD : EB = CF : EB$, quadrando, si concluderà $CA^2 : AD^2 = CF^2 : EB^2$. Dal medesimo dato, e dall' identica $AC^2 = AC^2$ si concluderà pure $AC^2 : AD^2 = AC^2 : AC \cdot AB$, onde avremo dalle due conclusioni $AC : AB = CF^2 : BE^2$. Ma trascriviamo le precise parole di Galileo:

« Sit ut BA ad AD, ita DA ad AC, et sit BE gradus velocitatis in B, et ut BA ad AD ita sit BE ad CF: erit CF gradus velocitatis in C. Cum itaque sit ut CA ad AD, ita CF ad BE, erit et ut quadratus CA ad quadratum AD, ita quadratus CF ad quadratum BE. Ut autem quadratus CA ad quadratum AD, ita CA ad AB: ut igitur CA ad AB, ita quadratus CF ad quadratum BE. Sunt ergo puncta E, F in parabola » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 152). Or perchè, sceso naturalmente il grave dal vertice A della parabola in B e in C, gli corrispondono gl' impeti EB, FC, che son le ordinate delle porzioni del diametro AB, AC; *hinc* manifestum est, si può soggiunger per corollario anche a questa galileiana, ***impetus gravium, in fine portionum diametri parabolae, esse inter se ut lineae, quae ordinatim applicantur ad extrema ipsarum portionum puncta.***

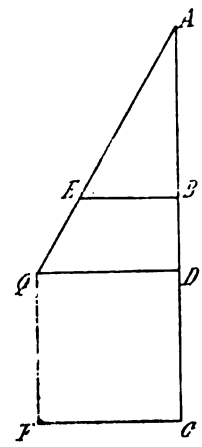


Figura 292

Rimase però per Galileo questa proposizione infruttuosa, ma il Torricelli, invocando altre proprietà geometriche della parabola, le applicò a promovere mirabilmente la scienza del moto, e a determinare la misura degli impeti, per una via tutta nuova. Fra quelle geometriche proprietà notabile è questa, che cioè sempre nella parabola terza proporzionale, dopo un' ascissa qualunque e la corrispondente ordinata, è una linea, alla quale gli antichi davano il nome di *Lato retto,* corrispondente a quel che ora i moderni chiaman *Parametro.* Per applicare ai moti parabolici questo puro elemento geometrico, incomincia il Torricelli a dimostrare, così presso a poco, nella VII proposizion del primo libro, che la sublimità della parabola è la quarta parte del Lato retto.

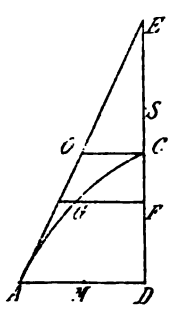


Figura 293

Sia CA (fig. 293) la parabola, AD la sua ampiezza, e CS la sublimità. Chiamato P il parametro, abbiamo, per la data definizione di questo elemento, $P = \frac{AD^2}{CD}$: ed essendo $MD = \frac{AD}{2}$, sarà $P = 4 \cdot \frac{MD^2}{CD}$. Per il corollario poi alla V proposizione di Galileo (Alb. XIII, 248) è $MD^2 = CD \cdot CS$, e perciò $P = 4 \cdot \frac{CD \cdot CS}{CD} = 4 \cdot CS$, ossia $CS = \frac{P}{4}$. « Quando (dice il Tor-

ricelli) sumitur in axe parabolae, ut in praecedenti figura, ex vertice linea CF, quae aequalis sit quartae parti lateris recti, tunc punctum F vocatur *focus* parabolae. Manifestum ergo est punctum sublime S et focum F aequaliter distare a vertice parabolae; nempe tantum utrinque, quanta est quarta pars Lateris recti » (Op. geom. cit., pag. 112).

Soggiunge poi il Torricelli stesso che l'ordinata condotta dal foco è doppia della sublimità, o della porzione dell'asse intercetta al vertice, ciò che si può così, sopra la solita figura, con facilità dimostrare: Sia FG quell'ordinata: avremo $CF : CD = GF^2 : AD^2 = GF^2 : 4\,MD^2$. Ma $MD^2 = CD \,.\, CS$, dunque $CF : CD = GF^2 : 4 \,.\, CD \,.\, CS$; d'onde $GF^2 = 4\,CF \,.\, CS = 4 \,.\, CF^2$, e perciò $GF = 2 \,.\, CF = 2\,CS$.

Ora, passando ad applicare queste proprietà geometriche della parabola ai moti proiettizi, osserva il Torricelli che GF, misura del tempo equabile dopo l'accelerato per CF o per SC, è altresì la misura dell'impeto orizzontale in ciascun punto della curva, come per esempio in A, in cui l'impeto verticale fu dimostrato aver per misura l'ordinata AD. Dato dunque il foco, non richiedevasi altro, per potersi determinare le componenti dell'impeto, in qual si voglia punto della parabola. La resultante poi sarebbe secondo Galileo data dall'ipotenusa, costruita nel triangolo rettangolo avente AD, GF per cateti, e il Torricelli mostra di professare anch'egli, specialmente nel suo secondo libro, le false dottrine insegnate nella proposizione seconda del quarto dialogo galileiano. Ma è notabile ch'egli dimostri, e autorevolmente sanzioni, la regola del parallelogrammo, dalla quale infatti conclude che l'impeto composto in A è misurato dalla diagonale del rettangolo costruito sopra i lati AD, GF, o sopra le linee ED, AD, che sono ad essi lati proporzionali.

Del modo come, nella XVIII di questo primo libro torricelliano, si dimostra quella regola del parallelogrammo, avremo in quest'altra parte della nostra Storia della Meccanica importantissima occasion di discorso: ora è da vedere come per il Torricelli stesso sia vero che, condotta la tangente AE, le linee AD, GF, dalle quali verrebbero immediatamente misurati gli impeti in A, sian proporzionali alla suttangente ED, e alla semibase AD della parabola, d'onde ne risulti l'impeto totale esibito dalla stessa tangente AE, riguardata come la diagonale del rettangolo, che avesse AD per base, e DE per altezza. La dimostrazione del resto è facilissima perchè dalla essenza del Parametro, che seguiteremo a chiamar P, abbiamo l'equazione $AD : P = DC : AD$, la quale, sostituitovi $P = 4 \,.\, CF = 2\,GF$, si trasforma nell'altra $AD : 2\,GF = DC : AD$; ossia $AD : GF = ED : AD$.

Potrebbesi domandare perchè dunque non applicò il Torricelli la regola del parallelogrammo immediata? Ma essendo la risposta non breve, e aspettando altro luogo nella nostra Storia, basti ripeter per ora quel che poco fa s'accennava, che cioè non seppe nemmen egli scotere il prepotente giogo galileiano, contento d'aver trasformati i rigidi legami, con i quali tutti gli altri vi si tenevano avvinti, in lentissime trecce di fiori.

Dei fiori di eleganza matematica, sparsi nel primo libro torricelliano, e fra' quali s' allega il frutto di quelle proposizioni, ordinate ad illustrare il modo di misurare gl' impeti, nella semiparabola descritta dai tiri di punto in bianco; debbono, dai brevi saggi dati, i Lettori averne sentito il gusto: ora è da dire come il Torricelli stesso illustri l'altro modo, che Galileo propone per misurare gl' impeti, quando l' obice elevato descrive la parabola intera.

Sia l' elevazione seconda AH (fig. 294), e con essa descrivasi la parabola ABC: condotta la orizzontale AC, domandava la nuova scienza a Galileo qual misura d' impeto si dovesse assegnare al proietto in A, perchè si venisse a disegnare la detta parabola. Per rispondere a ciò, partiva dalla

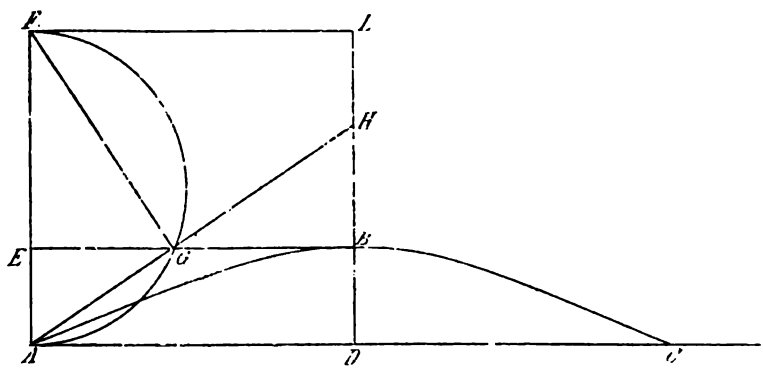


Figura 294

considerazione del tiro eretto nel perpendicolo, in cui l' impeto necessario a sollevare il proietto, per esempio in F, è tanto, quanto sarebbe del cadente naturale da F in A. Ma nel tiro elevato una parte dell' impeto naturale si consuma nello spingere il proietto per l' orizzonte, cosicchè non rimane di lui che la parte BD, ossia EA, la quale corrispondendo all' altezza lascia all' altra EF rappresentare la sublimità della parabola. Sarebbe dunque ben dimostrato, argomentava Galileo, che l' impeto in A è uguale a quello del cadente da F, quando si dimostrasse che la potenza di AF è uguale alle potenze dell' altezza e della sublimità sommate insieme. La dimostrazione è fatta nel VII teorema (Alb. XIII, 253), dove si dice che la potenza di AE, ossia dell' altezza, è data dalla media fra AF, e AE, e che la potenza della sublimità EF è data dalla media fra AF, FE. Ora, che la somma di tali due potenze o quadrati sia uguale al quadrato di AF, lo deduce Galileo in forza di un lemma già premesso al teorema, nel qual lemma, costruito sopra AF il semicerchio AGF, apparisce manifesto, dal triangolo rettangolo AGF, che essendo le due medie FG, AG, i quadrati di queste sommati insieme sono uguali al quadrato di AF.

Il Torricelli ridusse il lemma galileiano a proposizion principale, che è la XXI del secondo suo libro (pag. 174), e il semicerchio si congiunse mi-

rabilmente per lui con la parabola a mostrar circa il moto l'ingegno e i lusi della Natura. « Sit AE altitudo, et FE sublimitas parabolae: ergo, impetus cadentis per FE sublimitatem parabolae erit ut linea FG media proportionalis inter AF, EF. At iste impetus cadentis ex F in E est ille purus horizontalis, qui lationi inest in quolibet puncto parabolae, et est invariabilis: Quare in unoquoque puncto parabolae impetus horizontalis erit ut linea FG. »

« Perpendicularis vero impetus, qui est in primo lationis puncto, sic determinabitur: manente semper unica suppositione, impetum scilicet casus per FA esse ipsam FA; impetus perpendicularis, in fine parabolae C, est tamquam naturaliter cadentis ex B in D, vel ex E in A. Est ergo media proportionalis AG » (Op. geom. cit., pag. 174). Di qui ne conclude esser la somma delle potenze AG, FG uguale alla potenza AF, come si conclude per Galileo, alle dottrine del quale dunque ancora il Torricelli ritorna, lasciata la sicura e semplicissima regola del parallelogrammo. Eppure era facile avvedersi che, avendosi, per la similitudine dei triangoli, AF : AG : FG = AH : HD : AD, ciò che dimostra corrispondersi la tangente col diametro, e la semibase e la suttangente della parabola con le due suttese agli archi; la costruzione del semicerchio non si riduceva a più che a una lussuriosa bellezza della scienza.

Primo a ritornare, fra' seguaci di Galileo, a quella semplicità di costruzione, che non si dilunga dalla regola del parallelogrammo, fu il Borelli nella proposizione LV *De vi percussionis*. Ivi egli osserva che il proietto esploso in B, nella precedente figura, giunge in A con impeto composto dell'orizzontale equabile per AD, e del verticale accelerato per BD, il quale pure può trasformarsi in equabile, raddoppiandone lo spazio nella suttangente DH. « Et proinde erit AH tangens parabolam, quae inclinationem incidentiae designabit, atque hypothenusa AH ostendet impetum eiusdem corporis in actu incidentiae » (Bononiae 1667, pag. 105).

Non solamente però si riducono in questa stessa proposizione alla desiderata semplicità le costruzioni di Galileo, ma se ne promove altresì la scienza degl' impeti, perchè, mentre, nel quarto Dialogo delle Scienze nuove, sempre si considera l'impeto quant'è in sè medesimo, cioè rispetto a quel piano, in cui perpendicolarmente egli percote; il Borelli lo considera quanto egli è rispetto al piano resistente, variato solamente dalla diversità degl'angoli dell' incidenza, a proporzion del seno dei quali dimostra farsi nel perpendicolo la percossa. Cosicchè, nel tiro di punto in bianco da B, la palla del cannone giunge in A con un impeto verticale misurato da HD, ch'è il seno dell'angolo dell'incidenza HAD: d'onde ci è dato intendere il paradosso come la medesima bomba, che varrebbe a rovesciare il muro di una saldissima torre, riesca impotente a passare il velo di un'acqua ghiacciata.

È da notar però che XXIII anni prima era stata, così, promossa la scienza galileiana dal Torricelli, il quale dice di aver trovato *intatto* il problema a' suoi tempi (Op. geom. cit., pag. 239), ne' quali erano sconosciute

i manoscritti di Leonardo da Vinci. Il Torricelli medesimo, avendo, nel corollario alla proposizion XXI del suo secondo libro, osservato che gl'impeti perpendicolari non crescono secondo l'altezza della parabola, ma secondo la corda del semicerchio, « hinc animadvertere licet, immediatamente soggiunge, futurum fore ut idem globus ferreus, eodem tormento explosus, dum ad horizontem redit, aliquando tecta fornicesque domorum traiiciat, quandoque vero, neque glaciem alicuius lacunae laedere possit » (ibid., pag. 174). La quarta torricelliana di questo medesimo libro secondo, insegna pure il modo di determinare gl'impeti in ciascuna parte della parabola, in un modo assai più semplice, e non meno dimostrativo di quello del Borelli, prendendo le porzioni delle tangenti « inter duas parallelas diametro interceptae » (ibid., pag. 161); e nella quinta seguente dimostra quel che Galileo parve avere dimenticato dopo tant'anni, da che aveva assistito all'esperienze di Guidubaldo, che cioè gl'impeti « in punctis parabolae aequaliter utrinque a vertice distantibus, aequales sunt inter se licet alter ascendat, alter vere descendat » (ibid., pag. 162).

Si direbbe che queste torricelliane sottigliezze fossero meglio atte di tutte le altre a penetrare addentro a ogni parte del profondo soggetto, solamente toccato da Galileo, un sottil pensiero del quale vedesi mirabilmente illustrato dalla quarta sopra citata proposizione, che mostra come nel vertice della parabola, benchè siavi spento ogn'impeto verticale, non è però la quiete assoluta. « Il mobile (leggesi così espresso in una Nota quel pensiero galileiano) nel descrivere la parabola, benchè angustissima, non passa per la quiete nel termine ultimo, ma sì bene nel moversi per la perpendicolare, cioè ritornando per la medesima retta in giù: e se Aristotile avesse detto che nel moto riflesso si passa per la quiete, avrebbe detto bene » (MSS. Gal., P. V, T. IV, fol. 15 a tergo).

Nella medesima quarta torricelliana immediatamente, e non in alcuno de' teoremi di Galileo trova pure quest'altra nota del Viviani il suo più chiaro commento: « Sia l'AC (fig. 295) parallela all'orizzonte, e la parabola ABC, per la quale venga spinto o cacciato il mobile S: è manifesto per Galileo che, fin che dura la salita, l'impeto del proietto S va diminuendosi, cioè fino al punto B. Inclinando poi per la BC al basso, l'impeto si doverà augumentare, onde ne segue che il moto sia tardissimo in B, cioè nel mezzo del suo viaggio ABC, e ciò si potrà esperimentare con frecce o bolzoni. Adunque, domandandosi a uno: dovendo tu esser ferito da una freccia, tirata secondo la linea ABC, dove vorresti stare? Egli direbbe in C, ma la minore offesa sarebbe in B » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 14 a t.).

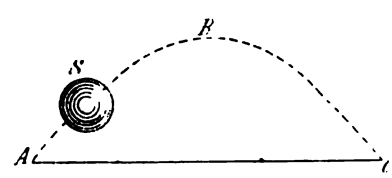


Figura 295

IV.

Tali, quali sono stati fin qui discorsi, furono i principii e i progressi delle speculazioni di Galileo, e de' suoi primi Promotori, per determinare, in ciascun punto della parabola, la forza del colpo, che farebbe il proietto sopra un piano contrappostogli nel suo libero viaggio. Dopo questo, dicemmo essere l'altro argomento, che si proponeva a trattare alla Scienza nuova, quello di dimostrar dalla teoria del moto parabolico le verità sperimentali pronunziate già dal Tartaglia intorno alla maggiore ampiezza del tiro semiretto, e alla ugual distanza orizzontale, a cui giungono i proietti con elevazioni, che manchino ugualmente o eccedano da quella stessa semiretta per angoli uguali. I primi processi dimostrativi, che ci si rivelarono in quella Nota manoscritta, illustrata dalla figura 285, furono quelli stessi, che poi tenne Galileo nelle proposizioni inserite nel Dialogo, e delle quali si compone, come si disse, la seconda parte del suo nuovo trattato.

Che il tiro dunque, messo l'obice a mezza squadra, dia veramente la massima volata, anche qui, ciò nel Dialogo IV, come là, nella detta Nota, si conclude per corollario dalla VII proposizione, che dice: « In proiectis, a quibus semiparabolae eiusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo, quod describit illam, cuius amplitudo suae altitudinis sit dupla, quam in quolibet alio » (Alb. XIII, 249).

Sia l'ampiezza DC (fig. 296) della parabola BD doppia all'altezza BC, e si conduca l'AD tangente in D, secondo la quale sarà diretto il tiro, con l'inclinazione ADC semiretta. L'impeto composto in D è per le cose già dimostrate, dice Galileo, rappresentato dall'ipotenusa AE.

Figura 296

Con la medesima ampiezza DC, ma con maggiore altezza CG, abbiasi l'altra parabola GD, a descriver la quale l'impeto necessario in D, composto del moto retto antecedente per la sublimità, e del conseguente per l'altezza CG della parabola, è stato detto come debbasi misurarlo. Se GL è terza proporzionale dopo KG, GH, sappiamo costituirsi in L il punto sublime, da cui cadendo in G il grave dà la misura dell'impeto retto antecedente. Ora, essendosi dianzi implicitamente supposto che sia AB la misura del tempo e dell'impeto per AB, la misura dell'impeto, dovuto al moto del cadente per LG, sarà una media fra AB, LG, la quale sia per esempio GM.

Parimente, essendo NG media fra AB, GC, verrà per lei rappresentato l'impeto, dovuto al moto retto conseguente per l'altezza GC. Sarà dunque l'ipotenusa NM la misura dell'impeto composto, necessario in D a descriver

la semiparabola GD, e si conclude perciò il proposto assunto col dimostrar che NM è maggiore di AE. In qual modo poi si faccia la dimostrazione lo vedremo or ora, per dire intanto che, nella precitata VII proposizione, non contempla Galileo che il caso, in cui la direzione del tiro eccede la semiretta. L'altra proposizione, in cui supponesi il caso, che l'angolo dell'inclinazione manchi dal semiretto, è rimasta ancora fra' manoscritti, e benchè la somiglianza de' processi dimostrativi possa aver dispensato l'Autore dall'inserirla nel Dialogo, noi crediamo per molte ragioni che sia bene metterla alla notizia de' nostri Lettori.

« Sit CE (fig. 297) dupla ad EA, et FC tangat parabolam AC. Sit adhuc HD aequalis CE, et maior quam dupla ad DG, et HK tangat parabolam GH, et ut KG ad GI, ita sint IG ad GL: erit L punctum casus per parabolam. Et sit GX media inter AE, GD; GS vero media inter IG (eguale ad AB che è eguale ad AE) GL: demonstrandum est SX maiorem esse quam FB. »

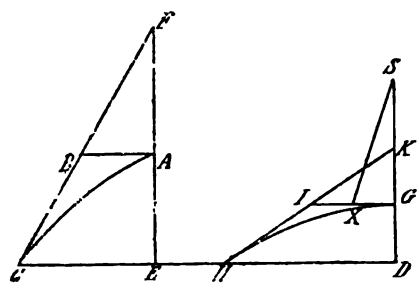


Figura 297

« Quadratus FB aequatur quadratis FA, AB; hoc est duplum quadrati GI: et quadratus SX aequatur quadratis SG, GX: ostende ergo quadrata SG, GX, vel quadratum SX, esse plus quam dupla quadrati IG. »

« Quadratum GX aequatur rectangulo IGD: ut DG ad GX, ita GX ad GI; ergo, ut DG ad GI, ita quadratum DG ad quadratum GX. Ut autem DG, seu KG, ad GI, ita IG ad GL. Quia, ut quadratum XG ad quadratum GI, ita IG ad GL; ut autem IG ad GL, ita quadratum IG, ad quadratum mediae inter IG, GL, quae sit GS: ergo ut quadratum XG ad quadratum GI, ita quadratus GI ad quadratum GS: est autem XG minor quam GI, quia et DG minor est quam GI; ergo quadratum IG minor est quadrato mediae » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 111).

Sin qui tutto va bene, correttosi da noi nel copiare lo sbaglio fatto per inavvertenza da Galileo, il quale, essendosi proposto di dimostrare che SX è maggiore di FB, scrisse *ostende ergo quadrata LG, GX*, invece di *quadrata SG, GX, esse plus quam dupla quadrati IG*. Nè accortosi dello sbaglio alla fine della dimostrazione, dop'aver concluso l'assunto, che cioè la somma de' quadrati GX, GS è più che doppia del quadrato di GI, soggiunge: *ergo multo plus quam dupla erunt quadrata XG, GL*, essendo, nel particolar caso contemplatosi della direzione del tiro minore della semiretta, GL maggiore di GS. La final conclusione dunque, che soggiungesi nel Manoscritto galileiano, dop'aver dimostrato che il quadrato di IG è minore del quadrato della media, è come segue: « Sed cum tria quadrata XG, GI et mediae sint proportionalia, erunt extrema plusquam dupla quadrati GI. Ergo multo plus quam dupla erunt quadrata XG, GL » (ibid.).

Nella VII proposizione del Dialogo, dall'essersi in simil guisa dimostrato che i tre quadrati NG^2, KG^2, GM^2 sono in proporzione continua, si conclude che la somma de' due estremi $NG^2 + GM^2 = NM^2$ è maggiore di $2\,KG^2 = AE^2$. « Ergo linea MN maior linea EA, quod erat domonstrandum » (Alb. XIII, 250). Dimostratosi così, in questa stampata, che maggior impeto si richiede a fare il tiro elevato sopra il semiretto, e nella manoscritta che maggior impeto pur si richiede a fare il tiro sotto il semiretto, posto che debbano i mobili descriver parabole di ampiezza uguale a quella, che si descriverebbe nella stessa elevazion semiretta; ne deduce Galileo per corollario che, se dunque si daranno impeti uguali, « maxima proiectio, seu amplitudo semiparabolae, sive integrae parabolae, erit ea, quae consequitur ad elevationem anguli semirecti » (ibid.).

Veniva così, per la prima volta, matematicamente dimostrato quel che il Tartaglia aveva asserito un secolo prima per vero, confermatovi dalle esperienze dei bombardieri di Urbino. Ma un'altra cosa, anche più pellegrina, aveva come accennammo prenunziato lo stesso Tartaglia, che cioè *un pezzo de artiglieria posseva, per due diverse vie, over elevationi, percotere in un medemo loco*, gli angoli delle quali elevazioni fossero quelli, che eccedono e mancano ugualmente dal semiretto. Anche questo, che pure aveva aspetto di vero, e sembrava riscontrare con l'esperienze, dovevasi dimostrar dalla nuova Scienza, concludendolo dai principii del moto parabolico, e Galileo incominciò a tentare se, così ragionando, gli riusciva di conseguire l'intento.

Sia il triangolo rettangolo ABC (fig. 298) semiretto in B, e si facciano sotto e sopr'esso gli angoli ABE, ABD uguali. Divisa EC in F nel mezzo, conducasi parallela a BC la GF, la quale sia media tra EF, FL. Immaginando che passi per F, B una semiparabola, sarebbe questa precisamente quella, che si descriverebbe dal tiro in B, con l'elevazione BE, e che avrebbe per altezza FC = EF, per sul limità FL, e GF per metà dell'ampiezza. In simil guisa, sia H il punto di mezzo della DC, e conducasi la HI parallela a BC: le semiparabola, che s'immagini passar per B, H, sarà quella che verrebbe descritta dal tiro in B, con l'elevazione BD, e che vorrebbesi dimostrare avere ampiezza uguale a quella della semiparabola FB, descritta di sotto. Or perchè si sarebbe felicemente conseguito l'intento, quando si fosse dimostrato che HI è media fra HD, HL, conferì Galileo intorno a ciò il suo primo studio, com'apparisce dalla seguente bozza di manoscritto:

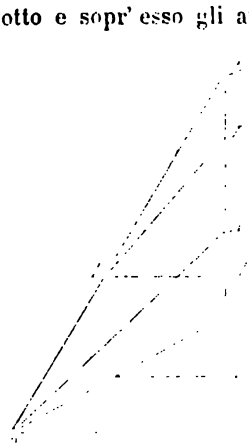


Figura 298

« Sit triangulum rectangulum ABC (nella medesima figura), latera habens aequalia AC, CB. Fiant anguli aequales DBA, ABE, et divisa EC bifariam in F, et ducta FG, parallela ad BC, fiat ut EF ad FG, ita FG ad

FL: dico quod, si tota DC bifariam secetur in H, ducta HI, parallela BC, erit ut DH ad HI, ita IH ad HL. »

« Quia enim angulus CAB aequatur angulo CBA, et DBA angulo ABE, et angulus CEB duobus EAB, ABE est aequalis, ergo CEB ipsi CBD aequabitur, et triangulus ECB triangulo DCB erit similis, et illis quoque et inter se similes sunt EGF, DIH. Sed quia est ut EF ad FG, ita GF ad FL, erit triangulus AGF ipsi EGF similis, et ipsi quoque DIH..... » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 111 a tergo).

A questo punto rimase la scrittura interrotta, perchè Galileo s'accorse di avere sbagliato. Dalla proporzione infatti EF : FG = GF : FL si conclude, non già la similitudine fra i triangoli EGF, AGF, ma fra EGF e LGF, il qual triangolo LGF conveniva dimostrar simile al triangolo ILH che pure è simile al triangolo IDH, a voler conseguire direttamente l'intento. Ma perchè gli sarebbe la dimostrazione riuscita contorta, non volle proseguire più oltre, e a tutto quel che aveva scritto dette di frego.

Rinunziato a questo primo processo, si volse a pensarne un altro, di cui ci lasciò in una nota manoscritta il disegno. Supposto non aver bisogno il Lettore che gli sia detto nè dimostrato com'avendo il triangolo ABC (nella medesima figura 298) i due cateti BC, AC uguali, se prolungato AC e condotta la BD si farà l'angolo EBC uguale all'angolo BDC, i due angoli DBA, ABE sono uguali, e i due triangoli DBC, EBC fra loro simili; ecco qual'è la via che, per condursi alla desiderata conclusione, Galileo preparavasi in questa Nota, riferendosi sempre alla medesima precedente figura:

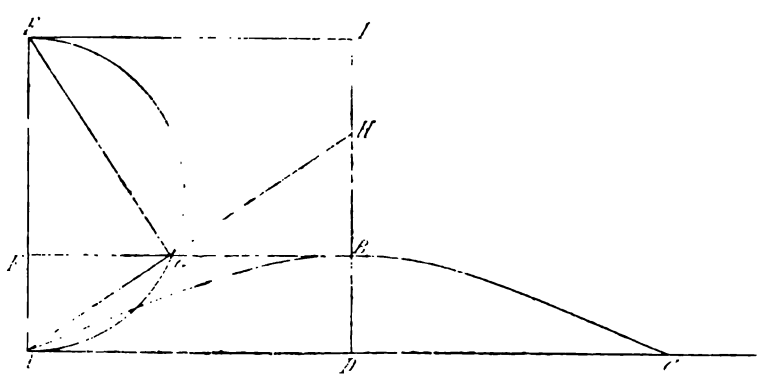
« In triangulo rectangulo BCD fiat angulo D aequalis CBE, et iungatur BE. Erunt ergo duo triangula DCB, EBC similia. Dividatur tota DC bifariam in H, et parallela HI sit ipsi CB. Dividatur EC bifariam in F, et ducatur FG parallela BC, et fiat ut DH ad HI, ita IH ad HL, et iungatur LI. Erit triangulus LIH simile triangulo DHI, et ob id simile quoque ipsi EFG. Sed HI est aequalis GF, utriusque enim dupla est BC, ergo reliqua latera HL, FE aequalia erunt: quare tertia proportionalis ipsarum LH, HI, nempe HD, erit aequalis tertiae proportionali ipsarum EF, FG. Sed HD, tertia proportionalis ipsarum LH, HI, est HC, dimidia nempe totius DC; ergo tertia proportionalis ipsarum EF, FG aequabitur dimidiae CD, nempe ipsi DH. Sed CH est aequalis FL, cum EF sit aequalis HL, et EH communis, ergo tertia proportionalis ipsarum EF, FG erit FL, terminata in puncto L, ubi terminatur tertia proportionalis ipsarum DH, HI » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 80).

Soggiunge immediatamente Galileo sotto questa dimostrazione, che doveva far l'ufficio di lemma: « Ex hoc demonstrabitur proiectorum, quorum elevationes a semirecta, supra et infra per angulos aequales factorum, amplitudines parabolarum esse aequales » (ibid.). Immaginando infatti che per F, B, e per H, B passino due semiparabole, saranno queste quelle medesime, che verrebbero disegnate in aria dal tiro in B, secondo le direzioni BE, BD, facenti angoli uguali sopra e sotto all'angolo a mezza squadra. Che

debbano poi tali due parabole avere uguale ampiezza, consegue immediatamente dal sopra scritto Lemma, in cui, poste IH, GF uguali, fu dimostrato essere da queste due linee misurata la metà dell'ampiezza della semiparabola respettiva.

Dietro il disegno così preparato, eseguì Galileo la proposizione VIII del Dialogo, la quale prometteva di riuscire, se si fosse mantenuta quella prima semplicità, più spedita e più chiara. Rimase anche per un lato in difetto capitalissimo, non apparendovi la condizione che i proietti sono *eodem impetu explosi*, ciò che dall' altra parte sarebbe tornato facilissimo dimostrare, osservando che, per essere FL + FC = AH + HC, hanno ambedue le semiparabole per misura dell'impeto quello del cadente per la medesima altezza LC. La proposizione X però, nella quale Galileo dice che l'impeto in ciascuna semiparabola « aequatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quae tanta sit, quanta est composita ex sublimitate cum altitudine semiparabolae » (Alb. XIII, 253), non era stata ancora dimostrata, e il Viviani perciò pensò di supplir egli al notato difetto (ivi, pag. 252) applicandovi il metodo di misurare gl' impeti insegnato da Galileo nella proposizione sua quarta. Resulta da tali insegnamenti che, essendo LH, HI le misure dell' impeto orizzontale e del verticale nella semiparabola HB, nell' altra FB sono invece FG, FE, cosicchè, avendosi per le cose dimostrate LH = EF, HI = GF, e le ipotenuse HL, GE altresì uguali, saranno perciò uguali gl' impeti composti in B, solo permutata la rappresentazion delle componenti.

Non lasciò pure il Torricelli di promovere anche questa parte della Scienza galileiana, a cui dette maggior opera del Viviani, e la ridusse a una elegante facilità maravigliosa. Nella IX del libro secondo si propone di sciogliere il seguente problema: Dato l' impeto FA (fig. 299), e data la dire-



zione AH del tiro, ritrovare l' ampiezza, l' altezza e tutta la parabola di questa proiezione. Si descriva intorno al diametro FA un semicerchio, a cui sieno le AD, FL tangenti, e condotta da E una perpendicolare, che incontri in G

il semicerchio, si prolunghi di altrettanto in B, per il qual punto passi la DL parallela ad AF, e compiasi il rettangolo FD. La parabola che passi per A, B, dice il Torricelli, sarà la cercata, ed essendo EG media fra EF, ossia BL, e AE, ossia BD, ne saranno EG, o la sua uguale GB, la semiampiezza, BD l'altezza, e BL la sublimità che si voleva.

È di qui manifesto, soggiunge il Torricelli stesso per corollario, che, avendosi una macchina, la quale esplode con impeti uguali al cadente da E in A (fig. 300), per la linea EA, diametro di un semicerchio, e con direzioni secondo le corde AC, AD, AB; verranno per i seni FC, HD, GB rappresentate le semiampiezze delle parabole, via via descritte da questi tiri, ond'è che, se l'angolo HAD è semiretto, HD sarà il seno totale, e perciò il massimo di tutti. Ed essendo gli archi CD, DB, che misurano gli angoli sottesi uguali, i seni FC, GB, ossia le semiampiezze delle parabole descritte con elevazioni dalla semiretta ugualmente distanti, saranno pure tra loro uguali. « Corollarium ergo erit, conclude tutto compiacente di ciò il Torricelli, quod Galileo theorema satis arduum fuerat » (Op. geom. cit., pag. 168).

Figura 300

Il teorema pur troppo era arduo, come i fatti ce l'hanno mostrato, in questa nuova Scienza de' proietti istituita da Galileo, ma pure eravi riuscito senza trasgredire in nulla i termini meccanici, cosicchè si seppero finalmente quelle vere ragioni *naturale et geometrice,* che il Tartaglia si lusingava di aver riconosciute per sè *evidentissime.* Con questa seconda parte pensò Galileo stesso da principio di aver reso il suo nuovo trattato assoluto, ridotto così a quelle sole XII proposizioni, delle quali si legge nella seguente nota autografa nitidamente scritto il sommario:

« Prima proposizione: Che il proietto descrive la Parabola. — II. Prova il moto composto de' due equabili, orizzontale e perpendicolare, essere in potenza uguale ad ambedue. — III. Considera il moto composto di due: orizzontale equabile, e perpendicolare accelerato. — IV. Mostra come si debba determinare l'impeto del proietto in tutti i punti della Parabola. — V. Trovare nell'asse prolungato della data Paradola il punto sublime, dal quale il cadente descrive la Parabola. Segue il corollario che la metà dell'ampiezza è media tra l'altezza e la sublimità della Parabola. S'aggiunge l'altro corollario, che è: le amplitudini delle Parabole essere uguali, quando le loro elevazioni e sublimità alternativamente sono uguali. — VI. Data la sublimità e l'altezza, trovare l'ampiezza della Parabola. — VII. Nel descriver parabole di ampiezze uguali, minor impeto si ricerca in quella, la cui ampiezza è doppia dell'altezza, che in qualsivoglia altra. Segue il corollario: Nelle parabole descritte dal medesimo impeto, l'amplitudine massima esser di quella, che nasce dall'elevazione dell'angolo semiretto. — VIII. Le ampiezze dei tiri, cacciati con l'istesso impeto e per angoli ugualmente mancanti o escedenti l'angolo semiretto, sono uguali. — IX. Le ampieze sono

uguali delle parabole, le altezze e sublimità delle quali si rispondono contrariamente. — X. I momenti delle parabole d'eguali ampiezze son fra loro come i momenti delle altezze perpendicolari, dalle quali si generano esse parabole. — XI. Il momento di qualsivoglia semiparabola è uguale al momento del cadente per la perpendicolare, composta dell'altezza e sublimità della Parabola. — XII. Dato l'impeto e l'ampiezza, trovar l'altezza della Parabola » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 106 a tergo).

Corrispondono esattamente, nell'ordine e negli argomenti di questo Sommario, le proposizioni stampate nel Dialogo quarto, se non che manca il secondo corollario, annunziato dopo la V, per essere stato fatto soggetto di dimostrazion propria nella IX, e manca pure la X, la quale, non sembrando a noi formulata con chiarezza, non si saprebbe perciò nemmeno decidere se Galileo pensò di lasciarla, per averla trovata inutile o falsa. Vale in ogni modo questo Sommario per documento certissimo che veramente, secondo la prima intenzione di Galileo, si doveva il libro de' proietti comporre di sole due parti, nelle quali si tratterebbe della misura degl' impeti, e delle ragioni de' teoremi annunziati dal Tartaglia. Come poi si deliberasse l'Autore di aggiungere una terza parte, per applicare i teoremi ai militari esercizi, non è difficile intendere ripensando che i calcoli, dai quali il Tartaglia stesso diceva di aver ricavato *la proportion dil crescer e calar che fa ogni pezzo de artiglieria, alzandolo aver arbassandolo sopra il pian del orizonte*, non erano altro che belle promesse: nè è difficile pure accorgersi che non veniva questa terza aggiunta preparata dall'ordine e dal modo puramente teorico della trattazion precedente. È da tener nonostante per una calunnia quella del Cartesio, il quale disse che il quarto dialogo delle Nuove scienze non con altro consiglio sembrava scritto « quam ut tormentorum bellicorum, secundum diversas elevationes explosorum, vim explicaret. Praeterea observandum est quod, quum hypotheses has proponeret, quo facilius admitterentur, tormenta bellica exceperit, et tamen sub finem conclusiones suas ad tormenta bellica potissimum applicat: hoc est uno verbo omnia aeri superstruxit » (Epist., P. II cit., pag. 244). Quel che può essere in Galileo di aereo apparirà da quest' altra parte del nostro capitolo: ora è da vedere in che modo egli applicasse ai tiri delle artiglierie le sue conclusioni.

Posto che sia trovato per esperienza quanto getta un cannone per l'orizzontale la palla, nella elevazione a mezza squadra, Galileo insegna il modo di calcolare, e calcola in effetto, quanto quel medesimo cannone, con la medesima carica, getterebbe la medesima palla in distanza orizzontale, elevato o depresso, grado per grado, intorno a quella stessa direzion semiretta, la quale, dando come si sa, la massima volata, si prende perciò per termine di confronto. Il problema è annunziato così nella XII proposizione del Dialogo, secondo il linguaggio proprio della scienza: « Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in tabulas exigere, quae a proiectis, eodem impetu explosis, describuntur » (Alb. XIII, 255).

Per condurre i calcoli però bisognava, direbbero i Matematici moderni,

prepararsi la formula, ciò che Galileo fa nella detta proposizione XII, ma che noi vogliam presentare ai nostri Lettori in quell'amabile semplicità di abito, con cui ella uscì dalla mente dell'Autore, senza que' posticci belletti, che le furono messi attorno, per farla comparir fra l'altre sulla pubblica scena. Chi ha dimestichezza oramai con queste cose, non ha bisogno gli si dica che, dovendo le parabole secondo il supposto tutte avere il medesimo impeto che nella elevazion semiretta, alla somma, che hanno in questa, debbono in ciascuna di quelle equivaler le somme della sublimità e della altezza.

« Sia l'angolo ADC (fig. 301) gradi 45: è manifesto che dalla sublimità AB nascerà la parabola, la cui altezza BC. Posto l'angolo EDC gradi 55, si cerca la parabola alla elevazione di gradi 55, la cui sublimità e altezza siano uguali alla AC. »

« Con falsa posizione cerca se di tal parabola fosse l'asse nella EC, e la tangente ED, e poi, dividendo la EC in mezzo in F, fa che l'altezza di tal parabola sia FC, e la sublimità FA, il che allora sarebbe, quando la metà dell'ampiezza CD si trovasse esser media proporzionale tra la CF e la FA. Ma tra EF, cioè FC, ed FA media una minore della metà di CD, essendo che la metà di CD è media tra CB e BA; cerca dunque qual'è la sublimità, tra la quale e la FE sia media la metà dell'ampiezza CD, cioè la CB, e trovata che sia, pongasegli uguale la FO, ed averassi la sublimità OF descrivere la parabola, la cui altezza sia FC, ed ampiezza CD. »

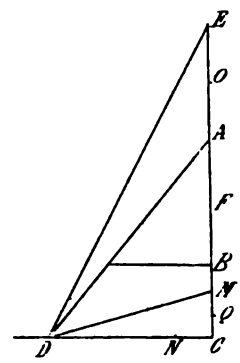


Figura 301

« È dunque tal parabola maggiore della cercata, secondo che la OC è maggiore della AC, ma bene gli è simile, sendo toccata dalla ED. Convien dunque descriverne altra simile, diminuendo la sua sublimità e ampiezza secondo la proporzione di CA a CO. Facciasi dunque come OC a CA, così CD a DN, ed avremo l'ampiezza cercata, cioè della parabola, la cui sublimità e altezza sono uguali alla AC, e per conseguenza nasceranno da impeti eguali de' proietti cacciati dal punto D » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 122 a tergo).

La formula dunque, che resulta da questa dimostrazione, e sopra la quale si possono calcolare le ampiezze di tutte le parabole, descritte dal medesimo cannone, che tiri in D elevato grado per grado, sopra e sotto la elevazion semiretta AD; è $DN = \frac{CA \cdot CD}{OC}$, dove DN rappresenta l'ampiezza che si cerca. Il prodotto CA . CD è sempre un quadrato, avendosi DC, ampiezza della parabola con elevazion semiretta, uguale ad AC, tangente dell'angolo di 45 gradi, la qual tangente sappiamo essere uguale al raggio del circolo, che è CD, e che ponesi uguale a diecimila. « Eligimus autem, dice Galileo, numerum 10,000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cuius

hic numerus congruit cum tangente gr. 45 » (Alb. XIII, 255, 56). Il dividendo della formula è perciò sempre uguale al quadrato di diecimila, ma il divisore ad ogni calcolo varia, essendo dato in funzione della tangente dell'angolo della elevazione. Dato dunque l'angolo EDC, le Tavole daranno la tangente EC, o la metà di lei FC, alla quale aggiunta la FO, che sappiamo esser terza proporzionale dopo la stessa FC, e la metà di DC, e perciò nota; sarà pur nota la CO della formula, e con essa infine la DN, ch'era l'incognita del problema. A questo modo, con moltiplicazioni e con divisioni numeriche laboriosissime, fu calcolata da Galileo la prima Tavola, che s'intitola: « Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum » (ibid., pag. 259).

Per le varie elevazioni del cannone sapere la volata del tiro era, negli esercizi delle artiglierie, la cosa più importante, dopo la quale veniva la notizia dell'altezza perpendicolare, a cui giunge la palla nel descriver le ampiezze via via calcolate. Aggiunge perciò Galileo, alla prima Tavola costruita, una seconda, per calcolar la quale bisognava pure prepararsi la formula opportuna. Come facesse ciò nella XIII proposizione del Dialogo è pubblicamente noto, ma noi, sempre desiderosi di conoscere addentro l'Uomo famoso, anderemo a trovarlo anche questa volta, prima ch'egli esca fuori in toga accademica, nella libera quiete della sua stanza di studio. Ivi l'udiremo così, presso a poco, ragionare fra sè, e poi scrivere:

L'altezza della parabola con elevazion semiretta è nota, essendo ella la metà della tangente, ossia di diecimila, ond'è che si riduce tutto il presente problema a trovar quanta sia la distanza del vertice delle altre parabole dal vertice di quella stessa parabola semiretta. E perchè posson que' vertici ora rimaner sotto, ora sopra a questo, secondo che gli angoli della direzion dei tiri son minori o maggiori di 45 gradi, avrà dunque il problema a contemplare due casi.

S'incominci, par che voglia dir Galileo, a calcolare le altezze al di sotto della metà del quadrante, e sien gl'impeti, da cui nascon le altre parabole, tutti uguali all'impeto della semiretta, rappresentato dalla linea BD (fig. 302), cosicchè tornerà il vertice di essa parabola semiretta in E, dove la DB stessa è tagliata nel mezzo. Sia il vertice di un'altra parabola in A: si vuol costruire la formula, dietro la quale possa calcolarsi quanto A, che è uno degl'infiniti punti della linea EB, sia distante da A, termine fisso. I pensieri di Galileo si possono così brevemente significare, con queste equazioni: $AB \cdot AD = (BE - AE)(DE + AE) = (BE - AE)(BE + AE) = BE^2 - AE^2$. E perchè $AB \cdot AD$ è il prodotto dell'altezza per la sublimità della parabola AC, che sappiamo dover essere uguale al quadrato della metà dell'ampiezza FB, sarà dunque $AE^2 = BE^2 - FB^2$, con la quale equazione, essendo BE costantemente la metà dell'impeto, ossia 5000, ed FB

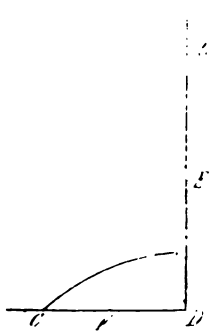


Figura 302

essendo data dalla Tavola precedente; si potrà avere il valore di AE, che misura la distanza del vertice della parabola CA dal vertice della parabola con elevazion semiretta. Dopo ciò, per mezzo dell' equazione AB = EB — AE, si verrà ad aver la diretta, e final soluzione del proposto problema.

Nell' altro caso, che l' angolo della elevazione sia maggiore di 45 gradi, e che perciò il punto A riesca superiore ad E, si potrà calcolare AE come sopra: la quantità però, che dal calcolo ne resulta, si dovrebbe ora aggiungere ad EB, mentre dianzi si sottraeva; cosicchè la formula tornerebbe così leggermente trasformata: AB = EB + AE. Ma ascoltiamo come Galileo significhi questi stessi pensieri, nella sua propria maniera, e quali la prima volta gli caddero giù dalla penna.

« Sit impetus datus semper idem, nempe BD (nella medesima fig. 302), ex altitudine et sublimitate composita linea DB 10,000. Et quia dimidia amplitudo, nempe BF, mediat inter altitudinem et sublimitatem, intelligatur DB divisa ut rectangulum partium, quae sint v. g. DA, AB, sit aequale quadrato FB. Quod si DB divisa sit bifariam in E, erit quadratum BE aequale rectangulo partium ipsius DB, et quadrato AE. Si ergo a quadrato BE dematur quadratum FB, seu dicas rectangulum illi aequale a partibus contentum, remanebit quadratum AE, cuius radix, dempta ex EB, relinquet BA altitudinem quaesitam. Amplitudo autem BC iam calculata est ad singulos gradus elevationis » (MSS. Gal., P. V, T. II, fol. 103 a tergo).

Ne deduce di qui Galileo stesso la seguente regola pratica « *Per trovare l' altezza della parabola.* Dal quadrato della metà dell' impeto, che è l' altezza colla sublimità della parabola, cava il quadrato della metà dell' ampiezza della semiparabola, e la radice del rimanente, aggiunta alla metà dell' impeto, darà l' altezza cercata, quando l' elevazione è più di gradi 45. Per la presente tavola, che si fabbrica, la metà dell' impeto è sempre 5000, e il suo quadrato 25,000,000. Ma se l' elevazione sarà meno di gradi 45, la detta radice del rimanente si dee sottrarre dalla metà dell' impeto, ed il restante è l' altezza cercata » (ivi, fol. 110). Sotto sono scritti alla rinfusa i calcoli, fatti sempre per via di moltiplicazioni, di divisioni e di somme di numeri, il primo esempio de' quali, per la costruzion della Tavola, incomincia dalla elevazione di gradi 50.

Calcolate così le Tavole delle ampiezze e delle altezze delle parabole, descritte dal medesimo impeto, rimaneva, secondo le teorie, a considerare il terzo elemento, che è delle sublimità, per calcolar le quali porgeva facilissima e immediata la formula il corollario della proposizione quinta. Chiamata M infatti la semibase della semiparabola, S la sublimità, e A l' altezza, abbiamo per il detto corollario $M^2 = S \cdot A$, d' onde $S = \frac{M^2}{A}$. Fra' problemi perciò, che risoluti dovevano servire alla costruzione delle Tavole ballistiche, Galileo aveva preparato anche questo:

« *Data amplitudine et altitudine semiparabolae, sublimitatem reperire.* »

« Id statim colligitur ex eo quod dimidia amplitudo mediat inter altitudinem et sublimitatem: ergo, diviso quadrato dimidiae amplitudinis per altitudinem, habemus sublimitatem quaesitam » (ibid., fol. 118 a tergo).

Ma rimase questo problema tra' fogli di Galileo, il quale, dopo qualche esempio, lasciò di farne l'applicazione a costruir le Tavole delle sublimità, forse perchè riconosceva che sarebbero tornate inutili agli artiglieri, in servigio de' quali aveva fabbricato le prime due. Dall'altra parte erano le precedenti dottrine di facile guida a chi avesse voluto, per sua propria curiosità, sapere da quale altezza dovrebbe naturalmente scender la palla, per acquistar quella violenza d'impeto orizzontale impressale dalla forza del cannone.

Più utile di ciò pensava Galileo che tornerebbe agli artiglieri il sapere quanta debba esser la carica, perchè, secondo i gradi delle elevazioni via via crescenti da uno a novanta, possa il cannone sempre cacciar la palla alla medesima distanza orizzontale. Misura alla detta carica è quel che, in questa nuova Scienza galileiana, chiamasi impeto, il quale si compone dell'altezza e della sublimità della parabola. La formula dunque, per questi calcoli nuovi, consisteva nella soluzione di quest'altro problema: *Trovar l'altezza e la sublimità delle parabole, aventi la medesima ampiezza.*

Quanto all'altezza è cosa di facilissima invenzione, perchè, avendosi i tiri per esempio diretti secondo DM, DA, DE, nella poco addietro fig. 301, le respettive altezze delle parabole s'avranno misurate dalle linee QC, BC, FC, metà delle MC, AC. EC, che son le tangenti degli angoli MDC, ADC, EDC nel circolo descritto col raggio DC, fatto anche per questa terza Tavola da Galileo diecimila: cosicchè cinquemila è l'altezza BC della parabola, che vien descritta dal tiro diretto a mezza squadra. Saranno dunque date in generale, dalle mezze tangenti degli angoli delle elevazioni, le altitudini delle parabole via via richieste. Le sublimità poi si possono facilmente calcolar con la formula $S = \frac{M^2}{A}$, in cui M è data, e A s'è detto ora come trovarla. Ma il detto è propriamente di Galileo, nella XIV proposizione del Dialogo, raffazzonata sopra questa semplice Nota manoscritta:

« *Altitudines semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, reperire.* »

« Id autem absolvitur, per dimidiam tangentem arcum elevationis datae semiparabolae. »

« Inventa ex dictis altitudine, sublimitatem singularum semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, facilem reperies. Nam, cum dimidia amplitudo mediet inter altitudinem et sublimitatem, diviso quadrato mediae amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem, quae postea, addita altitudine, exhibet impetum. Fabricemus ergo Tabulas sublimitatum, sitque semper dimidia amplitudo semiparabolae 5000, cuius quadratum semper idem 25,000,000 » (ibid., fol. 125 a tergo).

Sotto è gremito il foglio tutto di numeri, disposti in ordine, com'usava

allora, per estrarne le radici, e per farne le divisioni. Si disse altrove come sopra la faccia retta di questo medesimo foglio sia distesa una lettera di Alessandro Ninci, scritta da Campoli nel Marzo del 1636, dopo il qual tempo dev' essere stata dunque fabbricata questa Tavola terza, e molto ragionevolmente anche le altre due, de' calcoli serviti per le quali è una fitta selva in parecchi fogli del codice da noi citato. Non si può da quella pagine levare gli occhi, senza ripensare alla pazienza invitta, e all' improba fatica del calcolatore, specialmente a quei tempi, in cui la vista indebolita, non invigilandone i moti, poteva facilmente far trascorrere la penna in non colpevoli errori. Cosicchè, verrebbe fatto anche a noi di esclamare col Torricelli: « Cuius enim industriae tanta solertia est, ut per innumeras multiplicationum, divisionum et radicum ambages ad eosdem pene numeros appellere potuerit, quos ex Tabula desumere nobis concessum fuit? » (Op. geom. cit., pag. 104).

Se non che si direbbe follia, piuttosto che industriosa solerzia, quella di Galileo, che potendo, come poi fece il Torricelli stesso per le sue Tavole, delle quali diremo altrove; trascrivere i calcoli *ex ipsa Tabula sinuum, ac tangentium, facili brevique negatio,* si volesse nulladimeno sottoporre a sì lunghe e laboriose vigilie. Ma nè da industria soverchiamente solerte, nè da follia dipende la stranezza del fatto: diremo piuttosto che dipende dagli studii, e dall' indole dell' ingegno di Galileo, arretratosi alla vista di quella mostruosa macchina trigonometrica, dalla gola della quale faceva Enrico Bryggs vomitar le sue Tavole de' seni e delle tangenti. Più tardi, il Cavalieri attendeva in Italia a perfezionare quelle medesime Tavole, con più comoda applicazione dei Logarimmi, la materia de' quali sentì ancora Galileo di difficile intelligenza. Nè a fargliene, nei calcoli numerici, riconoscer l' utilità dell' uso, valsero le persuasioni dello stesso Cavalieri, il quale scriveva in una sua lettera non stimare i suoi *Logarimmi* materia sì difficile, che un Galileo, *con non molta applicazione, non l' intendesse.* (Campori, Carteggio gal., Modena 1881, pag. 330).

Comunque sia, mancherebbe a queste atlantiche fatiche, durate nel ritessere i calcoli per le tre Tavole ballistiche, ogni ragion di scusa e di merito, se fosse vero ch' elle non fosser altro che castelli in aria, com' andava dicendo fra gli amici il Cartesio. L' accusa del Filosofo famoso, per quanto possa essere stata suggerita o dall' emulazione o dall' invidia, dà indizio del dover esservi altre difficoltà promosse da uomini d' altro animo e d' altro ingegno, delle quali difficoltà, e della loro efficacia in confermar sempre meglio la Scienza de' proietti, novamente istituita da Galileo, faremo ora soggetto questa ultima parte del nostro discorso.

V.

L'istituzione di quella nuova Scienza galileiana essendo tutta fondata sul moto parabolico, sarebbe stata dunque per i contradittori rovesciata dalle sue fondamenta, quando fossero state false le ipotesi, dalle quali conseguivan legittimamente le ragioni di una tal direzione dei moti proiettizi. « Falsam aliam hypothesin prioribus adiicit (soggiunge il Cartesio stesso nella citata Epistzla al Mersenno, dove censura tante altre dottrine di Galileo) nempe corpora in aerem proiecta aequali velocitate ferri secundum horizontem, descendendo vero illorum velocitatem in ratione spatii duplicata augeri. Hoc autem posito, facillimum est concludere motum proiectorum sequi lineam parabolicam, sed, cum eius hypotheses sint falsae, conclusio etiam a vero valde remota esse potest » (pag. 244).

Perchè falsa debba tenersi l'ipotesi, che il proietto venga equabilmente promosso per linea orizzontale, discendendo nel perpendicolo con velocità crescenti in duplicata proporzion degli spazi, il Cartesio non dice, ma lo dicon bene gli altri, a cui i dubbi facevano nella mente le medesime tenzoni. Dicevan dunque che il moto nell'orizzonte, tutt'altro ch'essere equabile, è più accelerato nel principio, e più tardo verso la fine, e che una tanta violenza d'impeto impedisce così la libera discesa del grave, che non può accelerarsi secondo la natural sua proporzione.

I dubbi cartesiani si vedono passar per la mente degli stessi discepoli di Galileo, con ombre di sì ugual tinta e figura, da escludere in sollevarle qualunque mala disposizion dell'animo nel geloso rivale. Ascoltiamo Antonio Nardi, che così prosegue, nella veduta XLII della scena VI, dop'aver censurate le dottrine del suo proprio Maestro, circa alla proporzione dell'accelerarsi i gravi nei loro liberi moti. E prima di tutto è a notare un'opinione di lui, dimostrata falsa dalle cose discorse ne' precedenti capitoli di questa Storia, che cioè dalla scoperta della parabola dei proietti prendesse Galileo occasione d'assegnare ai cadenti naturali le medesime leggi. Contro dunque quel che notò il Torricelli *de linea parabolica pro motibus naturaliter cadentium, quod non scripsit Galileus*, così il Nardi incomincia la seconda parte delle sue censure.

« Quanto poi all'essere il moto de' proietti apparentemente parabola, concordo col Galilei, che forse quindi congetturò i gravi affrettarsi con la medesima ragione, ma osservisi che diverse strade conducono al medesimo termine. Dunque è vero che il moto orizzontale è uguale, ma ciò s'intende, mentre un mobile sia sostenuto e mósso per qualche orizzontal superfice, sicchè compensato vengane il suo momento. Ma un proietto per l'aria muovesi, perchè non viene compensato il momento suo, di due moti, quali insieme rimescolati non si mantengono ciascuno di essi sinceri, ma scambie-

volmente si alterano, e par necessario che il violento sia più veloce nell'uscire dal proiciente, che allontanatone, com'anco nel natural moto avviene, e però non passerà di sua natura spazi uguali in tempi uguali, come in tal punto dubitò il Galilei. Anzi che alcuni Meccanici si persuasero che nell'uscir la palla dall'artiglieria andasse per qualche spazio rettamente, il che, sebbene vero non è, perchè non s'annulla l'azione della gravità, con tutto ciò par vero che il moto orizzontale sostenga da principio il proietto, sicchè non discenda con la ragione, con la quale discenderebbe per la sola gravità, ma nel progresso è necessario che la gravità vinca l'impeto straniero, acciò si riconduca il proietto al centro, e così anche appare necessario che la forza, quale prima mosse un proietto dallo stato di quiete, non così muover lo possa, dopo l'acquisto e accrescimento di moto verso il centro. Ora, dall'intrecciamento di questi moti, momenti e tempi, componsi una linea molto vicino alla parabolica, ma difficilissimo da me si reputa il dimostrarla tale, per i suoi immediati principii. E tanto, per modo di semplice dubitazione, basti aver apportato intorno a varii pensieri del mio Maestro » (MSS. Gal. Disc., T. XL, pag. 973, 74).

Andando a ricercar però la profonda radice di questi dubbi, così liberamente esposti dal Nardi, si troverebbe in quel principio della composizione dei moti, da cui risulta la parabola dei proietti; principio, che quale è esposto nella II proposizione di Galileo, giova ripeterlo ancora dopo tante volte, è manifestamente falso. Anche, senza il Mersenno, dovevasi a quel vivo lampo di luce, riflesso dallo scolio alla proposizione XVIII del primo libro del Torricelli, riconoscer impossibile, che non si elidano due forze angolari, onde al sentor di falso, che veniva dalla dottrina galileiana, trascorrevasi nell'apposto errore insegnato dal Cardano.

Ci porge un notabile esempio di ciò il Baliani, il quale dice, nel suo breve proemio al terzo libro *De motu naturali*, che sarebbe quello il luogo di trattar de' proietti, « ni via, quam eorum motu conficiunt, me adhuc lateret, quamvis non ignorem viris oculatissimis visam esse parabolicam » (Gennae 1646, pag. 80). Tale però a me non sembra, soggiunge lo stesso Baliani, perchè, contro ciò che da que' chiarissimi uomini si suppone, « apparet proiectum descendere minori celeritate, quam si a sola ducatur gravitate, et libere demissum celerius solum attingere, quam horizontaliter latum » (ibid., pag. 81). La ragione di ciò è, secondo l'Autore, quella medesima già detta dal Cardano, e ripetuta dal Nardi, come dianzi udimmo, dovendo la forza, che trasporta il grave per linea orizzontale, repugnare all'altra, che lo farebbe scendere nel perpendicolo.

Per altre due ragioni credeva il Baliani di non poter consentire col Cavalieri, col Galileo e col Torricelli, che la via de' proietti sia parabolica. Prima, perchè, se il mobile passa successivamente nella traiettoria spazi sempre più lunghi, « motus est successive velocior, quippe maius spatium aequo tempore permeat, unde si, vis proiicientis provenit a maiori velocitate, ictus eo est validior, quo missile longius a proiiciente distat, contra id quod

quotidie experimur » (idid.). Ma qui evidentemente si confonde il tiro elevato con quello di punto in bianco, nel qual caso concorrono la teoria e l'esperienza a dimostrare che il colpo è veramente tanto più valido, *quo missile longius a proiiciente distat.* Nè punto più ragionevole di questa è l'altra difficoltà, ivi in terzo luogo promossa dal medesimo Autore, da cui si crede che, supponendo essere il proietto abbandonato a un tratto dall'impeto della propria gravità, proseguirebbe secondo la direzion tangenziale, non avvedendosi che piegare il mobile verso il centro dei gravi, e supporlo senza gravità, è una manifesta contradizione.

I secondi dubbi, esposti così dal Baliani, nascevano dunque da inconsideratezza delle teorie galileiane, ma del primo erano queste medesime teorie che, così in lui come nel Nardi e nel Cartesio, ne avevano data presentissima occasione. Gli osservatori zelanti delle dottrine di Galileo avevano un bel dire che il moto trasversale non impedisce il naturale *deorsum*, per le ragioni e per i fatti accennati nella seguente nota del Viviani: « Si transversalis motus deorsum naturalem impediret, lapis transversim proiectus numquam descenderet, nisi assumpto transversali motu, quoniam naturalis deorsum adeo lente in principio procedit, ut quicumque transversalis motus ipsum naturalem impediet. Sed transversalis impetus nunquam cessat, ergo lapis nunquam descenderet, quod est contra Naturae leges, et contra quotidiana experimenta » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 19). Ma non potevano aver queste ragioni nessuna efficacia sulla mente dei dubitanti, i quali, ben riconoscendo non essere le potenze dinamiche, introdotte da Galileo nella sua proposizione seconda, altro che linee, vedevano concludersi da quella medesima proposizione l'assurdo che l'ipotenusa sia uguale alla somma dei cateti. Non furono i dubbi perciò, da questa parte, soluti, se non che quando ebbero i Matematici, con universale consentimento, approvata la regola del parallelogrammo, dalla quale apparì chiaro come i moti si elidano nel compor la parabola, in modo però, che rimangano uguali i tempi impiegati a passar ora divisamente i lati, ora compostamente la diagonale.

Altri dubbi, che potessero passar per la mente ai lettori, erano stati prevenuti già dal Cavalieri e da Galileo, i quali condussero le loro proposizioni, astraendo dagl'impedimenti del mezzo, de' quali pure essendo sgombri i proietti disse il Cavalieri che descrivono una linea curva *insensibilmente differente dalla parabola.* Accenna perciò, nella sua precisione, il Matematico che non sarebbe perfettamente parabolica, nemmen la curva descritta nel vuoto, non essendo propriamente parallele le direzioni delle forze di gravità, ma concorrenti. Galileo volle esplicitamente avvertire che la proposizione sua prima era solamente vera nel supposto medesimo fatto da Archimede, « il quale, nelle sue Meccaniche, e nella prima quadratura della parabola, piglia come principio vero l'ago della bilancia o stadera essere una linea retta in ogni suo punto ugualmente distante dal centro comune dei gravi, e le corde alle quali sono appesi i gravi esser tra di loro parallele » (Alb. XIII, 228): ond'è che parabolica può esser la via de' proietti

nelle sole brevi distanze, a cui posson giungere l'esplosioni dei nostri strumenti. Con ragione dunque dimostrava Domenico Guglielmini nella VI proposizione della sua *Epitropeia*, che a 1600 miglia, quanto si suppone da un suo contradittore farsi un getto, questo esorbiterebbe grandemente dalla parabola « *etiam in doctrina Galilei* » (Bononiae 1676, pag. 19). Nella grande ampiezza infatti della semiparabola BI (fig. 303), le direzioni della gravità del proietto ne' punti G, F, E essendo GX, FX, EX, se con raggi appuntati in X si descrivono cerchi, che seghino la parabola ne' punti D, H, I, si vedrà manifesto che le linee oblique GK, FN, EB son minori delle respettive perpendicolari GD, FH, EI, ond' è che ne' tempi BG, BF, BE non sarebbe il proietto sceso in D, H, I, lungo la parabola, ma sotto i punti K, N, B, dentro la parabola, « quare linea, per ea puncta descensuum descripta, non erit parabola » (ibid., pag. 21, 22).

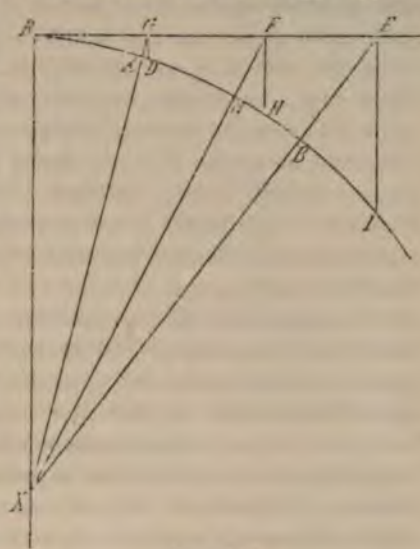


Figura 303

Il Guglielmini dunque confermava, piuttosto che impugnare le dottrine di Galileo, le quali venivano nonostante assalite da altre parti. Le teorie degli impeti e le loro applicazioni si fanno, nel quarto dialogo delle Nuove Scienze, dipendere da due supposti: il primo de' quali è che la direzione del moto si fa secondo la tangente alla curva, nel punto della separazione, e il secondo, che la parabola CA (fig. 304), descritta dall' esplosione in C con tiro livellato, è la medesima che la parabola AC, descritta dall' esplosione in A con tiro inclinato. Il primo era stato supposto anche dal Tartaglia, nel secondo libro della *Nova scientia*, ove dice: « Ogni corpo egualmente grave in fine de ogni moto violente, che sia fuora della perpendicolare di l' orizonte, si moverà di moto naturale il qual sarà contingente con la parte curva del moto violente » (fol. 19 a tergo). Ma Galileo aveva, come dicemmo, esplicato assai minutamente, ne' dialoghi dei Massimi sistemi, queste dottrine, contro le quali nulladimeno così volle argomentare l'Aggiunti.

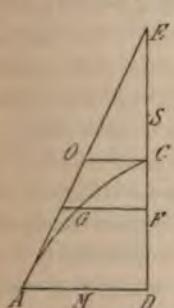


Figura 304

« Acciocchè un mobile acquisti da virtù estrinseca impeto di muoversi per una tal direzione, bisogna che il motore l'abbia movendo accompagnato per qualche spazio in essa dirittura. Gli esempi sono di questo la balestra, che, accompagnando poco la palla, la move anche pochissimo. Il maglio, scorrendo

e non accompagnando, non muove, e piegandosi nel manico, perchè allora all'accompagnatura del braccio v'aggiunge quella del ritorno del manico piegato, fa maggior colpo. La racchetta per questo manda più la palla lontana, che la mestola. »

« Quanto insomma minore sarà questa accompagnatura, *caeteris paribus*, minore sarà l'acquisto dell'impeto, sicchè, se un motore movesse un mobile in un poligono di moltissimi lati e brevissimi, onde le accompagnature sarebbero ancor esse brevissime, questo mobile non acquisterebbe notabile impeto di moversi per alcuna di queste linee. Adunque perchè il mobile, mosso dai motori in un cerchio, cioè in un poligono d'infiniti lati, e perciò di niuna longitudine, variano ad ogni momento direzione di moto; le accompagnature in ciascuna direzione sarebbero istantanee, e però di niuno o minimo momento. E per questo l'acquisto d'impeto di moversi in alcuna di esse sarebbe nullo o minimo, laonde sarà falso che dalla vertigine di una ruota si conferisca alla sua parte impeto di moversi per la tangente, come asserisce l'eccellentissimo signor Galileo » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 59).

Non potrebbe dunque nemmeno il proietto aver valido impulso di moversi lungo la tangente della parabola, se fosse vera la conclusion dell'Aggiunti, la quale parte dal principio delle accompagnature, male applicato agli effetti dei citati strumenti, e manifestamente falso in sè stesso, perchè la forza si comunica in istante, e non con tempo. D'altro momento è perciò l'opposizione fatta al secondo supposto, la quale non sfuggì alla censura del Cartesio. « Conversam propositionis suae assumit, egli dice nella citata epistola al Mersenno, neque demonstratam, neque explicatam; nimirum quod, si globus, secundum horizontem explosus a C (nella precedente figura) versus O, sequatur parabolam CA, globus etiam, sursum explosus secundum lineam AO, debeat eamdem parabolam AC sequi, quod quidem ex eius hypothesibus recte sequitur, sed haec explicare non videtur ausus, ne eorum falsitas nimis aperte pareret » (pag. 244).

Il Torricelli, che riseppe forse le calunniose cartesiane censure dallo stesso Mersenno, pensò di ovviarle e di rispondere con quella elaboratissima proposizione III del secondo suo libro, nella quale dimostra che la linea curva « quae describitur a mobili, secundum quamlibet elevationem proiecto, parabola est, et prorsus eadem, quam describeret mobile, si cum horizontali impetu proiceretur a vertice eiusdem lineae curvae » (pag. 157). Ma è notabile che Galileo stesso, appena dimostrate le proposizioni attenenti alle prime due parti del suo trattato, avesse già presentite quelle medesime difficoltà, e quasi, per ridursene alla memoria la risposta, da inserirsi poi nel venire a stendere il Dialogo quarto; ne lesciava scritto di sua propria mano, sotto il sommario delle proposizioni, questo così compendioso commento:

« *Simplicio.* — Che la palla, ricacciata in su, descriva la medesima SX (fig. 305) mi par duro. »

« *Sagredo.* — Ma se non vi par duro che, descrivendo la parabola in-

tera YXS, possa ridescrivere la SXY, non vedete che di necessità fa la SX? » (MSS. Gal., P. V, T. II, a tergo del fol. 106).

Poi andò il proposito in dimenticanza, della quale dolendosi Galileo col Viviani, gli veniva dettando il frammento del Dialogo, da aggiungere dopo la VII proposizion de' proietti, quando delle Due nuove scienze si fosse per fare una ristampa. Avremo occasione di tornare sopra ciò in discorso in quest' altra parte della nostra Storia, e per ora vediamo com' esso Viviani, appropriandoselo, esplicasse quel pensiero di Galileo:

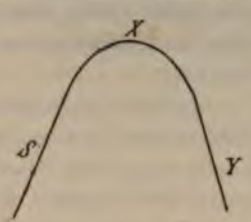


Figura 305

« Nella dottrina de' moti de' proietti, e particolarmente alla VII proposizione, a c. 270, si suppone dal Galileo come indubitato che, venuto il proietto da alto al basso, con descrivere la semiparabola, cacciato poi per lo contrario da basso ad alto, e' debba tornare per la medesima linea parabolica, ricalcando precisamente le medesime vestigia. Ma non avendo per ciò fare il detto proietto altro regolatore che la direzione della semplice linea retta, toccante la già disegnata semiparabola, per la cui declinazione fatta dall' alto al basso l' impeto transversale orizontale ed equabile ci quieta ad ammettere la molta curvazione nella sommità. Cercasi d' intendere come l' impulso fatto da basso ad alto, per una retta tangente, possa restituire un tal impeto trasversale, e che sia atto a regolare la medesima curvità nel viaggio di detto proietto. »

« Qui per risposta potrassi dire che, nel nominare la retta tangente, si lascia una sua condizione, che è l' esser tangente e inclinata, la quale inclinazione è bastante a far che il proietto, in tempi eguali, si accosti orizzontalmente per spazi uguali all' asse della parabola. Inoltre, se la linea descritta da un proietto da basso ad alto, secondo qualche inclinazione, è veramente una intera linea parabolica, e se niente importa che la proiezione si faccia da levante verso ponente, o per l' opposito, quando però l' elevazione sia l' istessa, ed istessa la forza proiciente, fatto che si sia il tiro da qualsivoglia parte; che cosa ha da mettere in dubbio che la semiparabola da basso ad alto del secondo tiro, che si faccia in contrario del primo, non sia la medesima che la seconda semiparabola del primo tiro, sicchè il proietto ritorni per la medesima strada? Che quando ciò non fosse, manco la parabola intera del secondo tiro sarebbe uguale a quella del primo » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 16).

La risposta, che faceva così il Viviani in quella sua *Raccolta di esperienze e di pensieri*, che diceva essergli sovvenuti in mente intorno a materie meccaniche e fisiche, è, come si vede, uno svolgimento del pensiero medesimo già sovvenuto in mente allo stesso Galileo, a prevenire le censure fatte poi dal Cartesio intorno a cose puramente speculative. Ma la speculazione stessa aveva in mano degli oppositori, per via dell' esperienza, un criterio ben assai più certo, per decidere in proposito del vero e del falso.

Che si potessero propriamente le galileiane teorie de' proietti illustrare

con l' esperienze, sembra essere stato uno de' primi pensieri sovvenuti agli Accademici fiorentini, come può congetturarsi dalla seguente Nota, lasciataci manoscritta dal Viviani: « Quod mobile sursum proiectum, per directionem non perpendicularem, in suo descensu numquam per spacium perpendiculare moveatur, experiemur si proiectiones fiant sagittis vel virgulis ferro cuspidatis, quae, dum solum pertingent, ad aequales angulos eum perforabunt, ac omnino pares iis, secundum quos factae sunt proiectiones » (ibid., fol. 14).

La bella esperienza sarà stata forse felicemente eseguita, ma non si trova fatto di essa, almeno nel libro dei *Saggi*, alcuna memoria, perchè dovevasi lasciar luogo alla descrizione di altre esperienze, credute ben assai più decisive della verità o della falsità delle nuove dottrine galileiane. Fondamento a così fatte dottrine apparisce dalla Storia essere stato l' isocronismo delle curve de' proietti, aventi la medesima altezza, intorno a che i Matematici sentirono diversamente. In Francia tenevasi così per certo spedirsi la caduta perpendicolare e la parabolica nel medesimo tempo, che dalla sensibile differenza osservata si credeva di potere argomentarne quanto fosse l'impedimento dell' aria. Il Mersenno, nel III tomo delle sue Nuove osservazioni fisiche matematiche, proponeva a Lodovico principe di Vales di fare esperienze in una fortezza, posta a mare, dalla quale si facesse con vario impeto esplodere un cannone, con tiro semiretto. S' ha dalla teoria, in questo caso, che il tempo impiegato a descrivere l'intera parabola è doppio di quel che ci vorrebbe a scender per l' altezza di lei, ossia uguale a quello del veniente per una linea perpendicolare, quadrupla dell' altezza della parabola, ond' è che misurando con un pendolo a secondi il tempo speso dalla palla in passare queste vie diverse, se vi si nota alcuna differenza è da attribuire all' impedimento dell' aria, che così dunque sapremo quanto egli sia. « Porro Tauroentum eligi potest, a cuius portu nobili iactum semirectum in mari mediterraneo, ad unum vel alterum milliare situm, dimetientur observatores, vel in ipso castello, vel secus illud in statione positi, cum horologiis, quibus tam verticalis, quam semirecti et horizontalis iactuum durationes explorent » (Parisiis 1647, pag. III).

Se fossero propriamente fatte, in quella fortezza o altrove, in Francia, le difficili esperienze, non è certo, com' è certo che furon fatte in Italia, dove le imbevute dottrine cardaniche avevano dato ai giudizî de' matematici altra forma. Vedemmo come il Baliani tenesse esser la scesa per la curva più diuturna che per il perpendicolo, a cagione dell' impedirsi i due moti componenti a vicenda, e dall' altra parte troppo aveva seducente apparenza di vero il dir che più tempo bisogna a far la via più lunga, che la più corta. De' più facilmente sedotti fra costoro fu il Cabeo che, mostrandosi anche questa volta censore di Galileo assai poco giudizioso, dop' aver riferito le dottrine di lui circa all' isocronismo tra la scesa retta e la parabolica, soggiunge: « Hoc ego non admitto, donec experimentis credam, quod experimentum hactenus facere non potui. Fiet autem facile, si in litore supra mare

quietum, aut lacum, constituas bombardam horizontaliter collocatam, et supra bombardam constituas globum, et explodas: dum enim explodis, ex illo motu decidit globus » (Metereol. comm., lib. I, Romae 1646, pag. 95).

L'esperienza, che dice il Cabeo di non aver potuta fare, e le controversie insorte fra' Matematici in questo proposito, invogliarono gli Accademici del Cimento, in un Diario manoscritto dei quali leggesi, fra le tante altre, « L'esperienza CCLXXXVIII per molti, che dicevano per i loro scritti, ed altri affermavano che, dato un tiro di una artiglieria sopra una elevazione es. gr. A (fig. 306), ove fosse la bocca del pezzo, con una palla di egual peso di quella che dentro al pezzo era stata messa, e quella alla bocca di detto era attaccata con un filo, calando per l'appunto sotto l'orlo del pezzo; che, mentre usciva la palla di dentro, faceva cadere ad un tratto quella di fuori: ed affermavano che sarebbe caduta la palla, che usciva portata dal fuoco nel punto B, nell'istesso tempo che l'altra, a perpendicolo cadendo, arrivava nel punto C, piano stesso di BD, e ciò fu provato a Livorno, facendosi tirare il pezzo dalla torre della fortezza verso il mare, con un cannone da quattordici. »

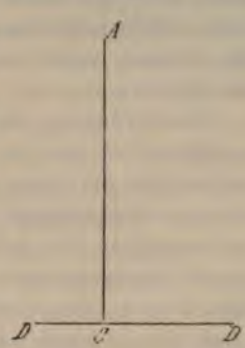


Figura 306

« Parve a molti che cadessero tutte ad un tempo, ma, con uno da venti, fu osservato prima dare nel piano quella, che cadeva a perpendicolo, che l'altra che cadeva nella distanza, e tanto tempo dette che, vistola cadere in C, dette tempo di rivoltare il viso a vedere cadere l'altra in B. »

« Ci fu chi appellò, benchè si riprovasse più volte, che poteva venire dalla più quantità del solito della polvere, e non di tanta squisitezza; ma con più meglio (sic) ragione, dicevano ancora che ci era differenza quanto dalla bocca del pezzo alla fine per di sotto dell'orlo, e perciò cadeva più presto: di più, che la Torre, non bagnando con il piede per l'appunto nel mare, ma ci poteva esser differenza di più alto da un braccio; che l'una e l'altra differenza poteva far che prima quella a perpendicolo nel piano BD arrivasse, perchè la vera ragione voleva tutt'e due in uno stesso tempo cadessero. Ma si tennero tutti supposti, per trovare appello ancora a quel che sensibilmente s'era visto. Nulladimeno si lasciò la proposizione in pendente, senza deciderla » (MSS. Cim., T. III, fol. 66).

La dicitura, tanto lontana dall'eleganza dei *Saggi*, è del Rinaldini, che faceva allora l'ufficio di segretario dell'Accademia, prima del Magalotti, il qual Rinaldini tornò, per decidere la questione, a ripetere, nel Gennaio del 1658, da quella medesima fortezza di Livorno, l'esperienze rimaste così incerte. « Inoltre, scriveva il dì primo di Febbraio al Viviani, ho fatto l'esperienza del tiro del pezzo, osservando se la palla, nel medesimo tempo, cade perpendicolarmente dalla bocca, e la spinta dalla polvere arriva al medesimo piano, e dopo molte riprove abbiamo ritrovato che ambe le palle ca-

dono in un tempo stesso, onde in un medesimo tempo l'una e l'altra giunge al piano dell'orizonte, del che ne ho avuto sommo gusto » (ivi, T. XXXVII, fol. 39).

Tre giorni dopo, nell'occasione di dar conto allo stesso Viviani di altre esperienze, il Rinaldini gli ripeteva: « Di già le ho dato avviso dell'esperienza fatta a Livorno del pezzo, come nel medesimo tempo è caduta la palla dalla bocca, e giunta all'orizonte, che quella spinta dalla polvere, e sebbene, in un pezzo più grosso, pare abbi fatto qualche poco di differenza, nulladimeno credo assolutamente che ciò sia proceduto dal non essere ben livellato il pezzo, sicchè si puol concludere che cadono nel tempo medesimo » (ivi, fol. 41).

La conclusione del Rinaldini era senza dubbio fallace, e meglio si conformavano col vero le prime esperienze sopra descritte, perchè, se l'aria, nel viaggio più lungo, anche impedisce più a proporzione la velocità del moto; era impossibile vedere esattamente i fatti corrispondere con le teorie, che astraggono da ogni sorta d'impedimenti. Ma quegli sperimentatori non sembra che pensassero punto a queste cose, e le ragioni che, come udimmo, dissero pro e contro nelle loro dispute, non rivelano degli Accademici del Cimento il consueto senno ed acume, la misura del quale è data particolarmente in questo fatto dalla mente propria del Rinaldini. Ora, sanno bene i nostri Lettori chi fosse quell'uomo, il quale vestiva la stola dell'Accademia sopra la toga peripatetica. Con quale intelligenza poi egli dirigesse le delicate esperienze si può argomentare dal fatto, ch'ei non s'era ancora studiato d'intenderne il fine. Aveva sentito dire essere questo fine quello di verificare un'opinione di Galileo, ma come e dove fosse una tale opinione esposta ei non sapeva, per cui, quasi un mese dopo aver fatta l'esperienza a Livorno, si rivolgeva al Viviani, pregandolo a volerlo avvisare « dove il Galileo tratta precisamente del tiro del pezzo, e della palla cadente dalla bocca. V. S. ne puol domandare al signor Cosimo (Galilei), il quale mi promise di avvisarmelo » (ivi, fol. 43).

Una tale ignoranza in un Accademico del Cimento non era scusabile, essendo il luogo ch'ei cercava assai cospicuo nel secondo dialogo dei Massimi Sistemi, dove, a pag. 148, 49 dell'edizione originale, avrebbe potuto leggere: « e quando non ci fusse l'impedimento accidentario dell'aria, io tengo per fermo che se, nell'uscir la palla dal pezzo si lasciasse cadere un'altra dalla medesima altezza giù a piombo, amendue arriverebbero in terra nel medesimo istante. »

Nè sembra che gli altri disputanti col Rinaldini, sotto la fortezza di Livorno, fossero punto più pratici delle materie scritte nel Dialogo famoso, ciò che prova esservi anc'allora ammiratori fanatici del grand'Uomo, senza averne mai meditati i libri. Perchè, se avessero nel citato luogo letto ed inteso che si verificherebbe nella caduta delle due palle l'isocronismo, *quando non vi fosse l'impedimento dell'aria,* quella prima esperienza, che mostrava come, vista l'una delle dette palle cadere nel perpendicolo, dette

tempo di rivoltare il viso a veder l'altra, che veniva per la parabola, dovevasi ritener senz'altro per decisiva.

Lasciata invece la proposizione in dipendenza, e risoluta poi dal Rinaldini in quel modo che s'è veduto; al venire il Viviani a farne, per comando del principe Leopoldo, esame più diligente, non potè non riconoscerne la leggerezza. E dall'altra parte troppo importava sapere e descrivere il fine della cosa, per l'amore del vero, per l'onore di Galileo e della nobile Accademia. Di qui è che il Viviani stesso pensò di andare in persona a dirigere l'esperienze a Livorno, le quali si rendevano molto più precise di quelle dirette dal Rinaldini, col misurare il tempo spesso nel cader della palla, ora naturalmente dal medesimo punto, ora per la spinta violenta del cannone. Il delicato misuratore era il pendolo, con la palla di oro di otto millimetri e mezzo di raggio, sospesa a un filo di seta, lungo 52 millimetri; cosicchè, con pendolo semplice di lunghezza uguale a $0^{m}.0605$, si credeva aver le vibrazioni composte, esattamente corrispondenti ai mezzi secondi. L'importante notizia leggesi in una Nota autografa del Viviani, in margine alla quale è segnata la figura del pendolo, da cui si son ricavate le riferite misure; Nota, che il Magalotti compendiò nel descriver la prima delle *Esperienze intorno ai proietti*, quali si leggono nel libro dei *Saggi*, ma che noi vogliamo trascrivere qui ai lettori, nella loro integrità originale:

« *A' dì 2 Aprile 1662 in Livorno.* Sulla torre della Fortezza vecchia, di braccia 50 di altezza, con falconetto da 7 $^1/_3$ di palla, lungo bocche 13 $^1/_2$, con tiri di punto in bianco, le palle fasciate arrivarono all'acqua in vibrazioni 4 $^1/_2$, con libbre quattro di polvere fina. Con la colubrinetta da 14, con libbre dieci di polvere, la palla fasciata arrivò in cinque vibrazioni: non fasciata, in cinque e mezzo, poco più, e tanto più lontano. La caduta delle due palle perpendicolarmente fu in vibrazioni quattro, e le vibrazioni erano intere di andata e tornata, con lunghezza di filo, qual'è segnata in margine, con la palla di oro, delle quali vibrazioni ne va 120 a minuto primo, che sono mezzi minuti secondi » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXIX, fol. 24).

Così il Viviani, come il Segretario dell'Accademia fiorentina, si stettero contenti alla semplice descrizione del fatto, da cui resultava non trovarsi in piena conformità insieme la teoria e la pratica. È da credere che attribuissero la causa di ciò agl'impedimenti dell'aria, ma i calcoli delle Tavole balistiche, riscontrati ne' militari esercizi, avevano fatto troppo ben conoscere dover essere assai più complicate le cause, per le quali si vedono l'esperienze aberrare così dai teoremi. Si volle prendere motivo di qui a infirmare la virtù di così fatti teoremi, a che Galileo stesso pensava di rispondere, dettando a Marco Ambrogetti un frammento di Dialogo, da inserirsi nella ristampa delle *Due nuove Scienze*. E perchè avremo altrove occasione di richiamar quel frammento, per confermare certe indagini storiche, importantissime alla storia della letteratura galileiana, lo trascriveremo allora, per passare a far qui in ultimo un cenno di alcuni fatti, i quali si credeva che contradicessero, non a sole le dimostrate teorie, ma alle più ovvie ragioni naturali.

Quando le Tavole ballistiche del Torricelli erano venute a dar tanta importanza ai calcoli di Galileo, che in quasi tutte le fortezze d'Italia si facevano dai militari esperienze, con quelle Tavole in mano, limitandosi per lo più a riscontrare le ampiezze calcolate, con quelle date dal tiro; ai Fiorentini, più degli altri operosi, venne in mente di osservare di più come si corrispondessero gl'impeti, creduti da loro proporzionali al numero dei granelli tutti uguali della medesima polvere, con la quale si caricava il cannone. Dicevano che se, per esempio, con quattro grani di polvere si passavano sei braccia, con cinque grani se ne dovrebbero passare sette e mezzo, avendo, a tal numero, sei quella proporzione, che cinque ha a quattro. Trovavano invece, venendo ai fatti, esser non sette braccia e mezzo, ma qualche cosa di più di diciannove quella passata.

Parve il caso aver qualche cosa di straordinario, e di tanto curioso, da richiamar l'attenzione del granduca Ferdinando, il quale si compiaceva di sodisfare a quella sua curiosità, interrogando coloro, che avevano promosse ed eseguite più volte, e in più modi, le nuove esperienze. Alcuni de' più leggeri risposero lì per lì cose spropositate: altri di più senno vollero tempo a pensarvi, e intanto esponevano in scritto i loro pensieri. Il Granduca però non sperava, e non confidava di avere da que' signori la vera soluzion del problema, ma volle metterli alla prova, per veder quel che sapessero dire appetto al suo gran matematico Vincenzio Viviani, a cui fece proporre il quesito, coll'ordine di darne la risposta. Non credeva il Viviani che la cosa avesse levato tanto romore in palazzo, nè che tanti vi s'affaccendassero intorno a stillarvi il cervello, per cui prese la penna, e scrisse così al Segretario del Granduca, sicuro che avrebbe in qualunque modo sodisfatto al comando, il principal merito del quale sapeva che facevasi per lo più consistere nell'esser pronto:

« Il problema, che V. S. mi propone di comandamento del Padron Serenissimo, è veramente curiosissimo, e a prima faccia tiene in sè dello stravagante, poichè l'evento si dimostra molto diverso da quello, che si prometterebbe il comun giudizio, pochi essendo quelli, che non credessero che, mantenuta la medesima elevazione di canna, gli spazi passati orizzontali, che vengono scorsi con moto equabile, non avessero a mantenere tra di loro la medesima proporzione delle velocità o delle forze impellenti, in tal maniera che, se con quattro grani di polvere o con quattro gradi di forza, si passano braccia sei, con cinque grani o cinque gradi di forza si avessero a passare solamente braccia sette e mezzo, e non braccia 19, come mi avvisa V. S.; che tal proporzione ha quattro a cinque, che sei a sette e mezzo: ovvero dovrebbero dare le lunghezze 6 e 19, che son quelle che V. S. mi dice esser passate da quattro e da cinque grani di polvere. E supposto che la prima sia scorsa dalla palla, cacciata con quattro gradi d'impeto, bisognerebbe che la seconda fosse stata scacciata da gradi dodici e due terzi, poichè tal proporzione ha 6 a 19, che 4 a 12 $^2/_3$. »

« Ma se, con la scorta della Geometria e con la dottrina de' moti del

Galileo, c' interneremo oltre alla scorza di questo effetto, vedrassi che, nel caso di che si tratta, non può mai conservarsi tal proporzione, e che questa, rimossi gl' impedimenti, s' osserva solo dalla Natura in quei moti equabili, che son fatti dentro un medesimo tempo. Ma perchè qui i moti son fatti sotto tempi disuguali, è necessario tenerne conto, e ricorrere ad esamine più accurata, per la quale si troverà mitigata alquanto la stravaganza, poichè si avrà che la seconda proiezione dovrebb' esser, non braccia sette e mezzo, ma bensì braccia 9 $^3/_8$, che tanto si deduce dalla Scienza de' proietti, dalla quale ancora si ha che, stanti ferme le date lunghezze di braccia 6 e 19, supposto che la prima di sei sia fatta da un impeto di quattro grani di polvere, o di gradi quattro di forza; la seconda di braccia 19 dovrebbe essere scorsa da un impeto di grani 7 $^1/_8$ di polvere, e non di grani cinque, come segue infatto, nemmeno di grani 12 $^2/_3$, come vedemmo di sopra che dava la regola, fatta senz' altro esame. »

« Ma giacchè l' esperienza così dimostra, e le misure delle braccia 6 e 19 son reali, nè vi può essere equivoco, mentre si ammettano per veri i principii supposti dal Galileo nelle dottrine dei moti, applicati ai nostri gravi, considerati però esenti e liberi da ogni accidentario impedimento; converrà dire che l' equivoco sia nella considerazione degl' impeti, e che questi della polvere particolarmente non mantenghino la medesima proporzione delle moli e de' pesi di essa polvere: cioè che, se quattro grani operano e spingono, per esempio, con forza di quattro gradi; cinque grani poi non spinghino con forza di cinque gradi, ma operino per più, com' è di 7 $^1/_8$. Qual poi sia la cagione di tal, per così dire, sproporzione di forza sopra la comune stimativa, io veramente, per esimermi dal pericolo di censure in addurla, dovrei dire col Galileo che questa ancora è una delle cose che io non so.... » (MSS. Gal. Disc., T. CXLII, fol. 95).

Mancando a questo punto del citato codice i fogli, sopra i quali si proseguiva, nella presente e in una lettera successiva, a dir, della cosa che si confessava ignorare, qualche probabile opinione; non sappiamo perciò quale ella fosse, ma in ogni modo siam certi che il Granduca aspettò a leggerla perchè voleva sentir prima quel che ne saprebbero dire gli altri interrogati. Dette il Segretario avviso di questa intenzione al Viviani, il quale intese anche insieme che il Granduca ci premeva molto, e che molti ci stavano assottigliando l' ingegno. Allora si pentì di aver fatto sull' argomento poco accurata riflessione, e conobbe che le cose scritte nelle due lettere potevano, a rigor di scienza, andar soggette a censure. Secondo quella scienza infatti non si poteva ragionevolmente decider nulla intorno alla quantità della volata, a proporzion della carica, senza sapere il grado della elevazion del cannone. Aveva imprudentemente sentenziato il Viviani, non curante di queste notizie, che non può mai, nel proposto caso, conservarsi tra gl' impeti e le ampiezze delle parabole una tal proporzione, la quale anzi osservasi nel tiro semiretto, essendo allora gl' impeti, uguali al doppio delle altezze delle semiparabole, proporzionali alle semibasi. Nelle altre elevazioni, superiori o

inferiori alla semiretta, essendo gl'impeti uguali alla somma della sublimità con l'altezza, s'intende perciò come non si possano puntualmente determinare, senza conoscer prima il preciso grado della detta elevazione.

Riconosciutosi ciò dal Viviani, e saputo che le sue lettere non erano state ancora aperte dal Granduca, pregava il Segretario, s'era permesso, a volergliele rimandar per correggerle, e a dirgli insieme a qual preciso punto della squadra corrispondeva nelle varie esperienze la direzione del tiro: pregavalo inoltre a volergli dare altre più particolari notizie, come qui si leggon richieste, in una lettera del dì 27 Febbraio 1664, che da noi si trascrive:

« Intendo in che grado è il negozio, e giacchè si vede che S. A. ci preme, e che altri soggetti maggiori infinitamente di me ci stanno speculando, per scrivere, sarebbe pur bene che io ci facessi ancora io più accurata riflessione, oltre a quella fattavi subito improvvisamente, per mostrar la prontezza nell'obbedire: e se V. S. mi avesse fatto onore di avvisarmi prima che S. A. non ha voluto sentire le lettere, col fine di aspettare quel che altri dica sopra di ciò, io l'avrei pregata a rimandarmele, per aggiustarle meno male di quel che stanno. Pure, io la prego adesso, se ella pensa che io sia a tempo, a volermi prontamente rimandare indietro tutt'e due le mie lettere, che parlano di ciò, perchè gli prometto di rimandargliele subito subito, per la prima occasione. »

« Di grazia, non manchi di favorirmi, siccome di dirmi insieme a che elevazione si trovasse il pezzetto, quando si fecero quelle prove del caso propostomi di grani quattro di polvere, a braccia sei di distanza, e poi di grani cinque, a braccia diciannove in venti: cioè, se a mezzo angolo retto, oppur sopra, oppur sotto il detto angolo. »

« Inoltre, quando la palla è dentro, vorrei sapere quanto resta lontana dalla bocca del pezzo, e quanto è lunga la camera, che ciò facilmente V. S. lo può vedere da sè, senza metterla in negozio con nessuno, bastando toccar da sè il pezzetto, e con un fuscello misurare quanto è dalla bocca al fondo della camera, e poi metter la palla, e misurar sul medesimo quanto è dalla bocca alla palla, e sul medesimo fuscello metter la misura del diametro della medesima palla, e questa misura poi trasportarla sopra un foglio, insieme con la lunghezza della detta camera, perchè quella della canna la caverò da me dalla palla. »

« Vorrei sapere ancora la storia degli altri tiri, oltre a que' soli due, che V. S. mi ha scritto, cioè la lunghezza de' tiri fatti con uno, con due, con tre grani, e poi con sei, con sette, e con quanti se n'è fati e potuti fare. Insomma vorrei più di due tiri, oltre a que' fatti con quattro grani, e con cinque di polvere. Di più, se è possibile, vorrei sapere se pel focone svapora gran fiamma, e se ci hanno rimediato che non ne esca, con mettere uno stoppino nel focone o in altro modo, e se di questo accidente di svaporare se ne fa caso; se il pezzetto era fisso, che non potesse rinculare nè alzarsi di bocca. Finalmente, più notizie che lei mi darà sopra questo, più

l'avrò caro, acciocchè io me ne possa valere, nel raggiustare le lettere, che lei mi rimanderà, le quali subito le accomoderò in miglior forma » (ivi, fol. 97, 98).

Il fine del ricercar notizie intorno alla elevazione del pezzo è manifesto, per le cose già dette, ma perchè i teoremi galileiani, dietro quelle stesse notizie applicati si vedevan pure in ogni modo così aberrare dai fatti; non rimaneva altro di certo al Viviani, in mezzo a questi dubbi, che la conclusione scritta nella prima lettera al Segretario del Granduca, che cioè gl'impeti della polvere non mantengono la proporzione delle moli e dei pesi. La desiderata soluzion del problema perciò usciva fuori del campo della Matematica astratta, per entrare in quello della Fisica, all'esperienze della quale era necessario ricorrere, per saper quanto, sopra la proporzion della mole e del peso, cresca, nella polvere accesa, la violenza dell'impeto. A ciò tendevano le domande fatte dal Viviani intorno alla capacità della camera, allo sfiatar del focone, e al rinculare del pezzo, ma pure erano troppo pochi tutti questi dati a determinar le incognite del complicato problema.

La difficoltà del conseguire l'intento non ne spense però nel Viviani, nemmeno per lunghezza di tempo, il desiderio. Vent'anni dopo passava per Firenze, sul finir della primavera, il generale Luigi Ferdinando Marsili, che volle visitare il celebre Matematico, in cui vedevasi continuare la vita stessa di Galileo. I colloqui fra due uomini di quell'indole, e di quella professione, era naturale che cadessero sopra le Matematiche applicate all'arte militare, con la quale occasione raccontava il Viviani l'esperienze fatte e gli studii, per rispondere ai quesiti, che gli erano stati proposti infin da' tempi del granduca Ferdinando. Rispose allora il Marsili che l'arte da lui esercitata, e l'amor alla scienza, lo avevano invogliato di simili studii sperimentali, dei quali, tornato a Bologna, riferiva allo stesso Viviani un saggio in questa lettera, scritta il dì 18 Giugno 1684:

« È obbligo di chiunque esercita un'arte l'intendere non solo gli effetti, ma anco i mezzi, con i quali la medesima s'esercita, e perciò, com'è noto a V. S. Ill.ma, ho intrapreso d'impiegarmi in quella delle armi, che ne' tempi d'oggi si rendono strepitose per l'industria animata della forza della polvere, che esaminandola in più occasioni non ho volsuto tralasciare di avvertire la di lei forza, con più esperimenti, che, col benefizio dell'ozio in una pace o in un quartiere d'inverno, non mancherò più fondatamente digerire, affine di potere tutto in una esatta serie dimostrare a V. S. Ill.ma, secondo gli ho promesso nel mio passaggio per Firenze, non solo per contrassegno di rispetto alla di lei persona, ma anche per poterne ricavare vantaggio da quei riflessi saranno fatti dalla di lei virtù. »

« Cominciando in ora a dimostrargliene uno circa l'accension della medesima, che a me pare possi essere fondamento non solo di conoscere la forza della stessa, ma anche di bene appropriarla a benefizio della mia arte, dico che, per conoscere adunque verso qual parte faccia maggior impeto la polvere di schioppo, nell'accendersi ch'ella fa, ho praticata la seguente esperienza: »

« Descritto un circoletto piccolo sopra un cartone assai grande, situato parallelo all' orizzonte, dentro di esso disposi egualmente una certa quantità di polvere, talchè da essa veniva ad essere riempita tutta la area del detto circolo. Di poi li posi nella circonferenza, distanti l' una dall' altra novanta gradi, quattro palline di sughero di ugual grossezza, e consequentemente di ugual peso, e bene rotonde. Accesa la polvere in una parte della circonferenza del circolo, vicino alla pallina A (fig. 307) furono levate dal suo sito dall' impeto della polvere tutt' e quattro le palline, ma disugualmente, in maniera che la pallina A, ch' era vicina al luogo dell' accensione, fu spinta all' indietro per tanto spazio, quanto importavano quattro diametri della stessa pallina, ma la opposta B fu cacciata all' innanzi 36 delli stessi diametri, ma le laterali D, C furono spinte lateralmente 12 diametri, in maniera che, se i spazi percorsi e gl' impeti fossero proporzionali, pare si potesse concludere da questa esperienza che l' impeto della polvere fosse nove volte maggiore verso la parte opposta al luogo dell' accensione, e che l' impeto laterale fosse tre volte maggiore che nel luogo dell' accensione, e parimente tre volte minore di quello sia nella parte opposta al luogo dell' accensione, supponendo però che l' esperienza, fatta più volte con quantità maggiore o minore di polvere, e in altra figura, resti sempre la medesima. »

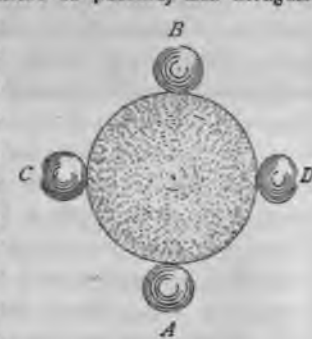


Figura 307

« Disposta la polvere nell' istesso circolo, nel modo predetto, e datogli il fuoco nel centro, fece egual impeto per ogni verso, spingendo tutt' e quattro le palline per eguali spazi. Senza le palline si può, ma non così esattamente, conoscere l' impulso dalle strisce, che lasciano segnate di nero i grani della polvere nel cartone, le quali sempre sono maggiori dalla parte opposta al luogo dell' accensione, in maniera che, dall' una e dall' altra esperienza, si viene a concludere lo stesso. »

« Attenderò con somma impazienza le di lei erudite e fondate considerazioni, per poter procedere nell' incominciato studio della polvere, raffermandomi al solito Aff.mo Obblig.mo *Luigi Ferdinando Marsili.* » (MSS. Gal. Disc., T. CXLVI, fol. 268).

I documenti, ricercati con diligenza ne' commerci letterari de' due valorosi uomini, rivelerebbero forse in tale argomento conclusioni ben assai più curiose e più importanti, che noi però dobbiam lasciare allo studio di chi scriverà la *Storia delle artiglierie in Italia.*

CAPITOLO X.

Conclusione di questa prima Parte

SOMMARIO

I. De' principali cultori della Meccanica contemporanei di Galileo. — II. De' Dialoghi de' due Massimi Sistemi, e come s' incominciassero a diffondere di lì i semi della nuova Scienza del moto. — III. Del primo dialogo delle due Nuove Scienze, e della pubblicazione di lui, insieme con gli altri tre, fatta dagli Elzeviri in Olanda.

I.

Dop' essersi fin qui la nostra Storia aggirata per le volte e rivolte del filo di tante sottili speculazioni, intorno ai principali argomenti della Scienza del moto, riusciti com' a termine fisso all' anno 1638, in cui per i Dialoghi galileiani ebbe quella stessa Scienza il suo nuovo istituto; giova trattenere alquanto il passo, come fa il pellegrino che, riposando per pigliar lena a proseguire, volge a piè del grand' albero, sotto cui siede, tutt' intorno desideroso lo sguardo. S' è per molti immaginato e descritto il termine, a cui siamo giunti, come un campo arido e desolato, in mezzo a cui solo l' albero che s' è detto grandeggia, e rallegra il viandante col verde e coll' ombra. Che sia questo però un immaginar falso, e un falso descriver le cose lo persuade con facilità l' osservazion naturale, che mai non è quercia solitaria in selva, ma la circondano umili virgulti e più elevati arboscelli, o nati di straniero seme, o dalle stesse ghiande cadute dalla chioma di lei. Dall' altra parte lo straordinario rigoglio della madre pianta attesta la ben disposta qualità del terreno, e il benigno volgere della stagion, che favoriscono, con general provvidenza, il germogliare e il crescere degli altri semi. E perchè sempre nel mondo fisico vedonsi il morale e l' intellettuale simboleggiati, sorgono intorno al grande Galileo altri minori, nel campo della Scienza meccanica largamente dispersi, dovunque intelligenze umane aprano

a ricever lo spirito fecondatore del vero. Giunge l'aura divina attraverso a mari in Olanda a Simeone Stevino; attraverso a monti, in Germania, a Paolo Guldino e a Giovan Marco Marci, mentre fra noi Guidubaldo del Monte, Girolamo Fabricio d'Acquapendente e Giovan Batista Baliani sembra che ne risentan gl'influssi più prossimi e più efficaci.

Tutti coloro i quali, contro il senso comune, contro la legge naturale e contro i fatti, si ostinano in voler riconoscere Galileo nella Scienza meccanica primo e unico Maestro al mondo, s'immaginano che da lui abbiano, in qualunque modo, i commemorati Autori contemporanei imparato tutto quel che nei loro libri hanno scritto delle ragioni del moto. L'assunto per verità è di difficile dimostrazione, la quale anzi si direbbe impossibile, specialmente riguardo allo Stevino, in cui riconoscemmo già il sapiente e zelante banditore di quella, che due secoli dopo s'intitolò Meccanica nuova. Che poi le tradizioni osservate dal Matematico olandese fossero tutt'affatto diverse dalle galileiane lo dimostrano i fatti, narrati in questo stesso Tomo a varie occasioni, d'ond'è manifesto in quali gravissimi errori e a quali false conseguenze si trovasse condotto Galileo, sempre che gli occorra a ragionare della composizion delle forze.

Come dalle più antiche fonti aristoteliche, sapientemente derivate dal Nemorario, sorgesse l'ubertà della Statica steviniana, fu da noi mostrato a suo luogo, nè qui importa ripetere il già detto, per sodisfar piuttosto alla curiosità di coloro, i quali hanno ora sentito annoverar fra i Meccanici l'Acquapendente. Medico e anatomico famosissimo si trovò tirato nel campo della Meccanica quando, nella terza parte della sua Miologia, pubblicata nel 1614, ebbe a dimostrare secondo qual ragione s'esercitano le forze muscolari. Amico a Galileo, e collega nel medesimo Studio padovano, chi non direbbe che l'Anatomico si fosse, in una questione difficilissima, rivolto a consultare il Matematico, tutto allora in studio di dare alla *Scienza meccanica* ordine e perfezion di trattato? Eppure è tanto certo non avere avuto l'Acquapendente intorno a ciò alcun consulto che, quand'anco si fosse disposto a richiederlo, non avrebbe Galileo saputo ritrovar nella sua Scienza meccanica di che sodisfarlo. La questione miologica infatti risolvevasi essenzialmente co' principii statici della Leva, ritrovati già da Aristotile e dal Nemorario, co' quali due autorevolissimi Maestri anche il Fabricio, dop'aver descritti gli effetti della macchina, dice: « Porro haec omnia ex natura circuli petuntur. Nimirum, quo longior a centro linea est, eo celerius fertur, ac proinde facilius attollit breviorem, quae ultra centrum producta est lineam » (Opera omnia, Lugd. Batav. 1738, pag. 419).

Non era dunque bisogno consultar la moderna Scienza galileiana, per saper da quali principii matematici derivino le proprietà generali del Vette. Quanto poi ai particolari, consistenti nel miglior modo di applicar la potenza, a che insomma si riduceva la difficoltà della questione; Galileo non poteva nulla giovare ai progressi della Miologia, per i quali richiedevasi un argomento, sconosciuto affatto in quella sua nuova meccanica officina. Riduce-

vasi un tale argomento infatti al principio della composizion delle forze, che l'Acquapendente trovava preparato così nella Scienza antica, da poter facilmente con esso risolvere il problema: « Cur musculi longiores, non solum longiores, sed etiam robustiores dant motus » (ibid., pag. 420).

Si fa la desiderata risoluzione dipendere, come da Lemma, dal seguente Teorema, che i nostri Lettori conosceranno facilmente informato dalle più sane dottrine dei moti composti, benchè non s'applichi immediatamente la descrizione del parallelogrammo: « Sit vectis AB (fig. 308) et in ipso C pondus, B fulcimentum; chorda vero perpendicularis DF, aliae vero obliquae DG, DE. Dico facilius attolli pondus chorda DF, quam chorda DE, vel DG. »

« Cum enim vis in E constituta attrahit secundum lineam ED, cum vectis AB attrahatur versus fulcimentum B, pars virium absumitur contra fulcimentum: tractus enim obliquus ED videtur potius esse ad impellendum fulcimentum, quam ad pondus attollendum. Pariter etiam trahens chorda GD nititur potius ut avellat Vectem ex fulcimento, quam ut pondus attollat: absumitur ergo vis magna ex parte in fulcimento B expellendo. Quod si attrahatur chorda perpendiculo in FD, nulla pars virium suam non exercet facultatem in pondere elevando: imo tota ad ipsum attollendum convertitur » (ibid.).

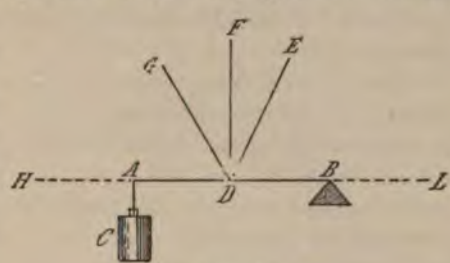


Figura 308

Seguono al Teorema due corollarii: « Ex quo colligitur, quo punta E, G elatiora fuerint, eo facilius moveri vectem, et pondus attolli » (ibid). Non già che l'Acquapendente creda, come i più credevano allora, che le corde più lunghe siano a proporzione più forti, ma la maggior lunghezza fa men rapidamente diminuire l'angolo dell'inclinazione, da cui solo dipende il variar della forza. L'altro corollario poi, da cui traluce il concetto che l'informa, è così espresso: « Patet etiam quod, si vectis et chorda in eadem essent linea constituta, nullo pacto motus fierent, ut patet per lineas DH, DL. Posita enim vis in H, vel in L, utraque omni ex parte applicabitur ad movendum fulcimentum B, non autem ad attollendum Vectem » (ibid.).

Quanto siano così fatte dottrine aliene dalle tradizioni galileiane possono giudicarlo da sè i Lettori, cavandone i criterii dalle storie passate; criterii, che valgono altresì per Guidubaldo del Monte, nella Statica maestro a Galileo, e nell'Acustica e nella Ballistica premostratore. Il Guldin, amico dello stesso Galileo ch'ei conobbe in Roma, e a cui mandò per mezzo di Giovanni Pieroni il libro *De centro gravitatis partium circuli,* si faceva con esso primo cultore di una delle più belle e delle più ammirate parti della Meccanica, qual è la Centrobrarica, le tradizioni della quale risalgono, come a suo luogo narrammo, alla Scuola alessandrina. Or chi sa quanti altri Au-

tori, sconosciuti al pubblico e a noi, avranno promossa, ne' principii del secolo XVII, la Scienza, della quale non sapevano ancora ciò che s'era novamente insegnato dalla cattedra di Padova, e dalla solitudine di Arcetri?

Si dirà che le notate promozioni appartengono tutte alla Statica, della quale principalmente Archimede aveva preparati i progressi: ma come si potrebbe provare che non sia la Dinamica tutt' opera di Galileo, da cui si ebbero matematicamente dimostrate le leggi, scoperte prima per l'esperienza? Le prove, rispondiamo, si ritrovano pure nella storia da noi addietro investigata nei fatti, la somma dei quali si riduce a dire che, contemporaneamente con i Dialoghi delle due Nuove Scienze, apparvero alla luce in Italia e in Germania due altri libri di Dinamica nuova, insigni al giudizio di tutti gl' imparziali.

Giovan Marco Marci di Crownland, prima medico e poi gesuita, pubblicava in Praga nel 1639, con i tipi di Giovanni Bilina, un libro intitolato *De proportione motus*, perchè, dalla legge che gl' incrementi delle velocità *rationem habent quam temporum quadrata*, si dimostrano le proprietà dei cadenti nel perpendicolo, per le linee oblique, e per gli archi dei cerchi. L'assunto dunque è qui proprio il medesimo, che nel terzo dialogo delle Nuove Scienze, con l'Autor del quale non si vede che relazione potesse avere un uomo, così distante di patria, di educazione e di studii, e tale che, ancora oggidì che tanto e per tutto si fruga, vien passato di vista agli eruditi. Potrebbe forse nascere il sospetto ch' essendo il manoscritto de' Dialoghi galileiani capitato in Praga, alle mani del Pieroni, per farlo ivi stampare, fosse stato veduto o riferito agli studiosi, ma la poca probabilità del fatto conduce a negarlo poi con certezza chiunque si metta a confrontare insieme i due diversi trattati.

Nel Matematico tedesco è manifesto il fine delle dinamiche proposizioni, che è quello di applicarle alla *Regola sfigmica;* intendimento, che fallisce affatto nel dialogo del Nostro, il quale, essendosi proposto di dimostrare quella lunga serie di teoremi in grazia delle proprietà de' pendoli, non fa poi de' pendoli, e fuor di proposito, che un leggerissimo motto. Le leggi delle oscillazioni dei gravi, pendenti da varie lunghezze di fili, son per Galileo semplici fatti sperimentali, che matematicamente Giovan Marco riduce ai loro propri principii, per applicarli poi alla soluzione dell' importantissimo problema della lunghezza del pendolo a secondi.

Se da questa sola parte si volesse considerare, basterebbe per dire che il trattato stampato in Praga supera notabilmente quello stampato in Leida, ma ben altre ragioni ci sono di quella superiorità, per prezzar debitamente le quali giova ridurci a memoria che, a levare i voli più sublimi, ebbe la Meccanica per sue ali il Calcolo differenziale e la Regola del parallelogrammo. Ora è a notare che Galileo, recidendo, come dalla Storia apparisce, i due strumenti, ne impediva così que' liberi voli, che tutta la Scienza del moto, com' egli forse avrebbe desiderato, si sarebbe anche a' nostri giorni rimasta nella breve cerchia de' suoi teoremi. Giovan Marco invece preparava al

Newton, da un secolo e mezzo, quella che, dalle mani del Varignon, gli veniva porta come Meccanica nuova, dimostrando che il moto perfettamente misto « fit per diametrum parallelogrammi, cuius latera constituit motus simplex » (fol. 38 ad t.). E quasi avesse presentiti i gravissimi danni, che sarebbero per derivare alla Scienza dalla seconda proposizion galileiana Dei proietti, pronunziava contro la falsità di lei quella gran verità, intesa allora da pochi: « Metus mixtus est necessario minor diametro quadrati, aut parallelogrammi » (fol. 40).

Benchè grande sia, senza dubbio, il merito dell'avere imbandita così la mensa di cibi salutari a gente, che gli credeva veleni: è nonostante in qualche piccola parte minorato dal non avere le proposizioni dei moti misti tutta quella originalità, che hanno le altre nel libro di Giovan Marco, dove ei dimostra le leggi degli urti. A che si riducano tutti i discorsi, tenuti per quarant'anni da Galileo intorno alla forza della percossa, lo vedranno coloro, i quali avranno la pazienza di leggere il cap. III della seconda parte di questa Storia della Meccanica.

La nuova Scienza insomma delle proporzioni del moto, insegnata in Germania, era per questa parte superiore a quella nel medesimo tempo insegnata in Italia, benchè da un altro lato gli rimanga inferiore, non trattando Giovan Marco delle resistenze dei solidi allo spezzarsi, e de' proietti ripetendo gli antichi errori. « Quae autem motu violento moventur, cuiusmodi proiecta seu manu, seu machina, a principio quidem velocissime, inde minus velociter moventur, impulsu veluti senescente » (fol. 18 ad t.). Or chi non si persuaderebbe, dietro queste osservazioni, che l'Autore *De proportione motus* aveva speculazioni sue proprie, e indipendenti da quelle di Galileo, che non si poteva dunqne vantare di avere istituita la Dinamica egli il primo ed il solo?

Un altro competitore egli ebbe nel Baliani, levatogli di mezzo da molti, com'una molesta festuca dagli occhi, co' soffi del disprezzo. Noi abbiamo avuto occasione più volte di esaminare le speculazioni e le scoperte del Matematico genovese, e le abbiamo trovate di fatto o precedere, o esser contemporanee, e perciò indipendenti da quelle di Galileo, che per verità non si mostra, come i suoi zelatori, punto maravigliato dell'esser due, che vanno per la medesima strada, giunti insieme al termine stesso. « Il signor Filippo Salviati, scriveva esso Galileo al Baliani, al quale ho conferito buona parte delle mie immaginazioni filosofiche, mi scrive aver trovata grande conformità tra le sue speculazioni e le mie, di che io non mi sono punto maravigliato, poichè studiamo sopra il medesimo libro e con i medesimi fondamenti » (Lettere di Galileo, pel suo Trecentesimo, Pisa 1864, pag. 16).

Quando poi, venute queste speculazioni nel 1638 alla luce, si potè tra le stampate in Leida e le stampate in Genova istituire il confronto, ecco come Galileo stesso, più imparziale de' suoi fanatici esaltatori, ne scrisse al suo proprio rivale il giudizio: « La gratissima lettera di V. S. Ill.ma mi fu resa ieri, insieme col suo libro *Del moto*, dal molto rev. padre don Cle-

mente di S. Carlo.... Io ho trattato la medesima materia, ma alquanto più diffusamente, e con aggressioni diverse, imperocchè io non suppongo cosa nessuna, se non la definizione del moto, del quale io voglio trattare e dimostrare gli effetti, imitando in questo Archimede nelle sue spirali. Non premettendo altra cosa nessuna, vengo alla prima dimostrazione, nella quale provo gli spazi passati da cotal mobile essere in duplicata proporzione dei tempi, e seguito poi a dimostrare buon numero di altri accidenti, de' quali ella ne tocca alcuni, ma io molti più ve ne aggiungo, e per avventura più pellegrini » (ivi, pag. 35-37). Ed è ciò verissimo, ma l' ordine del trattato è tanto più matematico, è il processo delle dimostrazioni tanto più semplice e chiaro, che chi avesse a imparar la Scienza nelle sue fonti preferirebbe l' opuscolo del Baliani al Dialogo di Galileo.

II.

Se ci è lecito rivolgerci ancora indietro a ripigliar l' immagine, per simbolegniare il nostro concetto, diremmo che gli Autori, fin qui da noi commemorati, si rassomigliano, nel campo della Scienza del moto, a quegli alberi cresciuti, per l' ubertà del suolo e per la benignità del cielo, d' estraneo seme, intorno a quel maggior albero, che ci raffigura la scienza di Gelileo. Ma come vedesi nella selva verdeggiare a preferenza una specie di piante, disseminate o fatte scoppiare a piè della maggiore; così avvenne delle dottrine galileiane, incominciatesi a disseminar dai Dialoghi dei due Massimi Sistemi. Le ali della fama e i venti della discordia furono i principali ministri di quella disseminazione, che si fece, attraverso a monti e a mari, per tutte le regioni d' Europa. Noi facciamo spesso le maraviglie, e confessiamo la nostra propria ignoranza intorno all' origine di certe pianticelle, nate e cresciute sotto i nostri occhi d' invisibile seme, ma lo stesso si dovrebbe dir delle idee, le quali, apparite ne' libri di tanti scrittori stranieri quasi spontanee, derivarono dalla notizia dei Dialoghi famosi il germe latente. Son per que' Dialoghi infatti annunziate le conclusioni di tutte le verità meccaniche scoperte, e dimostrate da Galileo in trent' anni.

Il fondamento statico, ritrovato nelle velocità virtuali, si dimostra prolissamente dagl' Interlocutori nella seconda Giornata, a proposito della gravità, che nella Leva di braccia disuguali lavora con altra resistenza e con altra forza. Cosicchè, propostasi per esempio la stadera, con la quale si volesse pesare una balla di lana o di seta, concludesi dal Sagredo, che « il moversi per lo spazio di cento dita il romano, nel tempo che la balla si muove per un sol dito, è l' istesso che il dire esser la velocità del moto del romano cento volte maggiore della velocità del moto della balla » per cui fermasi come principio vero e notorio, « che la resistenza, che viene dalla

velocità del moto, compensa quella, che dipende dalla gravità di un altro mobile » (Alb. I, 237).

Di maggiore importanza, e di maggior merito, erano i fondamenti della Dinamica, i problemi appartenenti alla quale credeva Galileo non essere stati saputi fin allora da Filosofo, nè da Matematico alcuno (ivi, pag. 181). Confutato Aristotile, con ragioni così chiare e naturali da persuadere gli stessi Simplicii, conclude che i corpi cadono dalla medesima altezza a terra, più o meno pesi, nel medesimo tempo; verità che non era nuova, ma che pur giovava trattenervi attorno eloquentemente il discorso per confermarla.

Benchè da tutti però si sapesse per volgare esperienza che, partendosi i gravi dalla quiete, si vanno continuamente accelerando, la proporzione di un tale acceleramento nulladimeno, dice il Salviati, « è stata sino ai tempi nostri ignota a tutti i filosofi, e primieramente ritrovata e dimostrata dall'Accademico, nostro comune amico, il quale, in alcuni suoi scritti non ancor pubblicati, ma in confidenza mostrati a me e ad alcuni altri amici suoi, dimostra come l'accelerazione del moto retto dei gravi si fa secondo i numeri impari *ab unitate:* cioè che, segnati quali e quanti si vogliano tempi eguali, se nel primo tempo, partendosi il mobile dalle quiete, averà passato un tale spazio, come per esempio una canna, nel secondo tempo passerà tre canne, nel terzo cinque, nel quarto sette, e così conseguentemente secondo i succedenti numeri caffi; che insomma è l'istesso che il dire che gli spazi passati dal mobile, partendosi dalla quiete, hanno tra di loro proporzione duplicata di quella, che hanno i tempi, ne' quali tali spazi son misurati; o vogliam dire che gli spazi passati son tra di loro come i quadrati dei tempi » (ivi, pag. 244).

La dimostrazione promette il Salviati di darla, *quando tratteremo la materia de' moti separatamente*, ossia nei dialoghi delle Nuove Scienze, ma intanto si porge qui l'argomento principale della dimostrazione nel teorema che, cessando il grave di accelerarsi, e proseguendo con gli uniformi gradi della velocità ultimamente acquistata, « passa con moto equabile, nel medesimo tempo, spazio doppio al passato dal moto accelerato » (ivi, pag. 253).

La massima proposizion dinamica, che si dimostra per mezzo di questo teorema, si svolge nel terzo dialogo delle Scienze nuove in quella lunga e varia serie di teoremi, che muove dall'avere il tempo per l'obliqua e per la perpendicolare, terminate al medesimo orizzonte, la stessa proporzione che la lunghezza dell'obliqua ha alla lunghezza della perpendicolare; ciò che si dimostra ne' principii della prima giornata dei Massimi Sistemi col supposto famoso delle velocità uguali nei punti ugualmente cadenti (ivi, pag. 30-32). E per dar delle nuove dottrine intera notizia, insiem con ciò, che costituisce il principio del trattato Dei moti locali, s'annunzia l'ultima « conclusione d'un problema bellissimo, che è: che, data una quarta di cerchio eretta all'orizzonte, sicchè insista sul piano toccandolo in un punto, e fatto un arco con una tavola ben pulita e liscia dalla parte concava, piegandola secondo la curvità della circonferenza, sicchè una palla ben rotonda e tersa vi possa

liberamente scorrer dentro; dico che, posta la palla in qualsivoglia luogo, o vicino o lontano dall'infimo termine, e lasciata in libertà, in tempi eguali, o insensibilmente differenti, arriverà al termine, partendosi da qualsivoglia luogo; accidente veramente maraviglioso. Aggiungete un altro accidente, non meno bello di questo, che è che, anco per tutte le corde tirate dal punto infimo a qualunque punto della circonferenza, il mobile stesso scenderà in tempi assolutamente uguali. Aggiungete l'altra maraviglia, qual'è che i moti dei cadenti, fatti per gli archi della quarta, si fanno in tempi più brevi, che quelli, che si fanno per le corde dei medesimi archi » (ivi, pag. 488).

I Matematici esperti avrebbero avuto in queste notizie i dati necessari per costruire, sei anni prima della pubblicazione, con le loro proprie mani l'edifizio dinamico co' materiali già preparati da Galileo, nè mancarono alcuni che, frugati dalla curiosità e dall'amor della Scienza, v'esercitarono l'ingegno. Possiamo de' nostri annoverar fra costoro principali, lasciando il Cavalieri, di cui, in dimostrare le proprietà del moto appena pubblicate nel 1632, son note le promozioni; il Magiotti e il Torricelli, che convenivano in Roma desiderosi ad ascoltare i commenti, fatti a loro sulla lettura dei dialoghi dei Massimi Sistemi, da Benedetto Castelli, il quale scriveva allo stesso Galileo queste parole: « Io godo spesso la conversazione di un signor Raffaele Magiotti da Montevarchi, e di un signor Evangelista Torricelli da Imola, ambedue eruditissimi di Geometria ed Astronomia, già messi da me per la buona strada. Questi bene spesso mi vengono a ritrovare, e si leggono i Dialoghi con tanto applauso della dottrina, dei concetti, della lingua e della spiegazione, che, se bene meritano molto più, so che V. S. non lo potrebbe desiderar maggiore » (Alb. IX, 273).

Degli studii del Magiotti non poté il pubblico gustare i frutti, soprabbondantemente ricompensato dal Torricelli, che ampliò le galileiane dottrine del moto con aggressioni diverse, e con maravigliosa facilità ed eleganza. Avrebbe, insieme co' due discepoli del Castelli, dovuto formare il triunvirato glorioso Niccolò Aggiunti, se fosse stato a tempo di veder pubblicate, per ispirarsi alla loro lettura, le due Nuove Scienze. Ma egli è pure l'esempio più perfetto di ciò che, a metter gl'ingegni sul diritto sentiero, conferissero i dialoghi de' due Massimi Sistemi. Di quegli studii nemmen egli potè dare pubblico saggio, ma pure, a giudicar de' progressi già fatti e a presagir di quelli, che avrebbe potuto fare, se così giovane non l'avesse colto la morte; basta quel che fu pietosamente raccolto, e trasmesso in eredità della scienza dalle pagine di lui manoscritte. Le speculazioni, che ivi si leggono intorno alla tensione delle corde, meccanicamente e acusticamente considerata; intorno alla teoria delle taglie, e all'inerzia dei pendoli, insiem con altri pensieri più o men lucidamente riflettenti il vero, ma pur sempre ingegnosi e nuovi; son per le varie pagine della nostra Storia occorse già alla notizia dei nostri Lettori. Ma il generoso desiderio e il giovanile ardimento di tentar cose nuove non apparisce meglio, che dalla dimostrazione di un fatto, intorno a cui pareva impossibile che si potesse dare scienza.

Sia posata sul piano, per esempio di un tavolino, una catena di ferro, e una parte di lei resti pendula: questa, nei casi ordinari, non si strascicherà l'altra che giace, facendola tutta cadere a terra, so non che quando sia la stessa parte pendula tanto pesa, da vincere l'attrito degli anelli contro la superfice del piano. Che se facciasi astrazione da questo attrito, e si supponga quello stesso piano perfettamente livellato, dimostra l'Aggiunti che un mezzo anello solo non sostenuto sarà bastante a tirarsi dietro tutti gli altri, e a far tutta cader con sè la catena quant'ella è lunga. La dimostrazione perciò dipende, e come da suo proprio principio si conclude dal seguente Lemma:

« Quel mobile, che non ha inclinazione a moversi verso alcun termine, starà fermo, ma sarà indifferente a qualsivoglia moto; e da qualunque minima forza sarà mosso verso qualsivoglia parte. Starà fermo, perchè, s'egli si movesse verso qualche parte, averebbe verso quella qualche inclinazione, contro il supposto. Starà ancora fermo un mobile lasciato in un mezzo libero, se arà verso qualsivoglia termine eguale inclinazione al moversi. Imperocchè, essendo le inclinazioni a tutte le parti uguali, saranno ancora le resistenze alle parti opposte uguali. Ma queste resistenze si ritrovano in detto mobile, perchè, essendo egli inclinato ugualmente, si moverà verso qualunque parte: adunque sarà ugualmente inclinato a moversi verso i termini opposti, cioè al moto verso qualsivoglia parte averà altrettanta resistenza. Ma egli per il supposto inclina ugualmente al moto per tutti i versi; adunque egli stesso resiste al moto ugualmente per tutti i versi. Sicchè tanto è a dire un mobile inclinato ugualmente a moversi verso qualunque parte, quanto dire un mobile, che resiste a moversi ugualmente per tutti i versi. Ma se tale è, dunque non si moverà, lasciato in un mezzo libero, ma si bene ogni minima forza lo moverà a qualunque parte, perchè ogni minima forza, aggiunta all'inclinazione verso qualche parte, fa che la resistenza opposta resti minore, che di prima era uguale. Ma quando l'inclinazione è maggiore della resistenza il mobile si muove; adunque, con qualsivoglia minima forza aggiunta, detto mobile si moverà. »

« Di qui si raccoglie che tanto è un mobile che resista o inclini egualmente a moversi verso qualunque termine, quanto quel mobile, che non inclina a moversi verso parte alcuna; perchè tanto quello come questo da ogni minima forza è mosso a qualunque parte » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 97).

Posti questi principii, si preparava l'Aggiunti alla soluzione del suo problema, prima considerando il corpo, che s'immagina posato in parte sul piano e in parte fuori, come rigido, e tutt'insieme connesso. In questo caso le condizioni dell'equilibrio si riducono facilmente a quelle della stessa Leva.

« Nel piano orizzontale HF (fig. 309) sia posto il solido grave GF, con la parte DE posata sopra detto piano, e col rimanente DF fuori. Se il solido sarà composto di parti fisse, dure e saldamente l'una con l'altra connesse, non potrà abbassarsi la parte DF senza sollevar l'altra DE. »

« Da' centri di gravità della parte DE, e della DF, siano tirate le perpendicolari al piano orizzontale HF, le quali sono tra lor parallele, e però nel medesimo piano. Producasi dunque per esse un piano, il quale seghi l'orizzontale HF, dilatato quanto bisogna, e la comune sezione sia la retta AB, quale seghi la linea LM nel punto C. Sarà dunque la linea AB una bilancia, ovvero leva, il cui sostegno in C, ed i pesi DF, DE pendono dalli punti A, B. Quando dunque il peso DF, al peso DE, averà maggior proporzione che la distanza AC alla distanza CB, allora il solido DF alzerà il solido DE. »

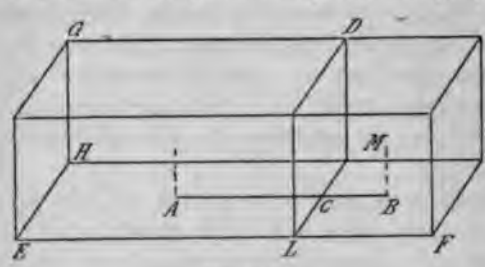


Figura 309

« Ma se nel medesimo piano HF sia posto, parte in esso e parte fuori, il solido KNO (fig. 310) composto, non di parti duramente affisse, ma fra di sè lente e flessibili agevolmente, come una corda, catenella, serpe o anguilla etc.; allora dico che, qualunque parte di esso penda fuori del piano HF, detto solido sdrucciolerà e cascherà dal piano » (ivi).

La dimostrazione si conduce dai principii di una Scienza nuova, della quale Galileo ne' suoi dialoghi Del mondo non fa il minimo cenno, benchè egli dica di avere infin dal principio del 1609 *finito di ritrovarne tutte le conclusioni* (Alb. VI, 69). Nel 1633 attendeva a dare a quelle conclusioni ordine di trattato, con intenzione di pubblicarlo nei nuovi dialoghi Del moto, e in tale occasione com'è certo che fu eccitatato a studiar le leggi delle resistenze Andrea Arrighetti, di cui son pubblicamente noti alcuni teoremi (Alb. VII, 34-37) dallo stesso Galileo giudicati nel loro procedere *maestosi* (ivi, pag. 38); così non ebbe a rimanersi indietro l'Aggiunti, come può giudicarsi dal modo di dimostrar l'annunziata proposizione, che è tale:

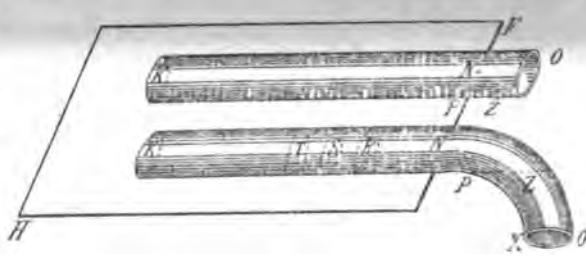


Figura 310

« Sia nell'orizzonte HF (come nella precedente figura) un cilindro di materia omogenea, uniforme, e perciò in ogni sua parte da egual forza egualmente flessibile, e la parte KN sia posata nel piano, NO avanzi fuori. La resistenza all'essere inflesso detto cilindro sarà una forza posta nella leva NP, col centro del suo momento posto in N, e il fulcimento in P. La parte poi del cilindro NO sarà come un peso attaccato nella leva PZ, il cui sostegno è in P, e detta leva sarà congiunta con l'altra leva PN in P. Sia dunque

tale il peso di NO, che superi la resistenza, che hanno le parti del cilindro all'esser distratte: dunque si distrarranno. »

« Distraggansi le parti dunque successivamente, sicchè la parte NO del cilindro discenda in PX. Di nuovo sarà nella leva PZ, che ha il fulcimento in P, attaccato il peso del solido ZX, e nella leva PZ saranno, l'una dopo l'altra, susseguentemente attaccate, nel punto Z, le potenze; e le resistenze alla distrazione R, S, T saranno come pendenti dal punto N, perchè la forza, che fa la parte del cilindro RN per stare attaccata con l'altra RS, vien massimamente e validissimamente fatta per la linea RN, nella quale sono i centri di esse resistenze alla distrazione. »

« Posto dunque che il peso XZ, pendente dalla leva ZP, sia tale che possa col suo momento superar la forza, con che resistono le parti del cilindro all'essere distratte; perchè nel torcere un solido maggiore e maggior forza ci vuole di mano in mano a voler far più e più distratte le medesime parti del solido, sicchè minima è quella forza, che si richiede per dar principio alla distrazione; di qui è che il peso XZ, che per i filamenti P e Z, con la leva PZ, fa forza di tirare il solido KN, piuttosto che maggiormente distrarre li detti filamenti o fibre POZ, il che è più difficile, principierà piuttosto, sendo questo più facile, a distrarre le susseguenti prossime parti, e in tal distrazione le minime particole indistraibili componenti il cilindro verranno verso PZ, e maggiormente caricando il solido ZX lo renderanno sempre più potente a distrarre le parti che succedono. »

« Ma perchè il solido XZ, facendo forza di distrarre il solido KN, pigne a basso, e l'istesso fanno le parti, che distratte cadono sopr'esso; perciò il solido KN verrà nel medesimo tempo tirato orizzontalmente secondo la linea ZP, al qual movimento, non avendo alcun grave resistenza alcuna, egli ancora obbedirà. Se dunque porremo che il cilindro sia flessibile in ogni sua parte da ogni forza, è manifesto che qualunque parte di esso sia fuori del piano lo farà sdrucciolare, e cader tutto » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 98).

Di qui si passa a considerare il corpo, che è posato sul piano, non come tutto ugualmente rigido, nè come tutto in sè flessibile e lento, ma come partecipante d'ambedue le qualità insieme, qual sarebbe, aggiunta con anelli uguali, una catena di ferro. Sia questa catena AB (fig. 311) tirata dall'anello BC pendulo o da qualunque altro minimo peso, che la condurrà con sè irresistibilmente a terra, facendo passar ciascuno anello di lei per varie fasi di moto. Attendiamo all'anello DB, mentr'egli tutto si giace ancora sul piano: il peso BC diffonde la sua azione per tutta la lunghezza della catena, sopra la quale opera a modo di cuneo, qual sarebbe

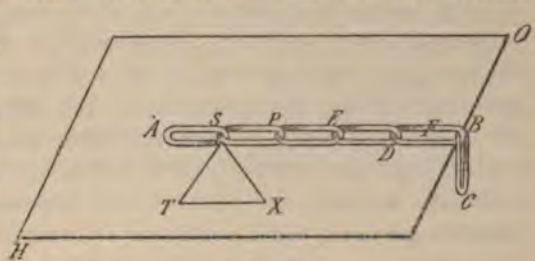


Figura 311

per esempio TSX, che, insinuandosi nel mezzo fra le giunture di questo e di quello anello, sospinge ciascuno innanzi per la dirittura SP. Verrà così l'anello DB portato fuori del piano per la porzione FB del suo diametro (fig. 312) e ivi si rimarrà, infintantochè il braccio della sua leva FB, crescendo, non operi con tale momento, da prevalere sull'altro braccio FD, facendo rivoltar l'asse dell'anello stesso intorno ad F suo punto d'appoggio. L'estremità D della leva si alzerà, e alzerà con sè insieme anche l'asse dell'anello ED (fig. 313) il centro di gravità del quale, tendendo ad accostarsi al piè della perpendicolare ID, farà che finalmente l'anello DB cada tutto dal piano, tornando egli che stavagli dietro a giacervi sopra, come vi giaceva dianzi lo stesso anello DB, di cui subirà le medesime vicende, come le subiranno tutti gli altri anelli via via, infin tanto che non sia la catena scorsa giù per tutta la sua lunghezza. Il caso è descritto così dall'Aggiunti, con finezza di matematico, e con bellezza di artista:

Figura 312

« Ma se sarà nell'orizonte HO la catena AB, della quale la parte AB sia distesa nel piano, e il resto BC penda fuori del piano dal punto B, ogni volta che la parte sospesa dal punto B sarà tale, che il suo peso possa, mediante la leva DFB, che ha il suo sostegno in F, alzare quella parte dell'anello DB, che è nel piano, e gravita nella parte DF della leva DFB; dico che allora la catena AB scorrerà verso B, sin a tanto che ella vada in terra. »

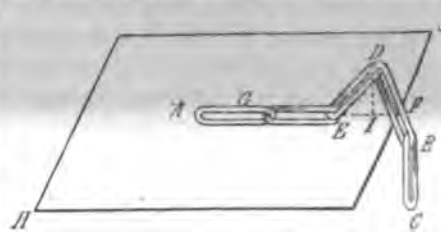


Figura 313

« Perchè, nel sollevarsi l'anello DB, l'altro anello DE, il quale è convertibile intorno alla parrte D dell'anello DB, ed intorno alla parte E dell'altro anello EG, non si alzerà in dirittura con l'anello DB, ma solamente verrà sollevato dalla parte D, e con l'altra parte toccherà il piano. Perchè poi se uno anello sarà sostenuto da due forze, poste nell'estremità di un suo diametro parallelo all'orizonte, allora ciascuna forza sostiene la metà di tutto il peso dell'anello; perciò solamente, quando l'anello fusse posato orizontale, la forza, che, posta in uno estremo de' suoi diametri si serve del diametro per leva, e del punto del toccamento per sostegno, vuole alzarlo; deve essere sul principio eguale alla metà del peso di detto anello, ma dopo successivamente può essere sempre minore, perchè sempre si diminuisce il peso. »

« Ora, nel nostro caso, quando l'anello DE sarà orizontale, e perciò l'anello DB eretto al piano orizontale, volutandosi l'anello DB nell'orizonte,

il seguente anello ED non viene alzato, non ci essendo chi gli faccia forza all' insù, ed avendo egli sempre il suo medesimo peso, ma ne vien ben tirato orizontalmente, perchè, siccome se noi volessimo cacciare il conio STX (fig. 309 poco addietro) nell' anello SP, col moverlo verso S, secondo la linea TS, è manifesto che l' anello SP, per dar luogo di mano in mano alle parti più larghe del conio, sarebbe mosso verso SP; così, nel subentrare nell' anello ED, le parti dell' anello DB, che son sempre più prossime al punto B, è necessario che l' anello ED, e in conseguenza tutta la catena, venga tirata verso B.

« Nè a tal movimento, come orizontale, ella non ha resistenza; dunque sarà mossa da ogni minimo peso pendente dal primo anello DB. Dico da ogni minimo peso, perchè, essendo il primo anello eretto al piano, le parti anteriori equipondereranno alle posteriori: dunque ogni minimo peso aggiunto a questa alzerà quella, e tirerà tutte le altre. »

« Sia dunque il primo anello caduto dal piano, dopo la caduta del quale resterà per primo anello nell' orizonte l' anello, che diremo pure DB, non più parallelo, ma inclinato all' orizonte. Se dunque il peso pendente dal punto B sarà (come s' è rappresentato nella 311 figura) tale che alzi FD, e di più un peso eguale al predetto anello DE, il qual peso s' intendesse attaccato nel punto D della leva DFB; allora tutta la catena scorrerà, perchè, alzandosi con la leva DB il punto D dell' anello DB, sarà l' anello DE come un peso pendulo dal suo centro della gravità nella linea, che si tira dal punto di sospensione perpendicolare all' orizonte. Dunque l' anello DE cercherà di accomodare il suo diametro DE nella linea DI perpendicolare all' orizonte. Ma il diametro DB cioè il diametro DE, essendo gli anelli uguali, è maggiore della linea DI, adunque, alzisi quanto si voglia il punto D, sempre l' anello DE, con le parti verso E, inciamperà nell' orizonte, mentre fa forza di andare in DI. Perchè poi il punto D nell' alzarsi si accosta verso B, dunque anche l' altra estremità E del diametro ED si sarà accostata verso B. Ma all' estremità E vien concatenato l' altro anello EG orizontale, dunque, movendosi detto punto E verso B, anche l' anello EG bisogna che si muova. Di modo che l' anello DE, nell' andar verso B, tira a quella volta la catena EA. Ma a tal tiramento, perch' è orizontale, ella non resiste; adunque scorrerà verso, fin tanto che DB sia col centro di gravità fuor del piano, dal qual cadendo divenga pendulo dall' anello che gli succede. E così rinnovandosi dal peso pendulo fuori del piano, che tuttavia cresce, i medesimi movimenti come sopra, la catena finalmente cadrà tutta fuori del piano » (ivi, fol. 98, 99).

III.

Benchè l'Aggiunti s'educasse l'ingegno a specular così sottili, e così nuove ragioni del moto alla lettura dei dialoghi dei due massimi Sistemi del mondo, egli nonostante, morto tre anni prima che vedessero la pubblica luce in Leida, attinse, delle dottrine insegnate ne' nuovi dialoghi Del moto, qualche cosa da' familiari colloqui intrattenuti con l'Autore nelle ville di Bellosguardo e di Arcetri. Dello strumento per esempio, immaginato e descritto nel primo dialogo, per misurare la forza del vacuo, vedemmo come ne facesse l'Aggiunti un' applicazione ingegnosa, per ridurre a teorema quel che Galileo semplicemente asseriva delle corde e delle verghe ugualmente resistenti in tutta la loro lunghezza. Tra il 1632 e il 1635 infatti esso Galileo attendeva a scrivere il detto dialogo primo, che doveva servir come di prefazione ai due trattati Delle resistenze dei solidi, e Dei moti locali. E benchè nel rileggerlo sempre gli cascassero in mente nuove materie, e la maniera dello scrivere in dialogo gli porgesse assai conveniente attacco d'inserirle (Alb. VII, 56), si potrebbe asserir nonostante che, quale diceva nel Marzo del 1635 di averlo ridotto al netto e trascritto l'Autore, tale siaci rimasto quello stesso primo dialogo nelle stampe.

L'asserto da una parte conferma e dall'altra è confermato dal fatto, che la seconda Scienza nuova, alla quale allora pensava Galileo, versava solo intorno ai moti equabili e agli accelerati, non essendoglisi mostrata ancora la proposizione del Cavalieri intorno ai moti parabolici feconda di tutte quelle dottrine de' proietti, che sarebbero venute ad aggiungere un'altra nobilissima parte al trattato Dei moti locali. L'ordine storico perciò, che per esser compiuto, dopo l'esame dei tre ultimi dialoghi non vuol che si trascuri il primo, e il desiderio di confermare le conclusioni del capitolo precedente, in coloro che ne fossero tuttavia rimasti dubitosi, ci consigliano di trattener qui brevemente il discorso intorno al dialogo sopraddetto, per veder com'egli veramente preluda al trattato Delle resistenze e dei moti naturali, senza preparare il pensiero o fare il minimo cenno dei moti violenti.

A proposito dell'arsenal di Venezia introduce il Salviati il suo discorso intorno alla costruzione delle macchine navali, annunziando a coloro, che dalla robustezza delle piccole argomentavano a quella delle grandi, la conclusione, che nella prima Scienza nuova si vedrà dimostrata, come cioè nel crescersi la quantità della materia non si moltiplichino con lo stesso ragguaglio la robustezza e la gagliardia (Alb. XIII, 10). La virtù del resistere i corpi duri alla rottura dipende dalla tenacità e coerenza delle loro parti, che si riducono, specialmente ne' legni, a fibre o a filamenti, come nei canapi, intorno ai quali si discorrono le ragioni del loro essere in sostener così validi.

Ma considerar la testura sola non basta, dovendo essere nelle stesse minime fibre qualche cosa, che le colleghi insieme e le tenga; ciò che dall' altra parte è manifesto nelle pietre e nei metalli, la coerenza ne' quali dee dipender da altro glutine, che da filamenti. Di qui si passa a cercare qual sia questo glutine, e dove ei risegga, per risolvere la qual questione s' incomincia ad esaminare « quella decantata repugnanza, che ha la Natura ad ammettere il vacuo » (ivi, pag. 15). Le favolose dottrine dei peripatetici si vedono finalmente confutate dai fatti sperimentali, qui per la prima volta descritti, d' onde resulta esser la virtù attribuita al vacuo assai limitata e insufficiente all' effetto, essendo ella una sola delle cinque parti di quella forza, che sarebbe necessaria per vincer l' aderenza delle superficie di due corpi levigati (ivi, pag. 19). Convien dunque di una tal maggioranza di forza ritrovar la causa, la quale, dovend' essere una sola potissima e vera, « mentr' io non trovo, dice il Salviati, altro glutine, perchè non debbo tentar di vedere se questo del vacuo che si trova può bastarci? » (ivi, pag. 23).

Come altrove notammo aveva Galileo, nelle sue prime speculazioni, attribuita la coerenza dei corpi a un' attrazione quasi magnetica fra le loro particelle, prelucendo a quella, che universalmente è approvata oggidì sotto il nome di *attrazione molecolare.* Ma i nuovi fatti osservati, e ne' quali si lusingava di aver ritrovata la ragione del non si poter sostenere un cilindro d' acqua, ne' tubi delle trombe aspiranti, più su delle diciotto braccia; lo consigliarono a bandir dalla sua mente ogni virtù magnetica, per ridur tutto a quella repugnanza del vacuo, ch' egli aveva a principio derisa, e della quale le presenti esperienze gli avevano dimostrato l' insufficienza. L' accusa non gli è risparmiata dal suo libero Simplicio, per difendersi dalla quale egli, al gran vacuo insufficiente a produr l' effetto, sostituendo i minimi spazi fra particelle e particelle innumerevolmente disseminate, risponde « che, se bene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in conseguenza ciascuno facile ad esser superato, tuttavia l' innumerabile moltitudine, innumerabilmente, per così dire, moltiplica le resistenze » (ivi, pag. 24).

È da questa innumerabilità che si coglie l' occasione d' entrare a trattar degl' infiniti e degli indivisibili con discorsi, che si sollevan per le nebulose regioni, colla principale intenzione di suscitarvi dagli elementi discordi una tempesta contro le nuove dottrine del Cavalieri. Rasserenata poi la mente nel dire quel ch' ei si compiace altrove (Alb. VII, 55) di chiamar suo pensiero *ammirando e assai peregrino,* intorno alla rarefazione, alla condensazione e alla penetrazione dei corpi; si termina, con una questione geometrica degl' isoperimetri, questa prima parte del dialogo, che prolude al trattato delle Resistenze.

L' altro trattato, in cui si doveva presentare al pubblico la seconda Scienza nuova, era quello dei moti naturali, a discorrer dei quali in forma di proemio si prende attacco dal vacuo, creduto da Aristotile impossibile, perchè il moto si dovrebbe in esso far nell' istante. La conclusion del Filosofo scendeva dal falso principio « che le velocità del medesimo mobile,

in diversi mezzi, ritengono tra di loro la proporzione contraria di quella, che hanno le grossezze e densità di essi mezzi » (pag. 64): falsità che con facile discorso è scoperta qui dal Salviati, insiem con l'altra, pur dal Filosofo medesimo insegnata, e contro la quale si dimostra per prova « che una palla di artiglieria, che pesi cento, dugento ed anco più libbre, non anticiperà di un palmo solamente l'arrivo in terra della palla di un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia » (ivi).

La sentenza nuova, contrapposta così all'aristotelica antica, voleva essere ben dichiarata col mettere in considerazione l'operazion dell'aria, che impedisce la velocità naturale più o meno, secondo che varia la gravità specifica e l'assoluta dei corpi cadenti. Si divaga di qui il discorso intorno al modo di misurar la gravità in specie de' liquidi, per via degli areometri (pag. 71, 72); intorno alla tenacità dell'acqúa, e alla resistenza del mezzo, che riduce finalmente all'equabilità ogni moto accelerato (pag. 77, 95, 96), e intorno al peso e alla compressione dell'aria, ritornando all'argomento del moto colla descrizione dei pendoli che, o gravi o leggeri, vanno oscillando sotto i medesimi tempi, se non che anch'essi risentono l'operazione del mezzo (pag. 87).

Lo strumento non è però solamente dimostrativo delle leggi della caduta dei gravi: altri quesiti ci sono attenenti a questa materia, che *a molti parrebbe assai arida* (pag. 97), ma che il Salviati non vuol disprezzare, facendone intanto rilevare il pregio col dar sodisfazione ad alcune difficoltà del Sagredo intorno alle dissonanze musicali, e all'intendere il perchè tese due corde all'unisono, sonando l'una, anche l'altra si move. Il fatto, e il modo di sperimentarlo è antichissimo, e in una Nota di Leonardo da Vinci si legge così descritto: « Il colpo dato nella campana risponderà e moverà alquanto un'altra campana simile a sè, e la corda sonata di un liuto risponderà e moverà un'altra simile corda di simile boce in un altro liuto, e questo vedrai col porre una paglia sopra una corda simile alla sonata » (Les Manus., Manus A, Paris 1881, fol. 32).

Guidubaldo del Monte non aveva solo descritto il fatto, ma aveva dato di più la ragione del fatto delle due corde unisone, e delle loro dissonanze, così scrivendo: « Due corde in unisono vanno bene insieme e non si percotono fra loro, mentre sonano; che nasce perchè hanno il medesimo moto nell'andare e tornare: che se se ne scorda e move una, non sonano bene insieme, ma si percotono.... Di qui ancora si può render ragione perchè causa, se saranno due strumenti vicini ed abbiano più corde, e posta una paglia sopra le corde di uno, e poi con l'altro si tocchi una corda, si sente che quella corda dell'altro strumento, che sarà unisono a quella che si tocca, suona ancor lei, e le altre non suonano: e questo potrebbe nascer da questo che l'aere della corda ch'è sonata, per la sua agitazione, muove tutte le altre corde. Ma perchè quelle, che non sono in unisono, non possono ricevere il medesimo moto di quella ch'è sonata, e quella che è in unisono

lo può ricevere; però ancor ella suona, e le altre non suonano » (Libri, *Histoire* cit., Note al T. IV, pag. 395, 96).

Galileo ebbe sott' occhio questa e le altre Note manoscritte di Guidubaldo, e rese visibile il vibrar delle corde sonore sotto i medesimi tempi per via dei pendoli di ugual sospensura, ai quali assegnò per legge l'isocronismo assoluto delle vibrazioni, e per via dei pendoli di sospensure differenti, ch' egli aveva osservato come cosa nuova, benchè non riconosciuta conseguente dalle leggi generali del moto, far le loro vibrazioni in tempi, che hanno suddupla proporzione delle lunghezze dei fili. Tanto arida dunque sentì Galileo questa materia, che se ne spacciò in poche parole alla fin del proemio a quel trattato, che doveva, attraverso ai più varii teoremi, condurre a concluder le leggi dei cadenti, non per gli archi dei pendoli, ma per le casse dei vagli.

Benchè arido insomma, pur si fa di questi moti per gli archi dei cerchi qualche cenno di prolusione, ma de' proietti, e del ricorrere il loro trattato nei Dialoghi seguenti, non si fa dall' Autore nemmeno un motto, tanto gli premeva la gloria, e tanto era vero in lui il desiderio d' assicurarsi il frutto di uno studio di quarant' anni. E sì che non gli sarebbe mancata l'occasione d' entrar nel geloso argomento, specialmente là dove, posto per teoria il principio che il proietto in su nel perpendicolo e il cadente naturalmente in giù fanno il medesimo viaggio, nel dover passare dalle speculazioni all' esperienza, credeva il Salviati « che la velocità, che ha la palla vicino all' uscita del pezzo, sarebbe di quelle che l' impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire giammai, mentre con moto naturale scendesse, partendosi dalla quiete da qualsivoglia grande altezza » (ivi, pag. 97). Ora, perchè l' impeto della palla alla bocca del cannone si pone nel IV dialogo uguale a quello, che la palla stessa acquisterebbe venendo per l' altezza, e per la sublimità della parabola; si comprende quanto fosse questa osservazione opportuna a prevenire le difficoltà di coloro, i quali sarebbero per negar fede alle ragioni, non vedendole in tutto esattamente rispondere ai fatti.

Il moto naturale, preso per misura del violento, avrebbe potuto suggerire allo stesso Galileo questo pensiero, che sovvenne al Viviani come per corollario alla X proposizione nel dialogo dei proietti. « Di qui è manifesto che le percosse de' proietti, nei punti della sua parabola, ricevute da piani che siano perpendicolari alle tangenti i punti di essa parabola, le quali percosse sono le massime; sono necessariamente uguali a quelle, che farebbe il medesimo grave, quando cadesse per una perpendicolare composta della sublimità e dell' altezza della parabola. Dal che si cava che la Natura non si può per tal via superare, e che il proietto non scapita e non acquista di forza, ma si conserva sempre con quella, che gli dà il discenso retto perpendicolare » (MSS. Gal., P. V, T. IX, pag. 273). Anche le ballistiche dunque seguon la natura di tutte le altre macchine, e il beneficio, che si riceve particolarmente da quelle, consiste nel potere imprimere immediatamente

nel proietto quella forza, che pure gli s'imprimerebbe sollevandolo con gran disagio, e con gran perdita di tempo, alla convenevole altezza perpendicolare.

Ritornando ora all'intenzione del nostro discorso, chiaramente ci sembra dimostrato che, quando Galileo scriveva il primo Dialogo di proemio, le due nuove Scienze, ch'egli intendeva insegnare, si riducevano alle Resistenze dei solidi, e ai Moti naturali. Sulla fine del 1634 erano già stati messi in ordine di trattato i teoremi, e quanto ai moti accelerati in particolare annunzia il dì 19 Novembre di quell'anno, con queste parole al Micanzio, la final risoluzione presa di fondare il nuovo meccanico edifizio sul principio supposto delle velocità uguali ne' cadenti per varie linee della medesima altezza, dopo quelle lunghe tenzoni, che ci si rivelarono nel cap. VI, confrontando i primi libri manoscritti *De motu* con quello, che fu poi dato alle stampe: « Il trattato del moto, tutto nuovo, sta all'ordine, ma il mio cervello inquieto non può restar d'andar mulinando, e con gran dispendio di tempo, perchè quel pensiero, che ultimo mi sovvenne circa qualche novità, mi fa buttare a monte tutti i trovati precedenti » (Alb. VII, 56).

Stabilito dunque l'ordine e il fondamento, da sottoporre a quel trattato del moto, e da parecchi anni preparato già l'altro delle Resistenze, attendeva Galileo, nella quieta solitudine di Arcetri, a ridurre al netto e a trascrivere quel primo dialogo di prefazione, com'egli stesso scriveva in una lettera del dì 15 Marzo 1635 a Elia Diodati (ivi). Si diffuse la tanto desiderata notizia fra gli amici e i discepoli, a uno de' quali, a Giovanni Pieroni, giunse la notizia infino in Vienna, dov'era stato chiamato da Firenze a servire l'Imperatore in qualità d'ingegnere. Non bastava però a saziare i desiderii di costoro il saper che l'opera si scriveva: volevano esser certi che sarebbe stampata, ma prevedevano certe difficoltà, che ne sfioravano la bella speranza.

Sanno oramai troppo bene i nostri Lettori che la causa della condanna dei dialoghi dei due Massimi Sistemi furono i Gesuiti, gelosi di mantenere il principato in ogni ordine di scienza: e come allora contesero per rimaner primi nell'Astronomia, così era da aspettarsi che volessero contender ora, per seguitar a primeggiar nella Meccanica. Pare impossibile che la critica non abbia col suo senno avuto tanto di autorità, da reprimer le voci degl'insipienti declamatori, ai quali fu dato ad intendere che si trattasse di mettere in contradizione un sistema scientifico co' principii religiosi. Nei nuovi dialoghi le questioni erano puramente scientifiche, eppure ebbero anch'essi a patir le medesime contradizioni dei primi. Tanto son poi leggeri i giudizi degli scrittori volgari che anzi, andando a ricercare il vero della cosa, si trova che coloro, i quali essi incolpano più volentieri, furono con la mente e con l'animo favorevoli a Galileo, e solo forse colpevoli in questo: nel non aver saputo prevaler, nè resistere a una potenza, che il Micanzio chiamava infernale. Ma perchè alcuno non abbia a mettere fra i declamatori anche noi, passiamo serenamente a raccontare la storia.

Il Pieroni dunque, scrivendo d'Austria il dì 4 Gennaio 1635, dop'aver detto a Galileo che tutti erano in gran desiderio di veder palesato al mondo il libro del moto, soggiungeva: « E perchè m'è venuto pensiero che V. S. in pubblicarlo poss'avere qualche difficoltà o rispetto, ho risoluto di significarle che, se le paresse bene e a proposito che si stampasse quà in qualche città, potrebbe questo venirle fatto molto facilmente, se ella volesse fidarsi a mandarlo a me, perchè io lo farei stampare in buoni caratteri, con le figure ch'ella m'imponesse, puntualissimamente » (ivi, X, 66, 67).

Galileo, per ragioni facili a intendersi, avrebbe voluto più volentieri stampare il libro in Italia: nonostante, mandando il primo dialogo manoscritto a fra Fulgenzio Micanzio a Venezia, gli annunziava quel mezzo, che gli veniva proposto di Vienna. Non spiaceva al Micanzio il partito, ma intanto volle tastar l'animo dell'Inquisitore, mostrandogli il desiderio di far ristampare il discorso Delle galleggianti. Rispose di avere espressa commissione da Roma in contrario. — Forse di non ristampare il Sistema copernicano? — domandò il Micanzio — e l'altro replicava: — No, no, è divieto generale *de editis et edendis.* — Ma se vorrà stampare il *Credo* e il *Pater noster?* — a cui, per troncare il discorso, concludeva l'Inquisitore che gli avrebbe fatto avere una copia della commissione in proposito venutagli da Roma.

Nel riferire a Galileo questo colloquio, lo stesso Micanzio soggiungeva che, anche facendo stampare i nuovi Dialoghi in Austria, conveniva andar molto cauti, « nel che pensiamo, sono sue proprie parole, se possa servire che io, favorito di questo tesoro per mia curiosità, ne abbia fatto copia, e voluto cercare e procurare la stampa, che non mi curo che gridi chi vuole. V. S. E. discorre singolarmente che non conviene ricevere negativa, nè ancora io qui la voglio a modo veruno. Ma se vedrò l'ordine quale di sopra, o supererò la difficoltà o troverò modo fuori: stampati li voglio di certo » (ivi, pag. 76). Egli però che aveva presa così ferma risoluzione contro la tirannia (pag. 75); che giurava non perirebbero cose tali se ci si mettesse tutto l'inferno (pag. 77), ritornato all'Inquisitore « e veduto l'ordine rigorosissimo de' stampati e da stamparsi, a me, diceva a Galileo, non dà fastidio, ma non si deve creare a V. S. persecuzioni. Ho pensato, se ella lo consente, far fare una bella copia di tutto, e collocarla nella pubblica libreria di S. Marco » (ivi, pag. 81).

Il Pieroni però sperava che sarebbero in ogni modo stampati, almeno i dialoghi delle Scienze nuove, in Austria, dove gli recò il principe don Matias de' Medici, che partiva da Firenze il dì 9 Giugno 1635 ambasciatore in Alemagna (ivi, VII, 57). Un viaggio in Ungheria fece sì che le carte non recapitassero alle mani del Pieroni, prima del dì 11 Agosto, ricevute le quali se ne rallegrò, e pensava a dispor le cose in modo, che non s'avesse Galileo a pentire di aver finalmente accettato quel partito. Avrebbe voluto stampare in Austria, mettendo il libro sotto la protezione dell'Imperatore, ma poi considerò che i Gesuiti erano ivi onnipotenti, « e che avrebbero

so materia di suggerire scrupoli a quella delicatissima coscienza di Sua
està, e derivarne o proibizione, o almeno non gradimento..... Il Re di
lonia, soggiungeva significando questi pensieri allo stesso Galileo, è di
imo gusto, massime di simili cose, e non è soverchiamente nè scrupoloso,
ai Gesuiti affetto, ed in riguardo suo solo non sarebbe, credo certo, abor-
a a Roma nè avuta a male cosa posta sotto la sua protezione » (ivi).

Vedendo però del negozio dall'una e dall'altra parte lunghissima la
edizione, si volse il Pieroni per altre strade, ch'egli giudicava, da'temuti
lti degl'inimici, assai più sicure. Il cardinale Dictristain aveva a sue pro-
e spese in Olmutz fondata una tipografia molto bella, e un'altra pure ne
eva in propio il cardinale di [illegible] in Praga. Ma perchè, più che in Boe-
ia, tornava comodo al Pieroni [illegible] la stampa in Moravia, ne dava, per
ttera del 1° Marzo 1636, a G[illegible] esto avviso: « Della seguente setti-
ana sarò col divino aiuto in [illegible] dar principio alla stampa del libro
V. S., non avendo potuto [illegible] rigare tutti gl'intoppi che ho incon-
ati, e credami V. S. che non no ri[illegible] alla mia mente, in sino che io non
i veda di adempire quanto devo in [illegible] virla. Le figure sono intagliate quasi
tte, e le provate riescono, pare a [illegible] ragionevolmente » (ivi, pag. 141).

Ma di dar principio alla stampa [illegible] à passato tutto il mese di Marzo non
vedeva risoluzione, perchè tardava [illegible] cora di venir la licenza. S'aggiun-
eva che al cardinale Dictristain, benchè avesse tutte le buone intenzioni,
ancavano le persone, che sapesser [illegible] neggiare i tipi della nuova officina:
cose andavano in lungo, e il Pier [illegible] era sollecitato di ritornare in patria.
questo mentre si facevano pre[illegible] per stampare i Dialoghi in Francia,
uove i Gesuiti eran deboli, o in Olanda d'onde erano esclusi, di che Gali-
leo stesso dava questo avviso al Micanzio, curioso di sapere come in Alemagna procedesse il negozio: « In Alemagna s'attraversano vari impedimenti, tra i quali uno è che quello, che si aveva preso l'assunto, sta in procinto di tornarsene qui alla patria. Io gli domando che mi rimandi quanto prima la copia, la quale mi vien domandata per mandarla in luce in Lione, o in Parigi, o in Olanda » (ivi, VII, 61).

Il Micanzio non dubitava di preferire alla Francia l'Olanda, nella quale sarebbe stata piena libertà di stampare il libro, e gli parve che la fortuna secondasse l'effetto, facendo capitare in quel tempo a Venezia Lodovico Elzevirio. Scrisse, perchè fosse il manoscritto messo in ordine per le stampe, a Galileo, il quale rispondeva, ne' principii del Luglio di quel medesimo anno 1636, che aveva fatto già, per mandarle, copiare *le due opere Del moto e Delle resistenze* (ivi, pag. 67), e verso la fin del mese prometteva che avrebbe, fra una quindicina di giorni, mandato de' nuovi dialoghi il resto (ivi, pag. 71).

Don Benedetto Castelli era informato di tutto, e dolendogli che s'avesse il libro a stampare fuori d'Italia, in paese di protestanti, faceva ogni sforzo per veder di ricorrere alla legittima protestà contro le passionate ingerenze dei Gesuiti. Favorito dal conte di Noailles, ambasciatore di Francia, pregava

quel signore a voler trattare della licenza di questa stampa direttamente col Papa, il quale rispose che avrebbe volentieri proposta la cosa in Congregazione. Risaputosi ciò dal cardinale Antonio Barberini, tutt' ardente di zelo per la causa di Galileo, disse al Conte queste parole: *Buono, buono ed io farò ufficio con tutti li cardinali* (ivi, X, 164). La benignità di questi però non valse a vincere la malignità di quegli altri, i quali, avendo trionfato della volontà del Papa e dei Cardinali, non pensavano che sarebbe bastato un semplice operaio di Leida, per mandare all' aria tutti i loro trionfi.

L' Elzevirio infatti, avuti dal Micanzio i dialoghi manoscritti, gli recava seco in Olanda per dar principio, con tutta la libertà, alla stampa, ed il dì 16 Marzo 1637 dava avviso allo stesso Micanzio che aveva fatto già intagliar le figure, mandandone intanto quattro per prova (ivi, pag. 202). Nel Novembre era l' edizione già condotta più che a mezzo, e alla fine del Gennaio dell' anno appresso non rimaneva ad aggiungere al volume, che la dedica e il frontespizio (ivi, pag. 260).

Si discusse lungamente, fra Galileo e gli amici più confidenti, se si dovesse in quel frontespizio scrivere il nome proprio dell' Autore, e sotto la protezione di chi metterlo, per riparo dalle ire nemiche. Fu pensato al conte di Noailles, nella lettera dedicatoria al quale si fingeva che, essendo andate attorno più copie manoscritte, capitatane una per caso in Olanda all' Elzevirio, egli di suo proprio moto ne intraprendesse la stampa. Nell' Agosto, avutane commissione dallo stesso Galileo, Elia Diodati presentava al Conte in Parigi una copia del libro a lui dedicato (ivi. VII, 217).

Come l' aria respirando si diffonde tanto più al largo, quanto più era stata compressa; così avvenne a questo stesso libro, contro l' intenzione e l' opera de' suoi propri nemici. I trattati del Baliani e di Giovan Marco, andati in dimenticanza, rimase a questi soli dialoghi di Galileo il più autorevole magistero della nuova Scienza del moto. Di qui comincia per la Meccanica un' era novella, i fasti della quale si narreranno in quest' altra parte della nostra Storia.

INDICI

INDICE DEI CAPITOLI

Capitolo I.

Della Scienza del moto nel secolo XVI.

I..... Delle prime istituzioni statiche, nella Scuola peripatetica, e nella alessandrina . . . . *Pag.* 7
II.... Dei principii statici di Giordano Nemorario: de' manoscritti di Leonardo da Vinci, e delle fonti, dalle quali derivò in essi la scienza del moto. . . . . » 20
III... Delle dottrine statiche degli Antichi promosse nelle Note manoscritte di Leonardo da Vinci . . . . . » 34
IV... Di alcuni più notabili teoremi e problemi di Meccanica dimostrati, e risoluti da Leonardo da Vinci . . . . . » 49
V.... Dei principii dinamici professati da Leonardo da Vinci intorno alle leggi della caduta dei gravi, e della teoria de' proietti. . . . . » 69
VI... Degli altri principali Autori, che promossero la Meccanica, dopo la prima metà del secolo XVI . . . . . » 84

Capitolo II.

Dei Baricentri.

I..... Della invenzione del centro di gravità nei solidi . . . . . *Pag.* 101
II.... Dei quattro libri centrobrarici di Paolo Guldino, e della Geometria degl' Indivisibili di Bonaventura Cavalieri . . . . . » 112
III... Delle risposte del Cavalieri alle opposizioni fattegli dal Guldino, e come la Regola centrobrarica avesse dal Metodo degl' indivisibili la sua prima matematica dimostrazione. » 127
IV... Delle nuove dimostrazioni della Regola centrobrarica, che primi vennero a dare alle Scienze matematiche in Italia Antonio Nardi, e Vincenzio Viviani . . . . . » 138

Capitolo III.

Degli Equiponderanti.

I..... Della legge delle Equiponderanze dimostrata col principio delle Velocità virtuali . . . *Pag.* 156
II.... Della legge delle Equiponderanze dimostrata coi principii archimedei . . . . . » 168
III... Della teoria dei momenti applicata a dimostrar la legge degli Equiponderanti . . . . . » 180
IV... Delle Bilance di braccia uguali, e delle condizioni del loro equilibrio, nel caso delle forze o parallele o convergenti al centro terrestre . . . . . » 190

Capitolo IV.

Delle Macchine.

Della natura delle Macchine, e del modo di operar del Vette, dell'Asse nella ruota, e delle Taglie; del Cuneo e della Vite . . . . . *Pag.* 213
Delle proporzioni tra la resistenza e la potenza necessarie a sollevare i gravi per via dei piani inclinati . . . . . » 230
Delle censure di Alessandro Marchetti sopra i teoremi di Galileo e del Torricelli del momento dei gravi sopra i piani inclinati: della eterodossia meccanica di Giovan Francesco Vanni, e delle difficoltà che trova[illegible] a confutarla i Galileiani . . . . . » 245
Delle confutazioni speculate dai Matematici s[illegible]ieri, e della questione intorno alla composizion dei momenti proposta in Roma [illegible] rispondere ai sofismi del Vanni: degli errori di Luc' Antonio Porzio confutati da[illegible]ndi . . . . . » 256

Capitolo V.

Delle [illegible]te dei gravi.

. Della legge di Aristotile che le velocità dei cadenti son proporzionali ai pesi, e come prima si trovasse quella legge contraria alle esperienze, e poi si dimostrasse contraria alla ragione, e si verificasse finalmente che tutti i corpi nel vuoto scendono ugualmente veloci . . . . . *Pag.* 268
. Delle cause acceleratrici del moto, e come Galileo fosse il primo a concluder la legge matematica di un tale acceleramento dai principii del Benedetti . . . . . » 289
..I... Della forza d'inerzia applicata ai moti naturali, e delle leggi dei moti accelerati geometricamente dimostrate da Galileo, e dal Baliani. . . . . » 302
IV... Dei pretendenti e dei contradittori di Galileo, e come si confermassero, per l'esperienze del Riccioli e per i teoremi dell'Huyghens, le leggi galileiane dei gravi cadenti. . . » 314

Capitolo VI.

Delle scese dei gravi lungo i piani inclinati.

I..... Dei principii fondamentali, da cui si dimostra la Scienza dei moti inclinati, e di una supposizione fatta in proposito da Galileo . . . . . *Pag.* 338
II..... Ordinamento e pubblicazione del primo libro galileiano *De motu,* contenente i teoremi dimostrati infino al 1602. . . . . » 342
III... Ordinamento e pubblicazione del secondo libro galileiano *De motu,* incominciato nel 1604, e nel 1609 rimasto interrotto, per le ragioni che qui si diranno. . . . . » 350
IV.... Ordinamento delle proposizioni lasciate manoscritte da Galileo, per condurre in una terza maniera il suo trattato *De motu.* . . . . . » 357
V.... Dei teoremi concernenti i Moti locali ordinati da Galileo per la stampa, e delle critiche fatte dal Cartesio contr'essi . . . . . » 367
VI... Di ciò che può dirsi nuovo nel trattato di Galileo, che qui paragonasi con quello del Baliani; e dell'opera data da altri Autori stranieri, come dal Mariotte e dall'Huyghens, intorno al medesimo soggetto del moto dei gravi per i piani inclinati. . . . » 373

Capitolo VII.

Delle scese dei gravi per gli archi dei cerchi.

I..... Delle varie esperienze, e delle teorie, che persuasero essere i tempi delle scorse dei gravi, nelle concavità dei cerchi e nei pendoli, per qualunque ampiezza di arco, uguali . . . . . *Pag.* 382
II..... Delle nuove esperienze, e delle teorie, che dimostarono non essere i tempi delle corse e delle ricorse dei cadenti per le concavità dei cerchi, e nei pendoli, esattamente uguali . . . . . » 393
III... Delle leggi delle cadute dei gravi per archi di cerchio simili, e delle loro applicazioni al problema del pendolo a secondi . . . . . » 405
IV... Di ciò che operarono i discepoli di Galileo, e segnatamente il Viviani, per dare scienza delle supposte proprietà dei pendoli disuguali . . . . . » 421

Capitolo VIII.

Delle resistenze dei solidi.

I..... Delle proposizioni dimostrate da Galileo nel secondo dialogo delle due Scienze nuove . *Pag.* 436
II.... Dei trattati di Francesco Blondel, di Vincenzio Viviani e di Alessandro Marchetti . . . » 453
III... Delle controversie insorte fra Alessandro Marchetti e Guido Grandi . . . . . » 462
IV... Dell'applicazione della teoria dei momenti . . . . . » 482
V.... Delle osservazioni dei fatti, e delle esperienze concorse a promovere la nuova scienza di Galileo . . . . . » 497

Capitolo IX.

De' proietti.

I..... Di ciò che specularono il Tartaglia, il Cardano e il Benedetti, e come fossero, sui principii del secolo XVII, promosse da Guidubaldo del Monte quelle speculazioni. . . . *Pag.* 506
II.... De' progressi fatti da Galileo: com'ei credesse la linea descritta dai proietti esser, nella sua parte curva, circolare e come primo il Cavalieri la dimostrasse parabolica . . . » 517
III... Della prima parte del quarto Dialogo galileiano; ossia della misura degl'impeti in ciascun punto della Parabola . . . . . » 533
IV... Della seconda e terza parte del Trattato galileiano; ossia della massima ampiezza dei tiri a mezza squadra, e della costruzione delle Tavole ballistiche . . . . . » 552
V.... Delle difficoltà mosse contro la teoria del moto parabolico, e di alcune esperienze istituite per confrontarle co' teoremi di questa nuova Scienza . . . . . » 564

Capitolo X.

Conclusione di questa prima parte.

I..... De' principali cultori della Meccanica contemporanei di Galileo. . . . . *Pag.* 579
II.... De' dialoghi dei due Massimi Sistemi, e come s'incominciassero a diffondere di lì i semi della nuova Scienza del moto . . . . . » 584
III... Del primo dialogo delle due nuove Scienze e della pubblicazione di lui, insieme con gli altri tre, fatta dagli Elzeviri in Olanda . . . . . » 592

INDICE

DEI DOCUMENTI ESTRATTI DAI MANOSCRITTI GALILEIANI E NOTATI SECONDO L'ORDINE DEI CAPITOLI

Nel Capitolo I.

Antonio Nardi riconosce maestro a Galileo il Benedetti, pag. 37.
Teorema del Torricelli appartenente al trattato *De motu ac momentis* 52.
Teorema delle funi gravate da pesi, propostosi a risolvere dal Viviani 59.
Il Torricelli proponesi di trovar la ragione di un effetto meccanico, che dice non essere stato ancora avvertito 64, 65.
Si studia di trovar quella ragione per simili vie anche il Viviani 65, 66.

Nel Capitolo II.

Lemma premesso da Galileo al suo trattato Dei centri di gravità dimostrato altrimenti dal Viviani, pag. 111.
Passi estratti da una Epistola di Stefano Gradi intorno a un paradosso di Galileo 125.
Lettera di Bonaventura Cavalieri al Torricelli, relativa alle difficoltà promosse dal Guldino contro la Geometria degl' Indivisibili 128-31.
Frammento di lettera, dove il Cavalieri espone al Torricelli la sua intenzione di rispondere al Guldino in forma di dialogo 131.
Altro frammento di lettera, con la quale il Cavalieri accompagna il suo primo dialogo manoscritto in risposta al Guldino 132.
Una difficoltà contro la Geometria degli Indivisibili sciolta dallo stesso Cavalieri 132, 33.
Poche parole estratte da una lettera del Cavalieri, il quale ringrazia il Torricelli per aver promosso il Metodo degl' Indivisibili 134.
Antonio Nardi par che non approvi il Metodo degl' Indivisibili 138, parole, nelle quali accenna a un suo metodo di ritrovare il centro di gravità delle superfice curve 139, dimostra un suo Teorema generale meccanico, che contiene un trattato compiuto di Geometria centrobrarica 140-43, applica il medesimo teorema alla superfice rivoltata intorno ad un asse 144-46, per rendere geometrico il Metodo centrobrarico sostituisce al Centro di gravità il Centro della potenza 146, 47.
Estratto di lettera del Cavalieri al Torricelli, dove si accenna alle difficoltà di trovare venali in Italia i Libri centrobrarici del Guldino 148.
Interpetrazione, che dette il Viviani del passo centrobrarico di Pappo Alessandrino 150.
Poscritto di Vincenzio Viviani a Erasmo Bartholin relativo alla Centrobrarica 151.
Teoremi centrobrarici dimostrati dal Viviani 153, 54.
Estratto di una lettera del Viviani, dove l'Autore tratta di alcune sue opere matematiche da stamparsi 155.

Nel Capitolo III.

Passso estratto dalle Scene accademiche, dove il Nardi dichiara irragionevole il principio galileiano delle velocità virtuali, pag. 161, 62.
Due noterelle scritte dal Viviani *ad mentem Galilei* 164.
Scrittura, nella quale il Viviani propone, per applicarsi alla Statica, un principio diverso da quello delle velocità virtuali 165, 66.
Luogo estratto dalla VI Scena di Antonio Nardi, dove si dimostrano le condizioni dell'equilibrio della Bilancia considerate le forze sollecitanti come dirette al centro della Terra 176-78.
Teorema del Torricelli della Libbra di braccia disuguali, e con le direzioni dei pesi convergenti al centro terrestre 178, 79.
Pensieri di Antonio Nardi intorno alla natura delle forze, e dei momenti 185.
Proposizioni relative alle leggi dei momenti dimostrate da Niccolò Aggiunti 187-89.
Parole, con le quali Antonio Nardi risolve brevemente la famosa questione delle Bilance di braccia eguali, rimosse dalla loro posizione orizzontale 199.
Due proposizioni del Torricelli concernenti le leggi dell'equilibrio nelle Bilance di braccia uguali, e sollecitate da forze convergenti 203-5.
Nota, nella quale il Viviani spiega il segreto delle figurine ondeggianti 211.
Da una lettera di Giuseppe Ferroni, il quale domanda al Viviani spiegazione delle figurine ondeggianti 211.
Da altra lettera dello stesso Ferroni, scritta pure al Viviani per ringraziarlo dello svelato segreto delle figurine ondeggianti 211, 12.

Nel Capitolo IV.

Teoremi, nei quali dimostra Niccolò Aggiunti le proposizioni delle Taglie, considerando la tension delle funi e no i sostegni, pag. 222, 23.
Proposizione IX del libro VIII di Pappo compendiata da Cosimo Noferi 231.
Teorema, con cui il Viviani dimostra, in un modo suo proprio, le proporzioni tra la gravità assoluta e la relativa nei piani inclinati 241.
Proposizioni V di Vincenzio Viviani dimostrative delle proporzioni, che passano tra il momento totale di un grave, e il discensivo e il gravitativo di lui sopra un piano inclinato 243-45.
Lettera al Magliabechi, dove Antonio Monfort dà il suo giudizio intorno all'argomento scritto nello *Specimen* di G. Francesco Vanni 252, 53.
Lettera, con la quale Girolamo Pollini accompagna al Viviani due foglietti, cioè lo *Specimen* del Vanni, e la risposta di Francesco Spoleti alle opposizioni di lui 253.
Lettera di Giuseppe Ferroni al Viviani, colla quale si accompagna un teorema, per confermare le dottrine di Galileo contro i sofismi del Vanni 254, 55.
Teorema del Viviani, in cui si dimostra come si comportano le pressioni di un grave appoggiato sopra due piani 255, 56.

Nel Capitolo V.

Nota, nella quale brevemente Galileo dimostra contro Aristotile che le velocità dei gravi cadenti non possono essere proporzionali ai pesi, pag. 268.
Un giudizio di Galileo intorno alla scienza naturale di Benedetto Varchi 270.
Frammento di Dialogo di Giuseppe Moleto, in cui si dimostra contro Aristotile che le velocità dei gravi cadenti non sono proporzionali ai pesi 271-74.
Teorema di Galileo delle proporzioni che serbano le solidità, rispetto alle superficie, nelle divisioni dei corpi 285, 86.
Altro frammento del Dialogo del Moleto relativo alle cause del velocitarsi i gravi cadenti 290-92.
Nota di Galileo relativa alle cause del velocitarsi i corpi gravi cadenti 292.
Note di Galileo, che efficacemente illustrano il concetto della forza d'inerzia 303.

Passo, in cui Niccolò Aggiunti dimostra che un mobile dura a moversi con la prima velocità impressa 304.
Scrittura, nella quale Galileo, con la Geometria degli indivisibili, dimostra le relazioni, che passano fra gli spazi e i tempi, nelle libere cadute dei gravi 307, 8.
Passi estratti da una Scrittura, dove Stefano Gradi si propone di dimostrare *a priori* l'egualità del moto rappresentata per determinati intervalli nel triangolo denticulato 310.
Discorso dettato da Galileo al Viviani *Sopra i principii del Baliani* relativi alle proprietà dei pendoli 313, 14.
Da uno scritto, in cui il Fermat contradice alle proporzioni assegnate da Galileo ai moti naturali 318.
Dalla veduta XLII della seconda Scena del Nardi, dove, al triangolo preso da Galileo per la scala delle velocità dei cadenti, si sostituisce la semiparabola 321.

Nel Capitolo VI.

Una osservazione di Galileo intorno alla velocità del moto nella direzion perpendicolare, e nella inclinata, pag. 332.
Passo di una lettera, nella quale il Mersenno censura il principio fondamentale posto alla sua Meccanica da Galileo 335.
Teorema, in cui il Viviani dimostra che i momenti dei gravi sopra piani di lunghezza eguale, ma variamente inclinati, stanno come i seni degli angoli delle inclinazioni 336.
Proposizioni X, delle quali si componeva il primo trattato galileiano *De motu*, raccolte e ordinate 342-49.
Proposizioni VIII, nelle quali Galileo aveva incominciato, co' principii dinamici, a riformare il suo primo trattato *De motu* 351-54.
Contro il principio che, essendo le moli uguali, le velocità son proporzionali ai momenti: obiezioni del Mersenno e risposte del Torricelli 359.
Proposizioni XIV preparate da Galileo, per condurre il suo libro *De motu* sopra il supposto principio delle velocità uguali nella perpendicolare e nell'obliqua di altezze uguali 358-66.
Note di Galileo, e Teoremi relativi al trattato *De motu* 368, 369, 379.
Teoremi tre di Geometria, occorsi a dimostrare a Galileo in mezzo alle speculazioni dei moti 371, 372.
Teorema aritmetico di Galileo 372.

Nel Capitolo VII.

Notizie di V. Viviani intorno ai primi usi, che Galileo fece del pendolo, pag. 384.
Da una lettera di Francesco Lana agli Accademici del Cimento, dove si descrivono le esperienze istituite per certificarsi che le vibrazioni maggiori e le minori del pendolo non sono uguali 402, 3.
Strumento disegnato dal Viviani, per sperimentar se le vibrazioni del pendolo son tutte isocrone nel vuoto 404,
Il Viviani nota un errore di calcolo, in cui trascorse Galileo nell'assegnare il numero delle vibrazioni, e i tempi, in pendoli variamente lunghi 411.
Proposizione del Torricelli applicabile, ma non applicata da lui al moto dei pendoli 421.
Nota, che contiene i primi tentativi del Viviani intorno alla decomposizione del moto nei pendoli oscillanti 422.
Teorema nuovo di M. A. Ricci, che si riscontra con un antico di L. da Vinci 424.
Il Viviani accenna a un modo di dimostrar le relazioni, che passano fra le varie lunghezze dei pendoli, e i tempi delle loro vibrazioni 425: propone l'uso della parabola, per trovar le varie lunghezze dei fili, per i tempi cercati 426.
Lemmi, Teoremi e descrizioni di Vincenzio Viviani appartenenti al trattatello di lui *Dei pendoli di lunghezze disuguali* 427-32.
Note del Viviani e del Borelli, nelle quali si descrivono varie lunghezze di pendoli corrispondenti a minimi tempi 433, 34.

Nel Capitolo VIII.

Discorso, in cui il Viviani applica le proposizioni galileiane delle resistenze dei solidi alle ossa degli animali, pag. 441.

Discorso del Torricelli, per dimostrare che una corda tirata soffre ugual tensione in ogni sua parte 444, 45.

Alcuni casi curiosi di rottura di corde, descritti dal Viviani 445.

Postilla del Viviani, nella quale si studia di difendere Galileo accusato di aver mal dimostrata una proposizione intorno alla leva, applicata a sollevare un masso da terra 447.

Dimostrazione che Galileo dà della Leva, applicata a sollevare un masso da terra 448.

Dimostrazione originale data da Galileo della quadratura della parabola 450, 51.

Estratto da una lettera di Alessandro Marchetti al principe Leopoldo dei Medici, relativa all'argomento delle resistenze dei solidi 456, 57.

Il Viviani, impugnando lo sbaglio di Galileo, dimostra, in modo simile a quel Marchetti, che il solido parabolico per avere ugual resistenza in ogni parte, dev'esser considerato come imponderabile 458-60.

Il Viviani, correggendo lo sbaglio di Galileo, dimostra, in modo simile a quel del Marchetti, che nel solido parabolico, i momenti dei pesi hanno dupla ragion sesquialtera dei momenti delle resistenze 460, 61.

Informazione del p. Guido Grandi alla Corte medicea intorno ai dissensi, nati fra lui e il Marchetti 462, 63.

Passi estratti da una lettera del Leibniz relativi alle controversie insorte fra il Viviani e il Marchetti 466, 480, 497.

Il Panzanini annunzia al Grandi di aver ritrovato, fra le carte del suo zio V. Viviani, il trattato Delle resistenze dei solidi 467. Annunzia allo stesso di aver consegnato il manoscritto a Benedetto Bresciani, *ivi*.

Teoremi annunziati dal Viviani, e sperimenti disegnati, relativi alle resistenze dei solidi 468.

Il Viviani corregge la proposizione XIV di Galileo nel trattato delle resistenze 470, 71.

Lemmata universalia pro resistentiis dimostrati dal Viviani 472-74.

Il Viviani sentenza che non si può salvare la sesta proposizione galileiana delle resistenze dalla nota di falsità, nemmeno altrimenti interpetrata 476.

Nota del Viviani relativa alla resistenza di un cilindro intero e appoggiato nel mezzo, o diviso in due appoggiati agli estremi 478.

Dimostrazione fatta da Galileo del famoso teorema che i momenti stanno in ragion composta delle distanze e dei pesi: soggiunge altre proposizioni per corollarii 484, 85.

Due teoremi dei momenti, erroneamente dimostrati dal Torricelli, e corretti dal Viviani 486-88.

Teorema, in cui dal Torricelli si dimostra che i momenti dei pesi uguali prementi un'asta, sostenuta agli estremi in vari punti della sua lunghezza, son direttamente proporzionali ai rettangoli descritti con le distanze dai due sostegni 489, 90.

Michelangiolo Ricci applica la parabola a sciogliere il problema proposto de Galileo nella XIII delle resistenze 491.

Nota, nella quale il Torricelli conclude la dimostrazione che la catenaria è una parabola 492.

La proposizne XII delle resistenze di Galileo, resa più generale dal Viviani in un Teorema, ch'egli credeva *a nullo demonstratum* 492, 93.

Note autografe di Galileo, nelle quali si trovano formulati, non solo il Teorema, che il Viviani credeva *a nulla demonstratum*, ma l'altro altresì, che dimostra la catenaria essere una parabola 494, 95.

Nel Capitolo IX.

Sommi capi di un trattato delle Artiglierie, che Galileo si proponeva di scrivere verso il 1609, pag. 519.

Proposizioni, e osservazioni varie di Galileo relative al moto dei proietti 535, 537, 538, 539, 541, 544, 545, 547, 551, 553, 554, 555, 557, 559, 561, 562, 598.

Nota, nella quale il Viviani, più brevemente di Galileo, risolve il problema: data una parabola, trovare la sublimità, dalla quale cadendo un proietto la descriverebbe 539, e insegna un modo più facile di quello dello stesso Galileo, per determinar l'impeto nella parabola 543. Si nota però uno

sbaglio del Postillatore di Galileo nel medesimo proposito di determinare gl'impeti 545. Nota nella quale si propone dallo stesso Viviani un'esperienza, per dimostrare in qual punto della parabola sia maggiore l'impeto del proietto 551.

Obiezioni di Antonio Nardi contro il moto parabolico dimostrato da Galileo ne'proietti, 564.

Osservazioni del Viviani, per dimostrare che il moto trasversale non impedisce il naturale de'proietti 566.

Obiezioni di Niccolò Aggiunti contro la dottrina di Galileo che la vertigine di una ruota conferisca impeto di moversi per la tangente 568.

Come il Viviani esplichi un pensiero di Galileo, per dimostrar che la medesima parabola è descritta dal tiro di punto in bianco, e dal tiro elevato 569, e quale esperienza proponga per dimostrar che il proietto non va mai per spazio perpendicolare 570.

Esperienze fatte dagli Accademici del Cimento, per verificare l'opinione di Galileo, che il proietto, nella semiparabola e nella orizzontale, cade nel medesimo tempo 571, 572, 573.

Come il Viviani si studiasse di conciliar l'esperienze con le teorie, nella misura degl'impeti, partecipati dalla polvere pirica ai proietti 574, 75: come correggesse e perfezionasse que'suoi primi studi 576.

Ferdinando Marsili riferisce al Viviani le sue esperienze, fatte intorno alla polvere pirica, in determinare i vari impeti dei proietti 577.

Nel Capitolo X.

Lemmi e proposizioni di Niccolò Aggiunti, per dimostrare le condizioni d'equilibrio e di moto in una catena, posata sopra un piano, e tirata tutta in terra dal primo anello pendulo, pag. 587-91.

Corollario, che il Viviani voleva aggiungere alla X proposizione galileiana dei proietti 595.

INDICE ALFABETICO

DEGLI AUTORI E DELLE COSE

Co' numeri s' accenna alle pagine.

Accademici del Cimento fanno esperienze del cadente, che risale all' altezza medesima d' onde scese 333, sperimentano le corse e le ricorse di una palla dentro un canal circolare 394, ritrovano che le oscillazioni strette dei pendoli non sono isocrone con le più larghe 399, come ritrovassero, e quanta la lunghezza del pendolo a secondi, per applicarla al loro Cronometro 433-35.

Acquapendente (d') Girolamo Fabricio applica i teoremi degli antichi alla Meccanica animale 581.

Aggiunti Niccolò promove una proposizione galileiana intorno al moto dei pendoli 422.

Alessandrina (scuola), qual sia l' indole sua propria negl' insegnamenti della Meccanica 14.

Arabi, loro cultura della Scienza meccanica 21.

Archimede, suoi primi libri meccanici 16, insegna primo la regola di comporre le forze parallele 17, dimostra la legge dei moti equabili *ivi*, deduce la genesi delle spirali dal principio della composizione dei moti 18.

Aria nell' aria non è grave 71, impedisce le velocità nei cadenti 283, dà impulso, secondo gli antichi, e occasione di velocitarsi ai cadenti 290.

Aristotile primo a dimostrar che le forze si compongono nella diagonale del parallelogrammo 10, riduce tutte le macchine al vette 13, accenna alla legge dei moti equabili 17, due false leggi assegnate da lui alla caduta dei gravi 267, suoi quesiti intorno alle resistenze dei solidi 436, 37.

Attriti, come indugino le velocità dei cadenti lungo i piani inclinati, secondo l' esperienze del Riccioli 301.

Baliani Giovan Batista scopre, contemporaneamente con Galileo, la ragione perchè i gravi di qualunque mole cadendo vanno ugualmente veloci 278, come, contemporaneamente con Galileo, dimostri le leggi dei liberi cadenti 311, 12, vuol rivendicare a sè il primato delle scoperte leggi dei moti accelerati 315, confessa che Galileo l' aveva prevenuto 317, dimostra che gl' incrementi delle velocità nelle libere cadute dei gravi son come la serie dei numeri naturali 319, si confrontano i teoremi di lui con quelli pubblicati nello stesso tempo da Galileo 375-77, chiede a Galileo quanta debba essere la lunghezza del pendolo, che misura i secondi 407, sue obiezioni contro il moto parabolico dei proietti 565, giusto giudizio de' meriti di lui nella Scienza, dato dallo stesso Galileo 583, 84.

Baricentro, sua definizione e descrizione 102, come si riscontri la sua teoria con quella della composizione delle forze parallele 175.

Benedetti Giovan Batista instauratore della Scienza del moto 97, suoi principali teoremi dimostrati nel libro *De mechanicis* 98, conferma la verità della regola osservata da Leonardo e dal Cardano, per computare i momenti 183, insegna a misurar quanta parte si elida delle forze nel tirare obliquamente 184, corregge gli errori aristotelici nella questione relativa all' equilibrio delle bilancie 193, sue proposizioni intorno ai gravi cadenti 274, primo a conoscere la vera causa acceleratrice dei moti 293.

Beriguardi Claudio, suoi teoremi di Meccanica 33, concorre con Galileo nello stabilire i fondamenti della Dinamica 375.

Bernoulli Giacomo primo a scoprire il sofisma del Vanni intorno alle pressioni di un grave sopra due piani inclinati 259, 60, sua ipotesi delle resistenze de' solidi allo spezzarsi 503, 4.

Beugrand Giovanni, sua dimostrazione del variar peso i gravi, nell' avvicinarsi o nel dilungarsi dal centro terrestre 176.

Bilancia, questione intorno all' equilibrio di lei promossa da Aristotile 190, 91, come fosse finalmente risoluta 208.

Bilancia idrostatica come servisse a Leonardo da Vinci, per trovar la legge dei momenti dei gravi sopra i piani inclinati 40.

Borelli Gian Alfonso, suo teorema concernente la forza necessaria a sollevare un braccio di leva inclinato in sito orizontale 61.

Blondel Francesco medita di scrivere un libro *De resistentia solidorum* 454.

Cabeo Niccolò, suoi errori intorno ai gravi cadenti come fossero notati dal Riccioli 281, sue ingiuste censure delle dottrine galileiane intorno ai gravi cadenti 317, manda al Baliani la misura del pendolo a secondi 413, conosce falsa la IX proposizione dell' ottavo libro di Pappo, ma non riesce a sostituirvi la vera 238.

Cardano Girolamo, sua Scienza del moto 94, 95, non risolve propriamente la questione aristotelica della Bilancia di braccia uguali 197, suo falso teorema del piano inclinato 232, sue osservazioni intorno al moto dei pendoli 386, suo falso teorema che il moto composto sia più tardo dei componenti 520.

Cartesio Renato, suo principio statico riscontra con quello di Giordano Nemorario 24, per quali ragioni lo creda da preferire a quello di Galileo 159, 60, dimostra, a modo del Torricelli, il proporzionato variar dei pesi, secondo la loro relativa positura rispetto al centro terrestre 205, esperienze da lui citate per confermar che i corpi, dilungandosi dal centro della Terra, divengono più leggeri 207, accusa Guidubaldo, per aver ridotta la troclea al vette 222, segue, nella meccanica del cuneo, gl' insegnamenti di Guidubaldo 229, dimostra falsa la proposizione di Galileo che finalmente i gravi cadenti si riducano all' equabilità del moto 287, dice di aver egli prima scoperte le leggi dei gravi cadenti 315, 16, indovina l' intenzione, ch' ebbe Galileo nello scrivere il trattato dei moti locali 383.

Casati Paolo risolve il problema dei pesi pendenti da funi 258, propone e interpetra la regola del parallelogrammo delle forze 262.

Cavalieri Bonaventura, sua Geometria degl' indivisibili com' avesse origine dalla stereometria del Keplero 119, manda, nel 1622, a Galileo le sue prime proposizioni geometriche dimostrate col metodo degli indivisibili 120, lungamente ne attende l' autorevole giudizio 121, nel 1627 ha compiuto, nella Geometria degl' indivisibili, un intero trattato diviso in sette libri *ivi*, risponde a un argomento, col quale Galileo pretendeva di dimostrare che il metodo degl' indivisibili conduce all' assurdo 123, scrive al Torricelli di alcune difficoltà fatte contro la Geometria degl' indivisibili 128, lo invita a rispondere, piuttosto che con le parole, coi fatti 129 e pensa al miglior modo di rispondere egli stesso 130, quale avesse occasion di scrivere le sue *Esercitazioni geometriche* 134, avvisa Galileo di aver ritrovate le proporzioni stereometriche tra il fuso parabolico e il cilindro circoscritto 136, conclude la dimostrazione della regola centrobrarica da un teorema di Giann' Antonio Rocca 137, dimostra gl' incrementi del moto nei liberi cadenti con gl' incrementi delle cinconferenze, che si diffondono equabilmente dal centro 308, dà la prima pubblica dimostrazione che i momenti nella bilancia stanno in ragion composta dei pesi e delle distanze 438, come dimostri esser parabolica la linea descritta dai proietti 426, come inserisse nello *Specchio ustorio* la nuova proposizione 527, come si studiasse di scusar Galileo, che diceva essere la linea de' proietti, non parabolica ma circolare 528, com' essendo usurpato da Galileo, se ne confessasse egli stesso l' usurpatore 530, e come chieda di far del fallo, a richiesta dell' offensore, la penitenza 533.

Centrobrarica, in che modo se ne rinfrescasse la notizia in Italia 148.

Centro di gravità, difficoltà del determinarlo in una sfera, avuto riguardo alla distanza di lei dal centro terrestre 198.

Circolo, sua dignità meccanica, secondo Aristotile 9, si genera, secondo il Filosofo, dalla composizione di due moti 11.

Cessione (forza di) definita da Galileo 438.

Commandino Federigo, qual fosse l' occasione e il fine del suo trattato *De centro gravitatis* 108, sua vera teorica dei momenti 181.

Corda impossibile a esser tesa in linea retta orizontale da qualunque peso la tiri, secondo la dimostrazione di Galileo 63.

Corpi, se più pesino avvicinati o dilungati dal centro terrestre 207, varie opinioni dei Matematici intorno a questo punto 208.
Cuneo, proposizioni meccaniche di lui come dimostrate da Aristotile, da Guidubaldo e dal Benedetti 228, 29.

Dialoghi delle due Scienze nuove: storia della loro pubblicazione 596.
Dialogo primo delle Scienze nuove serve come di larga prefazione ai trattati delle resistenze, e dei moti accelerati 592-96.

Equiponderanze, loro principio come dimostrato dallo Stevino 168, come, a imitazione di lui, dimostrato da Galileo 170, come dall'Huyghens 171, 72, come dal Newton 172, 73, come a quella dimostrazione s'applicassero i moti composti 173.
Esperienza, sentenza di Leonardo da Vinci intorno alle verità rivelate da lei 31.
Euclide, suo trattato *De panderibus* 13.

Fontana Mariano difende la verità della XI proposizion galileiana delle resistenze contro le accuse del De-la-Hire e del Grandi 481.
Forze parallele, loro composizione 17.
Frisi Paolo dice non esser conforme al vero l'asserto degli Accademici del Cimento che cioè Galileo avvertisse le vibrazioni maggiori del pendolo essere più diuturne delle minori 400.

Galilei Galileo attende giovanissimo a trattare dei centri di gravità, per supplire ai difetti del Commandino 109, difficoltà trovate dai primi esaminatori di questo trattato 110, si propone di trattare degli indivisibili 121, oppone difficoltà alle dottrine degli indivisibili del Cavalieri, prendendo argomento dal teorema così detto della *Scodella* 122, diventa nemico degli indivisibili 124, suo teorema de' momenti dei gravi sopra i piani inclinati, concluso dai principii statici della Libbra 238, osservazioni intorno a ciò che si dice da lui dei gravi cadenti da grandi altezze 276, come scopre e dimostra la legge che ogni particella materiale ha una velocità propria, determinata dalla Natura 277, prima partecipò de' comuni errori, poi trovò la vera legge dei moti accelerati, applicando ai teoremi di Archimede i principii del Benedetti 295, come dimostrasse matematicamente la detta legge 305, com'applicasse gl'indivisibili a questa dimostrazione 306, crede a principio che i tempi delle vibrazioni dei pendoli fossero come le semplici lunghezze dei fili 408, come e quando scoprisse che i tempi stanno come le radici delle dette lunghezze 409, descrive al Baliani il suo misuratore del tempo 411, sue prime proposizioni delle resistenze dei solidi 438, curiose applicazioni fatte da lui de' teoremi delle resistenze dei solidi 440, come spieghi perchè vanno tanto più in linea retta i proietti, quanto son meno oblique le direzioni dei tiri 514, scopre, sperimentando coi getti di acqua, che i tiri livellati, con qualunque impeto sian fatti, giungono al piano dell'orizzonte nel medesimo tempo 518, sperimenta, per farne l'applicazione ai proietti, che una pietra, lasciata cader lungo l'albero di una nave, gli batte al piede, o la nave stessa si muova o stiasi in quiete 521, come credesse a principio vera l'opinion dei Tartaglia, che cioè la parte curva della via dei proietti sia circolare 524, scrive una lettera a Cesare Marsili, per lamentarsi che il Cavalieri avesse pubblicata la dimostrazione della linea parabolica descritta dai proietti 529, si scusa di un suo errore intorno ai proietti, dicendo di aver inteso di parlare da scherzo 531.
Gassendo Pietro, sue esperienze istituite per confermare le leggi galileiane dei moti accelerati 323.
Gerli Carlo Giuseppe pubblica i disegni a tocco in penna di Leonardo da Vinci 27.
Giordano Vitale, suo principio dei momenti composti 262.
Gradi Stefano confessa che nel ragionamento fatto da Galileo, per dimostrar che una circonferenza è uguale a un punto, si conterrebbe un paralogismo, se Galileo stesso non intendesse di parlar da poeta 126.
Grandi Guido, dimostra contro L. A. Porzio che la direzione del fulcro, su cui si appoggia un grave in un piano inclinato, s'ha da prendere nella direzione del perpendicolo, condotto dal centro di gravità del peso sopra lo stesso piano 265, accusa il Marchetti di essersi appropriata la dimostrazione, che i momenti hanno ragion composta delle distanze e dei pesi 485.
Gravi cadenti, loro uguali velocità nel vuoto sperimentate dal Desaguliers, dal S' Gravesande e dal Wolf 288.
Gravità contrasta ne' proietti con la virtù impressa 162.
Guiducci Mario riferisce una proposizione di Galileo relativa ai proietti 523.
Guldino Paolo, processo della sua invenzione centrobrarica 117.

Herigonio Pietro, dimostrando la legge dei momenti dei gravi ne' piani inclinati, vi comprende insieme il teorema del Tartaglia, e la esperienza dello Stevino 236.
Hire (de la) Filippo censura una proposizione di Galileo, relativa alle resistenze, e il Grandi ne approva le censure 478.
Hostè Paolo, sua proposizione della resistenza dei solidi male invocata dal Grandi, per confermare la falsità della XI galileiana 480.
Huyghens Cristiano applica i moti composti a dimostrar la legge galileiana dell'accelerramento dei gravi 326, dimostra, altrimenti da Galileo, i teoremi fondamentali dei moti accelerati *ivi*, dimostra matematicamente che le vibrazioni del pendolo circolare non possono essere isocrone 405, credeva parabolica la curva catenaria, per ragioni similissime a quelle di Galileo 496.

Inerzia (forza d'), sua denominazione, e suo concetto definito da Galileo, dall'Aggiunti e dal Cartesio 302-4, benchè fosse ben chiaro ai matematici del secolo XVI *ivi*, come ne facessero l'applicazione alla Meccanica il Cardano, lo Scaligero e il Benedetti 511.
Isocronismo dei pendoli dimostrato da Giovan Marco Marci 390, sperimentato dal Riccioli 391, creduto assolutamente tale dai Fisici nella prima metà del XVII secolo 392, scoperto non vero dal Wendelin e dal Cabeo 395.

Kepler Giovanni, sua stereometria nuova 115.

Leibniz Gotifredo Guglielmo, suo errore nel determinar le pressioni di un grave sopra due piani inclinati 257, sua regola *degli alternativi* applicata alla Meccanica 259, dimostra che la resistenza respettiva dei solidi allo spezzarsi non è la metà, come diceva Galileo, ma la terza parte dell'assoluta 501.
Leva, esemplare, a cui s'informano le altre macchine 215, vari generi di questo strumento 217.
Libbra, suo fondamento meccanico, secondo Aristotile 11, e secondo Archimede 15.
Libramenti dei liquidi ne'sifoni sperimentati dagli Accademici del Cimento 399.
Libri Guglielmo si propone di pubblicare i manoscritti di Leonardo da Vinci 30, dà occasione a una questione storica relativa al modo di ritrovare il centro della gravità nella piramide 104.
Logaritmi, come Galileo confessasse al Cavalieri di non intenderli 563.

Macchine, loro efficacia nel sostegno 213, in che propriamente consista la loro potenza 216.
Magalotti Lorenzo risolve un problema delle resistenze dei solidi, applicandovi un teorema annunziato dal Viviani 465.
Manoscritti di Leonardo da Vinci: storia delle loro vicende 26.
Marchetti Alessandro crede di essere stato il primo a dimostrar che i momenti stanno in ragion composta delle distanze e dei pesi 246, suo trattato dei Fondamenti della Scienza universale del moto 247, occasione ch'egli ebbe di scrivere il trattato *De reristentia solidorum* 454, è pregato dal Viviani a dilazionar la pubblicazione del manoscritto dello stesso trattato 456, dimostra l'ugual resistenza del solido parabolico, considerato senza peso, più speditamente di Galileo 458, risponde alle accuse mossegli contro da Guido Grandi 464, si decide esser vera la proposizione di lui, e falsa la VI galileiana delle resistenze 475.
Marci Giovan Marco dimostra le leggi delle cadute de'gravi contemporaneamente con Galileo 311, risolve il problema del pendolo a secondi 417, istituisce la scienza del moto nel medesimo tempo, e indipendentemente da Galileo 582.
Mariotte Edmondo, suo principio di statica generale sostituito a quello di Archimede e di Galileo 171, dimostra, altrimenti da Galileo, il brachistocronismo degli archi rispetto alle corde 379, propone, tra le resistenze assolute e le respettive, una proporzione diversa da quella di Galileo 498.
Martello, qual'effetto faccia la maggiore o minor lunghezza del manico 57.
Maurolico Francesco, storia del suo trattato manoscritto intitolato *Monumenta Archimedis* 87.
Mazzoni Jacopo inizia Galileo alla Scienza del moto 275.
Meccanica, come Aristotile la definisce 9.
Mechaniques (les), trattatello del Cartesio, che il Viviani ricopiò dall'originale francese 200.
Monte (del) Guidubaldo, come nel suo *Mechanicorum liber* promovesse la scienza 96, come dimostri il modo di computare i momenti contro il Cardano 182, come corregge l'errore aristotelico rispetto all'equilibrio instabile delle Bilance 291, come dimostri che, nello scendere, il braccio della Bilancia si aggrava 202, sua fallacia nel determinare le condizioni dell'equilibrio della leva 218, suoi modi di descrivere le parabole, e altre novità di lui appropriatesi da Galileo 444, sue esperienze intorno alle traiettorie paraboliche 515, descrive e rende la ragion della corda, che tocca fa moverne un'altra quieta ma tesa all'unisono 594.

Momenti stanno, secondo la dimostrazion del Maurolico, in ragion composta dei pesi e degli spazi 86, loro teorica nel Maurolico difettosa 180, come definiti da Galileo, e da lui stesso applicati alla Statica 184.
Momento come definito dal Maurolico 86.
Montanari Geminiano, sua teoria dell'equilibrio delle Bilance di braccia uguali 208, come risponda in proposito alle contradizioni di Donato Rossetti 210.
Moti misti non usati da Galileo, nè dai promotori di lui, per determinar gl' impeti nelle parabole dei proietti 540.
Moto circolare non è, secondo Galileo, nè naturale nè violento 513.
Musschenbroeck Pietro, sue esperienze e conclusioni intorno alla proporzione fra le resistenze assolute e respettive dei solidi 504.

Nardi Antonio, sue Ricercate geometriche 128, suo fecondo principio della trasformazione delle figure 139.
Nemorario Giordano, sue XIII proposizioni *De ponderibus* 21, suo principio statico 22, suoi postulati 23, come si concluda da essi postulati la legge statica del Vette 24, come promove un teorema statico di Euclide 25, propone, prima del Tartaglia, una questione sulle Bilance, pretermessa da Aristotile 195.
Newton Isacco, sue esperienze sulle cadute dei gravi 287.

Pappo Alessandrino, principio meccanico da lui professato 19, suo teorema annunziato nella prefazione al libro VII delle *Matematiche collezioni* 113, come si possa interpetrare l' oscuro significato 114.
Parabola descritta dai proietti, secondo il Cardano 512.
Parabolico (solido) dimostrato da Galileo essere di ugual resistenza in ogni sua parte 442.
Parallele (forze), invenzione del loro centro applicata a dimostrar la legge delle equiponderanze 174.
Pendoli usati da Galileo, dal Baliani e dal Newton a dimostrare che le velocità sono uguali in qualunque specie di corpi cadenti 284, obiezioni di Guidubaldo contro il loro isocronismo 387, Galileo applica agli archi l' isocronismo dimostrato per le sole corde 389, di ugual lunghezza e differente peso, il più grave fa maggior numero di vibrazioni nel medesimo tempo 396, ragione delle loro simpatie nel vibrare, data dal Viviani, dietro le dottrine di Galileo 398, misurator dei secondi quanto il Cabeo lo trovasse lungo 415, quanto il Castelli e il Mersenno 417, quanto il Riccioli 420.
Percossa, proporzione degli effetti di lei nelle varie direzioni 54, opera secondo la lunghezza del percuziente 56.
Peritrochio (asse in), condizioni dell' equilibrio in questa macchina dimostrate da Guidubaldo e da Galileo 219.
Piano inclinato esemplare, a cui s' informano le altre macchine 215, usato da Galileo a sperimentar l' accelerazione del moto nei gravi cadenti 297.
Piramide, differenza tra il metodo antico e il moderno in ricercarne il centro di gravità 105, come insegni il Maurolico a ritrovare esso centro 107.
Poleni Giovanni, sue esperienze sulla resistenza dei solidi 504.
Porzio Luc' Antonio, sue opposizioni contro la comune teoria dei piani inclinati 263.
Proietti, errori detti dal Tartaglia intorno ad essi 507, come il Cardano e lo Scaligero fossero i primi a insegnar che proseguono il loro moto, per la virtù rimastavi impressa 511, vanno, secondo il Cardano, per un moto impresso, che in principio è violento, in fine naturale, e nel mezzo composto dell' uno e dell' altro 512.
Proposizioni comprendenti il trattato galileiano delle resistenze ordinatamente disposte e formulate 452.

Renieri Vincenzo scopre, per esperienze fatte sul campanile di Pisa, alcuni errori detti da N. Cabeo intorno alle cadute dei gravi 279.
Riccioli Giovan Batista sperimenta non esser vero che due corpi, di ugual materia e forma, ma differenti di peso, scendano da uguali altezze nel medesimo tempo 282, ripensa alle leggi galileiane dei moti accelerati 298, è il primo che confermi sperimentalmente la detta legge 324, suoi studi per trovar la precisa lunghezza del pendolo a secondi 418.
Rocca Giovann' Antonio, suo Lemma meccanico pubblicato dal Torricelli 136, dimostra le ragioni stereometriche del fuso parabolico al cilindro circoscritto, per via degl' indivisibili 137.
Rossetti Donato, come dimostri le ragioni dell' equilibrio nelle Bilance di braccia uguali 209.

Sfera si muove nel piano orizontale senza sforzo 38.
Squadra dei bombardieri descritta dal Tartaglia 507.

Stevino Simeone, sua *Spartostatica* e sua *Trocheologia* trattate col principio della composizion delle forze 226, conferma con una bella esperienza il Teorema del Tartaglia dei momenti dei gravi sopra i piani inclinati 235.

Supposto principio, su cui aveva fondata la sua Meccanica Galileo 335.

Tardità, come il mobile, partendosi dalla quiete, passi per tutti i gradi di lei 160.

Tariffe, secondo il Viviani, corrispondono coi coefficienti sperimentali da introdursi nelle formule astratte 498.

Tartaglia Niccolò, suo opuscolo postumo *De ponderositate* 87, principii fondamentali della Statica da lui dimostrati 88, narra a quali occasioni gli occorresse di applicare i principii della scienza all'arte dei bombardieri 91, propone un quesito sopra le Bilance, lasciato indietro da Aristotile 194, come risolva un tal quesito coi principii del Nemorario 196, primo a dimostrar che i pesi, proporzionali alle discese oblique de' lati di un triangolo, si fanno insieme equilibrio 233, sue proposizioni dimostrative delle cruse e delle leggi, secondo le quali si velocitano i gravi cadenti 294, come avesse scoperto, e creduto dimostrare che i tiri a mezza squadra son quelli della massima volata 507, come scoprisse, prima di Galileo, che due tiri hanno la medesima ampiezza, quando superano o mancano ugualmente della inclinazion semiretta 509, come spieghi perchè il tiro faccia maggior colpo in direzione inclinata, che di punto in bianco 510.

Tempo speso da un grave nello scender per cento braccia perpendicolari, come e quanto ritrovato da Galileo 299.

Torricelli Evangelista, come non si curasse a principio d'entrar nella questione della Bilancia di braccia uguali, rimossa dalla posizione orizzontale 200, a qual proposito entrasse in così fatta questione *ivi*, come si accorgesse che a trattar le questioni meccaniche, supposte le forze convergenti al centro terrestre, fosse primo, non il Beaugrand o il Cartesio, ma Guidubaldo del Monte 201, come risolvesse la questione della Bilancia di braccia uguali, avuto riguardo che le forze son convergenti 203, sue singolari idee intorno alla natura dei gravi 207, sostituisce un altro principio diverso da quello delle velocità virtuali 240, suo teorema, da cui facile concludevansi le proporzioni, secondo le quali si comparte un peso sopra un piano inclinato 242, come dimostri che, nella perpendicolare e nell'obliqua, i tempi stanno come le respettive lunghezze 338, suo nuovo modo di misurare gl'impeti nella semiparabola 548, e nella parabola intera 549, come dimostri matematicamente, e per più facile via di Galileo, le conclusioni sperimentali del Tartaglia intorno ai tiri delle artiglierie 557, risponde a un'obiezione fatta dal Cartesio contro le dottrine galileiane dei proietti 568.

Tradizioni della Scienza, comuni a Leonardo da Vinci e al Cardano 93.

Triangolo, suo centro di gravità come dimostrato dal Maurolico 106.

Troclea, errori di Aristotile intorno ad essa 12, condizioni dell'equilibrio in questa macchina dimostrate da Guidubaldo del Monte e da Galileo 220.

Valerio Luca, suo trattato *De centro gravitatis solidorum* 109, come risponde, interrogato da Galileo intorno a due supposti principii meccanici 355, 357.

Vanni Gian Francesco, suo dilemma intorno al teorema del momento dei gravi sopra i piani inclinati 250, ne propone la soluzione ai seguaci delle dottrine di Galileo 251.

Vanni Giuseppe dimostra l'improprietà di un teorema del Torricelli, relativo al momento dei grael sopra i piani inclinati 248.

Varchi Benedetto, suo gusto nelle scienze sperimentali 279.

Velocità virtuali, loro principio applicato da Galileo alle macchine semplici 158, come, dietro il Lagrange, definite dai moderni 163, principio diverso sostituito in luogo di esse dal Torricelli 164.

Venturi Giovan Batista pubblica un saggio dei manoscritti di Leonardo da Vinci 28, difetti di questa pubblicazione 29.

Vetro non si rompe a un tratto ma cede prima alla pressione, come dimostrarono gli Accademici del Cimento 498.

Vinci (da) Leonardo, meriti scientifici di lui esagerati 31, primo a far uso delle lettere alfabetiche in algebra, e della linea orizzontale e della crocellina, per significare le quantità negative e vi positive 32, de' primi a introdur nelle questioni meccaniche il principio della composizion delle forze 33, prende a sua maestra l'esperienza 34, come descrive il concetto, e definisce la natura della forza 34, scioglie, prima del Maurolico e del Tartaglia, il problema della pietra, che s'immagina giungere al centro della Terra 35, suoi pensieri intorno alle forze centrali, e alle trasformazioni della superficie terrestre 36, dimostra un teorema meccanico supposto da Galileo 40, dimostra il teorema del tempo per la perpendicolare e per l'obliqua, in che si riscontra con le proposizioni di Galileo 41, suo principio della intera restituzione del moto 42, suo teorema in proposito della scesa di un grave per un arco di cerchio 43, suoi vari esempi d'equilibrio sta-

bile 44, vari casi da lui proposti dell'equilibrio dei pesi nella Bilancia 45, sua dimostrazione della statica del Vette 47 e delle Taglie 48, applica il principio della composizion delle forze alla Leva angolare 50, sua dimostrazione dei momenti dei gravi sopra i piani inclinati 52, sperimenta che nella forza della percossa ha grande efficacia la lunghezza del percuziente 56, dimostra gli effetti della lunghezza del manico del martello 57, scioglie il problema della tension delle funi 59 e della corda, impossibile a ridursi in dirittura orizzontale 61, scioglie l'altro problema delle pressioni fatte da un'asta contro il pavimento e il muro, a cui si appoggia 66, determina il punto, in cui tocca il piano orizzontale una fune, o liberamente sostenuta ne'due capi a varie altezze, o stirata da qualche peso che vi s'infili 68, formula le leggi dei moti equabili 71, curiosi effetti della resistenza dell'aria, da lui bene osservati 72, strumento da lui inventato, per conoscer la varia densità dell'aria atmosferica, e che riducesi a un Baroscopio 73, resultati delle sue esperienze intorno alle velocità dei gravi cadenti 74, sua falsa legge dei moti accelerati come pensi di dimostrarla 76, sua esperienza del moto dell'immobile sopra sito mobile 77, dimostra che la linea dei cadenti al centro della Terra è un'elice 78, suoi errori intorno alle traiettorie 81, suoi esperimenti e problemi intorno alla resistenza dei solidi a spezzarsi, e delle funi a rompersi 82, sue leggi sperimentali degli attriti 83, determina il centro di gravità della piramide 104, suoi principii statici contro il Pelacane 157, sua vera teorica dei momenti 181, corregge gli errori aristotelici, relativi alle questioni delle Bilance 193, sua *sperentia delle bilance* 195, dimostra le condizioni dell'equilibrio nella leva di secondo genere 217, sua teoria delle taglie 224, sua bellissima proposizione sperimentale applicata al trar delle funi nelle Taglie 227, decompone, come il Viviani, il momento totale dei gravi sopra i piani inclinati 243, sua bella esperienza intorno ai pendoli 423, sua esperienza per dimostrar che, tocca una corda sonora, ne fa movere un'altra in quiete, ma tesa all'unisono 594.

Vite, strumento meccanico ridotto da Guidubaldo al piano inclinato 230.

Viviani Vincenzio dimostra un teorema, e fa osservazioni importanti intorno al metodo degl'indivisibili 146, chiamato dal cardinale Leopoldo dei Medici a decidere intorno alla questione delle Bilance, insorta fra il Montanari e il Rossetti 210.

Wallis Giovanni, come stabilisse la statica sulla legge dei momenti 189, conferma il teorema del Tartaglia della gravità de'pesi nelle varie declività dei piani 237.

Wrz Paolo primo a riscontrare con l'esperienza i teoremi galileiani della resistenza dei solidi 497.